



**Prodotto realizzato con il contributo della Regione Toscana
nell'ambito dell'azione regionale di sistema**

Laboratori del Sapere Scientifico

DALL' ALGEBRA

ALLA

GEOMETRIA

CLASSE 1° A Professionale
DOCENTE : DI GIULIO VALERIA
ANNO SCOLASTICO 2013/14

Collocazione del percorso nel curricolo verticale

	Classe I		Classe II	
competenze	conoscenze	abilità	conoscenze	abilità
Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo nel campo dei numeri reali	1. I numeri naturali 2. I numeri interi, relativi, razionali 3. Monomi e Polinomi 4. Equazioni e disequazioni	1. Calcolare utilizzando algoritmi 2. Operare con monomi e polinomi 3. Risolvere equazioni e disequazioni	1. I numeri reali 2. I radicali 3. Equazioni e disequazioni di 2° grado 4. Sistemi di equazioni	1. Calcolare in R utilizzando le proprietà dei radicali. 2. Risolvere equazioni e disequazioni di 2° grado 3. Risolvere sistemi di 1° e 2° grado.

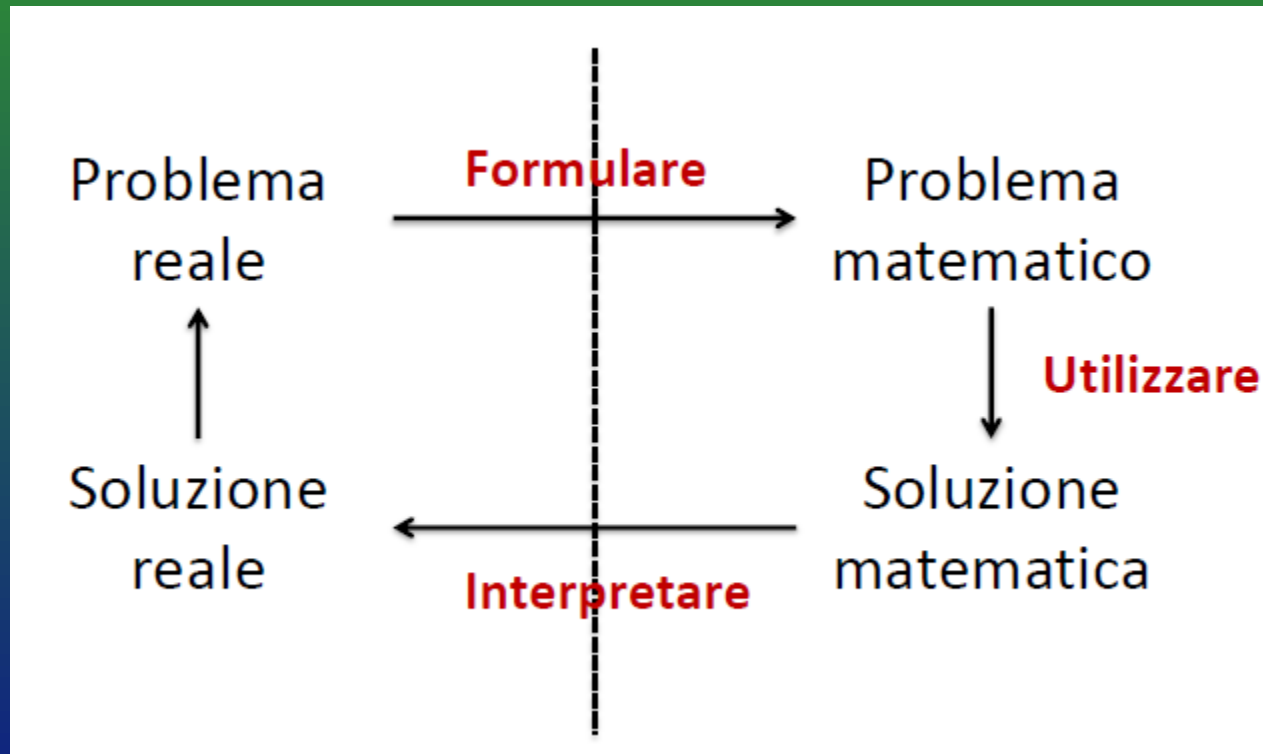
Obiettivi

1. Contenuti: Potenze, Frazioni, Proporzioni ; Percentuali ;
2. Processi/Procedure che i ragazzi dovevano mettere in atto per risolvere i problemi matematici

Le competenze



1. Matematizzare un problema
2. Usare le «Convenzioni»
3. Rappresentare con dei «Modelli »



Metodologia

Domande stimolo: l'argomento viene introdotto attraverso delle domande a cui segue discussione collettiva sulle risposte



Attività didattiche nate dalle risposte degli studenti : dall'astrazione alla pratica

- Come immaginate un binomio al cubo ?
- Cosa vi ricordano le parole « cubo » e « binomio » ?
- Com'è fatto un cubo ? cosa c'è dentro ?
- Cosa abbiamo ottenuto ? ... cosa ci possiamo fare ? (matematizzazione di un problema)
- Cosa vuol dire riempire uno spazio ?
- Come possiamo calcolarci lo spazio da occupare ?
- Cosa possono avere in comune il cubo di un binomio e le forme geometriche realizzate per occupare lo spazio vuoto del cubo ?
- Spazio e volume indicano la stessa grandezza ? Siete sicuri ?
- Perché è utile calcolarsi il cubo del binomio ? (consolidamento del conetto)

- Sviluppo algebrico tradizionale del cubo di un binomio: linguaggio algebrico –linguaggio naturale
- Costruzione del cubo con cartoncino bristol : dal problema matematico al problema reale
- Scomposizione immaginaria del cubo con dei piani passanti per i lati a ; b
- Costruzione dei parallelepipedi risultati dalla scomposizione immaginaria : interpretazione Ricomposizione dello spazio vuoto del cubo : formulazione
- Analisi del modello geometrico e del numero dei costituenti del cubo: trovare le soluzioni
- Sostituzione delle lettere con le misure vere delle forme geometriche costruite
- Relazioni tra frazione; proporzioni e rapporto (consolidamento dell'esperienza)
- Verifica finale sull'argomento e verifica incrociata con altra disciplina (le proporzioni e le % in chimica)
- Dal cubo al dado : accenni al calcolo probabilistico

I materiali :

Cartoncino bristol colorato

Forbici

Colla

Scotch

Righelli

Calcolatrice

Ambiente in cui è stato
sviluppato il percorso



L'aula si trasforma in
laboratorio

ORE DEDICATE ALL'ATTIVITA'

1. MESSA A PUNTO PRELIMINARE : 4 ORE
2. PROGETTAZIONE SPECIFICA: 4 ORE
3. TEMPO SCUOLA DI SVILUPPO PERCORSO : 12 ORE
4. PER DOCUMENTAZIONE : 6 ORE

TOTALE ORE 26 ORE

COSA E' UN BINOMIO ?

In matematica si
definisce **binomio** la somma
algebrica di due monomi

$$(a + b)$$

PRIMO
ARGOMENTO

SECONDO
ARGOMENTO

CUBO DI UN BINOMIO

$$(a + b)^3$$


Si legge “(a+b) elevato alla terza potenza”
ma anche: “a+b elevato al cubo”

CUBO DI UN BINOMIO

$$(a+b)^3 = (a+b) \times (a+b) \times (a+b)$$

**QUESTO E ' LO SVILUPPO ALGEBRICO
DEL BINOMIO ELEVATO ALLA TERZA**

sviluppando otteniamo 4 argomenti :


$$(\textcolor{red}{a}+\textcolor{yellow}{b})^3 = (\textcolor{red}{a}+\textcolor{yellow}{b})^2 \times (\textcolor{red}{a}+\textcolor{yellow}{b})$$


$$= (\textcolor{red}{a}^2+2\textcolor{red}{a}\textcolor{yellow}{b}+\textcolor{yellow}{b}^2) \times (\textcolor{red}{a}+\textcolor{yellow}{b})$$


$$= (\textcolor{red}{a}^3 + 3\textcolor{red}{a}^2\textcolor{yellow}{b} + 3\textcolor{red}{a}\textcolor{yellow}{b}^2 + \textcolor{yellow}{b}^3)$$

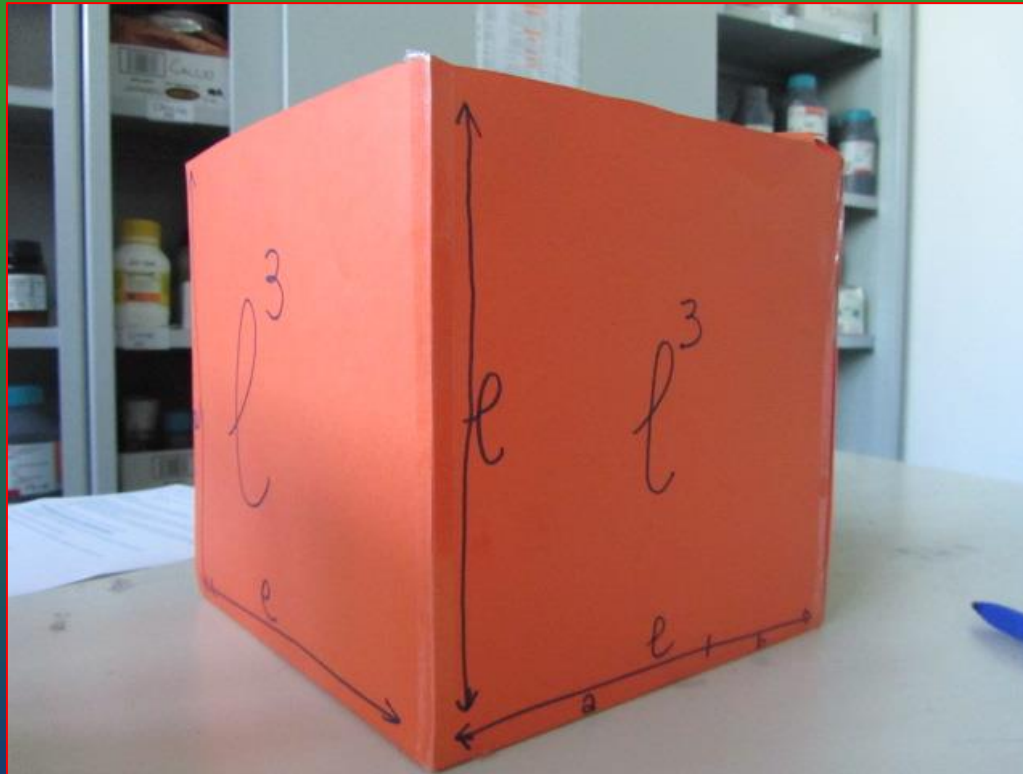

Primo
argomento


Secondo
argomento


Terzo
argomento

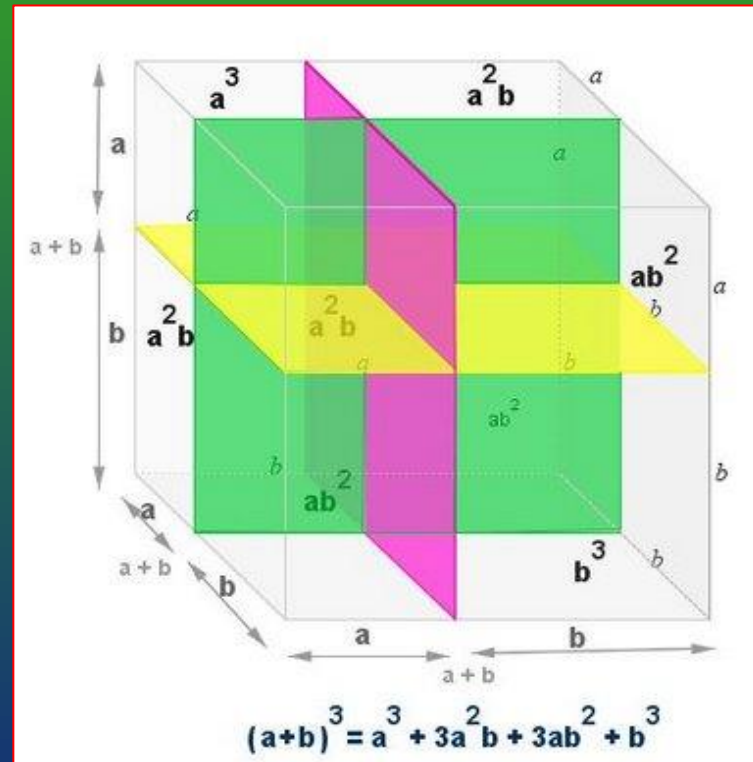
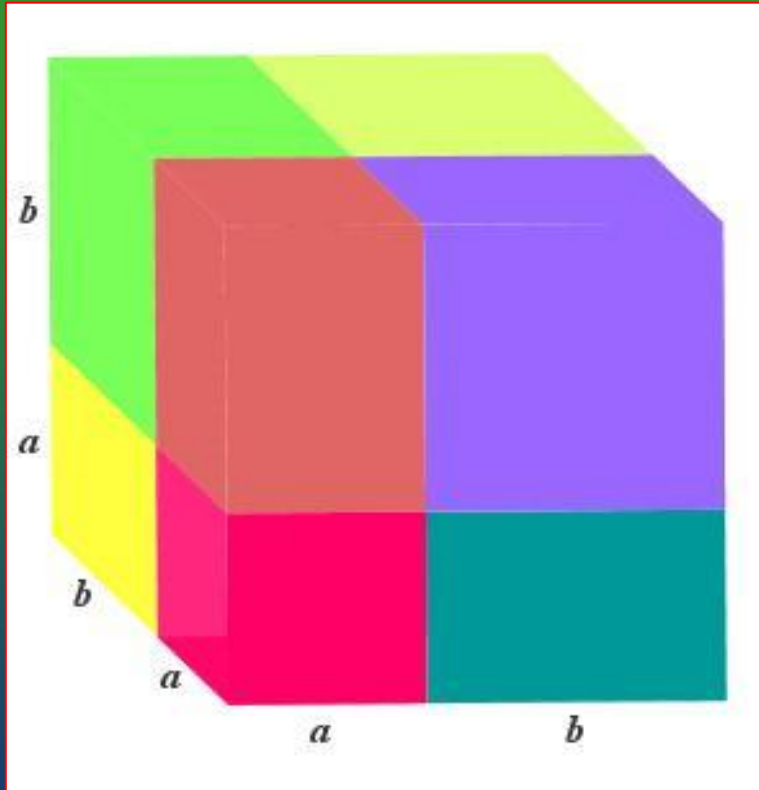

Quarto
argomento

Ma cosa è un cubo ? ...



PROVIAMO A CREARE UN
MODELLO GEOMETRICO ...

IMMAGINIAMO DI SCOMPORRE IL CUBO CON DEI PIANI



Dato che il volume di un cubo di lato ℓ è
uguale a ℓ^3

se $\ell = (a+b)$ ne viene che un cubo che ha un
lato di lunghezza $(a+b)$ ha un volume dato
da $v = (a + b)^3$

Quindi il cubo di un binomio si può
interpretare geometricamente come il
volume di un cubo di lato $\ell = (a+b)$.

Dal momento che vale la relazione

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

ci possiamo chiedere se anche questi quattro termini hanno un significato geometrico.

Ebbene: sì!

I quattro termini rappresentano i volumi di otto parallelepipedo che hanno rispettivamente i lati seguenti:

un cubo di lato a

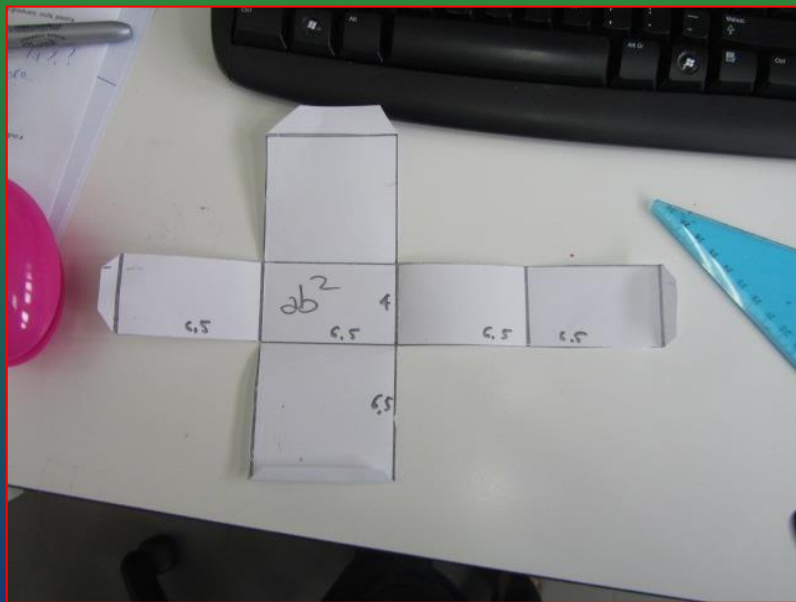
tre parallelepipedo di lati: a, a, b

tre parallelepipedo di lati: a, b, b

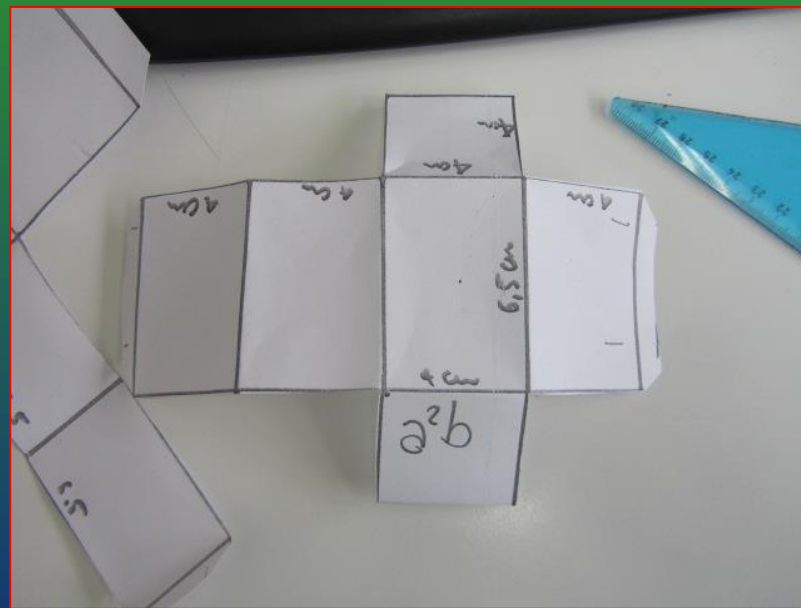
un cubo di lato b

ORA SVILUPPIAMOLI GEOMETRICAMENTE ...

COSTRUENDOLI TUTTI



$a = 4 \text{ cm}$



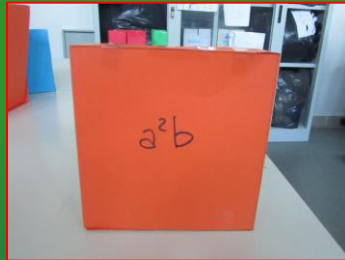
$b = 6,5 \text{ cm}$

ECCO COSA ABBIAMO OTTENUTO



3

$$ab^2 = 4 \times (6,5)^2 \text{ cm}^3$$



3

$$a^2b = (4)^2 \times 6,5 \text{ cm}^3$$



1

$$b^3 = (6,5)^3 \text{ cm}^3$$



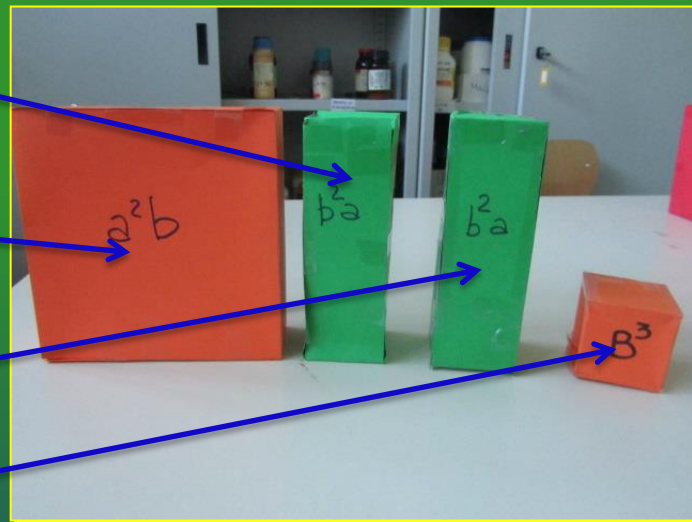
1

$$a^3 = (4)^3 \text{ cm}^3$$

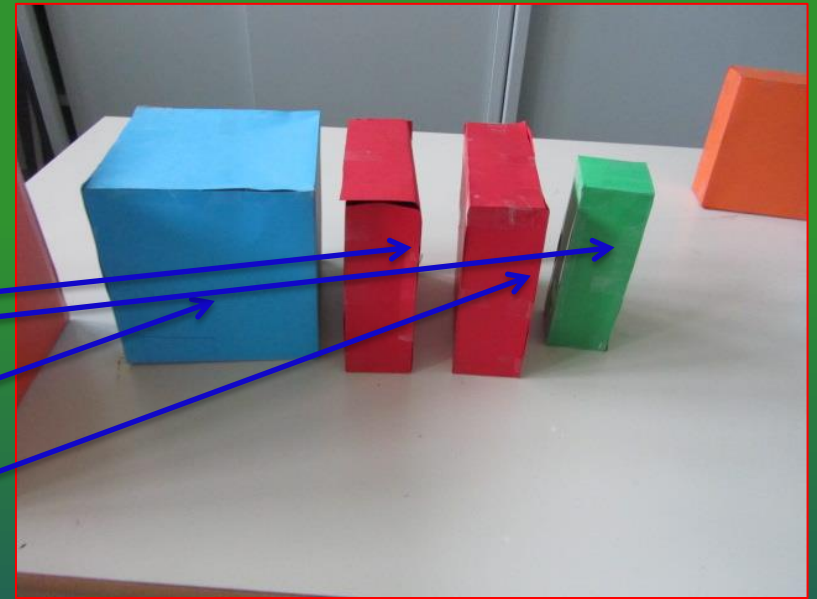
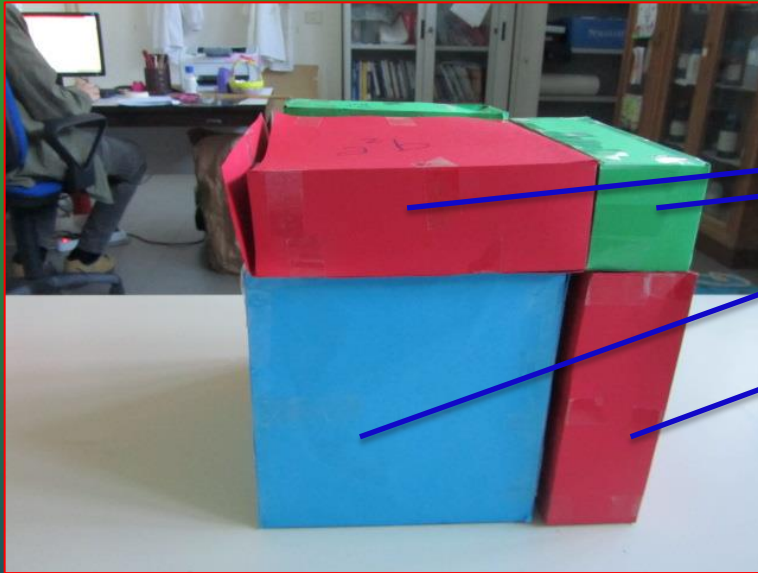


FACENDO BRICOLAGE ... RICOMPONIAMO IL C U B O

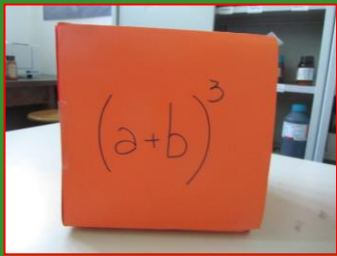




prima faccia



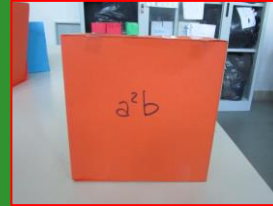
seconda faccia



=



+



+



+



$$(a+b)^3 = a^3 + 3ab^2 + 3a^2b + b^3$$

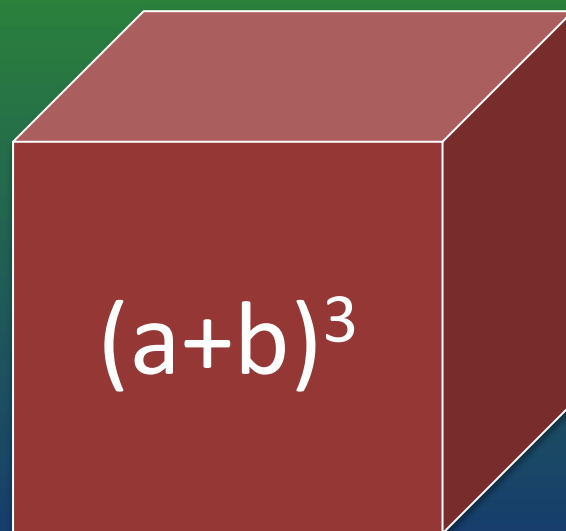
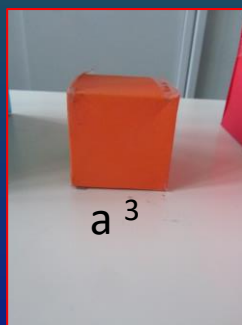
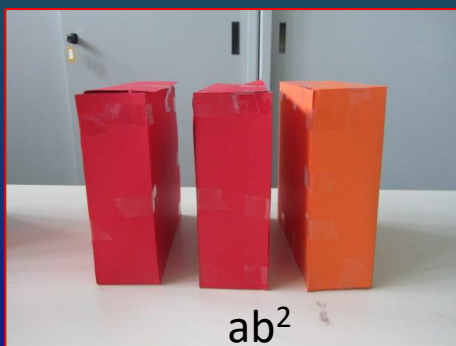
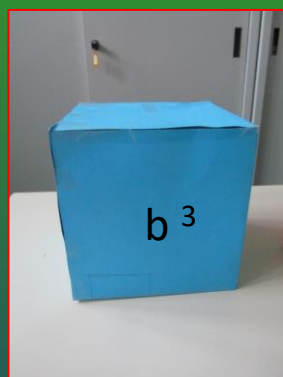
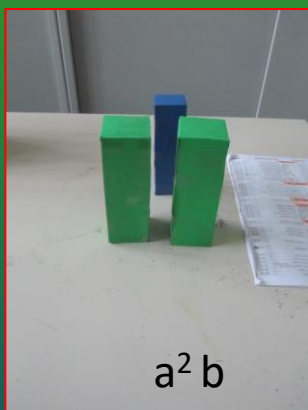


CONCLUSIONI :

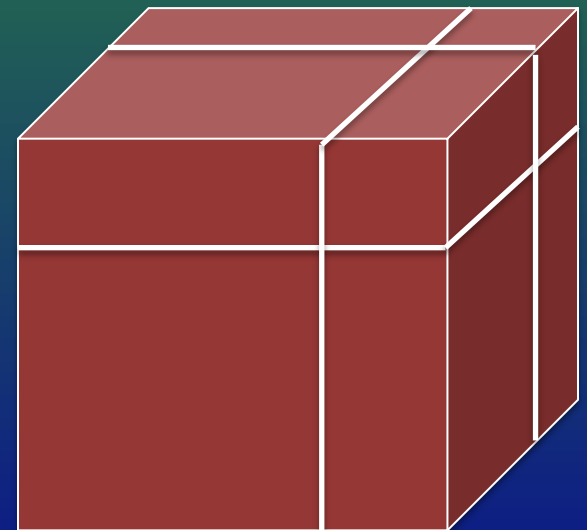
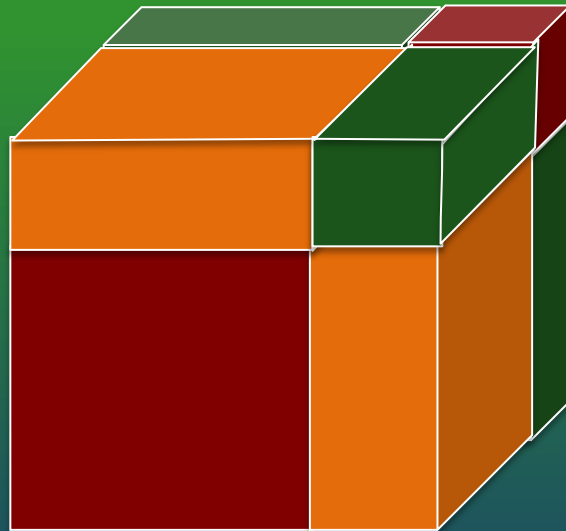
L'OPERAZIONE DI FARE IL CUBO DI UN
BINOMIO SI PUO' INTERPRETARE IN
TERMINI GEOMETRICI COME IL
CALCOLO DEL VOLUME DI UN CUBO ...
PER QUESTA RAGIONE SI DICE ANCHE
CHE IL BINOMIO E' ELEVATO AL CUBO!!!

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

QUALE RAPPORTO ESISTE TRA I VOLUMI DELLE SINGOLE FIGURE E IL VOLUME DEL CUBO?



CONSOLIDAMENTO DELL'ESPERIENZA CON SIMULAZIONE INFORMATICA



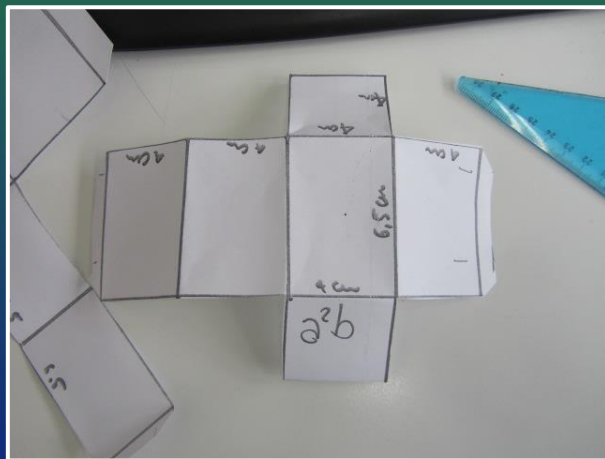
CALCOLIAMO IL VOLUME DEL TERMINE

$$a^2b :$$

basta trovare l'area di base e moltiplicarla per l'altezza h del parallelepipedo.

IL nostro **parallelepipedo rettangolo** a^2b ha altezza h di 4cm, lato di base minore pari a 4 cm e lato di base maggiore pari a 6,5 cm.

L'area A del rettangolo di base è $A = \text{base minore} \times \text{base maggiore} = 4 \times 6,5 = 26$ cm quadrati. A questo punto il volume totale del parallelepipedo è $V = A \times h = 26 \times 4 = 104$ cm cubi.



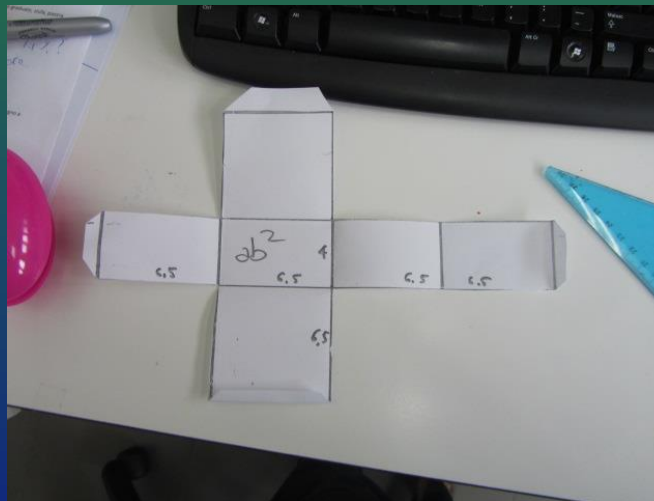
$$a^2b = 104 \text{ cm}^3$$

CALCOLIAMO IL VOLUME DEL TERMINE ab^2 :

basta trovare l'area di base e moltiplicarla per l'altezza h del parallelepipedo.

IL nostro **parallelepipedo rettangolo** ab^2 ha altezza h di 4cm, lato di base minore pari a 6,5 cm e lato di base maggiore pari a 6,5 cm.

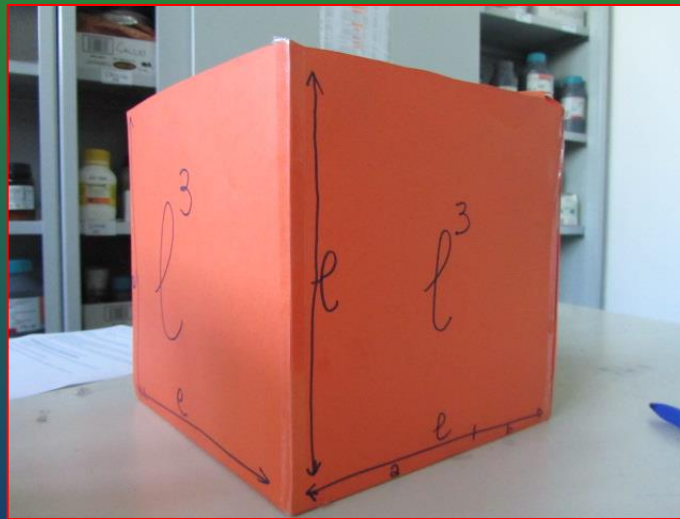
L'area A del rettangolo di base è $A = \text{base minore} \times \text{base maggiore} = 6,5 \times 6,5 = 42,25$ cm quadrati. A questo punto il volume totale del parallelepipedo è $V = A \times h = 42,25 \times 4 = 169$ cm cubi.



$$ab^2 = 169 \text{ cm}^3$$

CALCOLIAMO IL VOLUME DEL CUBO:

Volume del cubo $\ell^3 = \ell \times \ell \times \ell = 10,5 * 10,5 * 10,5 = 1157,625$ cm cubi



$$\ell^3 = 1157,625 \text{ cm}^3$$

ORA IMPOSTIAMO LA PROPORZIONE PER CAPIRE IL RAPPORTO SULL'INTERO:

$$ab^2 \quad 1157,265 : 1 = 169 : X$$

$$X = 169 \times 1 / 1157,265$$

$$X = 0,055$$

$$a^2b \quad 1157,265 : 1 = 104 : X$$

$$X = 104 \times 1 / 1157,265$$

$$X = 0,09$$

CALCOLIAMO I VOLUMI :

FORMULA	CALCOLO	VOLUME DEI SINGOLI ARGOMENTI	VOLUME TOTALE
a^3	$(4)^3$	64 cm^3	64 cm^3
b^3	$(6,5)^3$	$274,625 \text{ cm}^3$	$274,625 \text{ cm}^3$
a^2b	$(4)^2 \times 6,5$	104 cm^3	$104 \times 3 = 312 \text{ cm}^3$
ab^2	$(6,5)^2 \times 4$	169 cm^3	$169 \times 3 = 507 \text{ cm}^3$
$(a+b)^3$	$(10,5)^3$	$1157,625 \text{ cm}^3$	$1157,625 \text{ cm}^3$

MENTRE I RAPPORTI TRA I VOLUMI SONO:

	Rapporto	Frazione
a^3	$64 : 1157,625 = \mathbf{0.055}$	$\frac{1}{18,087} = 0,055$
b^3	$274,625 : 1157,625 = \mathbf{0.237}$	$\frac{1}{4,2153} = 0,237$
a^2b	$104 : 1157,625 = \mathbf{0.09}$	$\frac{1}{11,131} = 0,09$
ab^2	$169 : 1157,625 = \mathbf{0.146}$	$\frac{1}{6,849} = 0,146$
$(a+b)^3$	$1157,625 : 1157,625 = \mathbf{1}$	$\frac{1}{1} = 1$

COSA ABBIAMO IMPARATO ?

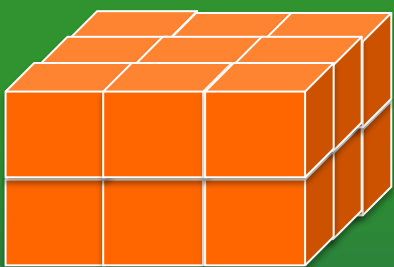
Che elevare un binomio $(a+b)$ alla terza potenza è come calcolare il volume di un cubo di lato $\ell = a+b$.

E' per questa proprietà geometrica che si usa dire che il binomio è “elevato al cubo”.

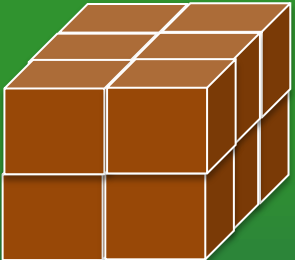
CONSOLIDAMENTO DELL'ESPERIENZA CON UN ESEMPIO NUMERICO :

$$(3+2)^3 = (3)^3 + 3 \times (3^2 \times 2) + 3 \times (3 \times 2^2) + (2)^3$$
$$125 = 27 + 54 + 36 + 8$$

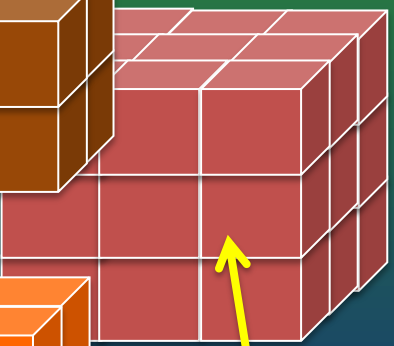
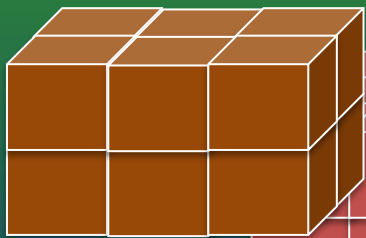
$3^2 \times 2 = 18$



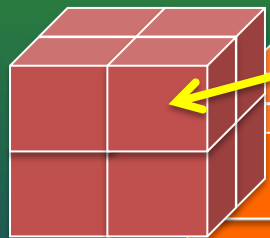
$3 \times 2^2 = 12$



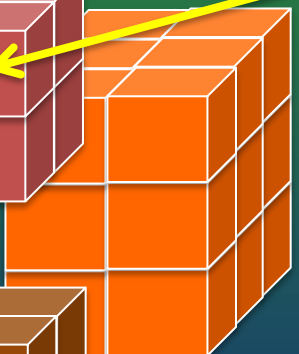
$3 \times 2^2 = 12$



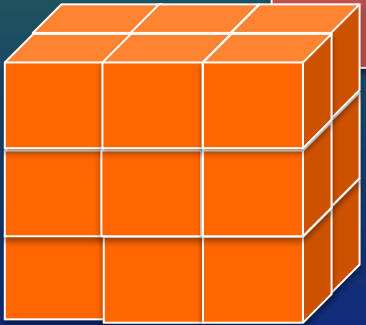
$2^3 = 8$



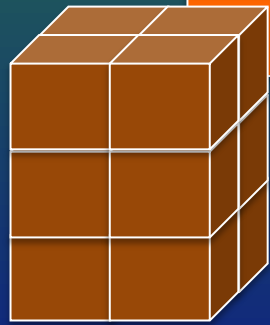
$3^2 \times 2 = 18$



$3^2 \times 2 = 18$



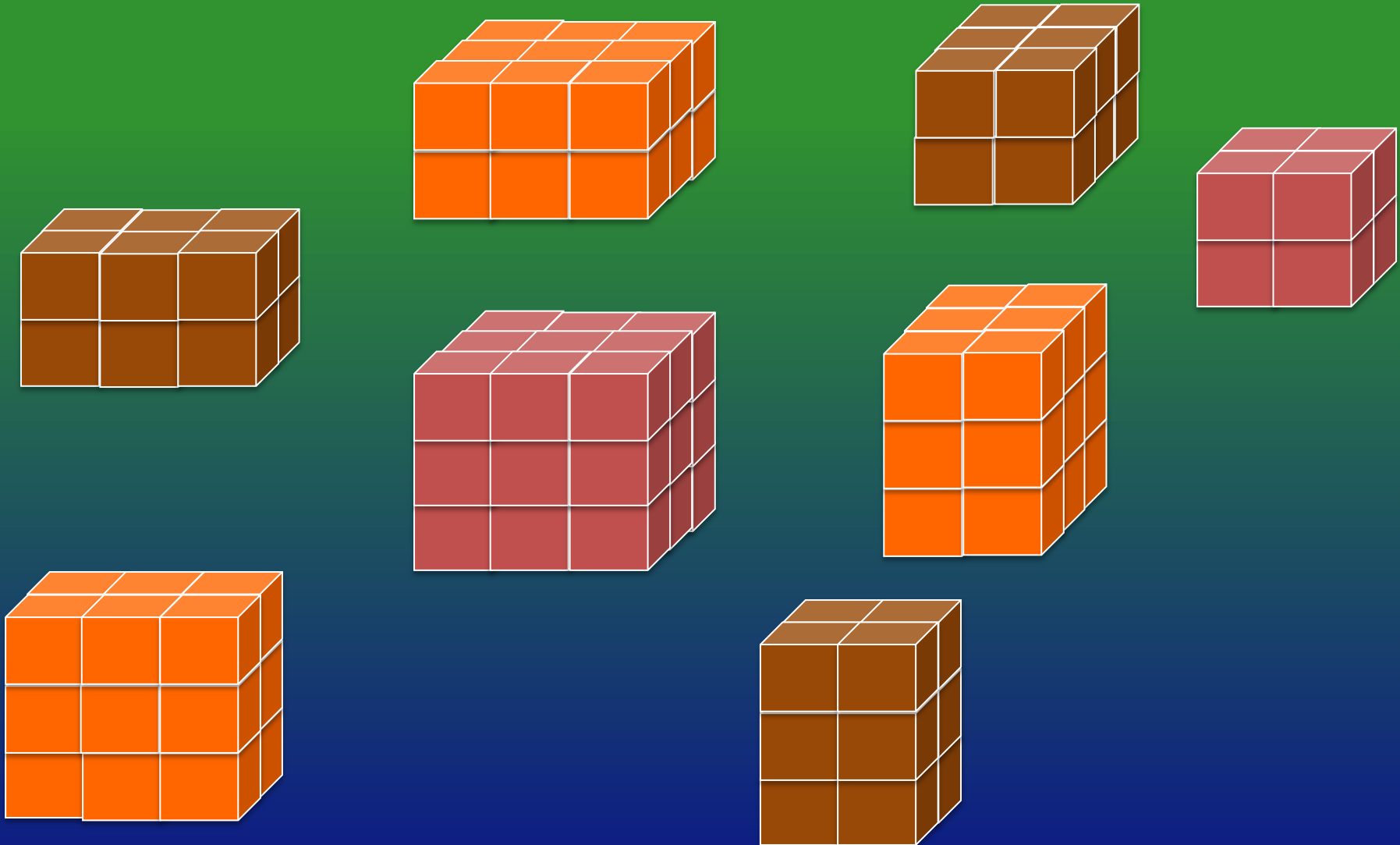
$3^3 = 27$



$3 \times 2^2 = 12$

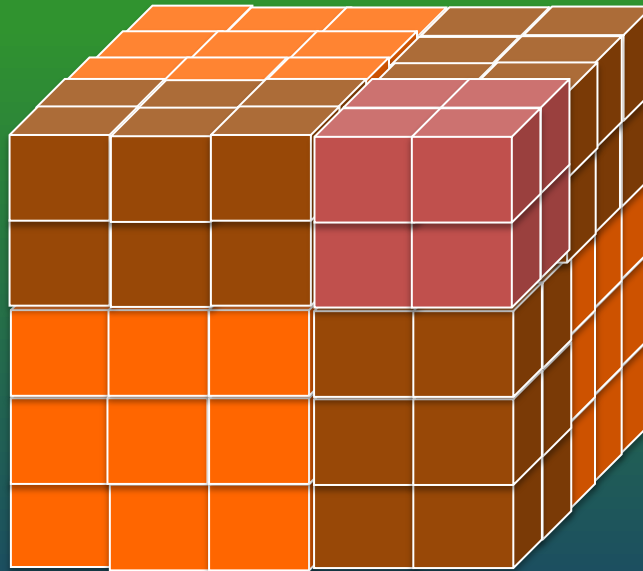


$$(3+2)^3 = (3)^3 + 3 \times (3^2 \times 2) + 3 \times (3 \times 2^2) + (2)^3$$
$$125 = 27 + 54 + 36 + 8$$



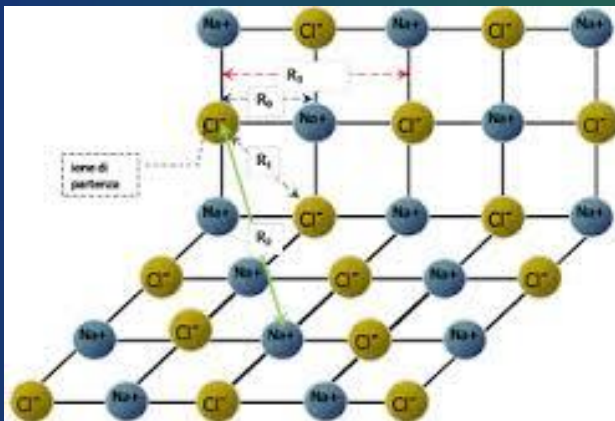
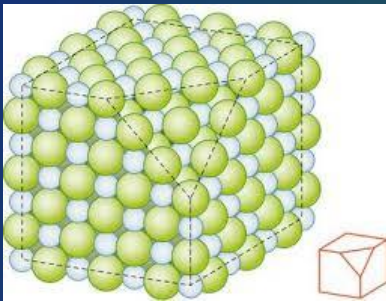
$$(3+2)^3 = (3)^3 + 3 \times (3^2 \times 2) + 3 \times (3 \times 2^2) + (2)^3$$
$$125 = 27 + 54 + 36 + 8$$

125

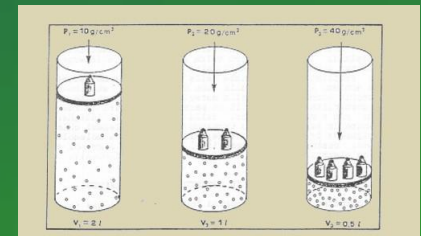


IN QUALI ALTRE DISCIPLINE PUOI UTILIZZARE IL CALCOLO DEI VOLUMI ???

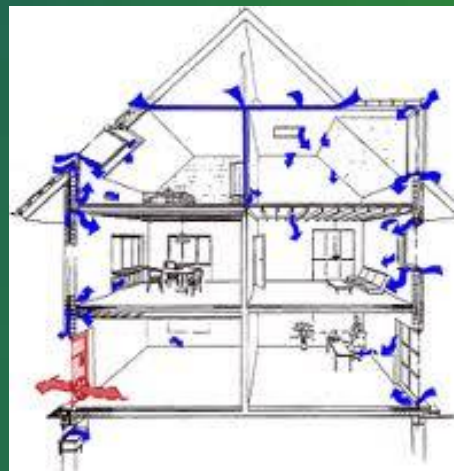
CHIMICA



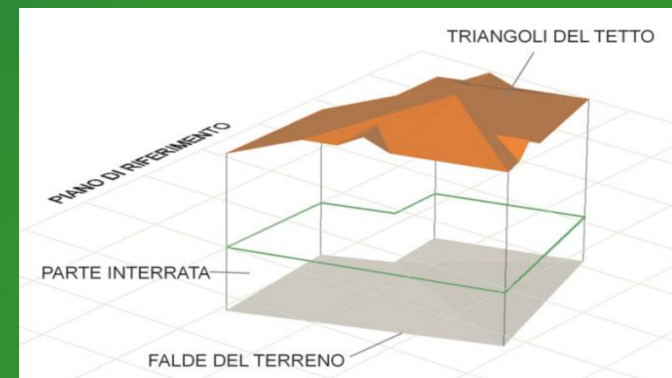
FISICA



EDILIZIA



TOPOGRAFIA



Verifica degli apprendimenti

Le valutazioni sono state fatte in itinere osservando come gli alunni si comportavano durante le attività sperimentali e come rispondevano alle domande stimolo proposte prima delle attività. La verifica sommativa è stata proposta alla fine delle attività e alcuni concetti sono stati ripresi nelle verifiche di chimica.

Valutazione del LSS sull'efficacia

Gli alunni hanno mostrato interesse e partecipazione attiva durante tutta l'attività proposta. Si sono dimostrati collaborativi e curiosi. Hanno superato le non poche difficoltà manipolative, portando a termine ognuno in maniera personale il compito assegnato. Le ore dedicate alla pratica hanno richiesto uno sforzo maggiore in termini di organizzazione e progettazione nel rispetto però dello svolgimento del programma curricolare. Il cambiamento metodologico ha portato a non pochi dubbi e perplessità nei docenti che con la collaborazione e il confronto del gruppo di lavoro LSS e le indicazioni dei formatori hanno individuato le azioni correttive da fare, ma anche il gradimento e stupore generale da parte degli allievi. Le criticità incontrate sono state nell'interdisciplinarietà ... far coincidere l'argomento con l'insegnamento in altre discipline non sempre è possibile. L'attività comunque nell'insieme ha raggiunto risultati positivi .