

REGIONE  
TOSCANA

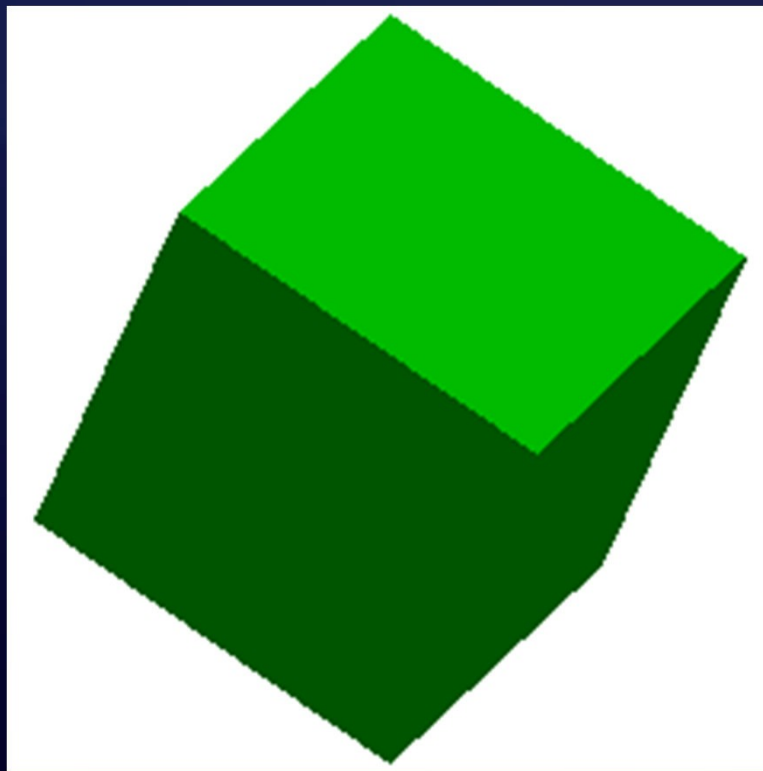


**Prodotto realizzato con il contributo della Regione Toscana  
nell'ambito dell'azione regionale di sistema**

# **Laboratori del Sapere Scientifico**

# I SOLIDI PLATONICI:

## LE MERAVIGLIE DEL CUBO



## *Le meraviglie del cubo*

### OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO:

#### ACQUISIZIONE DEI CONCETTI DI

- spazio;
- rette parallele, perpendicolare e sghembe;
- piani paralleli e perpendicolari;
- diagonali

#### SAPER RICONOSCERE LE PARTI DEL CUBO

- Manipolare e verbalizzare le caratteristiche visibili del cubo;
- Estrapolare le caratteristiche meno ovvie (riconoscere la diagonale del cubo e delle facce del cubo).

## *Le meraviglie del cubo*

### ANNO DEL LIVELLO SCOLARE PRESENTATO:

- Scuola secondaria di primo grado

*Le meraviglie del cubo*

COLLOCAZIONE DEL PERCORSO

EFFETTUATO NEL CURRICOLO

VERTICALE:

- terza media

## *Le meraviglie del cubo*

### ELEMENTI SALIENTI DELL'APPROCCIO

#### METODOLOGICO:

Tramite l'osservazione e la manipolazione di modelli di cubo si arriva a riconoscerne le parti e a immaginare nello spazio.

## *Le meraviglie del cubo*

### ELEMENTI SALIENTI DELL'APPROCCIO

#### METODOLOGICO:

- Esperire concetti geometrici (osservazione, manipolazione, costruzione, movimento, disegno)
- Visione dinamica delle figure (attraverso spigoli, vertici, angoli)
- Schede
- Domande interessanti (piccoli problemi)
- Verbalizzazione dell'esperienza vissuta
- Conversazione matematica

## *Le meraviglie del cubo*

### MATERIALI, APPARECCHI E STRUMENTI

#### IMPIEGATI:

- Modelli di cubo in polydron;
- Cannucce;
- Asticelle di legno;
- Cartoncini colorati;
- Carta, post-it;
- Righello;

## *Le meraviglie del cubo*

### MATERIALI, APPARECCHI E STRUMENTI:

- Aula
- Laboratorio didattico
- Aula con lim

## *Le meraviglie del cubo*

### TEMPO IMPIEGATO:

- PER LA MESSA A PUNTO PRELIMINARE NEL GRUPPO LSS: 6 ore
- PER LA PROGETTAZIONE SPECIFICA E DETTAGLIATA NELLA CLASSE: 6 ore
- TEMPO-SCUOLA : Un mese e mezzo per un totale di 12 ore;
- PER DOCUMENTAZIONE: 20 ore

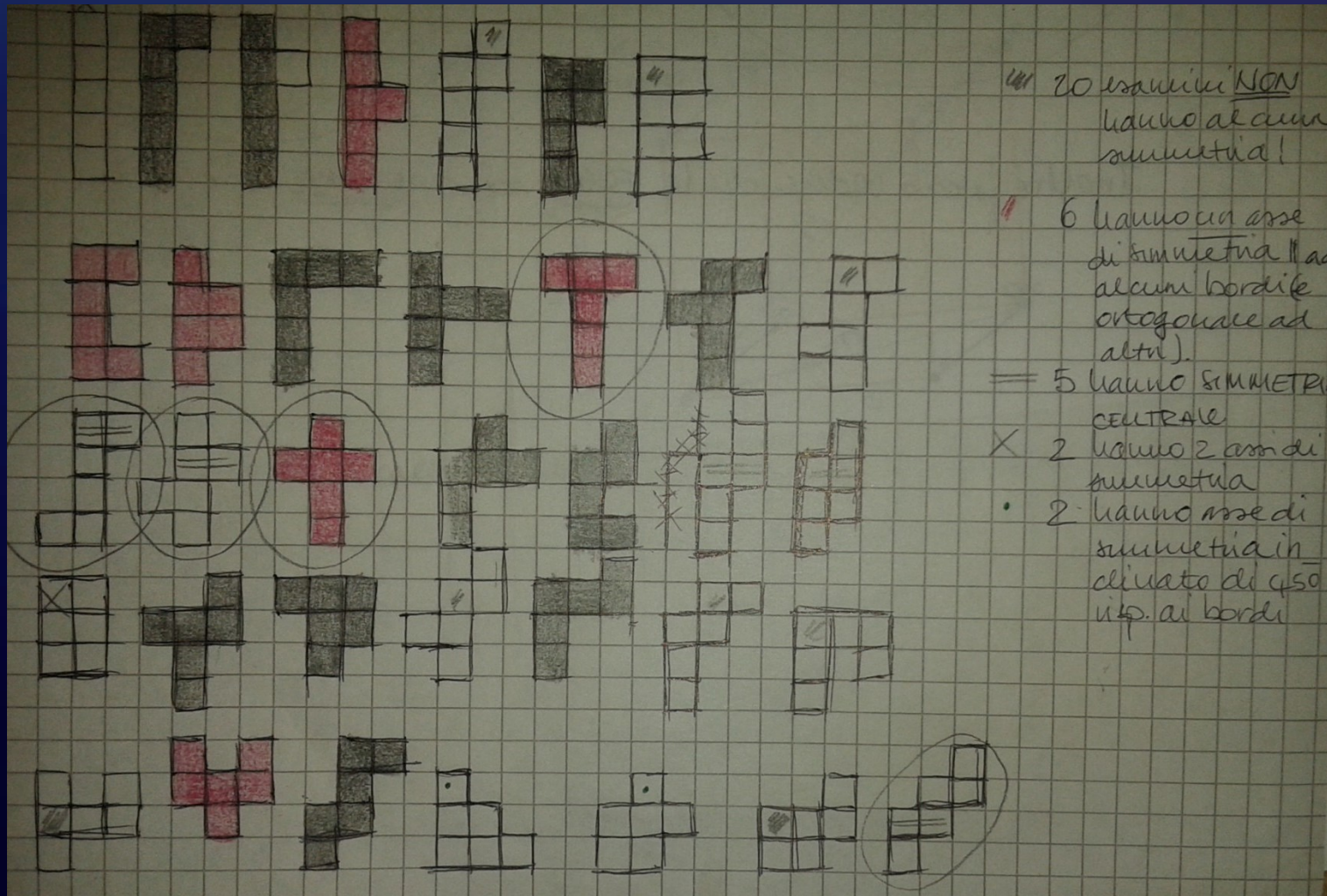
*Le meraviglie del cubo*

**UNO SCHELETRO DI CUBO È FONTE DI  
MOLTE OSSERVAZIONI**

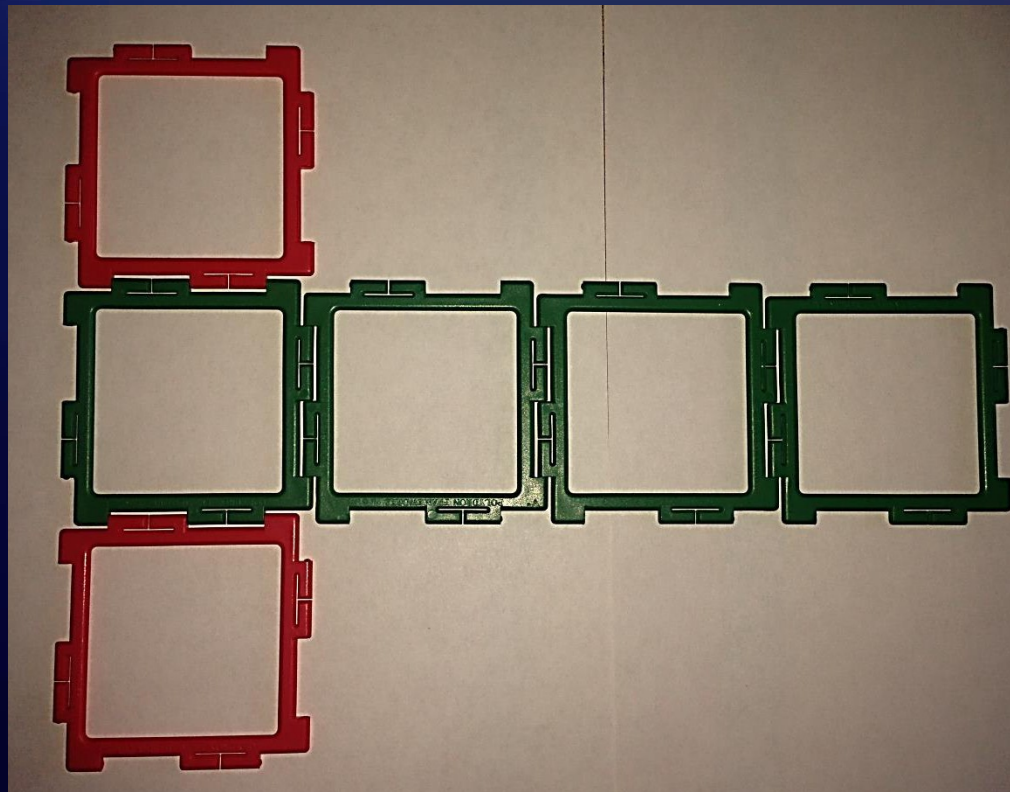
**OGNI ALUNNO HA A DISPOSIZIONE  
UNO SCHELETRO DI CUBO**

# Le meraviglie del cubo

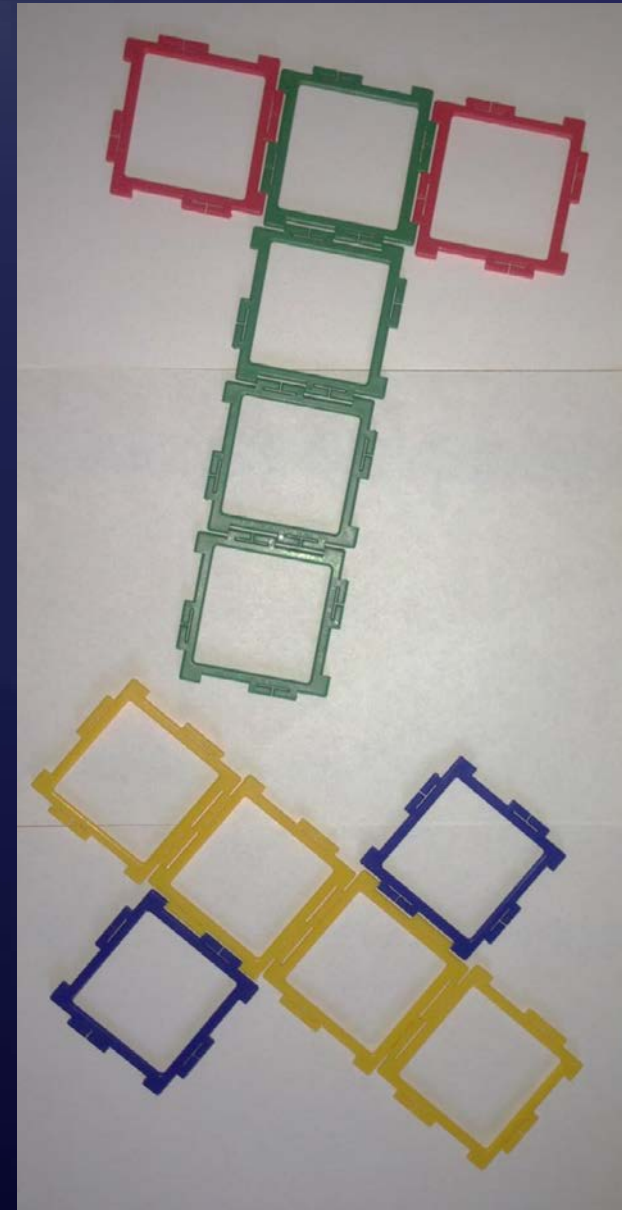
Gli alunni devono progettare sviluppi del cubo



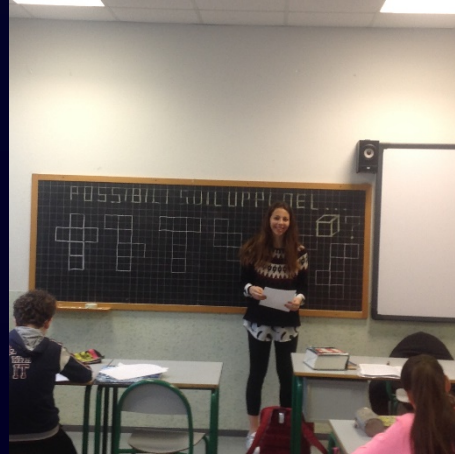
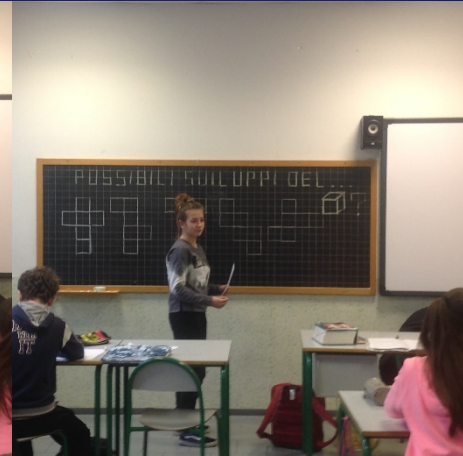
# Le meraviglie del cubo



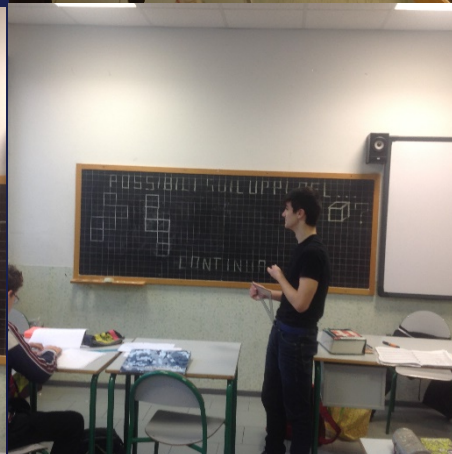
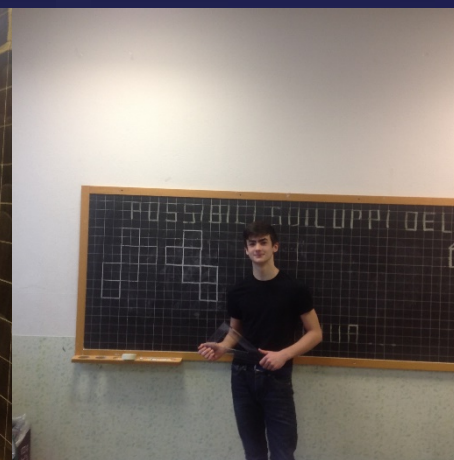
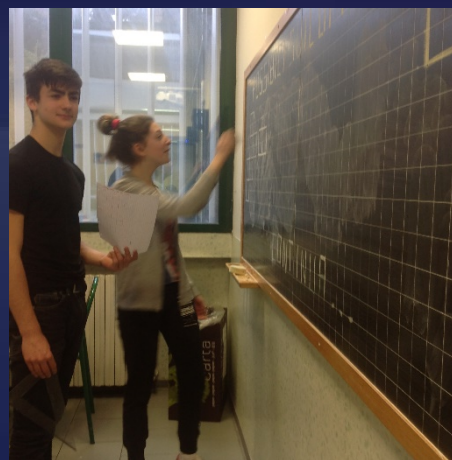
Dal giusto sviluppo si costruisce il cubo



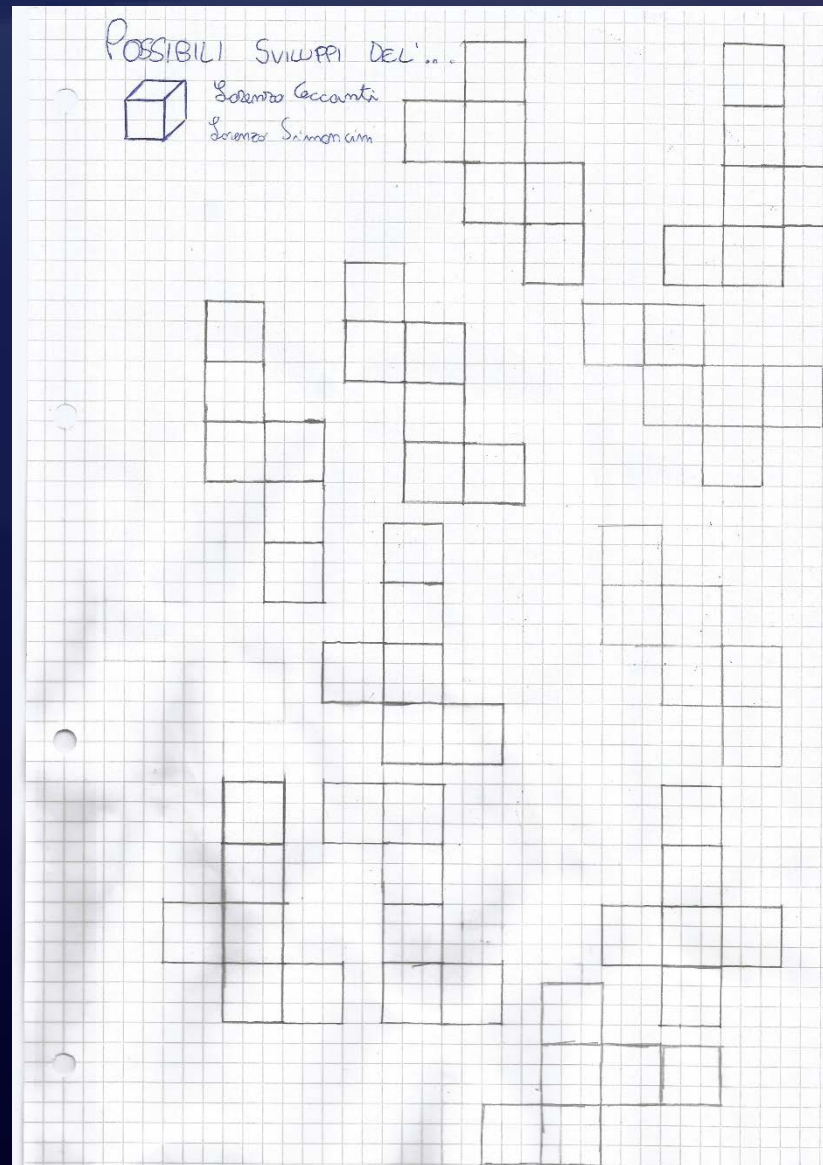
# Le meraviglie del cubo




# Le meraviglie del cubo



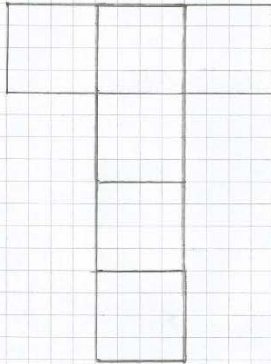
# Le meraviglie del cubo



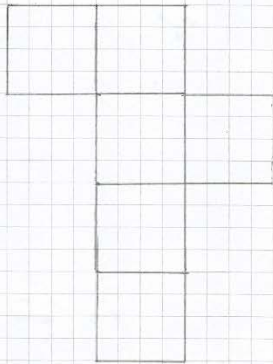
# Le meraviglie del cubo

Possibili sviluppi del 

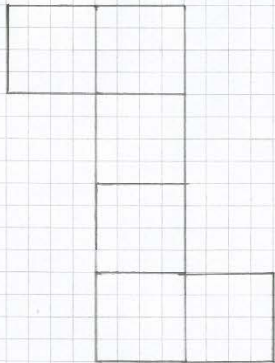
1



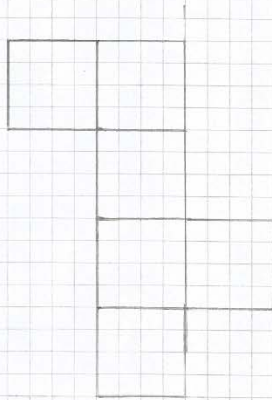
2



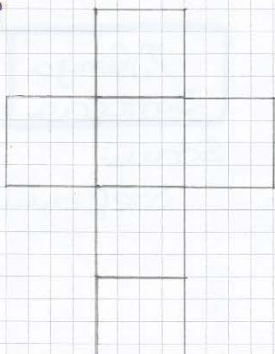
3



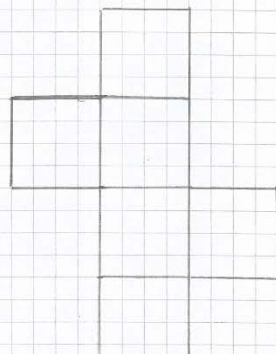
4



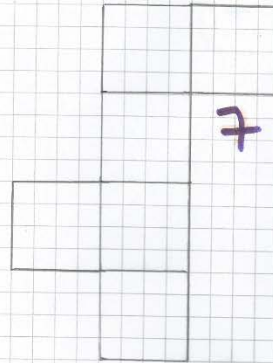
5



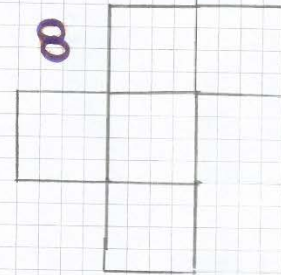
6



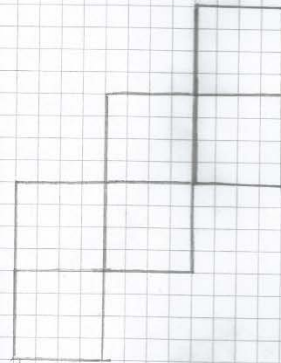
7



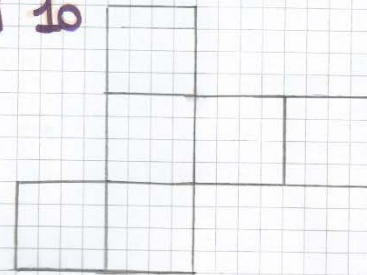
8



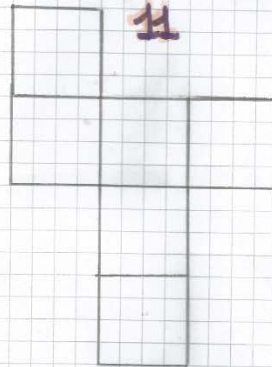
9



10



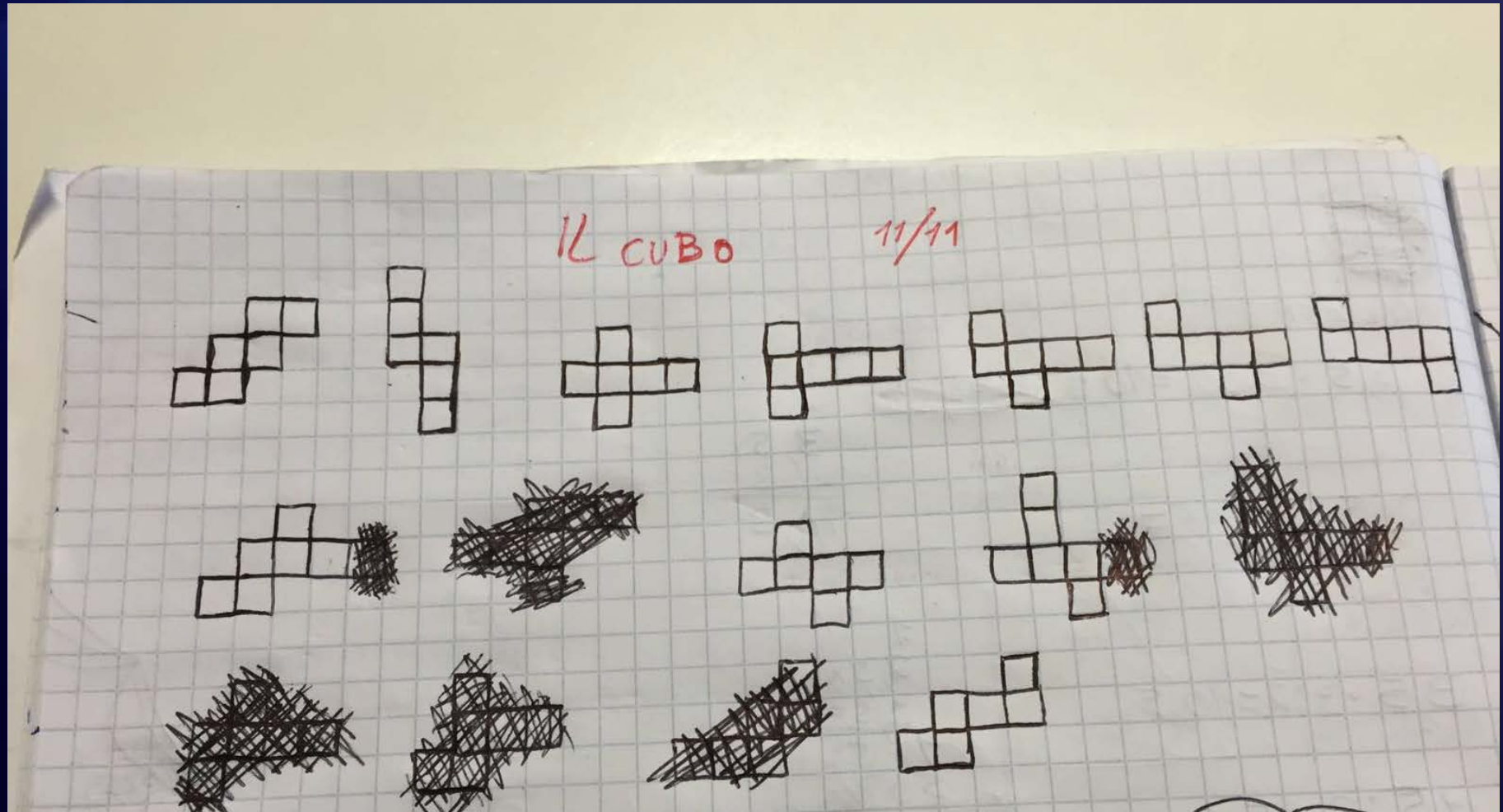
11



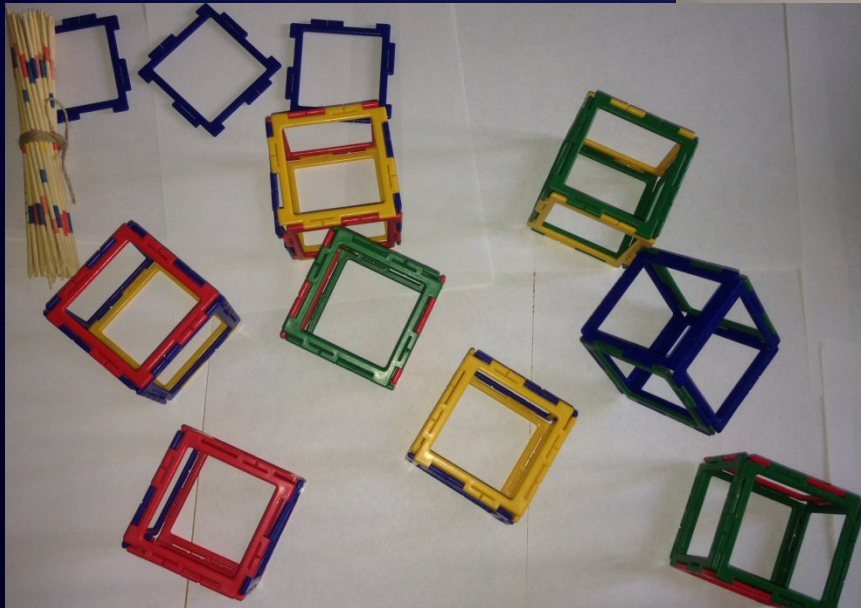
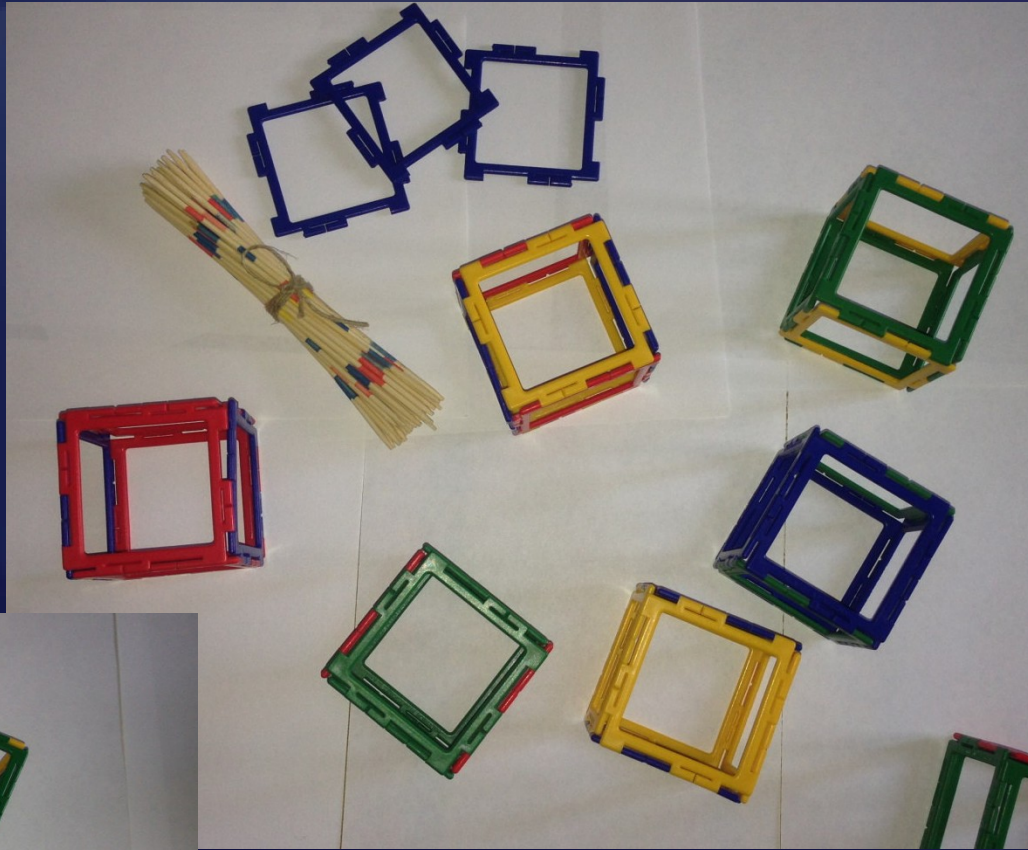
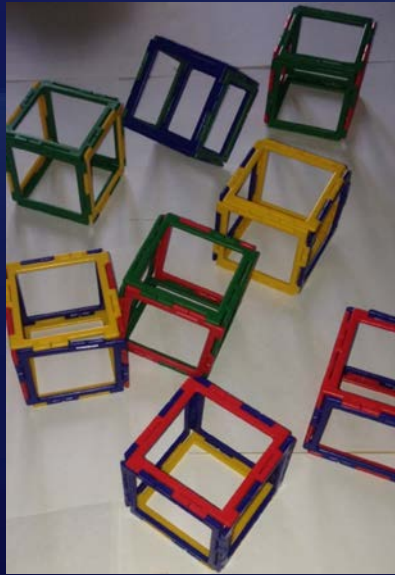
Jlenia  
Dmtora

Scavi:  
Stepanini

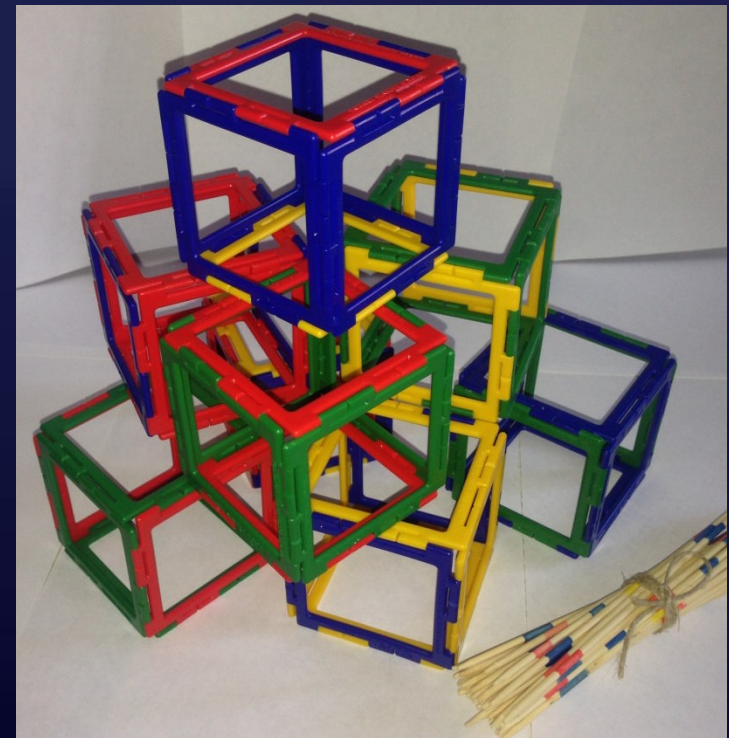
# Le meraviglie del cubo



# Le meraviglie del cubo



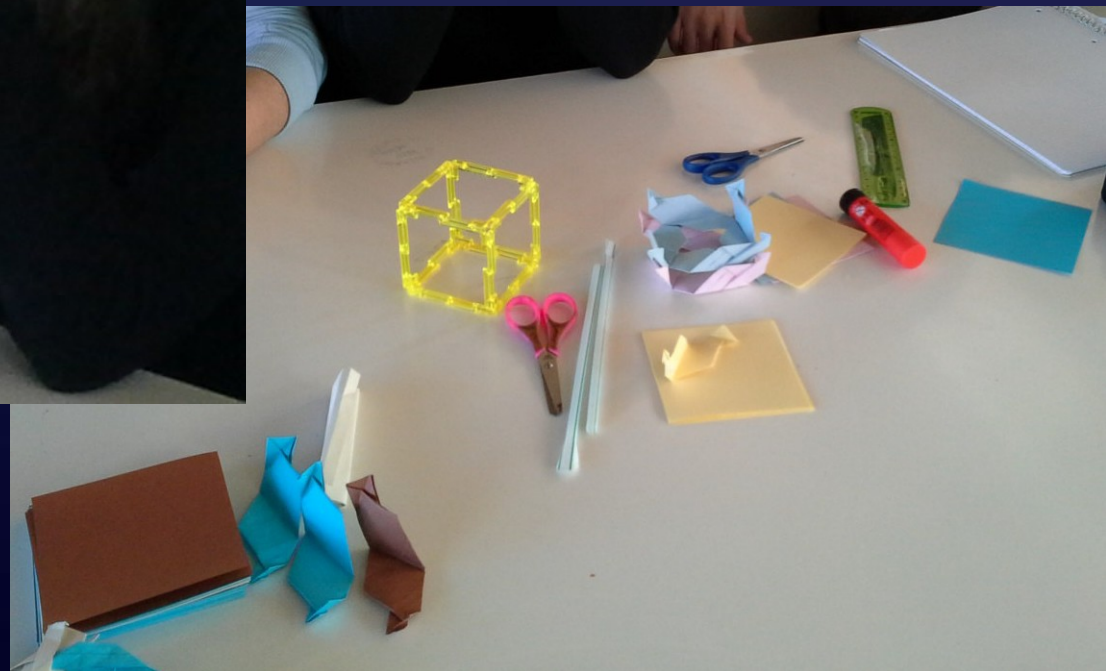
# Le meraviglie del cubo



# Le meraviglie del cubo



Cominciamo a costruire



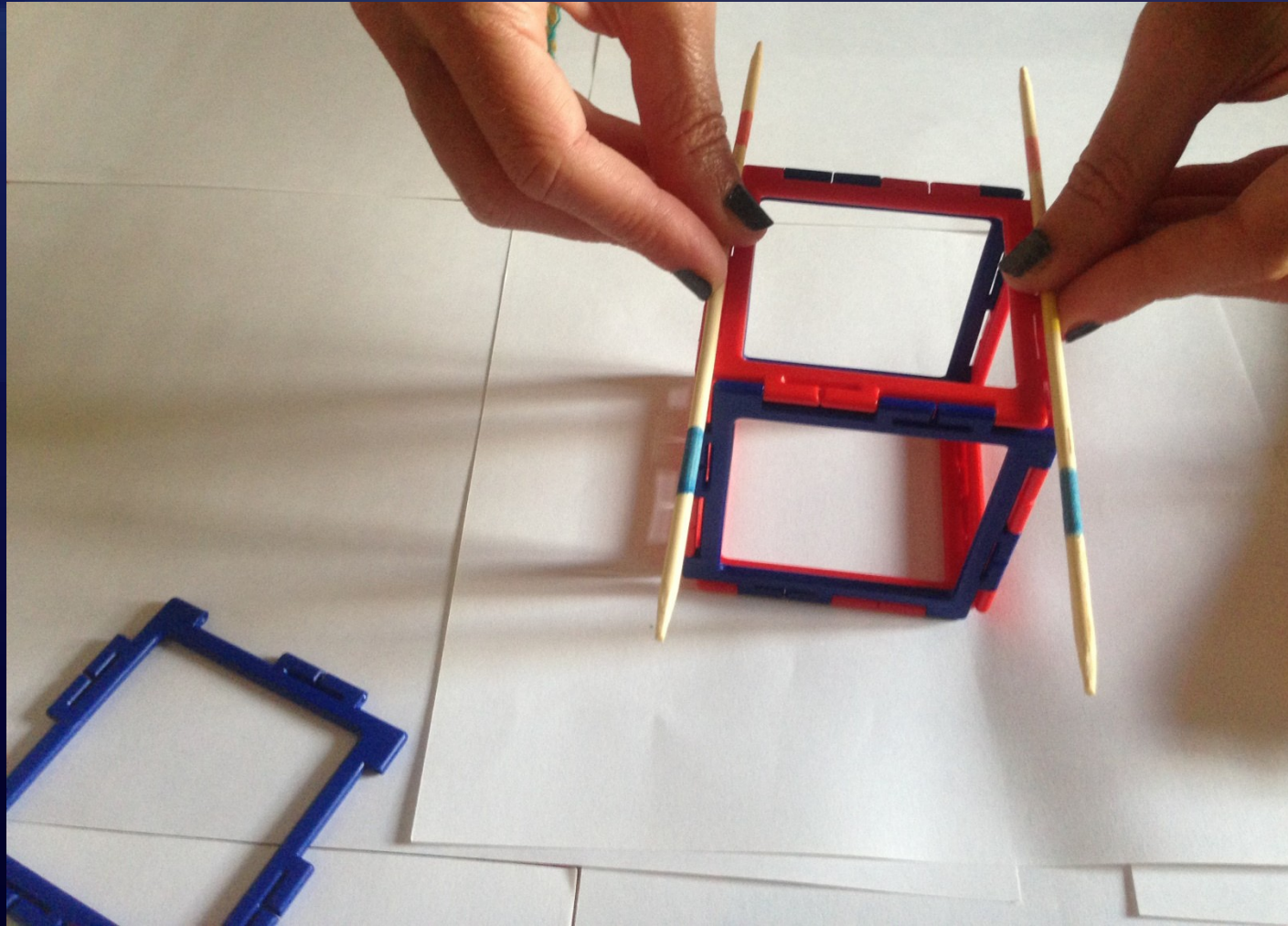
# Le meraviglie del cubo



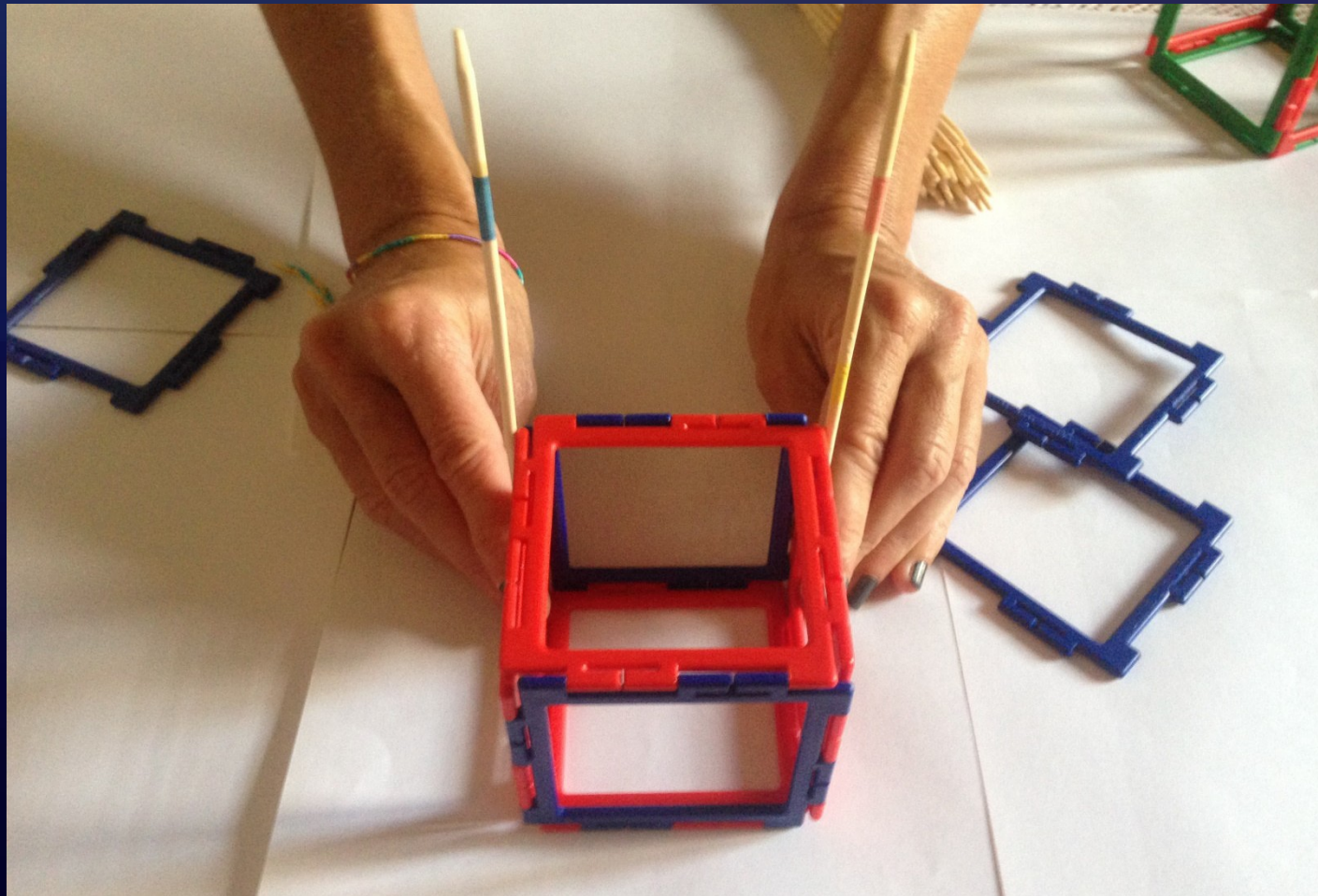
*Le meraviglie del cubo*

QUALI RETTE APPARTENGONO A  
QUALI SPIGOLI?

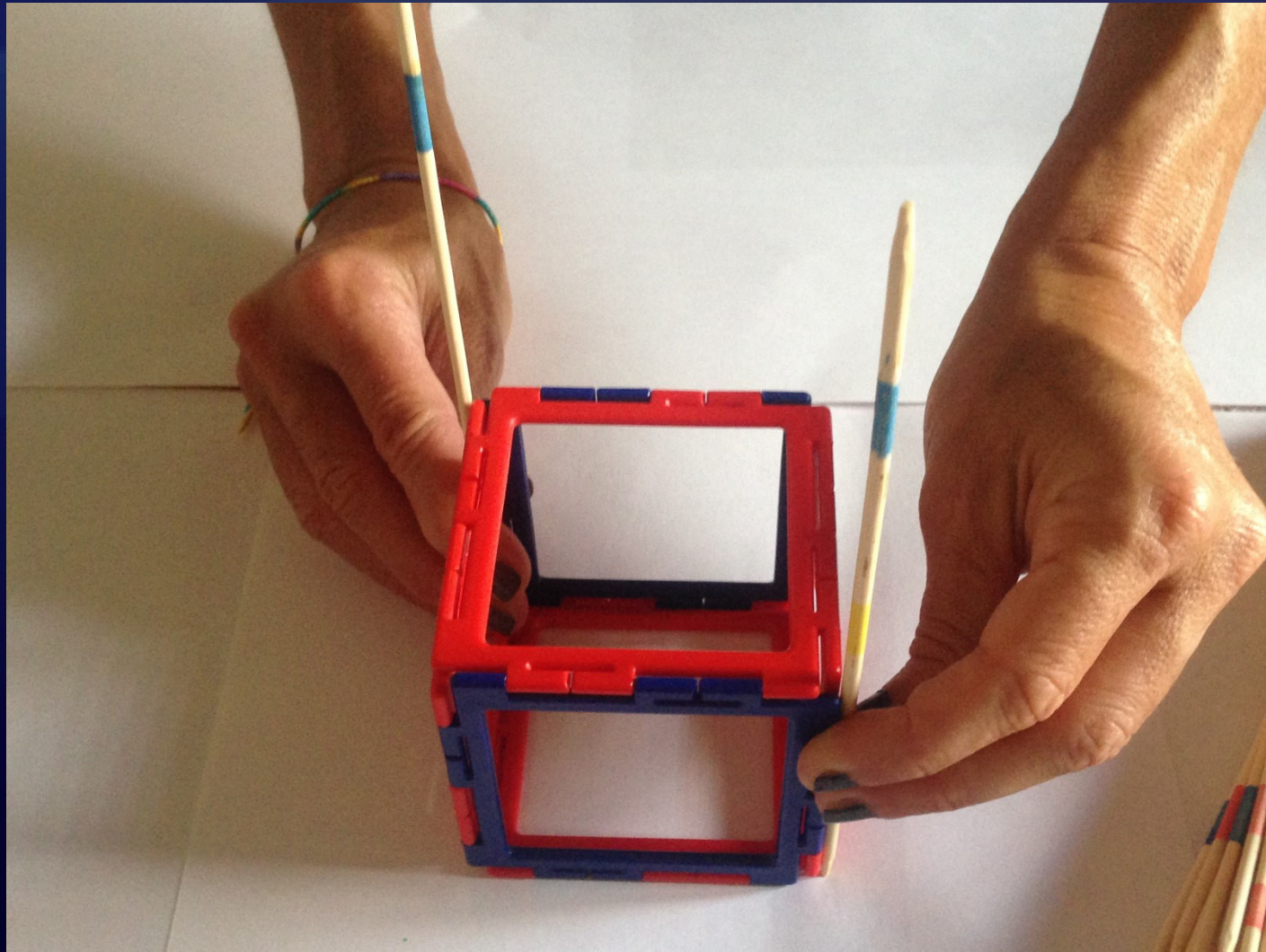
# Le meraviglie del cubo



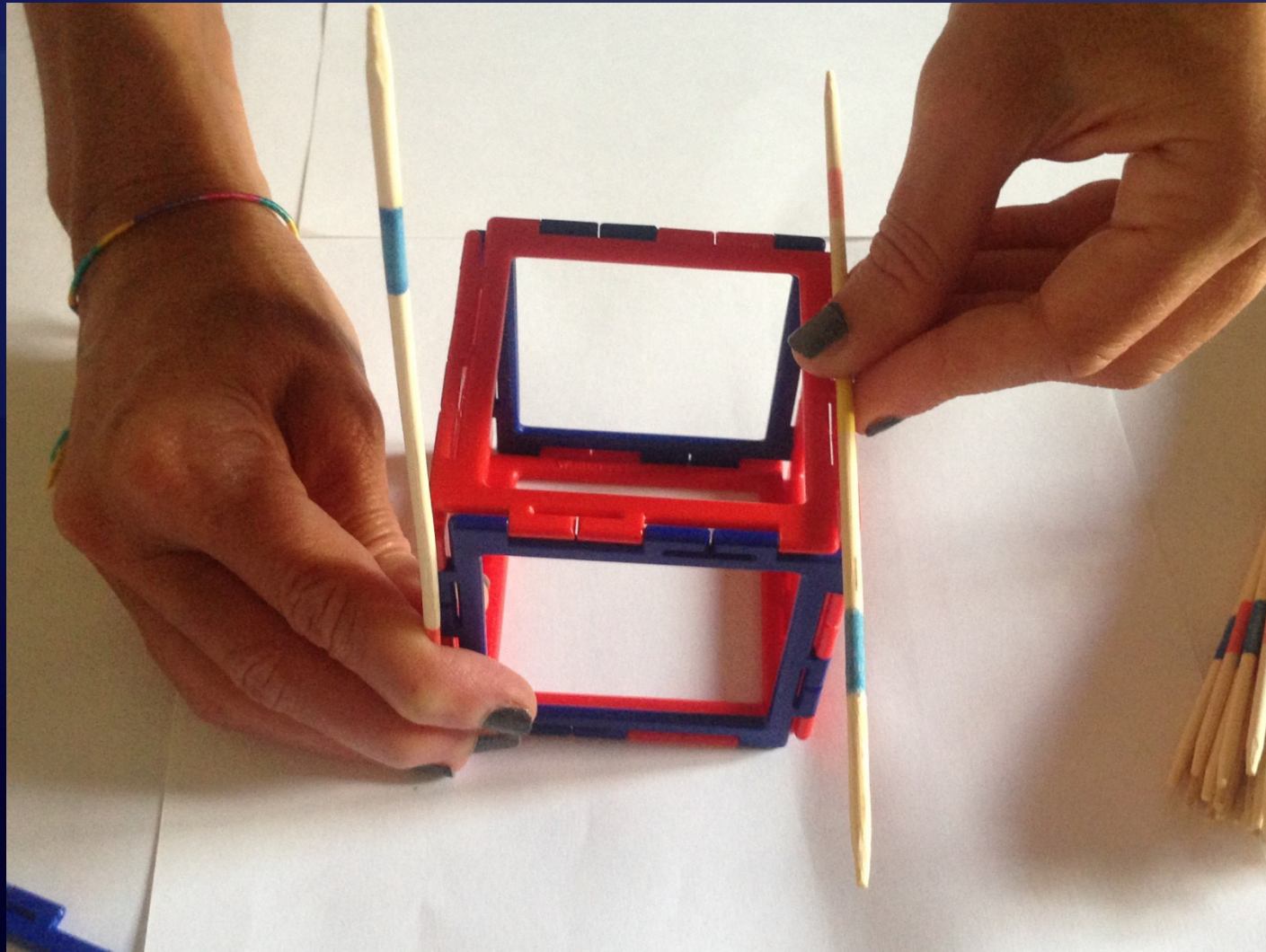
# Le meraviglie del cubo



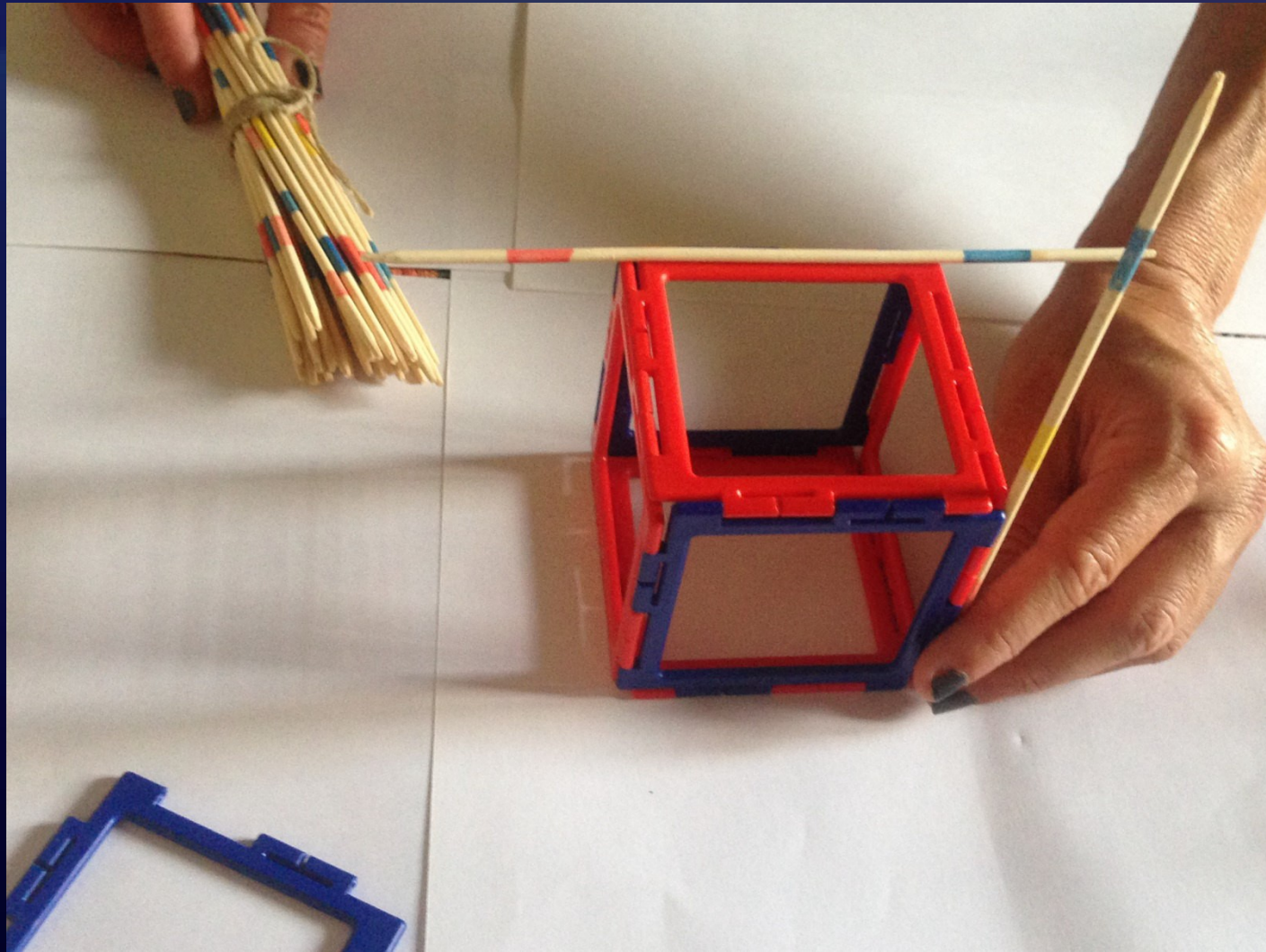
# Le meraviglie del cubo



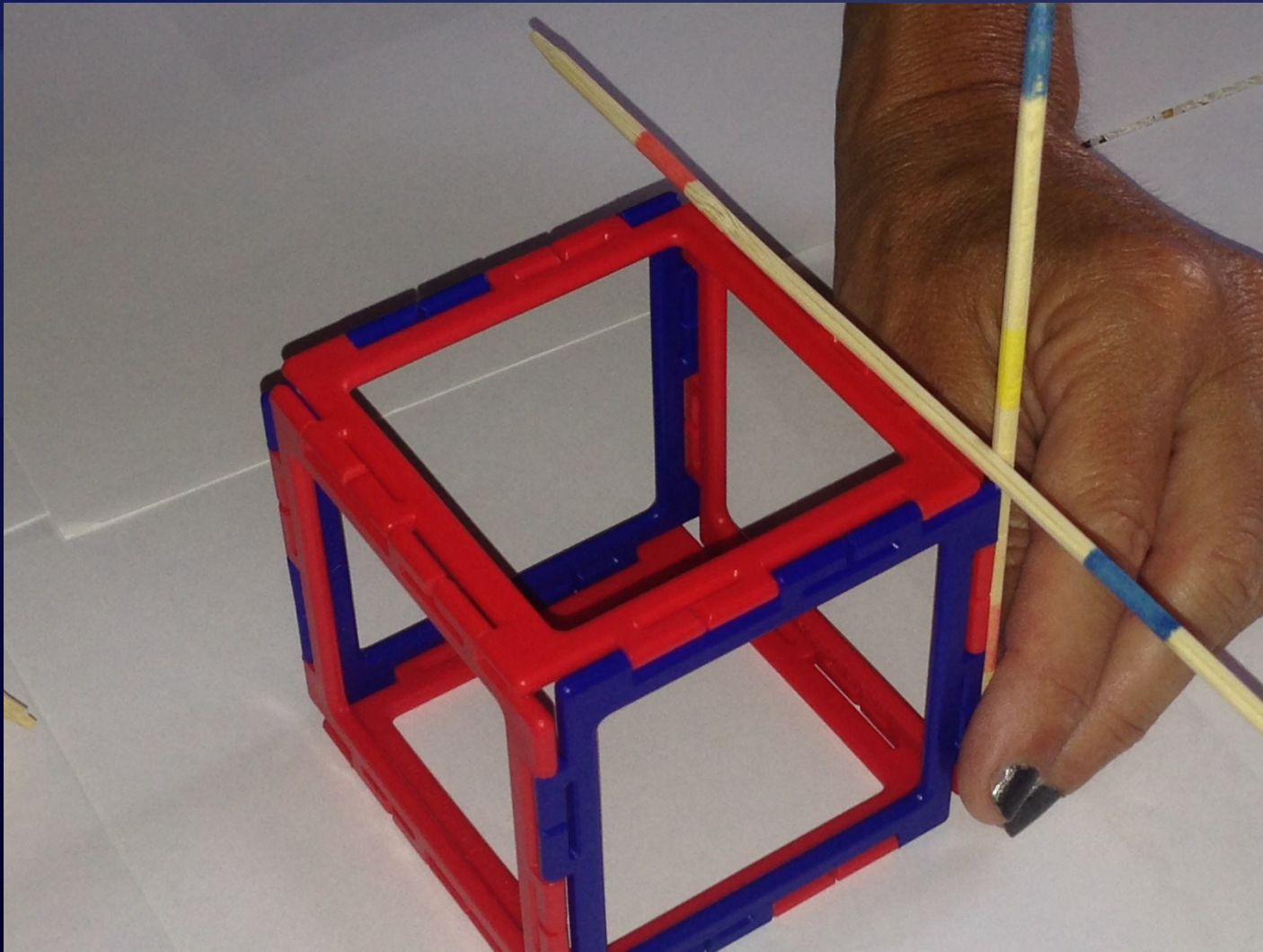
# Le meraviglie del cubo



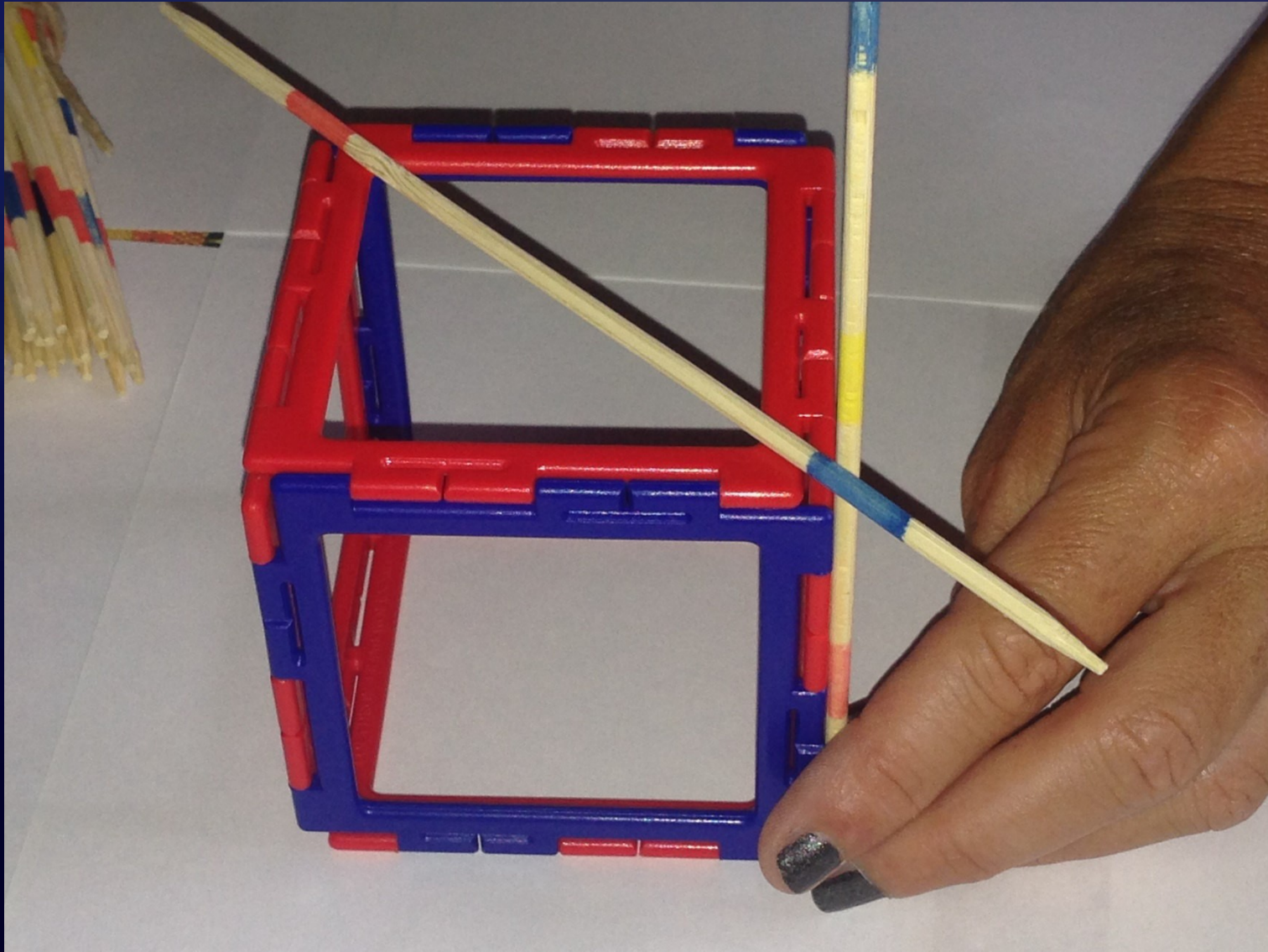
# Le meraviglie del cubo



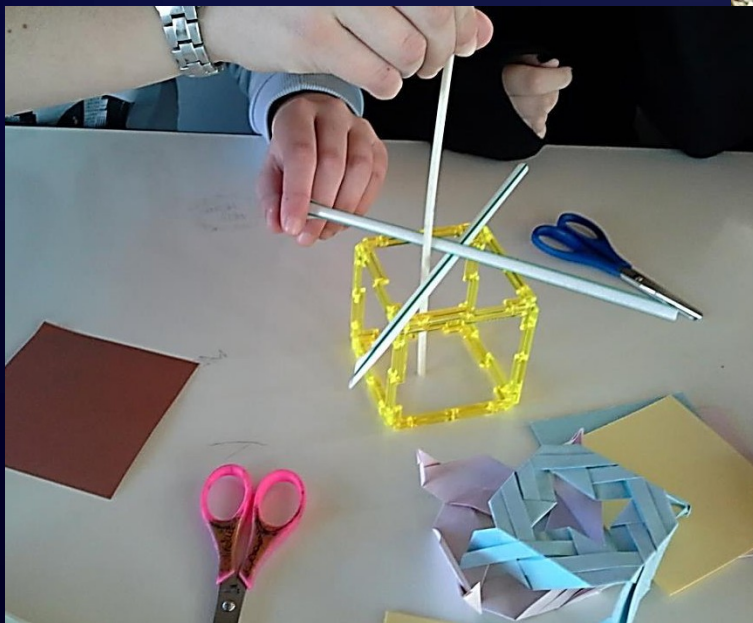
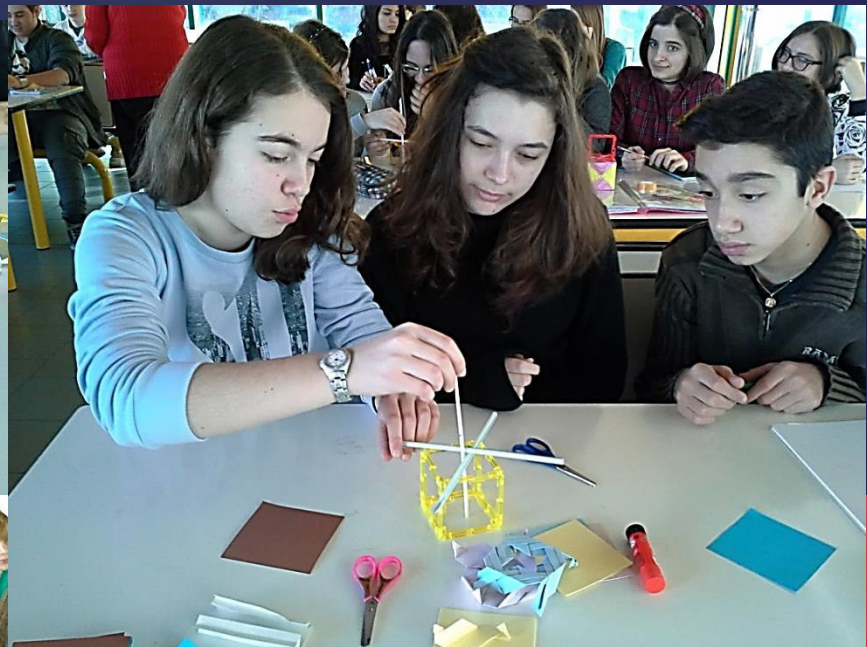
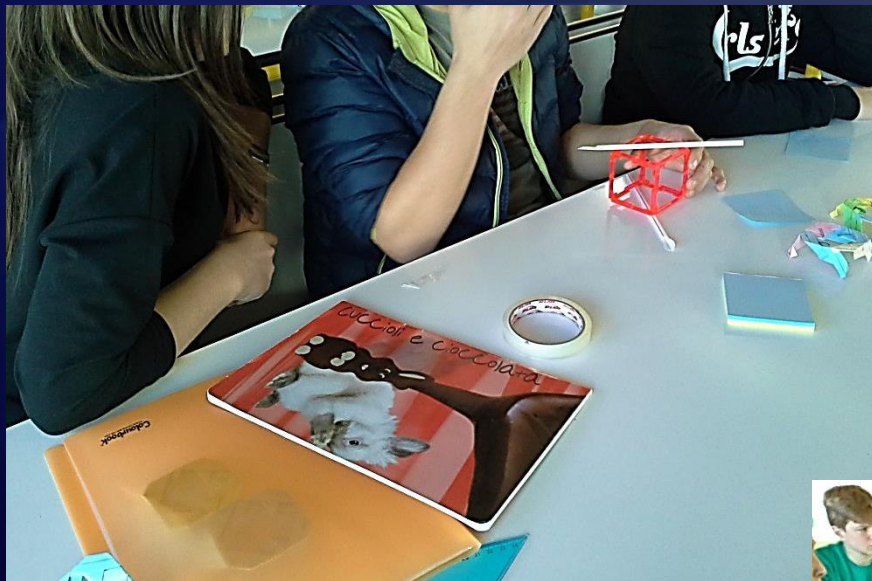
# Le meraviglie del cubo



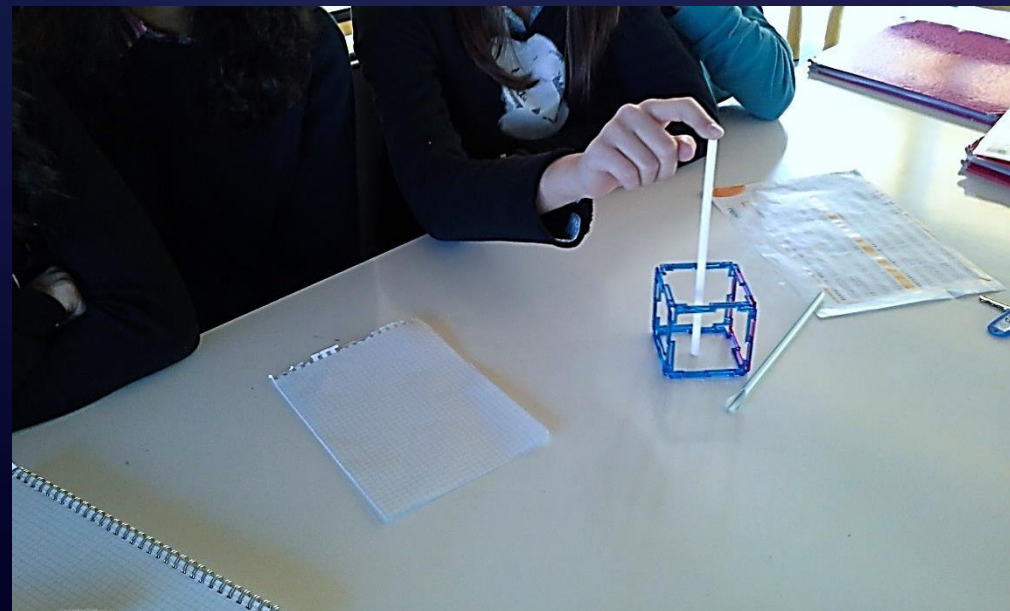
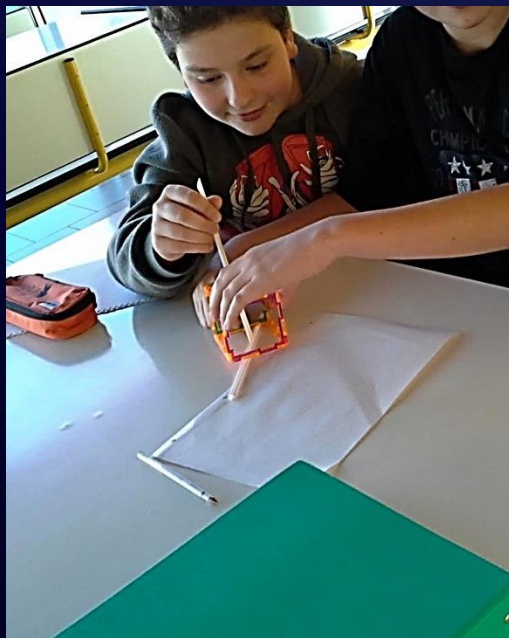
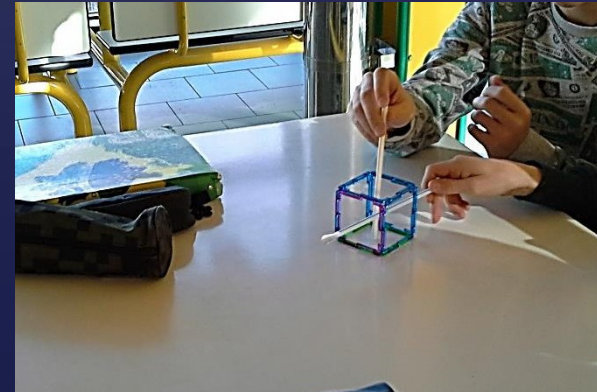
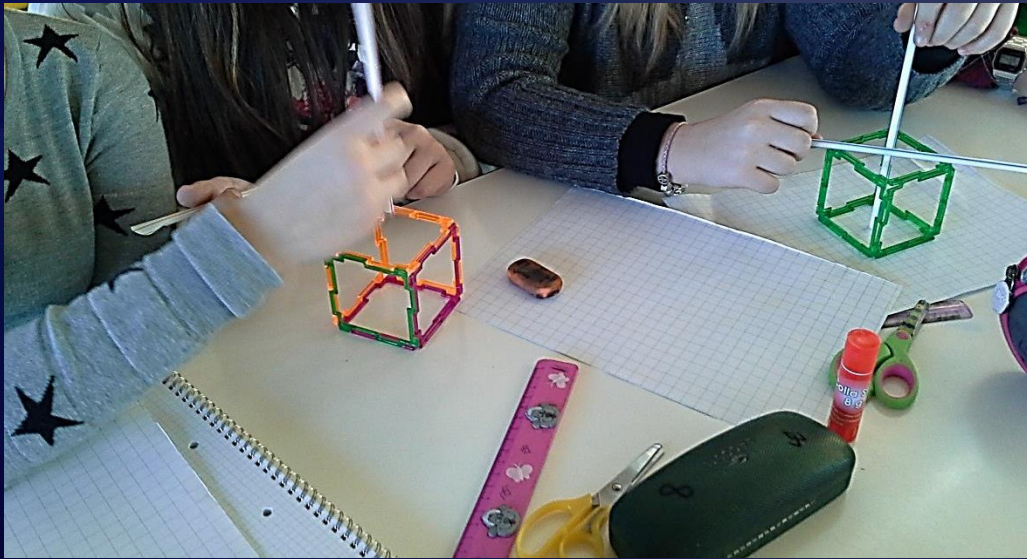
# Le meraviglie del cubo



# Le meraviglie del cubo



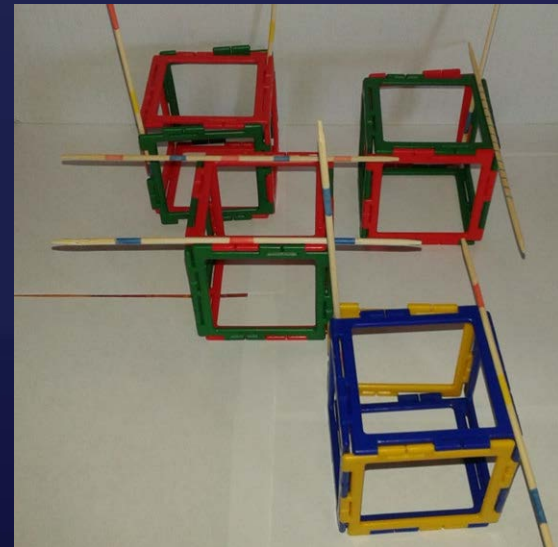
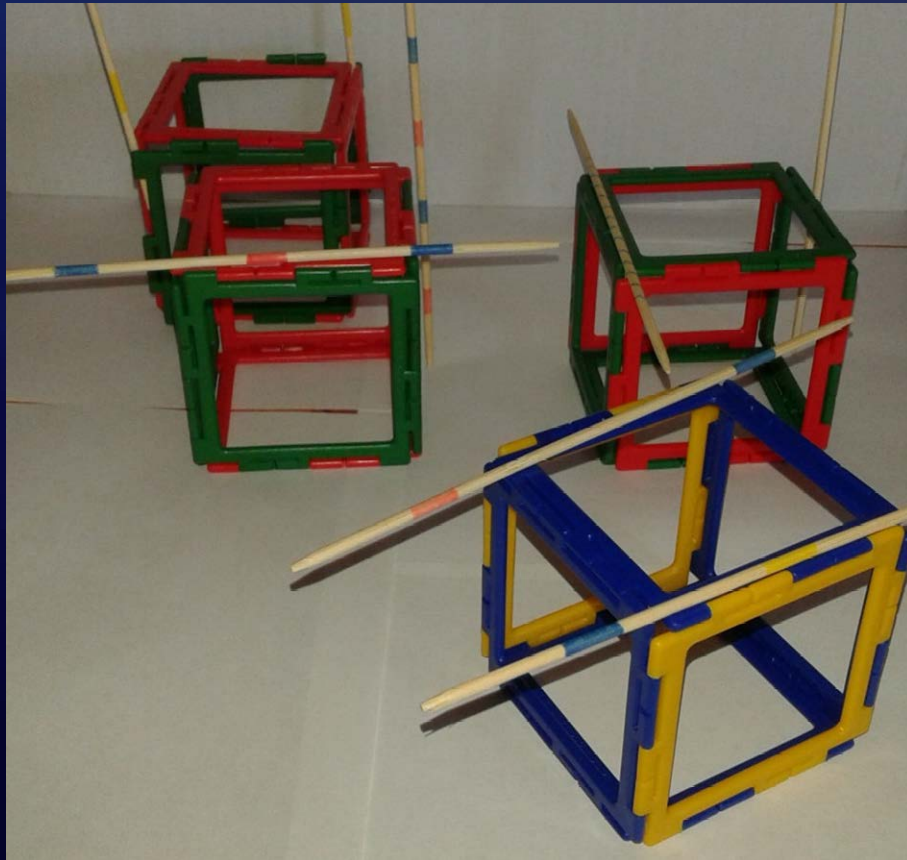
# Le meraviglie del cubo



*Le meraviglie del cubo*

**VEDIAMO LE MUTUE RELAZIONI...**

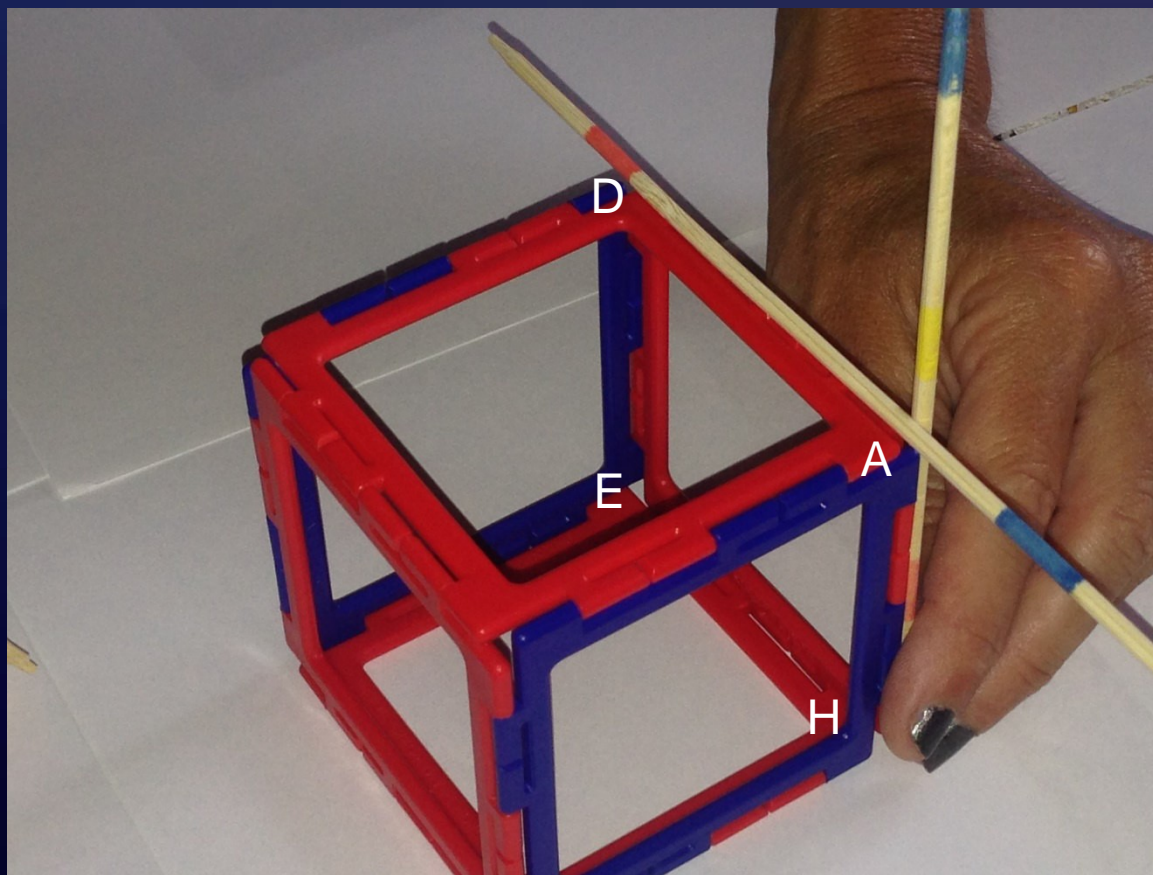
# Le meraviglie del cubo



*Le meraviglie del cubo*

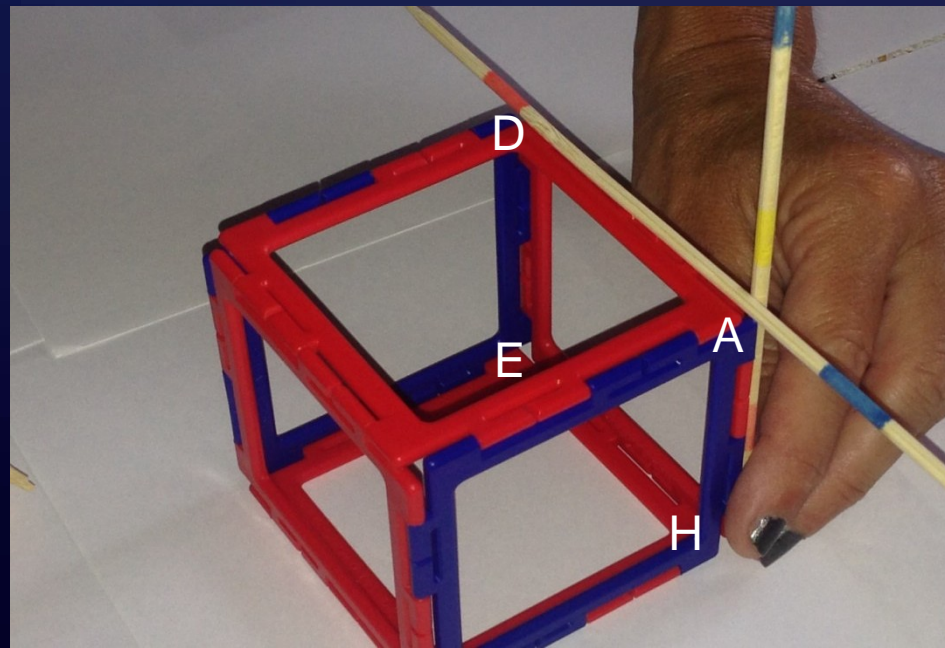
L'ESAME DELLE RETTE A CUI  
APPARTENGONO GLI SPIGOLI DEL CUBO  
CONSENTE DI INDIVIDUARE LE  
RECIPROCHE POSIZIONI IN CUI  
POSSONO TROVARSI DUE RETTE DELLO  
SPAZIO

# Le meraviglie del cubo

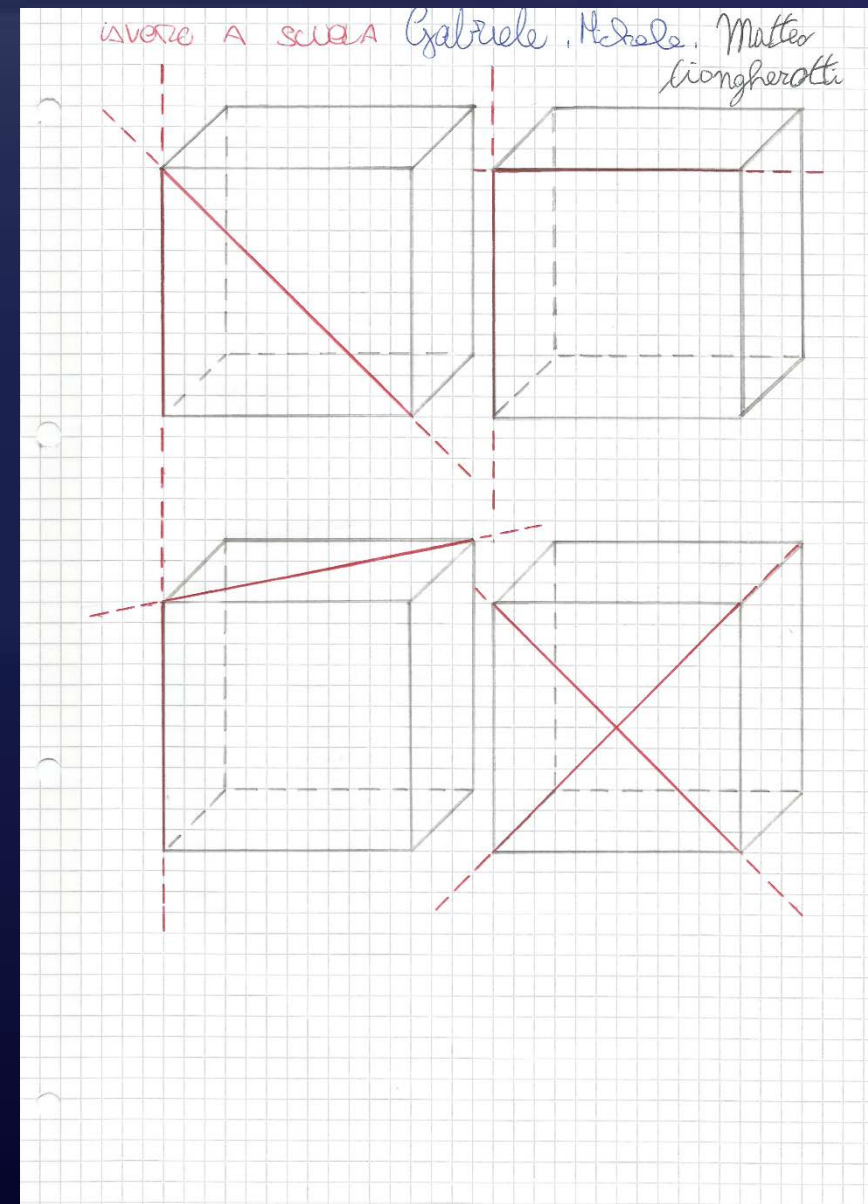
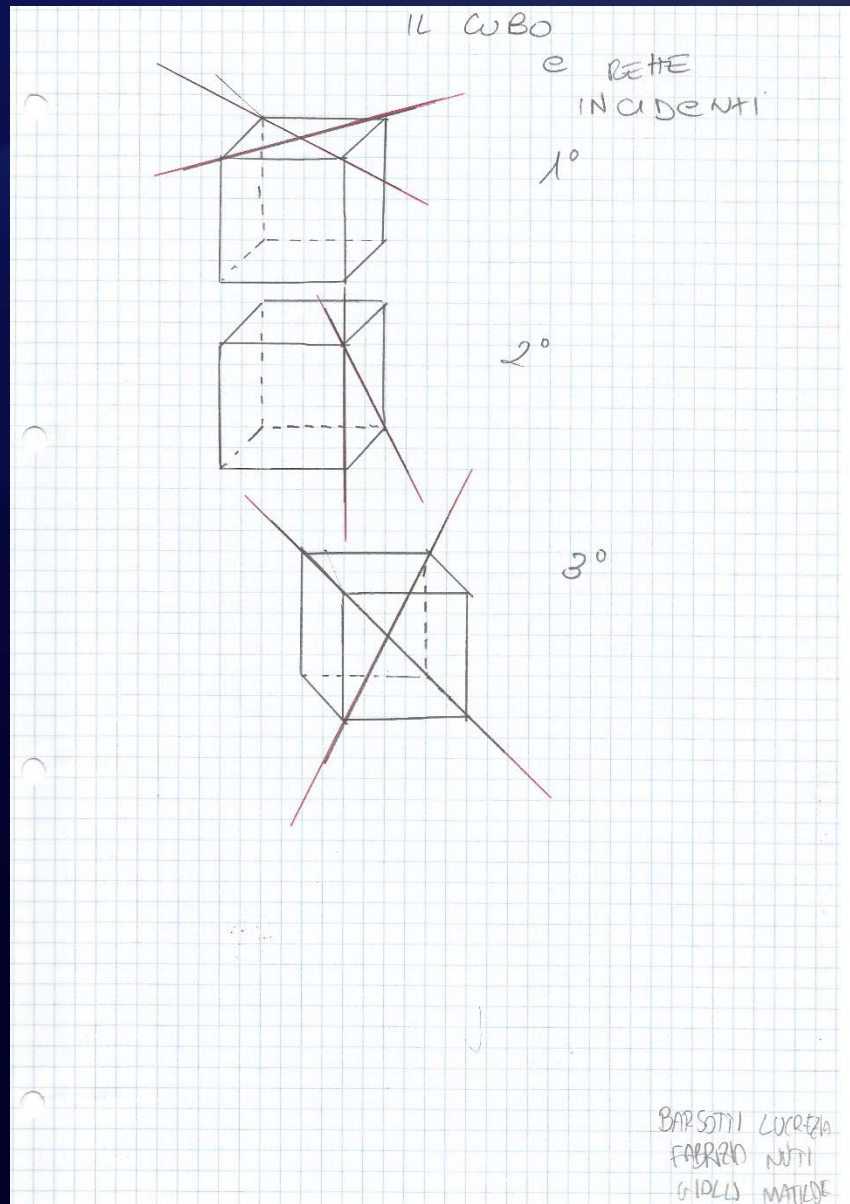


*Le meraviglie del cubo*

CONSIDERO LE RETTE AD E AH, ESSE  
HANNO UN SOLO PUNTO IN COMUNE A:  
TALI RETTE SI DICONO INCIDENTI.



# Le meraviglie del cubo

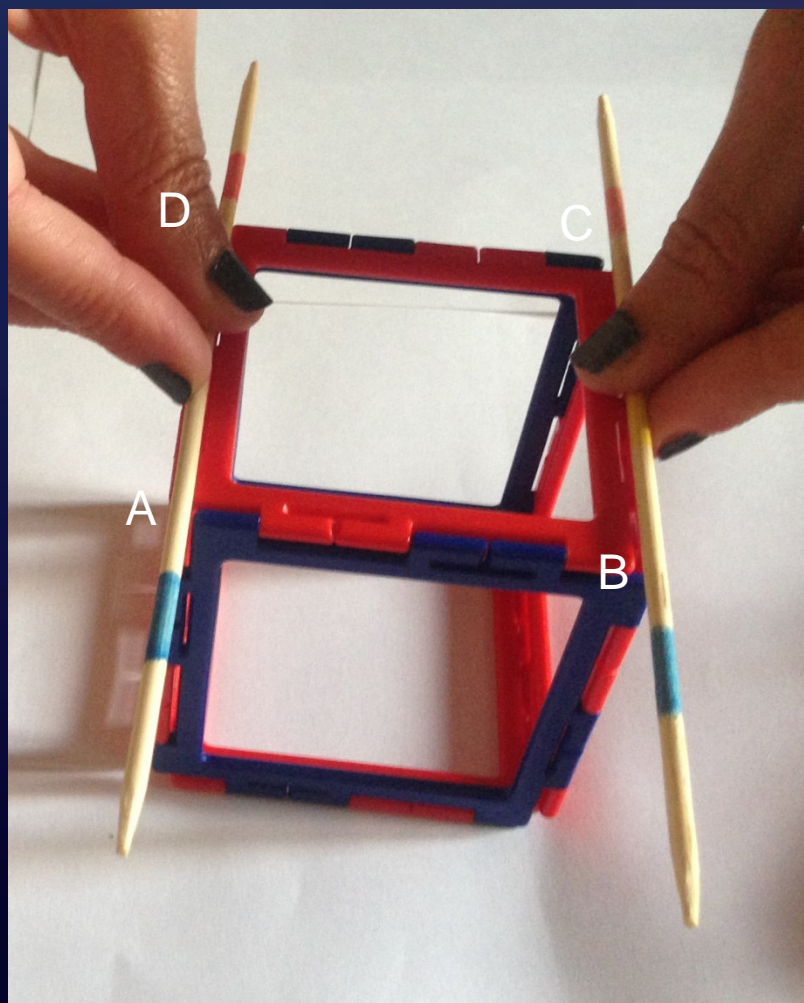


*Le meraviglie del cubo*

**TALI RETTE APPARTENGONO ALLA  
STESSA FACCEA AEHD E QUINDI SONO  
COMPLANARI.**

*Nello spazio due rette incidenti sono sempre  
complanari?*

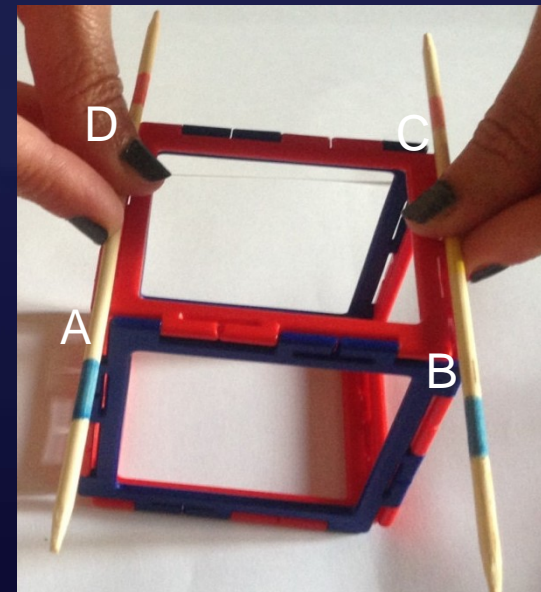
# Le meraviglie del cubo



*Le meraviglie del cubo*

CONSIDERO LE RETTE AD E BC. QUESTE  
RETTE STANNO SUL PIANO DEL QUADRATO  
ABCD DI CUI CONTENGONO I DUE LATI  
OPPOSTI.

NON HANNO PUNTI IN COMUNE:  
ESSE SONO PARALLELE.

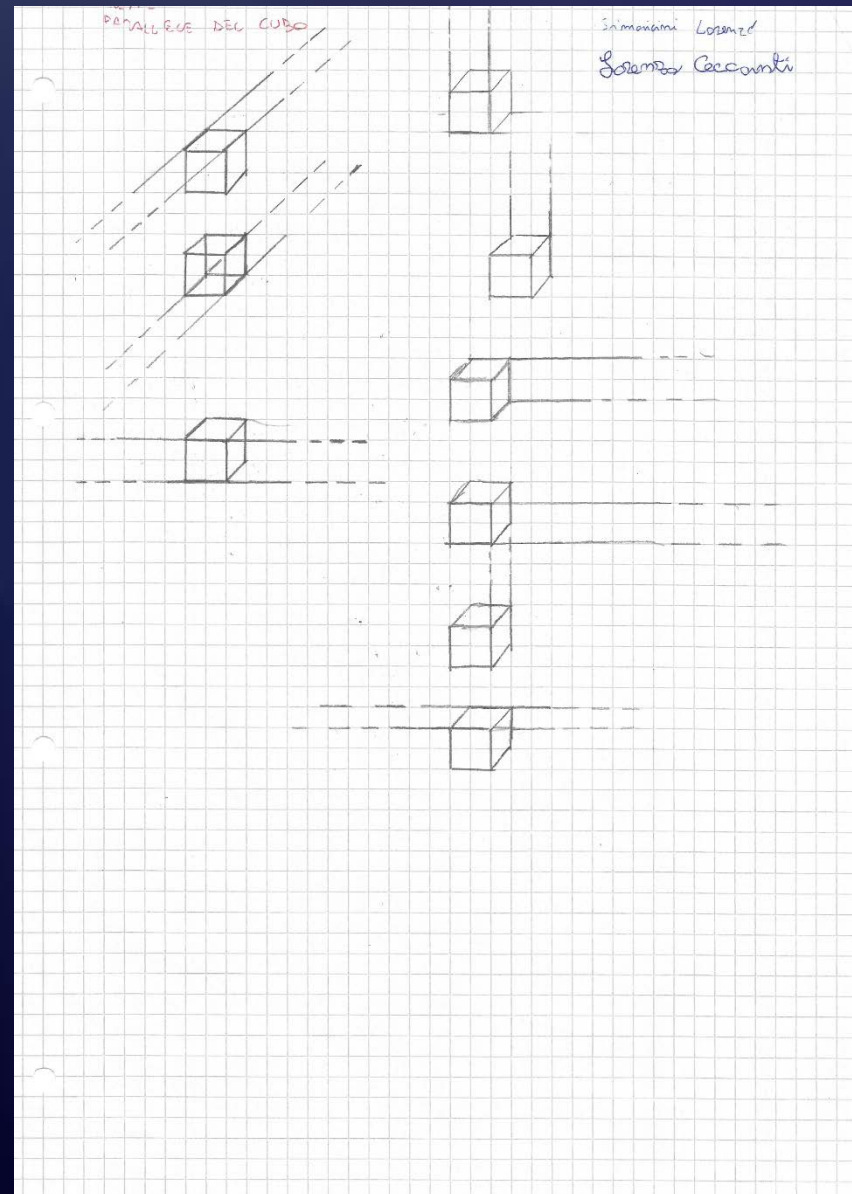
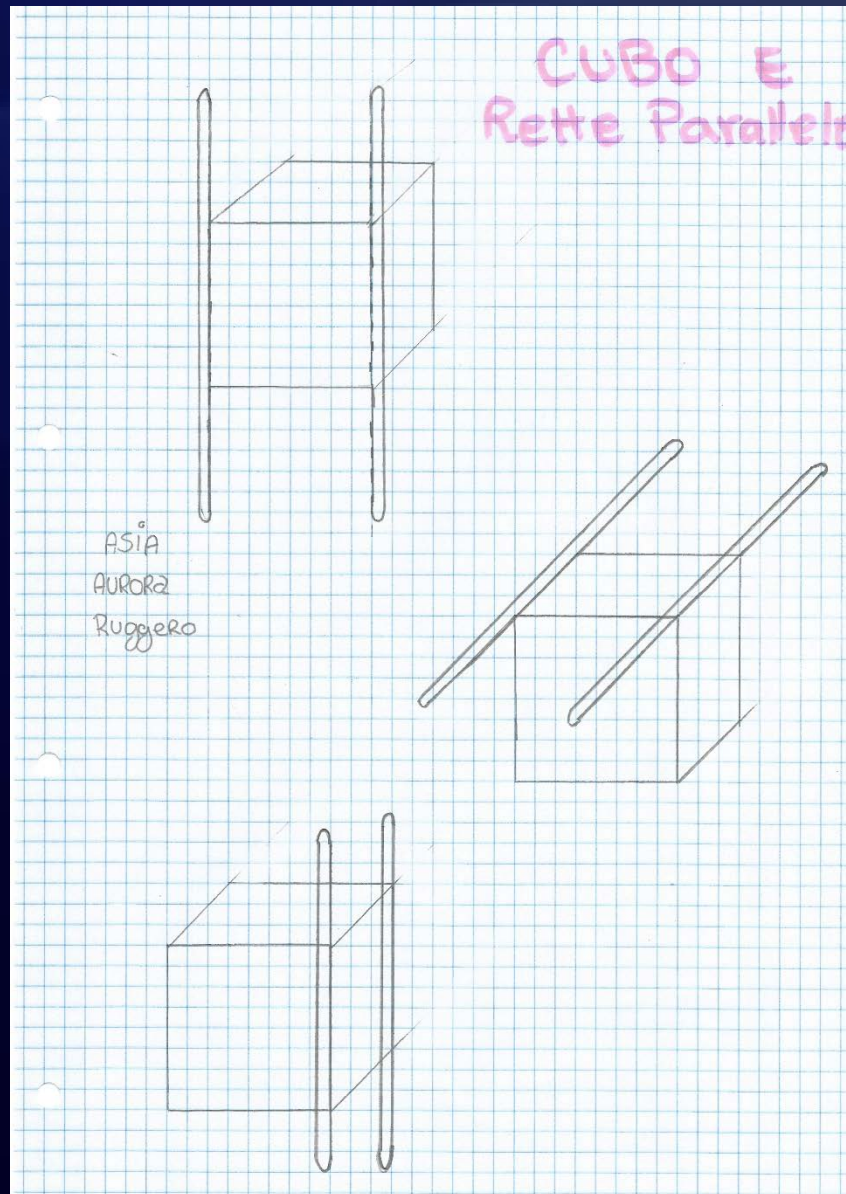


*Le meraviglie del cubo*

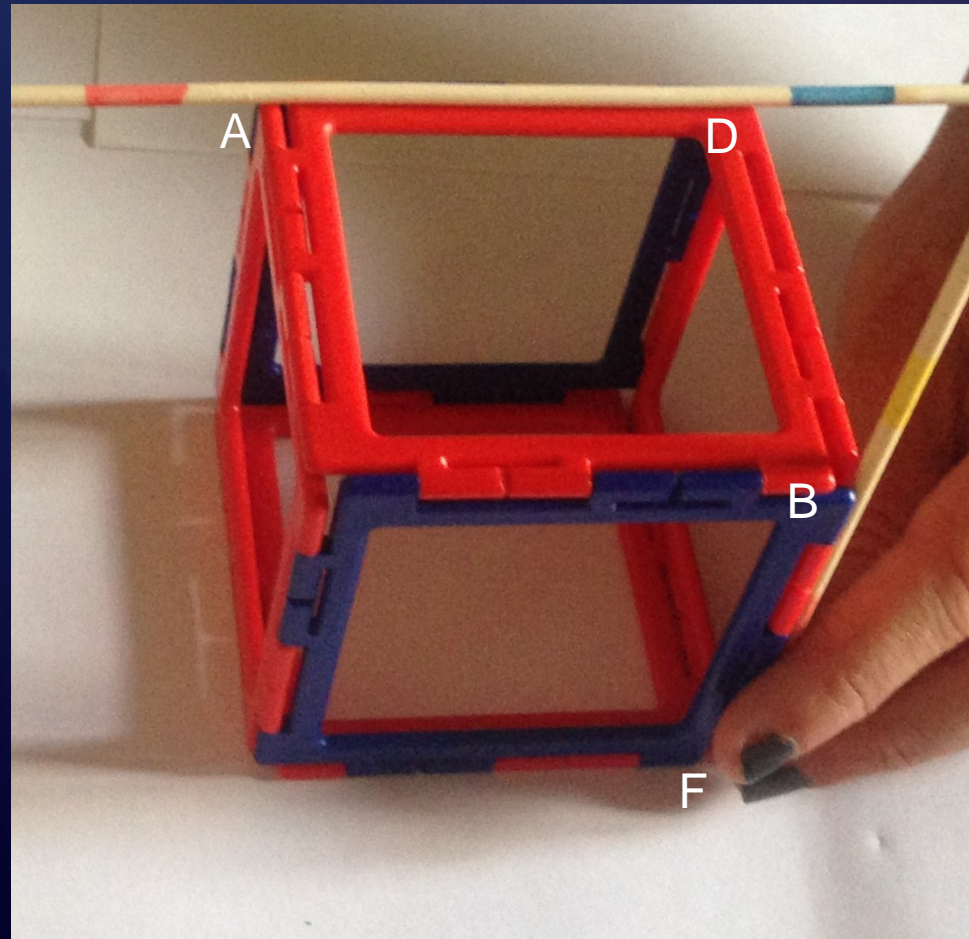
**ANCHE NELLO SPAZIO LA RELAZIONE DI  
PARALLELISMO FRA RETTE E' UNA  
RELAZIONE DI EQUIVALENZA QUINDI SI  
CONSIDERANO PARALLELE ANCHE LE  
RETTE COINCIDENTI.**

*Tutte le rette parallele fra loro  
individuano una direzione*

# Le meraviglie del cubo

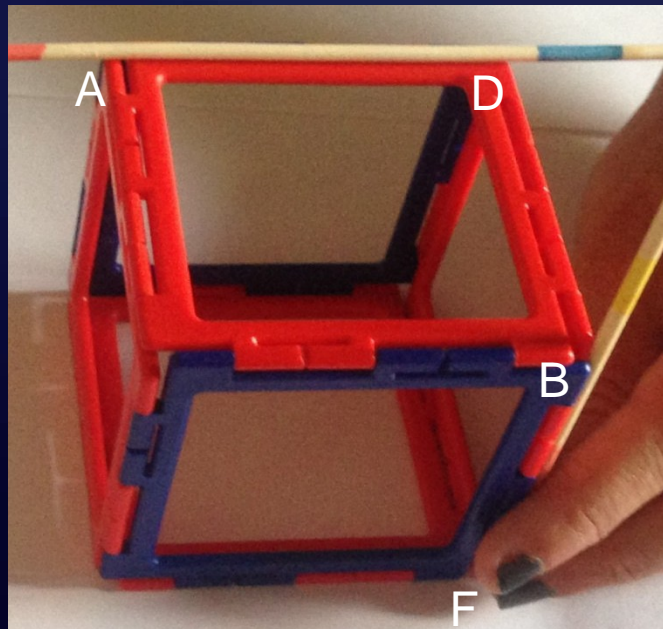


# Le meraviglie del cubo



## *Le meraviglie del cubo*

OSSERVIAMO INFINE LE RETTE AD E BF.  
ANCH'ESSE NON HANNO ALCUN PUNTO IN  
COMUNE, MA IL CASO E' DIVERSO RISPETTO  
ALLE RETTE PARALLELE



*Le meraviglie del cubo*

NOVITÀ DELLA GEOMETRIA DELLO

SPAZIO:

**LE RETTE SGHEMBE**

*Le meraviglie del cubo*

**PERCHÉ NON TROVIAMO LE RETTE  
SGHEMME IN GEOMETRIA PIANA?**

*Le meraviglie del cubo*

**NELLA GEOMETRIA PIANA TUTTO  
L'AMBIENTE A NOSTRA DISPOSIZIONE È  
UN UNICO PIANO. IN GEOMETRIA SOLIDA  
NON ESISTE UN UNICO PIANO CHE  
CONTENGA ENTRAMBE LE RETTE  
CONSIDERATE  
ECCO PERCHÉ SI CHIAMANO SGHEMME.**

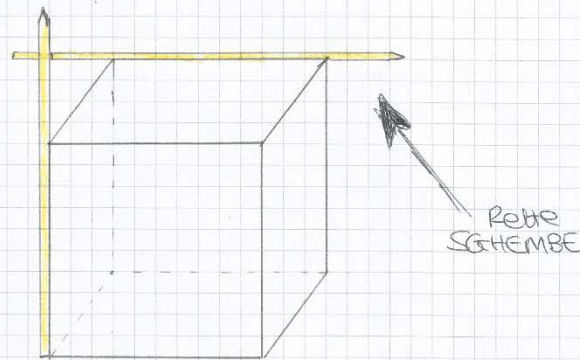
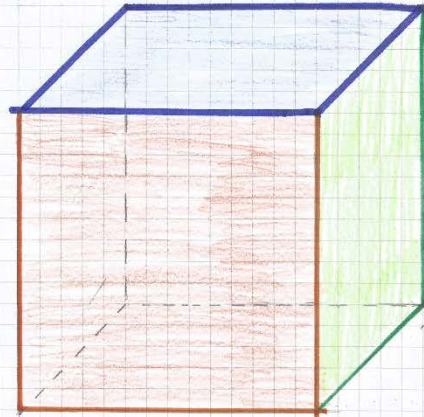
# Le meraviglie del cubo

... Rette sghembe ... DI UN CUBO

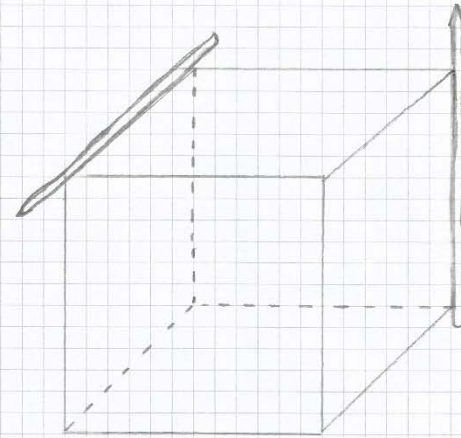
Matteo Torzani  
Lorenzo Ragani

Il cubo ha:

- 8 vertici
- 6 facce
- 12 spigoli



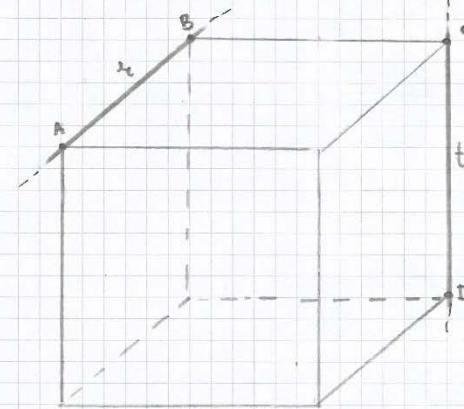
## CUBO e STECCHINI.....



Posizione reciproca delle rette:

### RETTE SGHEMBE

Novità della geometria dello spazio.

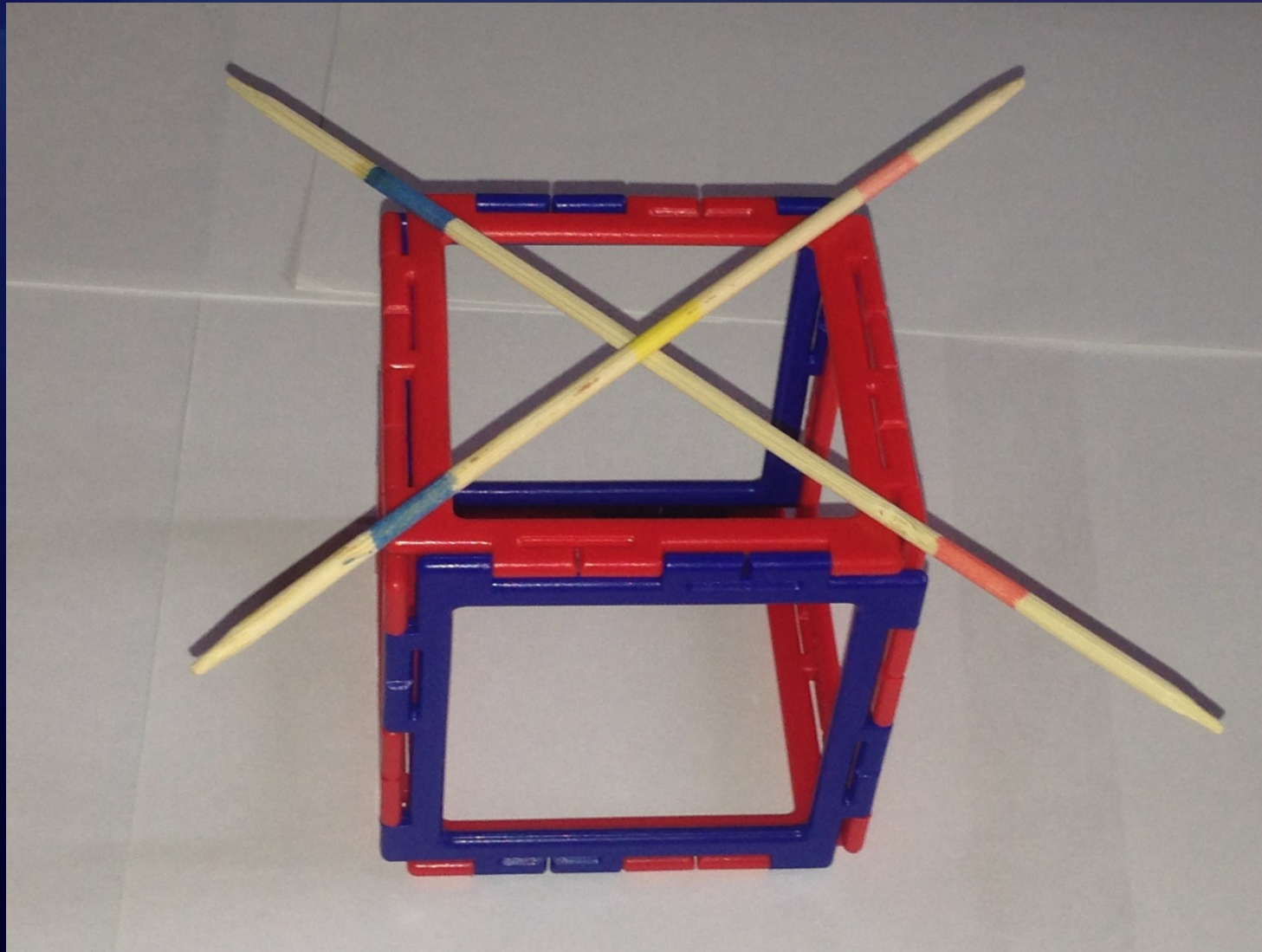


soAmi

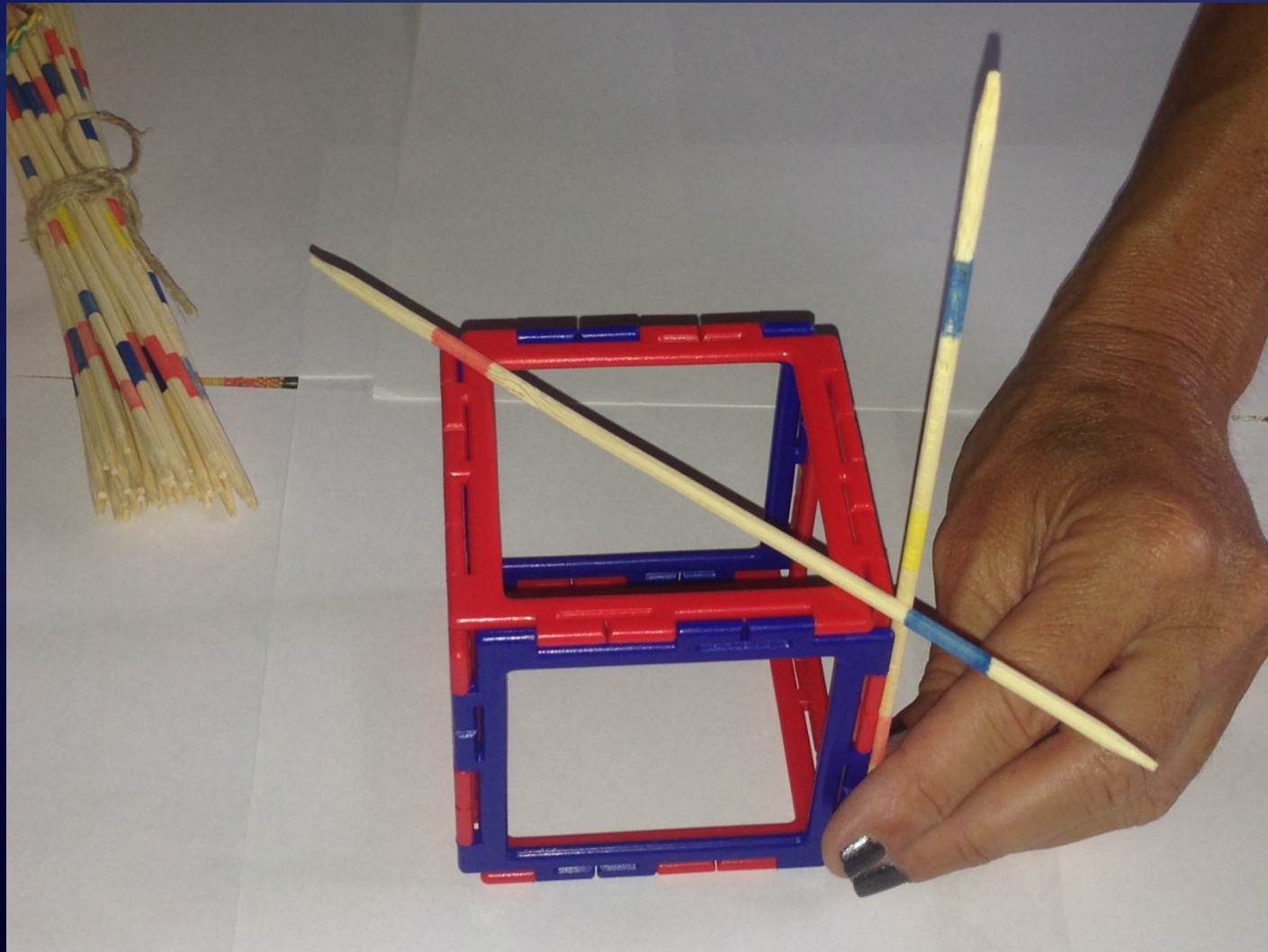
## *Le meraviglie del cubo*

DOPO AVER PARLATO DELLE RETTE A  
CUI APPARTENGONO GLI SPIGOLI SI  
POSSONO INDIVIDUARE ALTRE RETTE  
NON RAPPRESENTATE DA SEGMENTI  
MATERIALI, MA IMMAGINATE O VISTE  
APPOGGIANDO UN'ASTICCIOLA SU DUE  
LORO PUNTI:

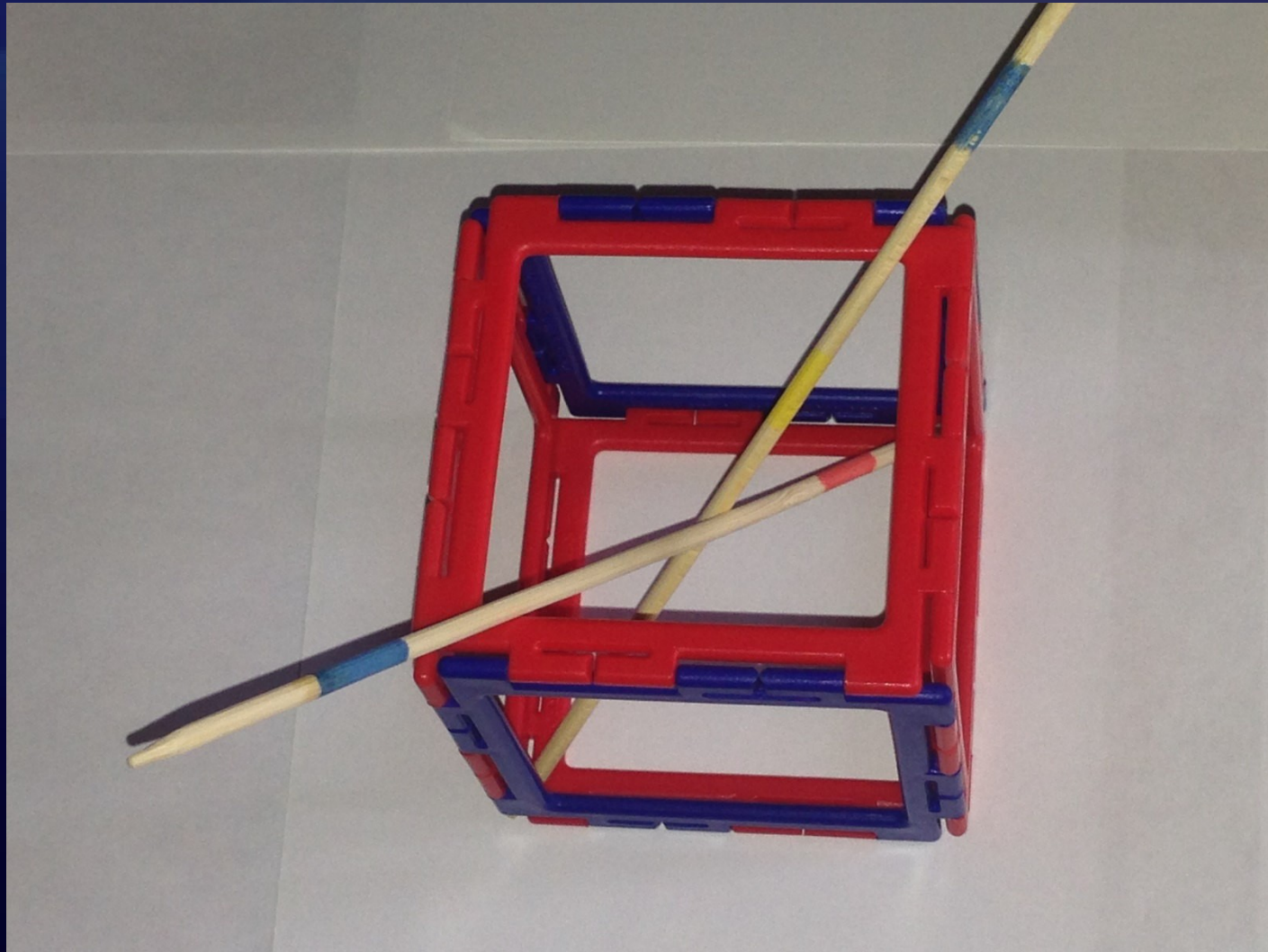
# Le meraviglie del cubo



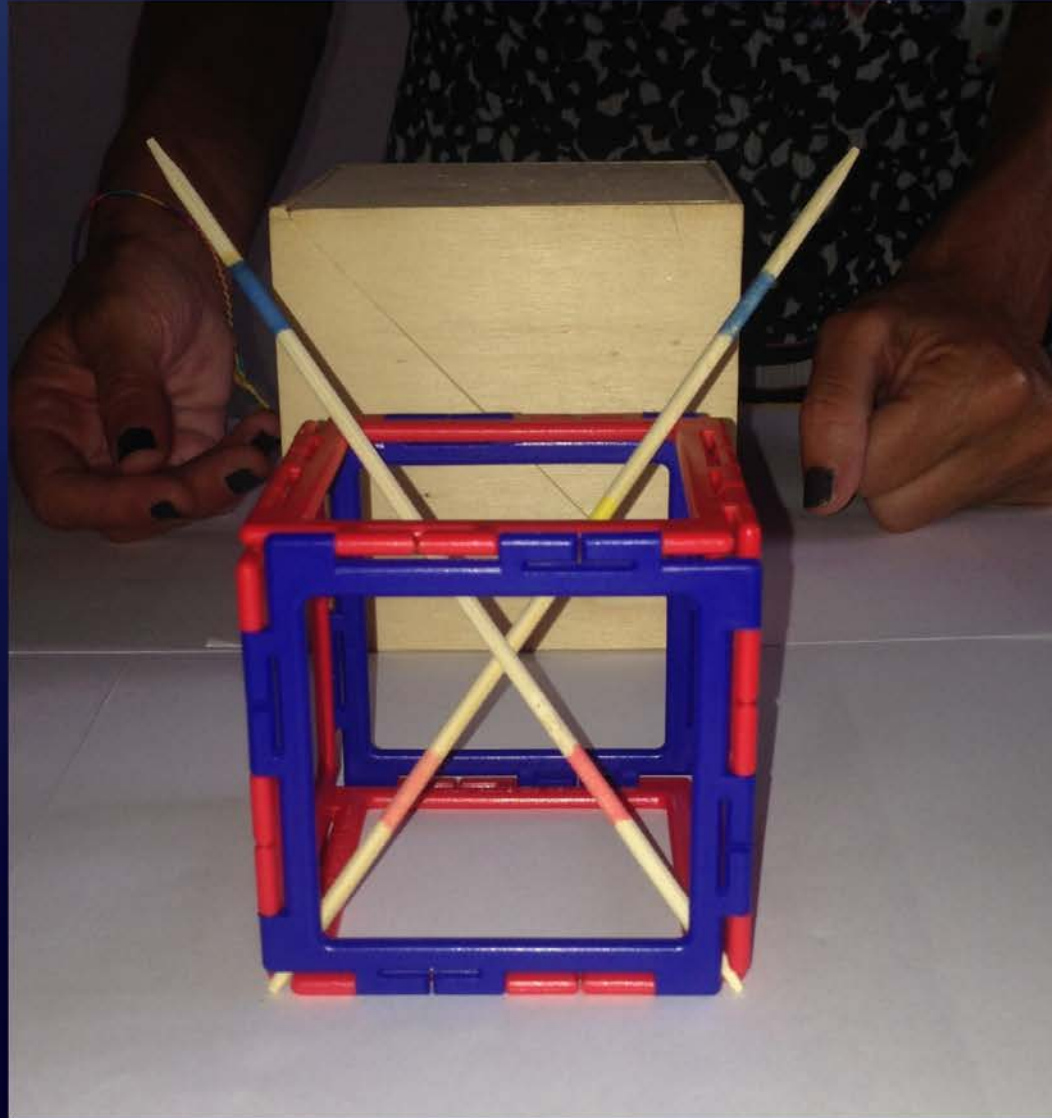
# Le meraviglie del cubo



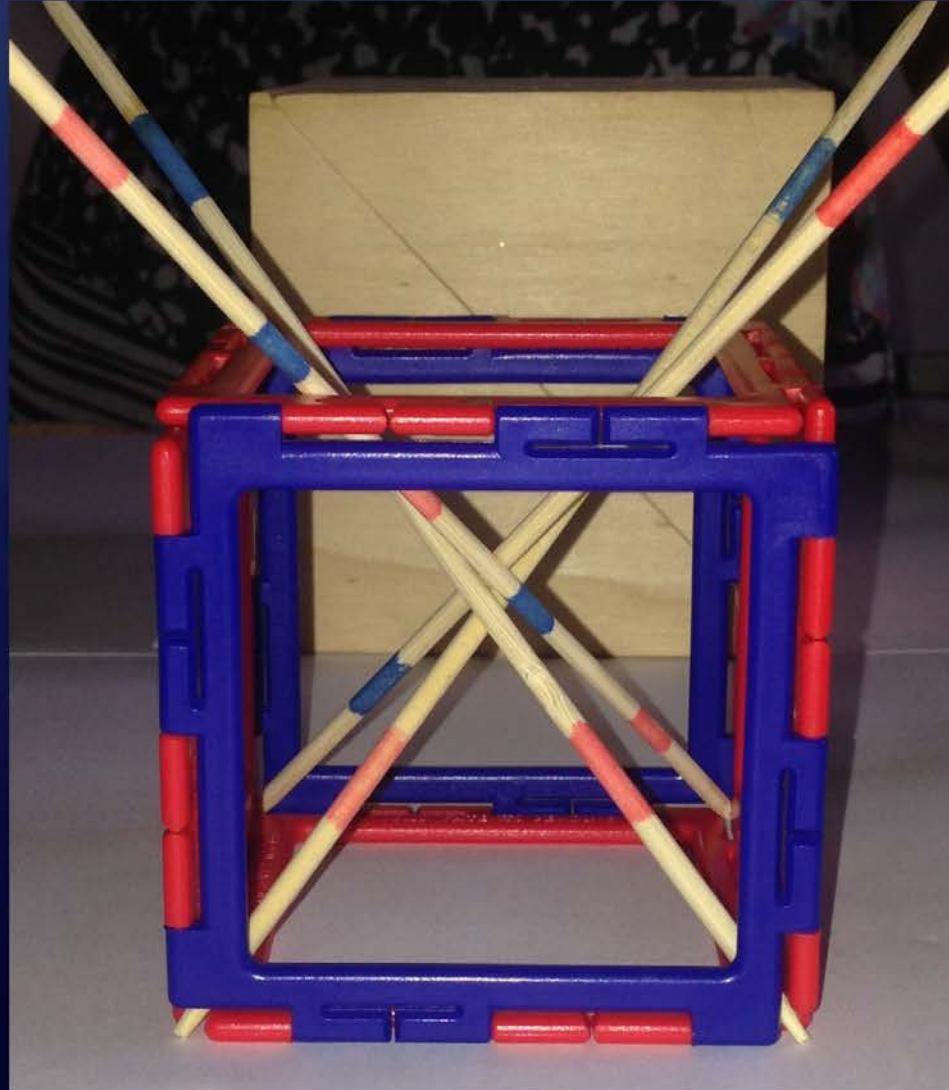
# Le meraviglie del cubo



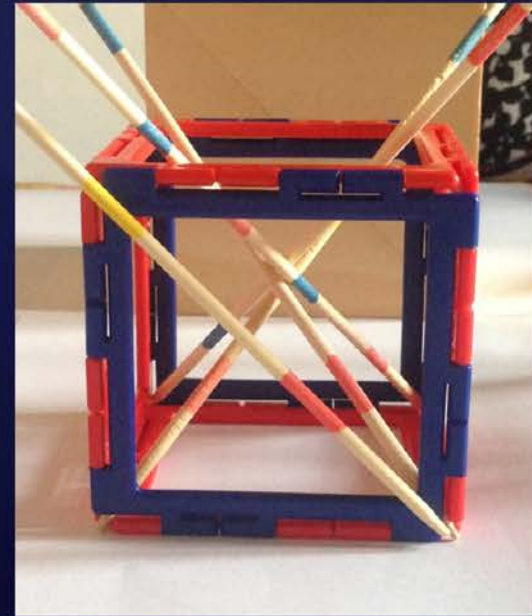
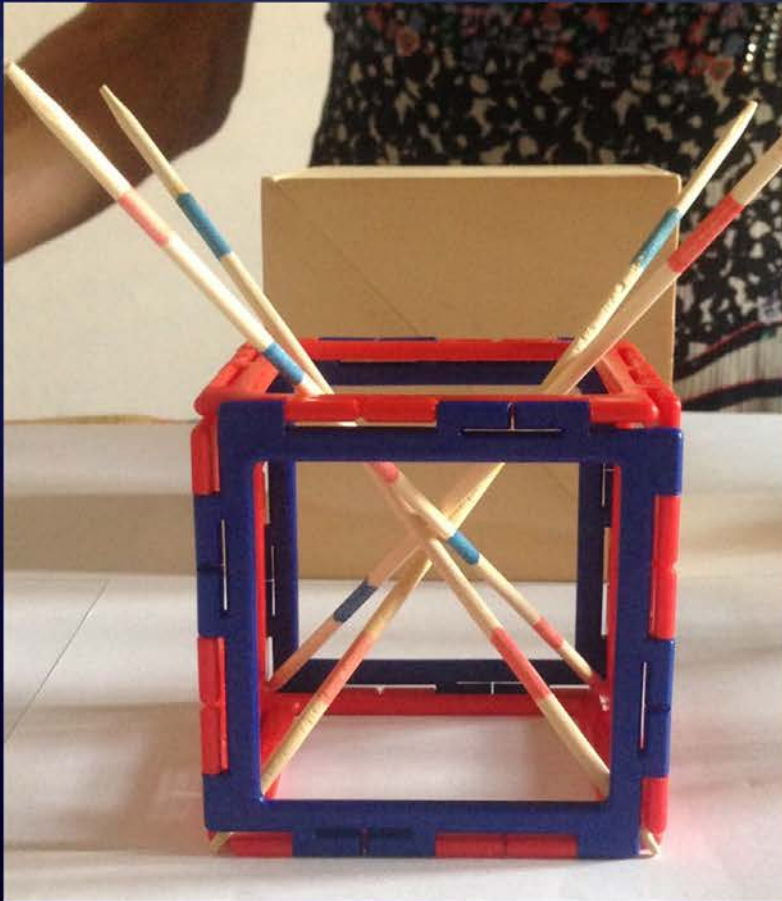
# Le meraviglie del cubo



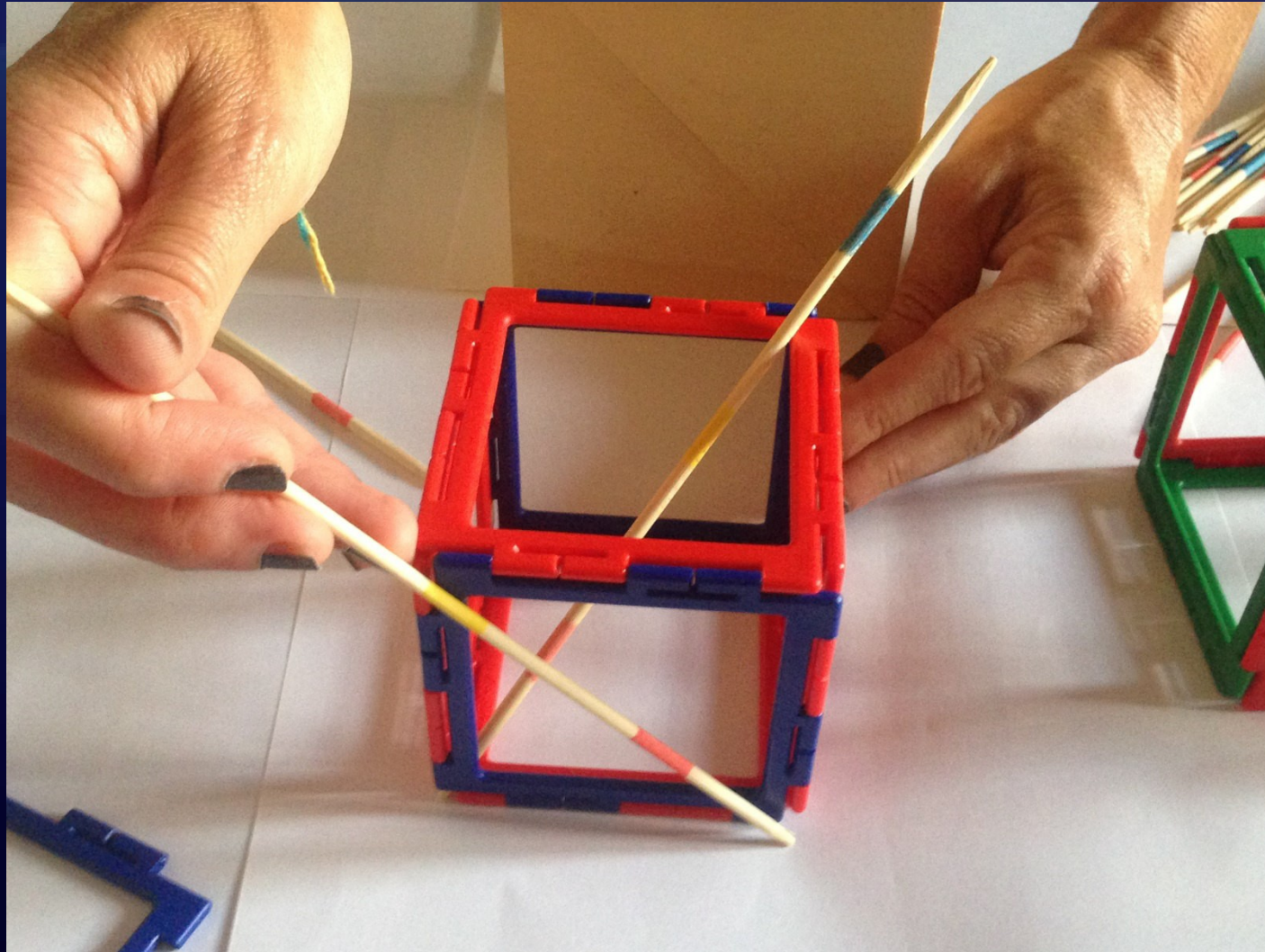
# Le meraviglie del cubo



# Le meraviglie del cubo



# Le meraviglie del cubo

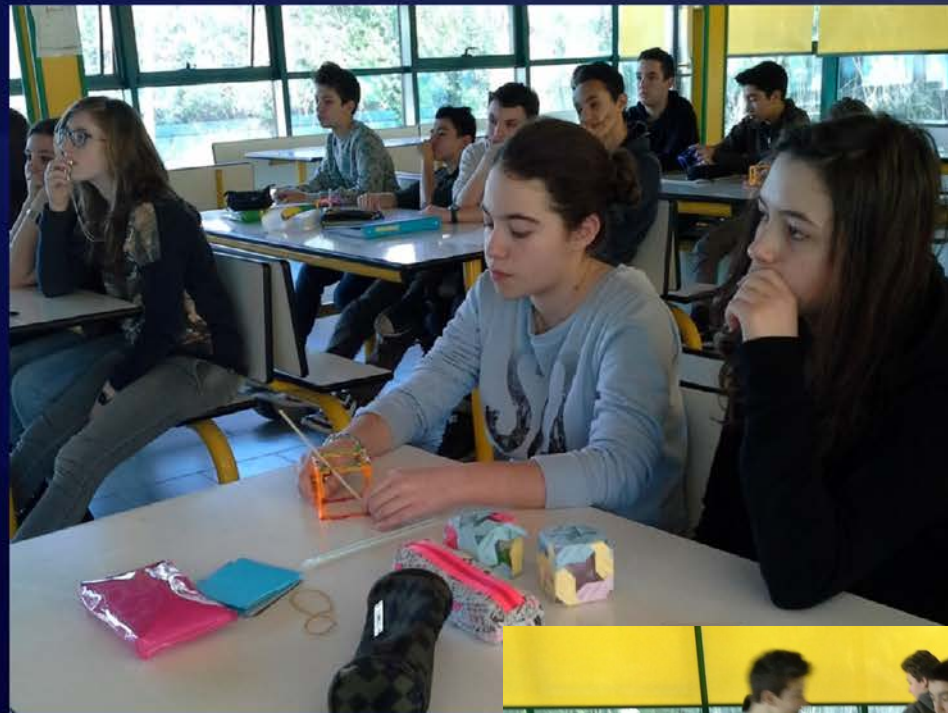


# Le meraviglie del cubo

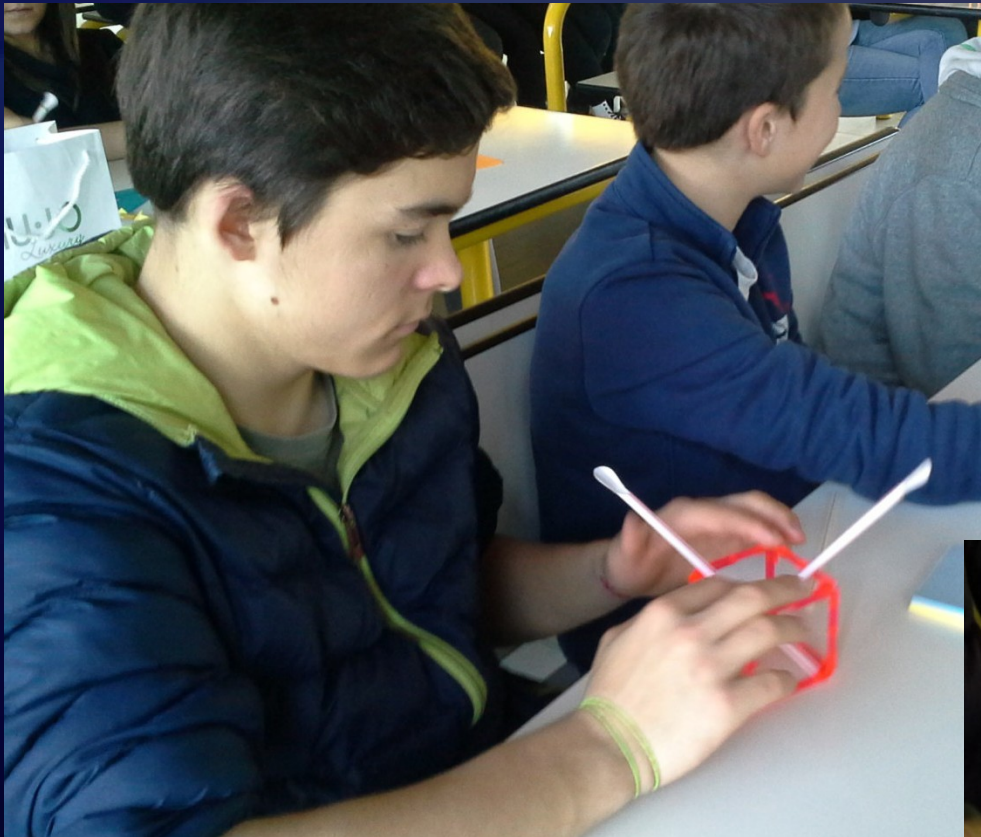
## Cubo con diagonali delle facce



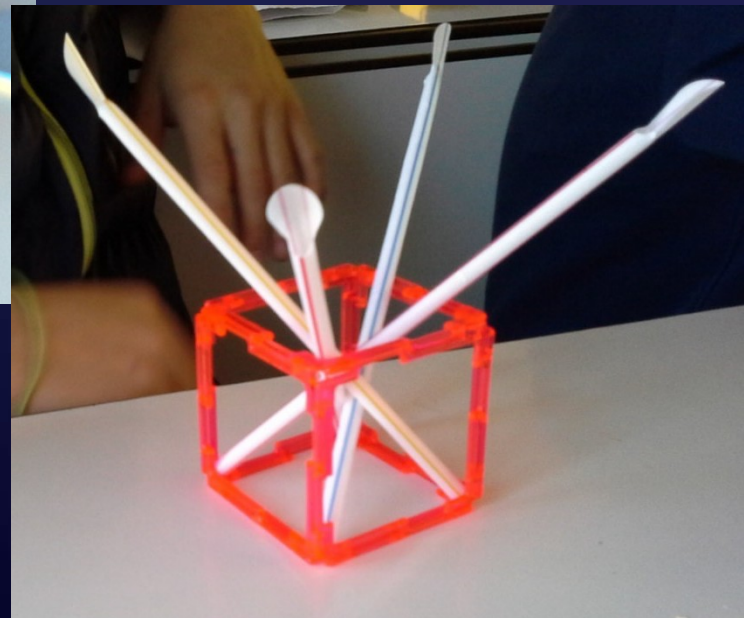
# Le meraviglie del cubo



# Le meraviglie del cubo



Cubo e diagonali del cubo

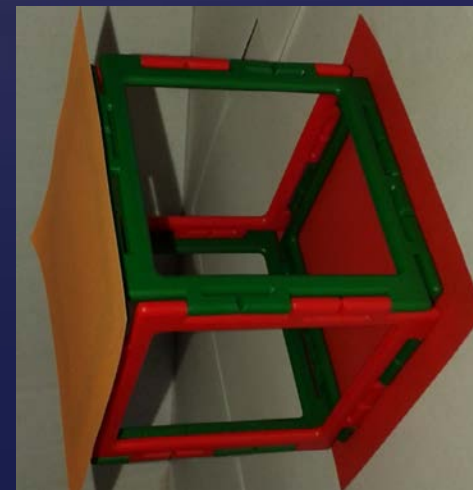


*Le meraviglie del cubo*

**DOPO LA VISIONE DELLE RETTE  
VEDIAMO I PIANI...**

# Le meraviglie del cubo

## I piani delle facce



*Le meraviglie del cubo*

**PIANI DETERMINATI DA UNA COPPIA DI  
SPIGOLI PARALLELI, NON  
APPARTENENTI ALLA STESSA FACCIA**

# Le meraviglie del cubo

Troviamo piani paralleli



*Le meraviglie del cubo*

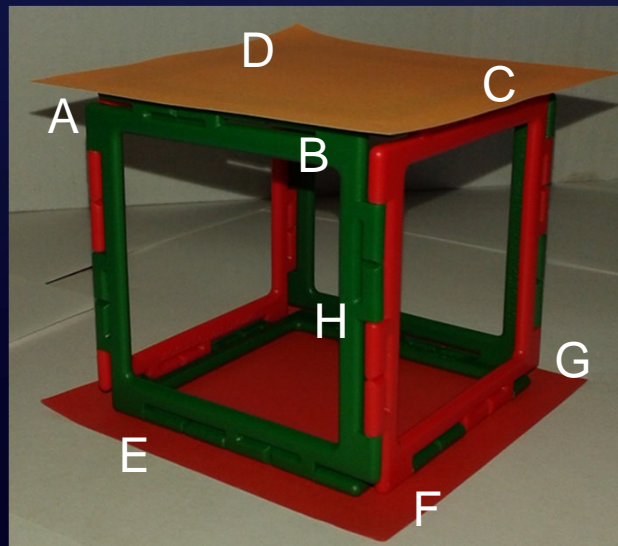
CONSIDERO I PIANI ABCD E EFGH.

NON HANNO PUNTI IN COMUNE:

SONO PARALLELI

ANCHE LA RELAZIONE DI PARALLELISMO FRA

PIANI E' UNA RELAZIONE DI EQUIVALENZA.



## Le meraviglie del cubo

TUTTI I PIANI PARALLELI FRA LORO

INDIVIDUANO UNA GIACITURA

- Quante sono le direzioni e quante le giaciture individuate rispettivamente dagli spigoli e dalle facce del cubo?
- Se due piani paralleli e distinti sono intersecati da un terzo piano si può affermare che le due rette intersezione sono parallele? Come posso dimostrarlo?

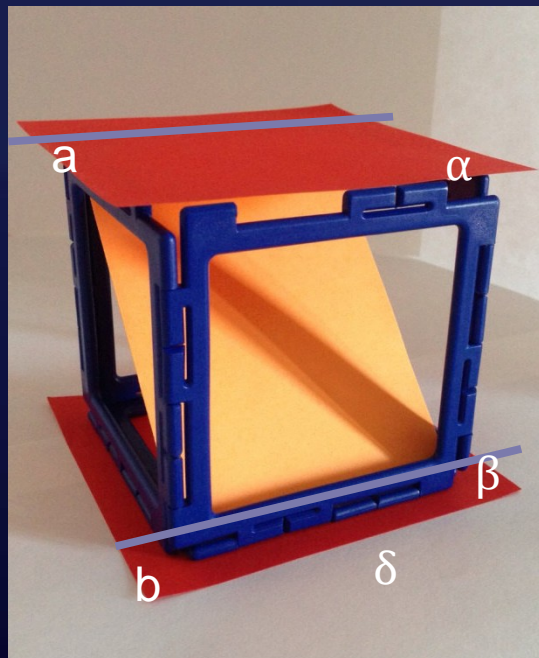
## *Le meraviglie del cubo*

LE DUE RETTE SONO COMPLANARI PERCHE' APPARTENGONO ALLO STESSO PIANO  $\delta$  E SONO DISTINTE. POSSONO QUINDI ESSERE PARALLELE O INCIDENTI.

SE FOSSERO INCIDENTI IL LORO PUNTO COMUNE APPARTEREBBE SIA AL PIANO  $\alpha$  CHE  $\beta$  CUI APPARTIENE LA RETTA  $b$ , MA CIO' VA CONTRO L'IPOTESI PER CUI  $\alpha$  E  $\beta$  NON HANNO PUNTI IN COMUNE. PERCIO'...

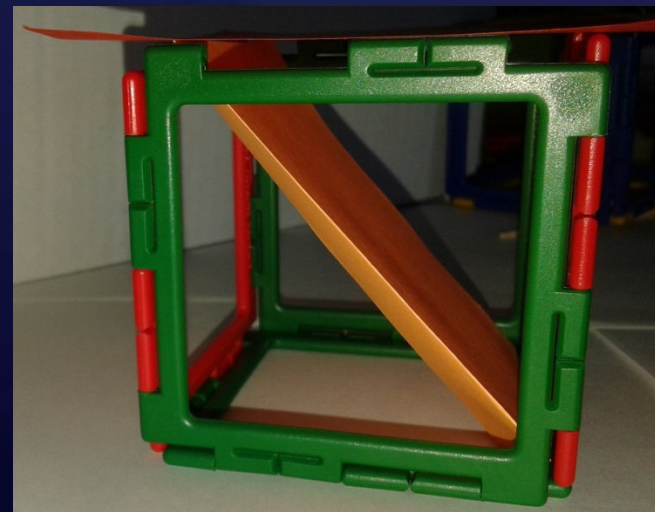
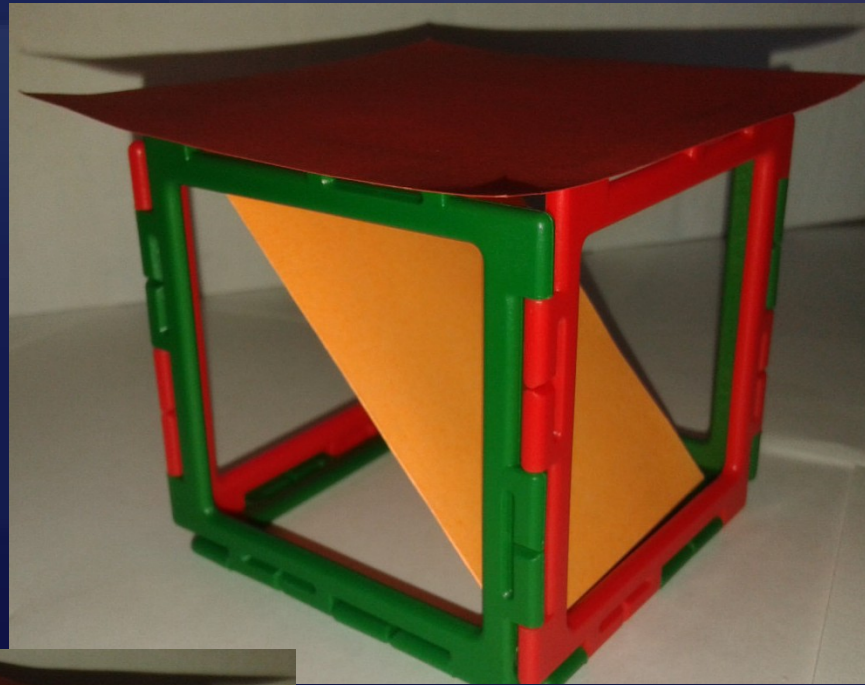
# Le meraviglie del cubo

LA RETTA  $a$  E LA RETTA  $b$  SONO PARALLELE.



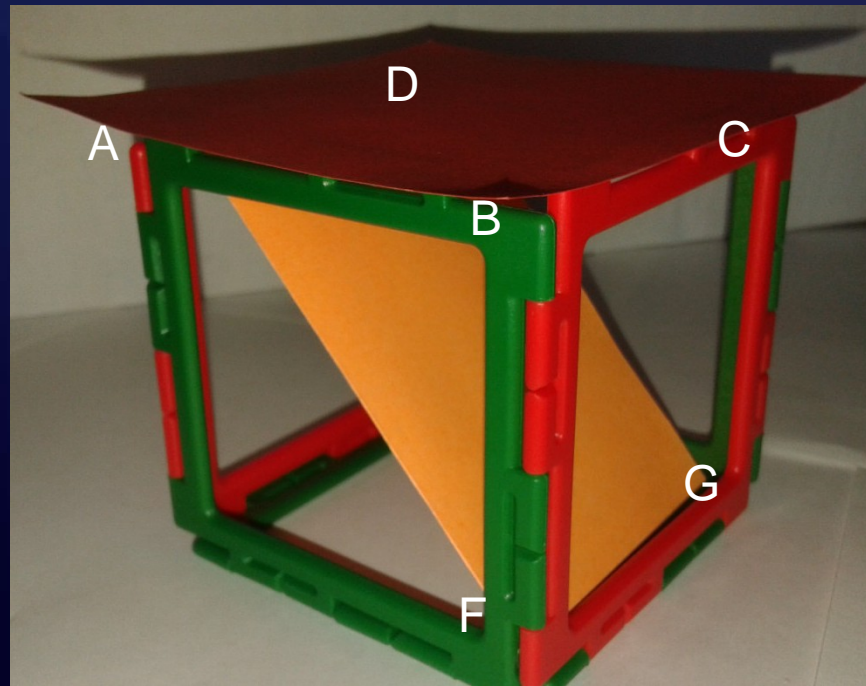
# Le meraviglie del cubo

Piani incidenti



*Le meraviglie del cubo*

CONSIDERO I PIANI ABCD e AFGH.  
ESSI HANNO IN COMUNE LA RETTA AD:  
SONO PIANI INCIDENTI.



## Le meraviglie del cubo

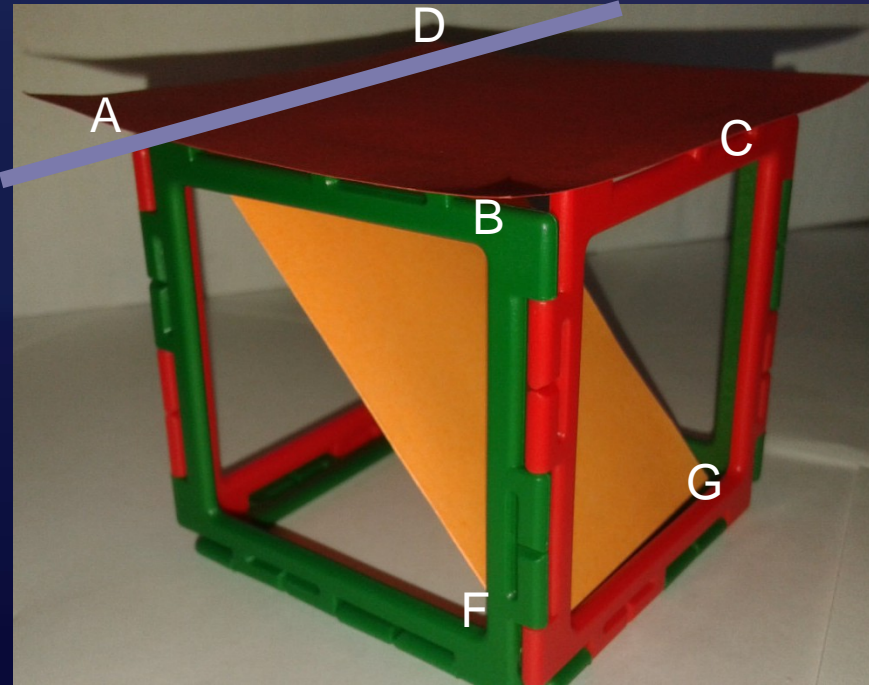
Osservazione

Se due piani hanno in comune un punto  
allora essi hanno in comune tutta una  
retta.

*Le meraviglie del cubo*

**CHE COS'HANNO IN COMUNE DUE PIANI  
INCIDENTI?**

# Le meraviglie del cubo



*Le meraviglie del cubo*

# UNA RETTA

QUESTA RETTA NON È SEMPRE  
FACILE IMMAGINARLA

*Le meraviglie del cubo*

PUÒ AIUTARE FAR TROVARE LA RETTA  
INTERSEZIONE DI DUE PIANI DIAGONALI  
DEL CUBO,  
TALE RETTA PASSA PER DUE CENTRI DI  
FACCE OPPOSITE:  
LA IMMAGINIAMO MA NON VEDIAMO  
ALCUN SUO PUNTO 'MATERIALE'

*Le meraviglie del cubo*

**ALTRE PROPRIETÀ IMPORTANTI  
EMERGONO DALLA SOLA  
OSSERVAZIONE**

*Le meraviglie del cubo*

**PER TRE PUNTI DELLO SPAZIO NON  
ALLINEATI PASSA UNO E UN SOLO PIANO**

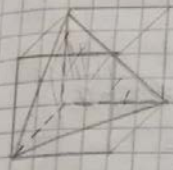
*Le meraviglie del cubo*

SE FISSIAMO UN VERTICE DEL CUBO E  
VEDO I TRE SPIGOLI CHE DA ESSO  
ESCONO SI PUÀ INTUIRE QUAL È IL  
PIANO CHE PASSA DAI TRE ESTREMI  
NON IN COMUNE DEI TRE SPIGOLI

*Le meraviglie del cubo*

LA SEZIONE CHE DETERMINA NEL CUBO  
È UN TRIANGOLO EQUILATERO CHE HA  
PER LATO DIAGONALI DELLE FACCE DEL  
CUBO

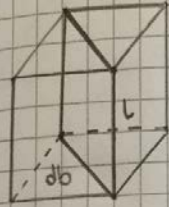
# Le meraviglie del cubo



$A_2 = 18 \times 6 = \sqrt{321} = 18 \text{ cm}$   
 $d = 18 \times 1,41 = 25,38 \text{ cm}$   
 $A = 1944 \text{ cm}^2$   
 $d = 2\sqrt{2} = 18\sqrt{2}$   
 $P = 3 \cdot 18\sqrt{2} = 54\sqrt{2}$   
 a)  $\Delta$  equilatero  
 $P = 25,38 \times 3 = 76,14 \text{ dm}$   
 $A = 18 \times \sqrt{3} = 18 \times 1,73 = 31,14 \text{ cm}$  triangolo equilatero  
 $A = \frac{31,14 \times 18}{2} = 280,26 \text{ cm}^2$

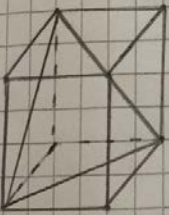
$A = \frac{s^2 \sqrt{3}}{4}$   
 $\frac{18 \sqrt{2} \times \sqrt{3}}{4} = \frac{18 \sqrt{6}}{4} = \frac{9 \sqrt{6}}{2}$   
 $\frac{324 \times 2 \times \sqrt{3}}{4}$   
 $\frac{648 \times \sqrt{3}}{4} =$   
 $162 \sqrt{3} =$   
 $280,59 \text{ cm}^2$

202



$l = 25 \text{ cm}$   
 $25 \times \sqrt{2} = 25 \times 1,41 = 35,25 \text{ cm}$   
 $25 \times 35,25 = 881,25 \text{ cm}^2$

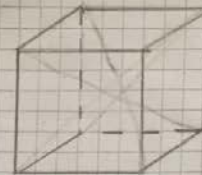
203



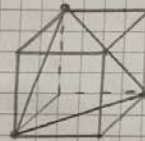
$A_T = 1944 \text{ cm}^2$   
 $P = ?$   
 $A = ?$   
 Triangolo equilatero

*Le meraviglie del cubo*

**SI PUÒ INTRODURRE IL CONCETTO DI  
SEZIONE PIANA DI UN SOLIDO  
(SEZIONE FRA IL PIANO E IL SOLIDO)**

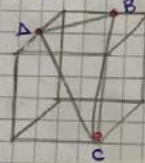


CUBO  
6 FACCE  
12 SPIGOLI  
8 VERTICI  
4 DIAGONALI

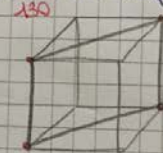


ES 119

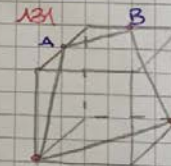
A e B sono i punti medi dei rispettivi spigoli



TRIANGOLO ISOSCELE



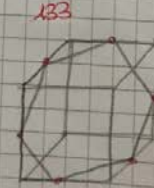
RETANGOLO



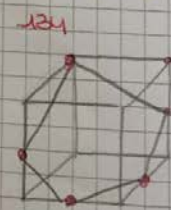
TRAPEZIO ISOSCELE



QUADRATO



ESAGONO



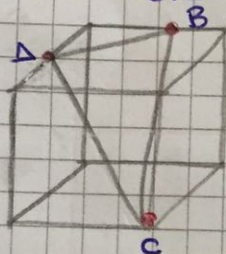
PENTAGONO

Le meraviglie del cubo

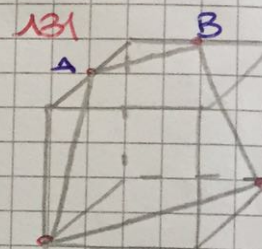
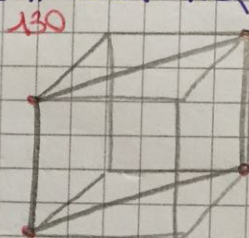
# Le meraviglie del cubo

ES 129

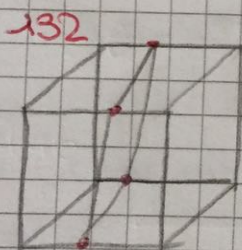
A e B sono i punti medi dei rispettivi spigoli



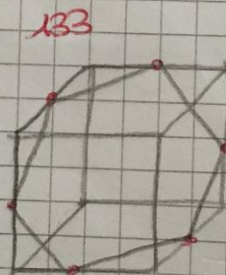
TRIANGOLO ISOSCELE RETTANGOLO



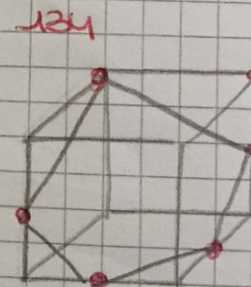
TRAPEZIO ISOSCELE



QUADRATO



ESAGONO



PENTAGONO

*Le meraviglie del cubo*

**AL TERMINE DELLE OSSERVAZIONI DI  
OGNI LEZIONE SI POSSONO PROPORRE  
ALCUNI QUESITI**

## *Le meraviglie del cubo*

1. TRACCIA UNA DIAGONALE DEL CUBO. COME DEFINISCI UNA DIAGONALE DEL CUBO?

2. TRACCIA I DUE SEGMENTI  $BD$  E  $EG$ . ESSI APPARTENGONO A DUE FACCE.....DEL CUBO:

LE DUE RETTE  $BD$  E  $FG$  CUI APPARTENGONO POSSONO AVERE PUNTI IN COMUNE?

PERCHE'? SONO PARALLELE? ALLORA LE DUE RETTE SONO SICURAMENTE...

## *Le meraviglie del cubo*

3. I QUATTRO PUNTI B, D, E, G SONO VERTICI DI UN POLIEDRO. TRACCIA I SUOI SPIGOLI. CHE TIPO DI POLIEDRO E'? PUOI DIRE CHE E' UN POLIEDRO REGOLARE? PERCHE'? SE LO SPIGOLO DEL CUBO MISURA  $s$ , QUANTO MISURA LO SPIGOLO DI QUESTO POLIEDRO?

## *Le meraviglie del cubo*

4. COME DEFINISCI L'ANGOLO RETTO?

5. DUE RETTE INCIDENTI SI DICONO  
PERPENDICOLARI SE.....

6. UNA RETTA E' PERPENDICOLARE A UN  
PIANO SE.....

## *Le meraviglie del cubo*

7. SE UNA RETTA E' INCIDENTE AD UN PIANO E NON E' PERPENDICOLARE AD ESSO SI PUO' PARLARE DI ANGOLO CHE FORMA CON IL PIANO: COME POTRESTI VEDERE O DEFINIRE QUESTO ANGOLO?

## *Le meraviglie del cubo*

### PROPOSTA DI QUESITI FINALI:

- INDIVIDUA QUATTRO SPIGOLI PARELLELI, PER ESEMPIO QUELLI 'VERTICALI' E IMMAGINA I DUE PIANI DIAGONALI DETERMINATI DALLE COPPIE DI SPIGOLI OPPOSTI. RIESCI AD IMMAGINARE LA RETTA DI INTERSEZIONE DEI DUE PIANI? COME POTRESTI DESCRIVERLA?

## *Le meraviglie del cubo*

- QUANTO MISURA L'AREA DEL RETTANGOLO DIAGONALE ACGE SE LO SPIGOLO DEL CUBO MISURA 4 cm OPPURE MISURA  $s$  (spigolo)?
- IMMAGINA IL PIANO DETERMINATO DAI TRE PUNTI E, B, G E SU ESSO IL TRIANGOLO EBG. CHE TIPO DI TRIANGOLO E'? QUANTO MISURA IL SUO PERIMETRO SE LO SPIGOLO DEL CUBO E' DI 4 cm?

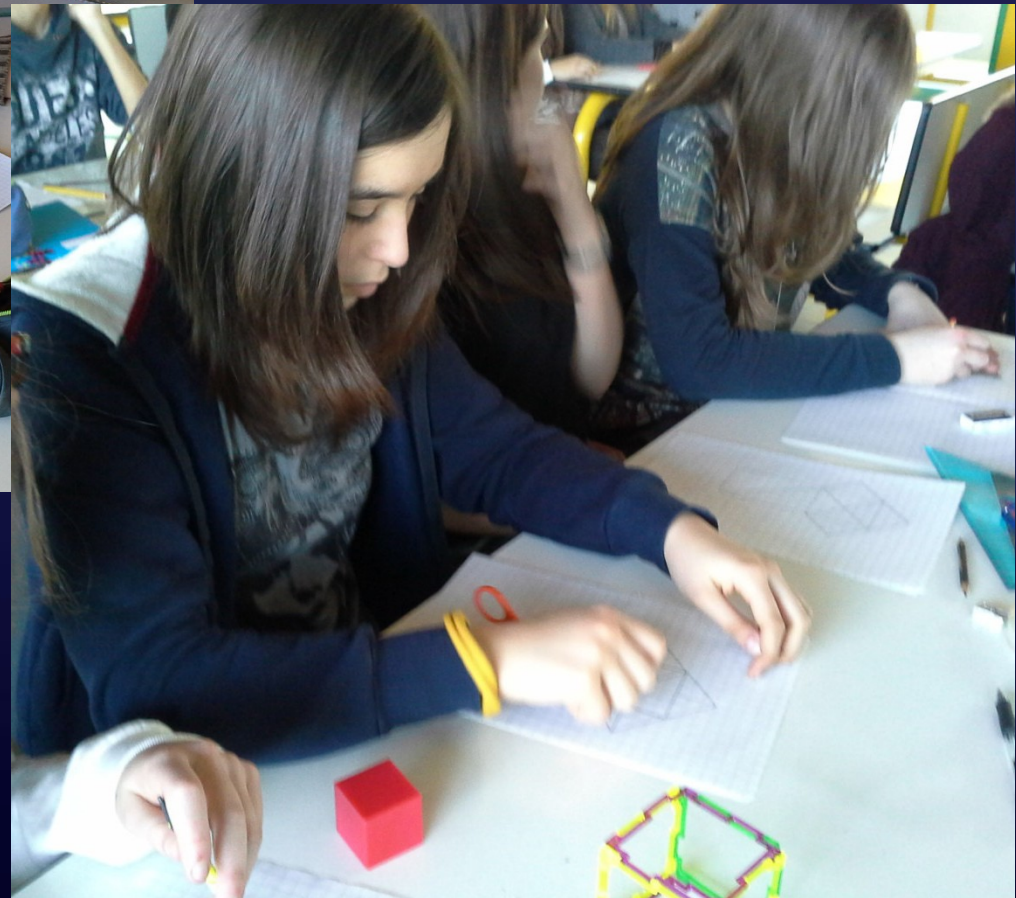
## *Le meraviglie del cubo*

- SE IL CUBO FOSSE UNA SCATOLA QUALE SAREBBE LA LUNGHEZZA MASSIMA DI UN'ASTICCIOLA CHE PUO' ESSERE CONTENUTA COMPLETAMENTE NELLA SCATOLA?

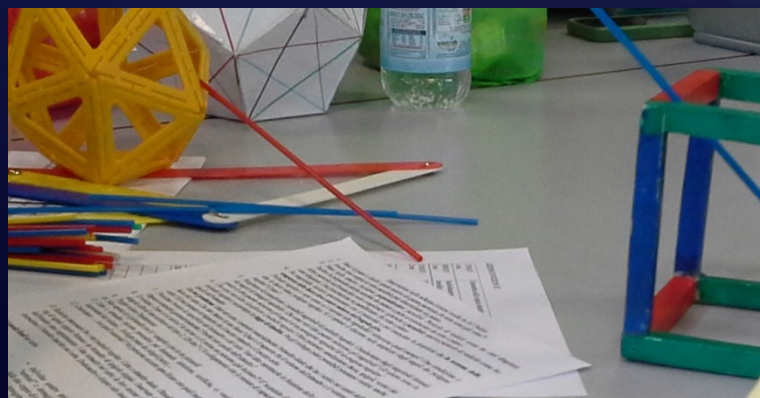
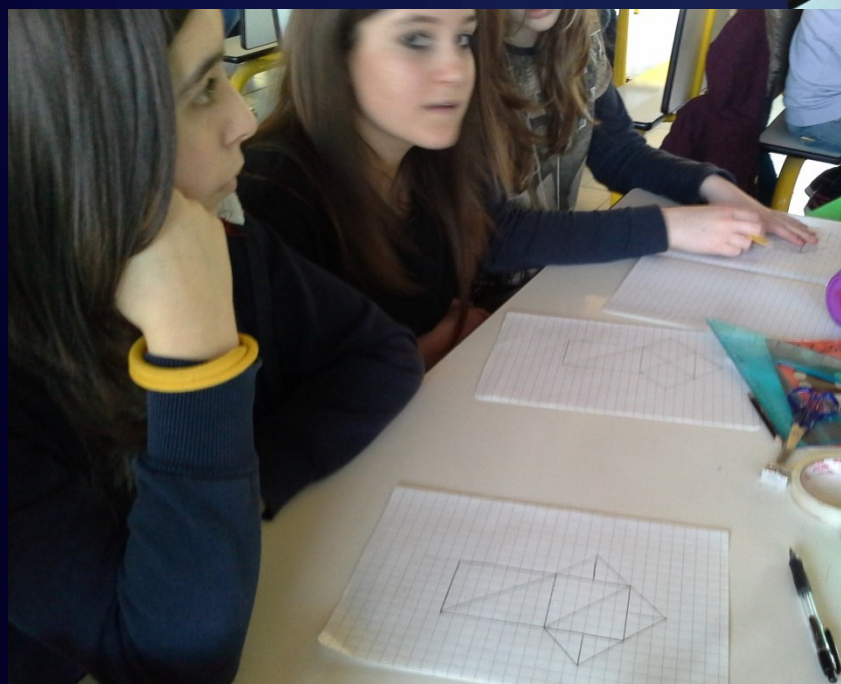
## *Le meraviglie del cubo*

- SE APPOGGIASSI SUL FONDO L'ESTREMO DI UN'ASTICCIOLA LUNGA 10 cm QUALE LUNGHEZZA AL MINIMO SPORGEREBBE DALLA SCATOLA DI SPIGOLO  $s$ ?

# Le meraviglie del cubo



# Le meraviglie del cubo



# Le meraviglie del cubo

Icosaedro & da  
 cubo lo spigolo  
 edro lo calcolo  
 perimetro  
 $\frac{l\sqrt{2}}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 caso cubo  $\cdot \frac{l}{2}$   
 $\frac{1}{3}$   
 facciata  $\frac{1}{6}$  cubo.

$\overline{AC} + \overline{CG} =$   
 $(\sqrt{2})^2 + s^2 = 2s^2 +$

$d = s\sqrt{3}$   
 $d = \sqrt{2s^2 + s^2} =$   
 $= \sqrt{2} \cdot \sqrt{s^2} =$   
 $= s\sqrt{2}$

$s \perp DC$   
 $\& BC$   
 $\downarrow$   
 $AC$

$e \perp$   
 $s\sqrt{2}$

## *Le meraviglie del cubo*

### VERIFICHE DEGLI APPRENDIMENTI

- discussione all'interno di gruppi e messa a comune di quanto appreso
- dibattito in classe
- problem solving
- questionari in itinere
- questionario finale

## *Le meraviglie del cubo*

### RISULTATI OTTENUTI (ANALISI CRITICA IN RELAZIONE AGLI APPRENDIMENTI DEGLI ALUNNI)

In questo percorso l'insegnamento della geometria stimola l'interesse, la motivazione, la curiosità al fine di abituare a osservare, a ricercare e a pensare.

## *Le meraviglie del cubo*

VALUTAZIONE DELL'EFFICACIA DEL PERCORSO  
DIDATTICO SPERIMENTATO IN ORDINE ALLE  
ASPETTATIVE E ALLE MOTIVAZIONI DEL GRUPPO DI  
RICERCA LSS

Il percorso ha corrisposto alle aspettative dell'insegnante. Gli alunni hanno costruito attivamente le proprie conoscenze. In particolare sono stati stimolati a verbalizzare procedure, ipotesi progettuali...al fine di costruire e condividere un linguaggio 'matematico', trovare strategie per riconoscere la tridimensionalità.