REGIONE TOSCANA

Prodotto realizzato con il contributo della Regione Toscana nell'ambito dell'azione regionale di sistema

Laboratori del Sapere Scientifico

LABORATORIO SUI TRIANGOLI

PERCORSO DI GEOMETRIA
CON ATTIVITÀ LABORATORIALI
E MANIPOLAZIONE DI MATERIALE POVERO

Prof. Silvia Rossi
Classe IIF
Scuola secondaria di I grado S.Piero a Grado (PI)
a.s. 2015-2016

COLLOCAZIONE DEL PERCORSO NEL CURRICOLO VERTICALE

Questo percorso didattico riguarda un tema esplorato e approfondito nel corso di tutto il primo e secondo ciclo, a partire già dalla scuola dell'infanzia. La scelta di questo percorso didattico è stata discussa e condivisa grazie ai momenti di raccordo pedagogico, curricolare ed organizzativo degli incontri di autoformazione e formazione del gruppo LSS che hanno permesso la conoscenza delle modalità organizzative e dei programmi didattici di ciascun ordine di scuola al fine di costruire insieme una programmazione coordinata e condivisa intesa come connessione tra i rispettivi impianti metodologici e didattici.

Negli ambiti SPAZIO E FIGURE/RELAZIONI, MISURE, DATI E PREVISIONI si colloca nello sviluppo dei seguenti traguardi:

- Percepire, descrivere e rappresentare forme geometriche
- Consolidare conoscenze teoriche acquisite grazie a strumenti o a modelli
- Confrontare procedimenti e usare formalizzazioni che consentano di passare da un problema specifico a una classe di problemi
- Utilizzare strumenti matematici di base per comprendere e rappresentare la realtà.

OBIETTIVI ESSENZIALI DI APPRENDIMENTO

- Costruire un triangolo e individuare le condizioni di costruibilità e alcune caratteristiche
- Individuare i criteri di congruenza dei triangoli
- Acquisire il significato di bisettrice, mediana, asse, altezza e saperle determinare
- Determinare i punti notevoli e individuarne il significato.

ELEMENTI SALIENTI DELL'APPROCCIO METODOLOGICO

La metodologia utilizzata dal gruppo classe si è basata sulle seguenti fasi di lavoro:

- Osservazione e sperimentazione di situazioni
- Comunicazione e confronto collettivo di un problema condiviso
- Ricerca e verbalizzazione scritta individuale
- Disegni e costruzioni individuali

L'insegnante

- Propone situazioni problematiche e le discute e condivide col gruppo classe
- Assume la funzione di guida metodologica, di assistenza e di consulenza per ciascun alunno o per il gruppo degli alunni impegnati nella soluzione del problema

MATERIALI IMPIEGATI

- Asticciole di plastica di diversa lunghezza e fermacampioni
- Riga, compasso, squadre, goniometro
- Fogli di carta traslucida, forbici, colla, lapis, pennarelli
- Quaderno

AMBIENTE IN CUI È STATO SVILUPPATO IL PERCORSO:

l’aula ordinaria

TEMPO IMPIEGATO

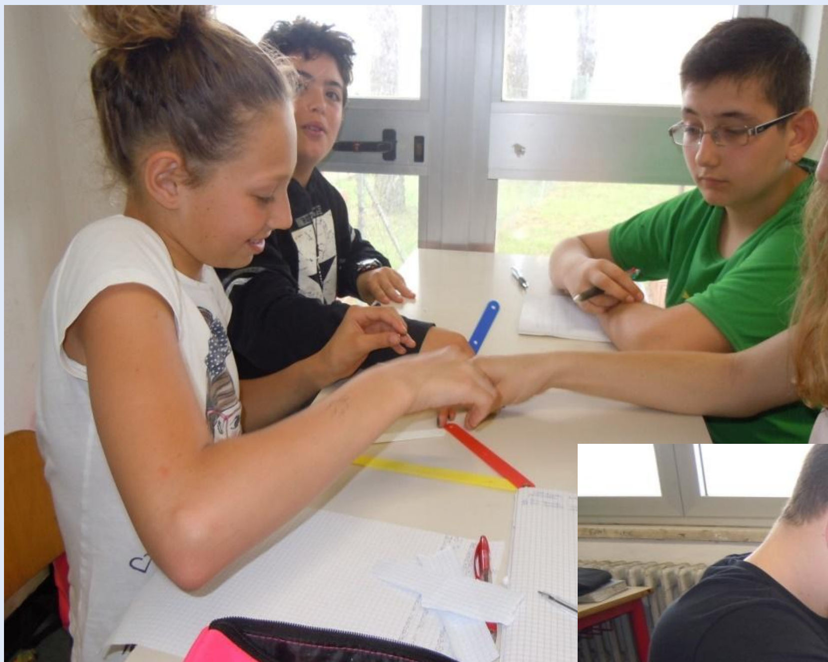
- Messa a punto preliminare del progetto nel Gruppo LSS in presenza del formatore: 2 incontri
- Revisione in itinere del progetto: 6 ore e 3 incontri, di 2 ore ciascuno, di confronto col Gruppo LSS, di cui 1 in presenza del formatore
- Realizzazione del progetto nella classe: 4 ore settimanali per 6 settimane
- Documentazione: 20 ore

ATTIVITÀ n.1

È SEMPRE POSSIBILE COSTRUIRE UN TRIANGOLO?

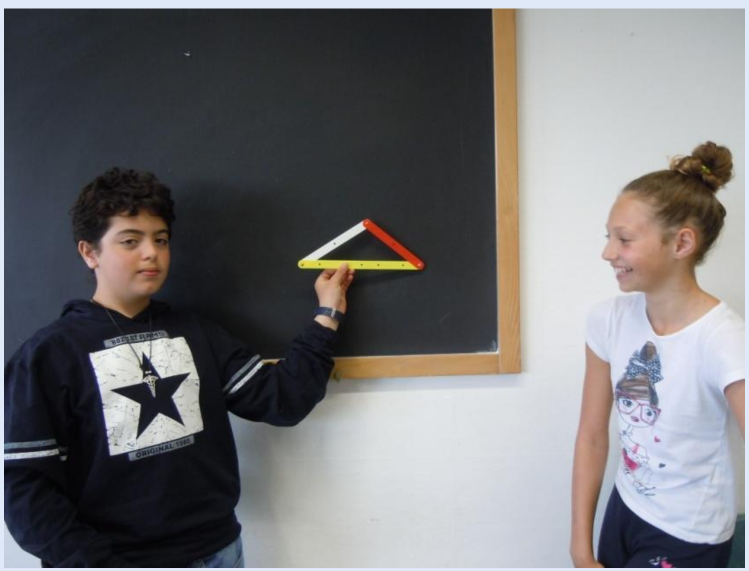
Gli alunni vengono divisi in gruppi e vengono messe a disposizione quattro asticciole di lunghezze diverse e tre fermacampioni.

Costruiamo tutti i triangoli possibili con le asticciole messe a disposizione



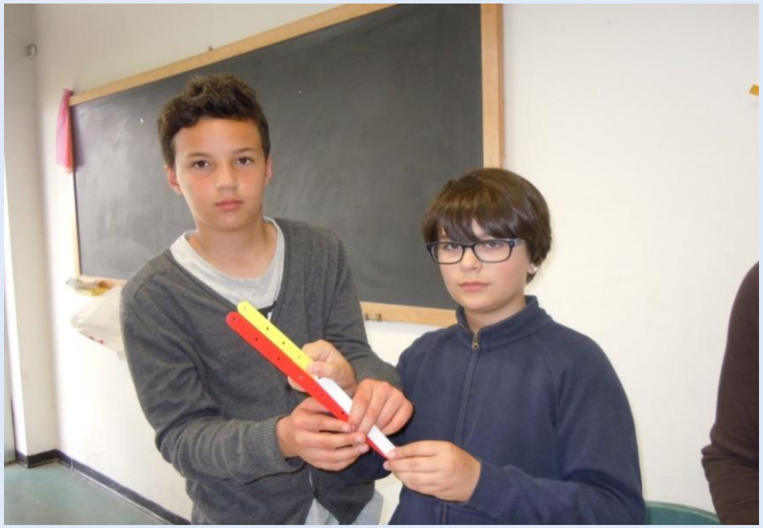
OSSERVIAMO CHE:

In alcuni casi si possono costruire triangoli……

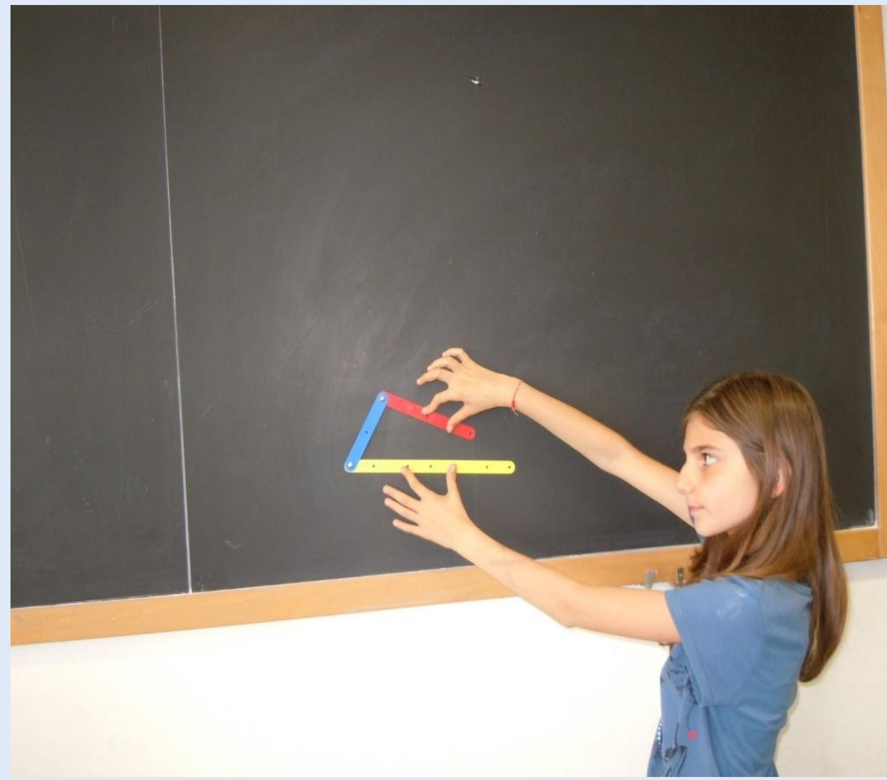


In altri casi no….

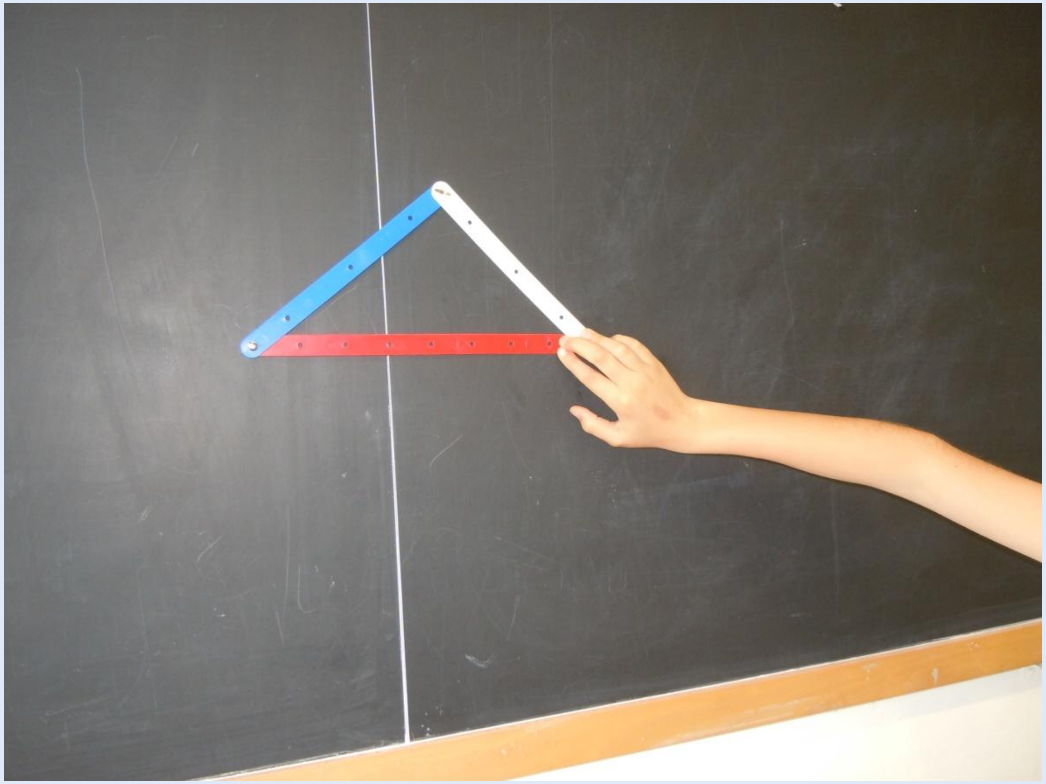
…si schiaccia



…..o non si chiude

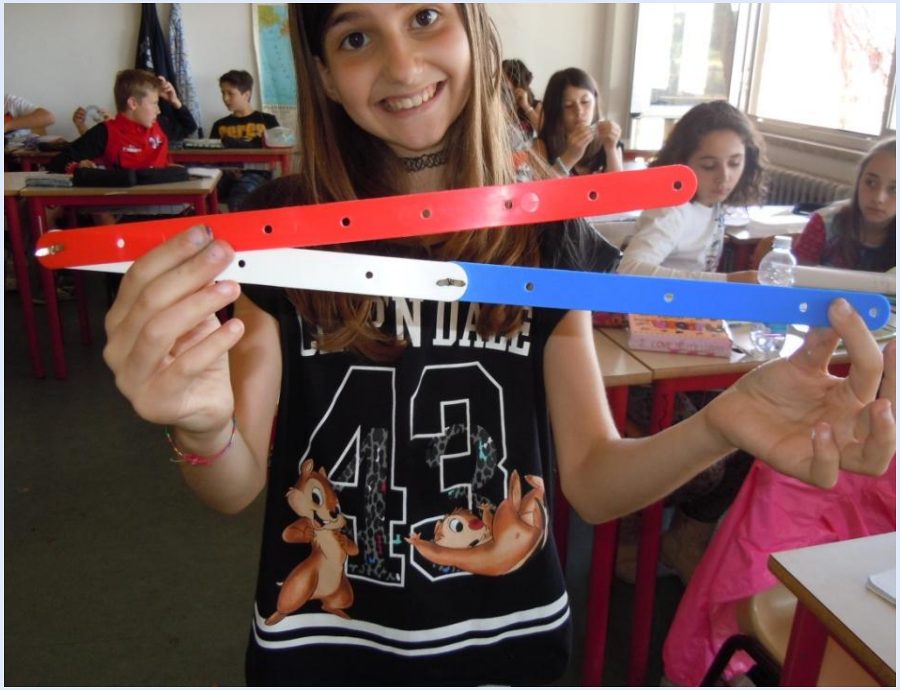


DALLE OSSERVAZIONI FATTE
È POSSIBILE INDIVIDUARE
LE
"CONDIZIONI DI COSTRUIBILITÀ DI UN TRIANGOLO"



Scelte tre asticciole di lunghezza diversa in modo da costruire un triangolo,
sovrapponendo la più lunga alle altre due allineate e confrontandole, si può affermare che:

Il lato maggiore
è minore
della somma degli altri due



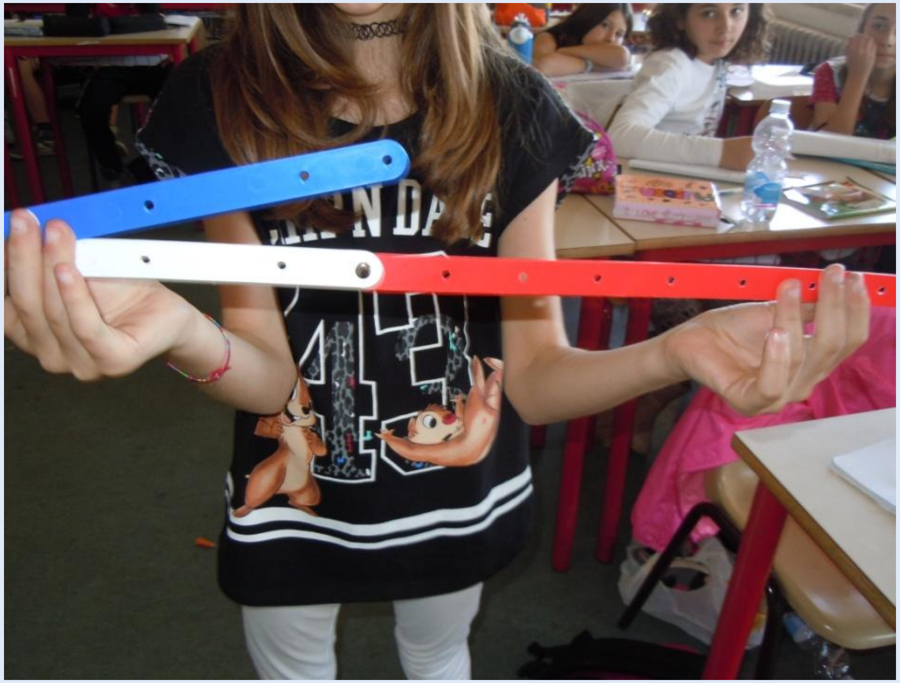
Da una successiva discussione con gli alunni è emerso che:

- **Date tre asticciole** *le diverse lunghezze sono chiaramente evidenti e l'individuazione di quella più lunga è immediata*
- …**ma in altre situazioni** (ad esempio nel caso in cui le lunghezze in gioco non sono date, ma devono essere calcolate con opportune procedure) *è necessario prima stabilire una relazione d'ordine* così le lunghezze saranno confrontabili e si potrà individuare il lato più lungo

Si può osservare inoltre che, sovrapponendo ciascuna delle tre asticciole con le altre due allineate e confrontandole,

OGNI LATO

è sempre minore della somma degli altri due



ATTIVITÀ n.2

COME COSTRUIRE UN TRIANGOLO CON PRECISIONE?

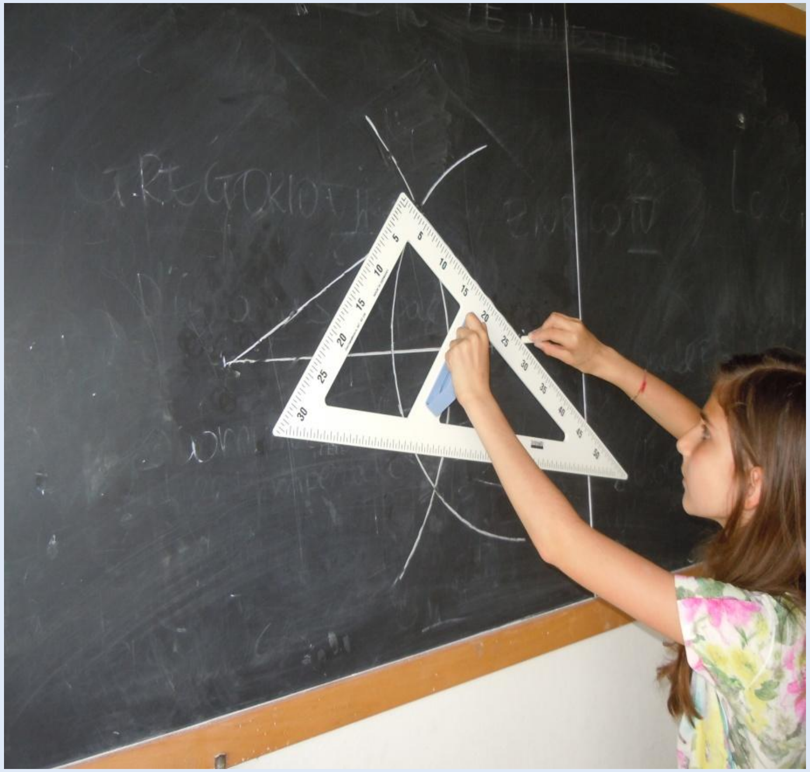
UTILIZZANDO RIGA E COMPASSO

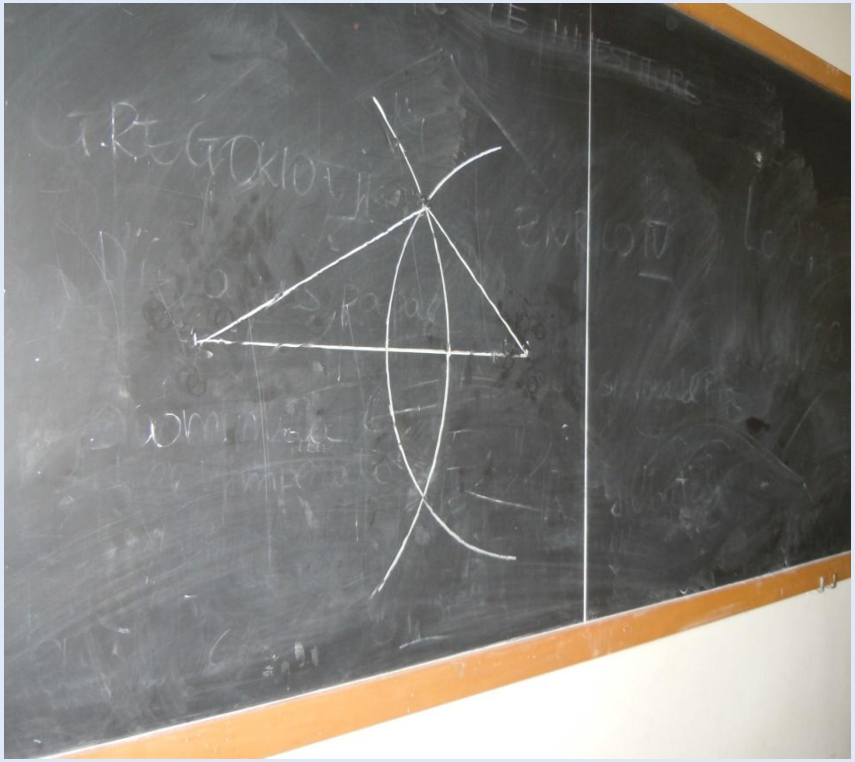
- Scegliamo tre segmenti in modo che formino sicuramente i lati di un triangolo
- Disegno uno dei tre lati, punto il compasso su uno dei due estremi con apertura pari alla lunghezza del secondo lato e traccio un arco di circonferenza

- Punto il compasso sull’altro estremo e disegno un altro arco di circonferenza con apertura pari al terzo lato
- I due archi di circonferenza si incontrano in un punto che rappresenta il terzo vertice del triangolo

- Abbiamo ottenuto il triangolo!

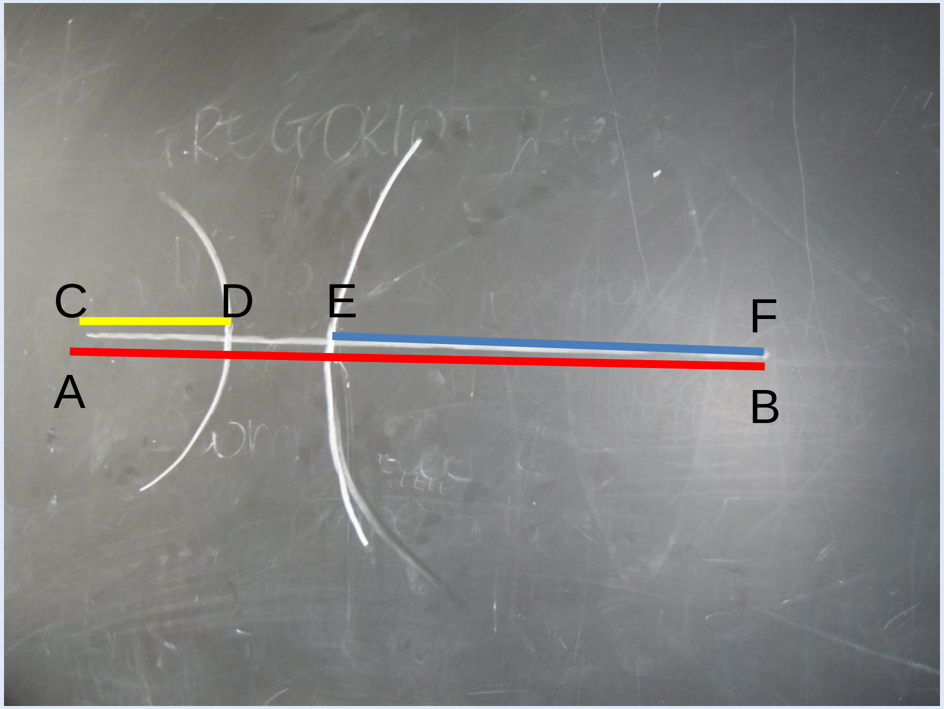
  …..in verità ne abbiamo trovati due se si considera anche l’altro punto di incontro dei due archi di circonferenza





Con riga e compasso possiamo anche verificare la **non costruibilità** di un triangolo nel caso che la lunghezza del segmento maggiore sia maggiore della somma degli altri due (**AB>CD+EF)**.
In questo caso gli archi di circonferenza non si intersecano.

....e si può anche osservare invece che, **per ottenere un triangolo il lato EF (o CD) dovrà essere maggiore della differenza degli altri due** **(AB-CD o AB-EF)**



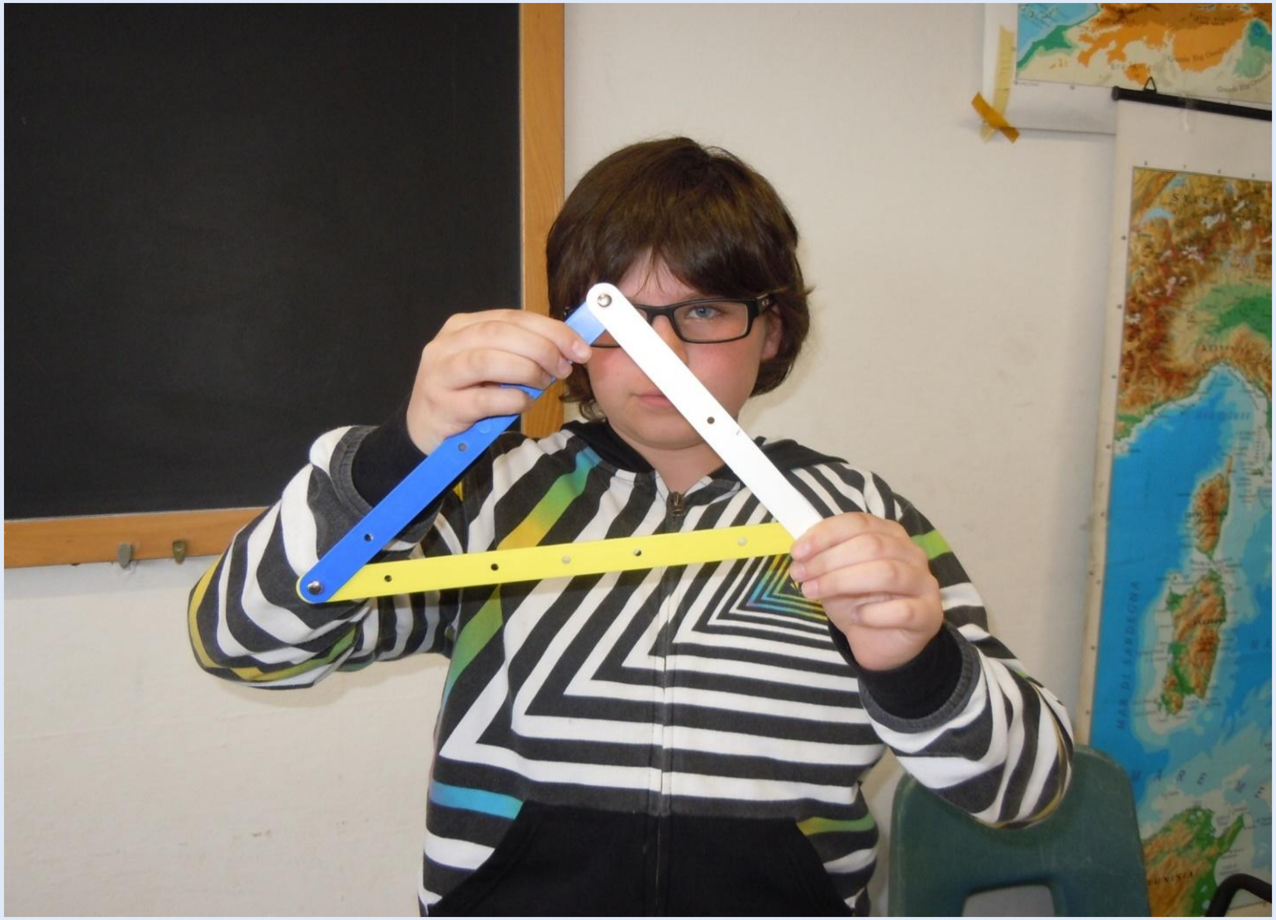
ATTIVITÀ n.3

ALCUNE CARATTERISTICHE DEI TRIANGOLI

1) È UNA FIGURA RIGIDA

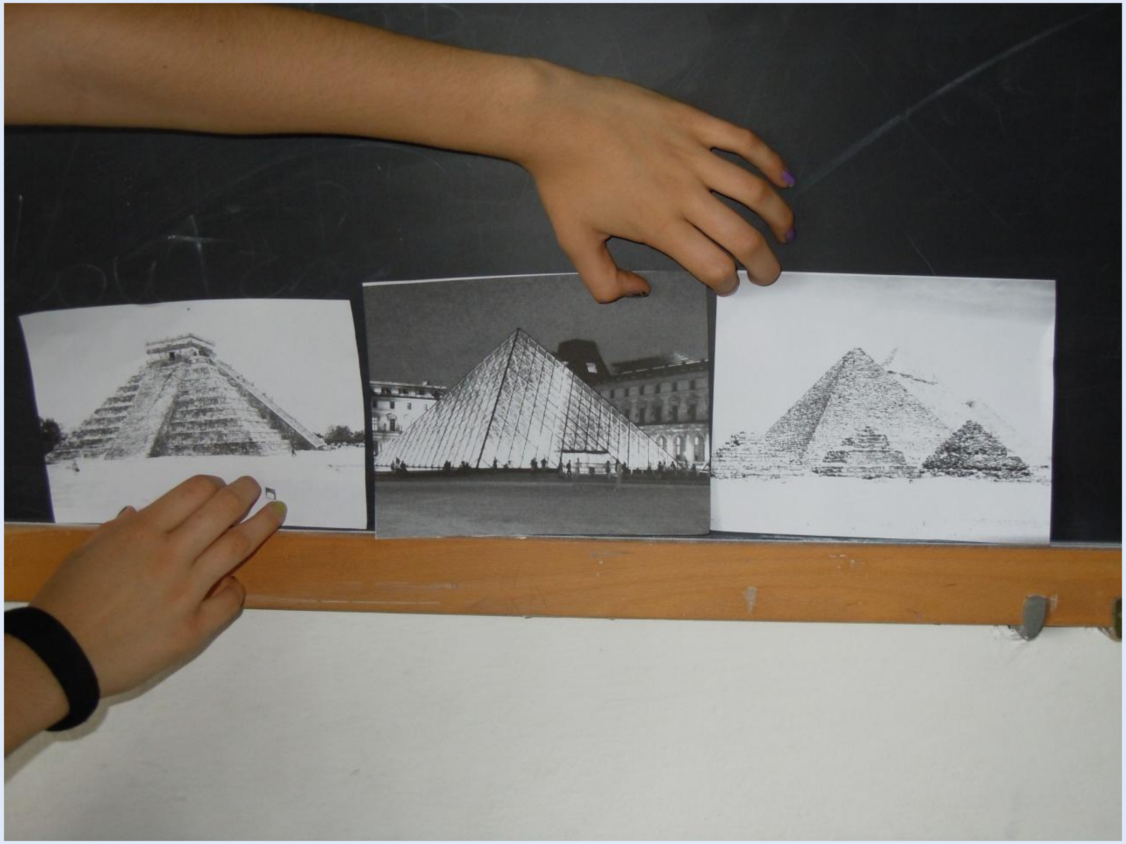
cioè non articolabile.

Premendo sui lati non cambia la sua forma



2) È MOLTO RESISTENTE!

Troviamo la struttura del triangolo in molte strutture architettoniche famose



FACCIAMO UN'ESPERIENZA PER VERIFICARE LA RESISTENZA DEL TRIANGOLO

- Appoggio un foglio di carta piegato a organetto tra due diari della stessa altezza.
- Se sul foglio a organetto appoggio un paio di forbici queste non cadono

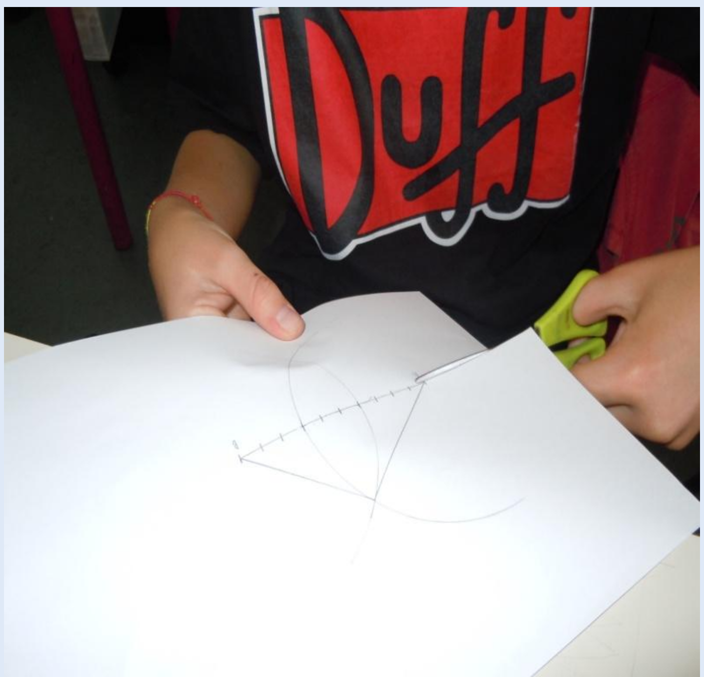
- Se appoggio le forbici sul foglio liscio, queste cadono

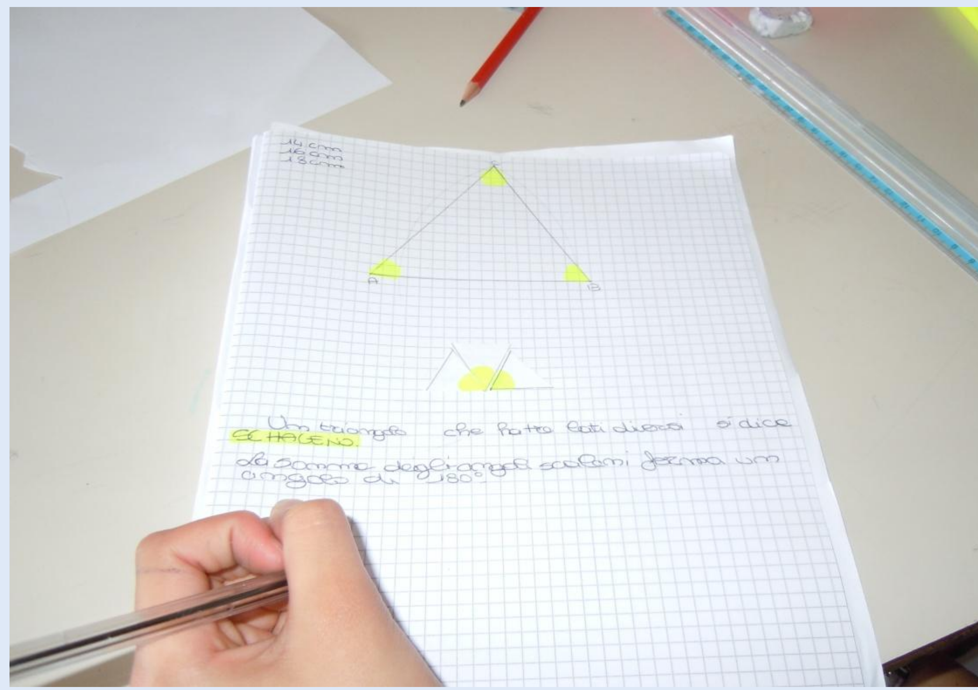
- Se ripetiamo l’esperienza con un cartoncino delle stesse dimensioni del foglio di carta osserviamo che la capacità di sostenere il peso aumenta tanto da sostenere il peso di un diario!

3) DETERMINAZIONE DELLA SOMMA DEGLI ANGOLI INTERNI DI UN TRIANGOLO

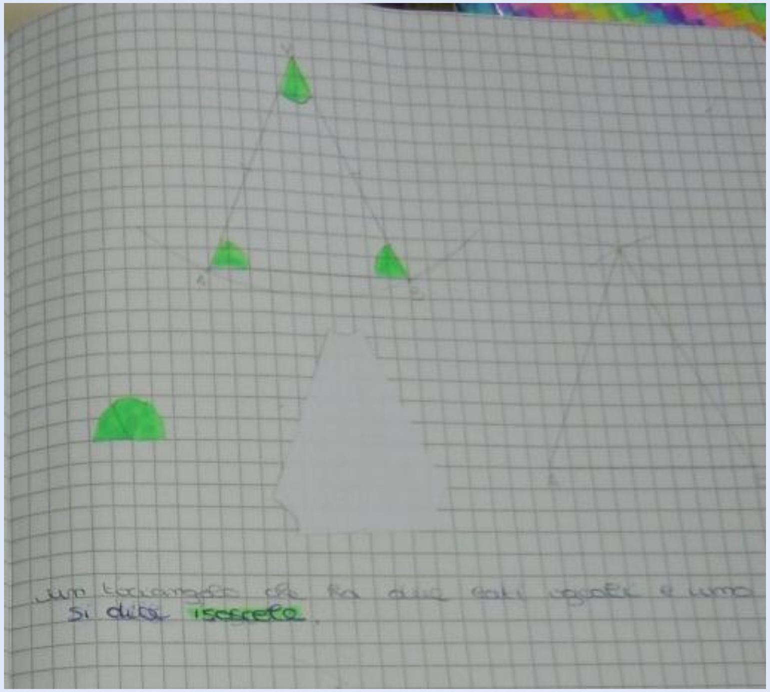
Disegniamo tutti con riga e compasso uno stesso triangolo con tre lati diversi; ritagliamo i suoi tre angoli e li incolliamo sul quaderno in modo che siano consecutivi. Osserviamo che:

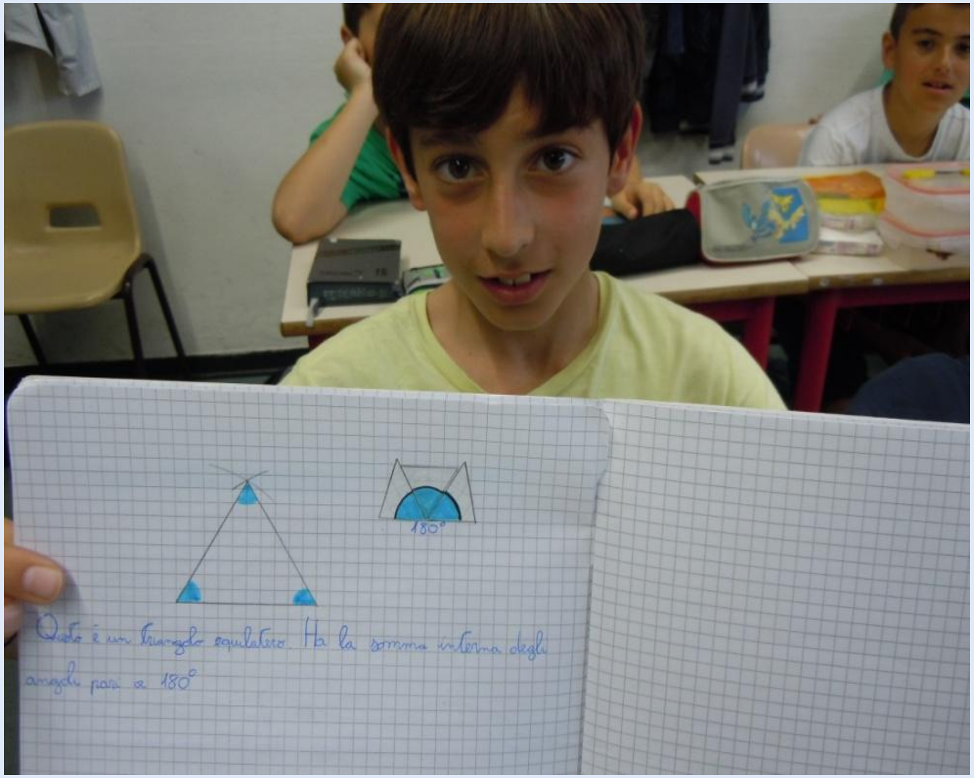
la somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo piatto





Disegniamo con riga e compasso <u>un triangolo con due lati uguali e uno con tre lati uguali</u>; verifichiamo con lo stesso metodo che **la somma degli angoli interni è <u>SEMPRE</u> un angolo piatto**





ATTIVITÀ n.4

QUANDO SIAMO CERTI CHE DUE TRIANGOLI SONO CONGRUENTI?

1) Disegniamo con riga e compasso <u>un triangolo con tre lati opportunamente scelti (10 cm, 7 cm e 5 cm)</u>

- Ognuno confronta il triangolo con quello del vicino

-Sovrapponendoli si verifica che coincidono

Si deduce che:

DUE O PIÙ TRIANGOLI SONO CONGRUENTI SE HANNO TUTTE E TRE LE MISURE DEI LATI UGUALI

2) Disegniamo con riga e goniometro un triangolo con gli angoli interni di 30°, 60° e 90°

- Ognuno confronta il triangolo con quello del vicino

-Sovrapponendoli si verifica che **NON SEMPRE I TRIANGOLI SONO CONGRUENTI**

3) Disegniamo con riga e goniometro <u>un triangolo con un lato lungo 10 cm e gli angoli di 30°, 60° (e 90°)</u>

- Ognuno confronta il triangolo con quello del vicino

Si osserva che:

- Si possono ottenere triangoli diversi….

- …..ma anche congruenti e perfettamente sovrapponibili se il lato noto è comune ai due angoli

Si deduce che:

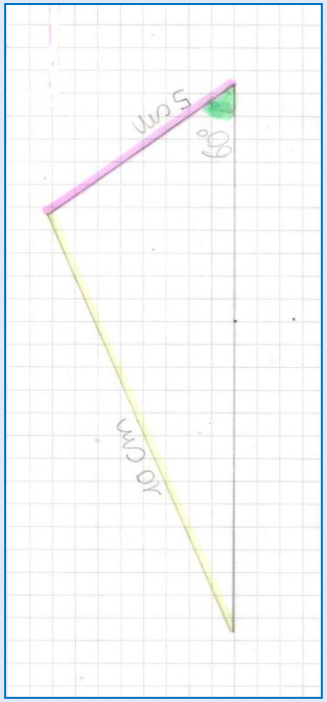
DUE O PIÙ TRIANGOLI SONO CONGRUENTI SE HANNO DUE ANGOLI E IL LATO AD ESSI COMUNE CONGRUENTI

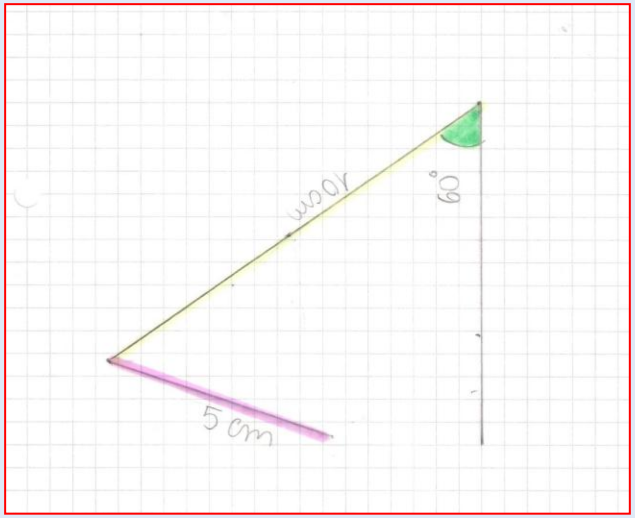
4) Disegniamo con riga e goniometro <u>un triangolo con due lati lunghi 10 cm e 5 cm e un angolo di 60°</u>

Se <u>l'angolo noto è opposto a uno dei due lati noti:</u>

- Confrontando il triangolo con quello del vicino si osserva che:

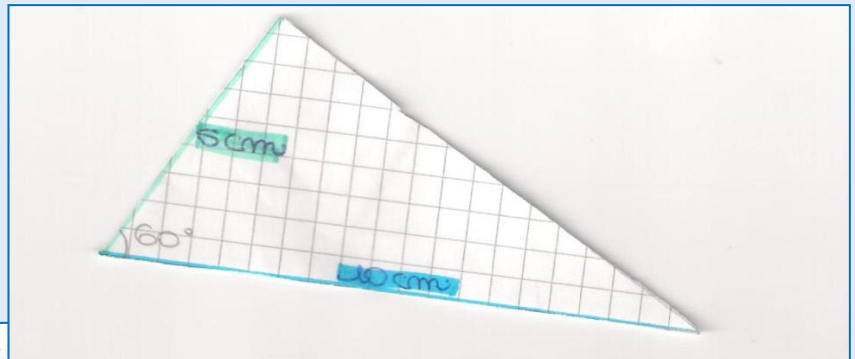
è possibile costruirlo… …ma non sempre

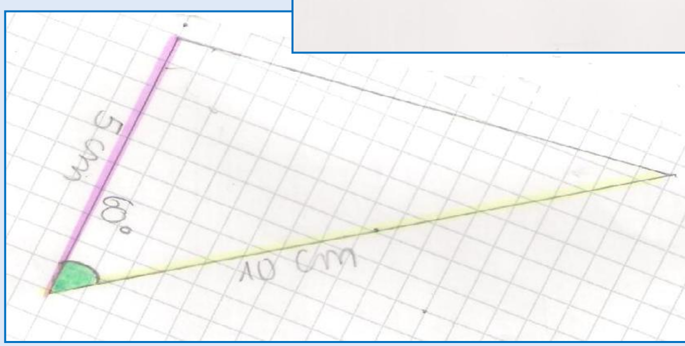




Se invece l’angolo noto è compreso tra i due lati noti

si può sempre costruire un triangolo e i triangoli ottenuti sono sempre perfettamente sovrapponibili e quindi congruenti





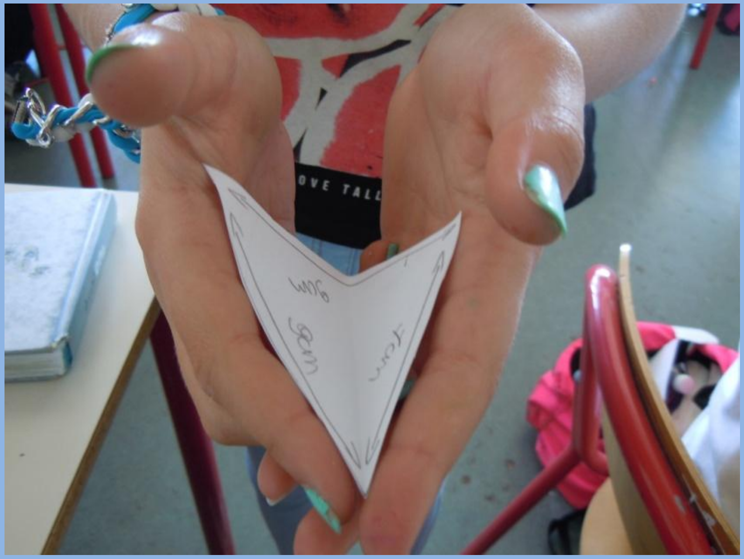
Si deduce che:

DUE O PIÙ TRIANGOLI SONO CONGRUENTI SE HANNO DUE LATI E L’ANGOLO TRA ESSI COMPRESO CONGRUENTI

ATTIVITÀ n.5

I PUNTI NOTEVOLI DI UN TRIANGOLO

Il metodo delle piegature



1) LE MEDIANE E IL BARICENTRO

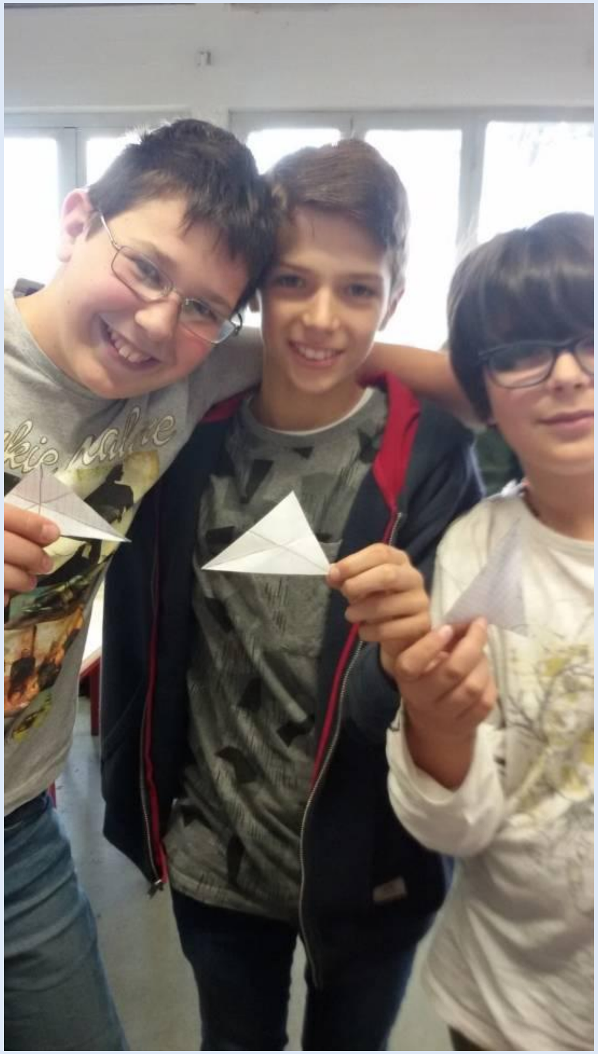
COME OTTENERE LE MEDIANE CON LE PIEGATURE

Disegniamo un triangolo acutangolo con lati dati, si ritaglia e si tracciano le mediane procedendo in questo modo:

1) si sovrappongono due vertici consecutivi, si esegue una piccola piegatura che segni il punto medio del lato che ha per estremi i due vertici considerati

2) dopo aver steso il triangolo si ottiene la mediana eseguendo una piegatura che unisca il punto medio con il vertice opposto al lato considerato

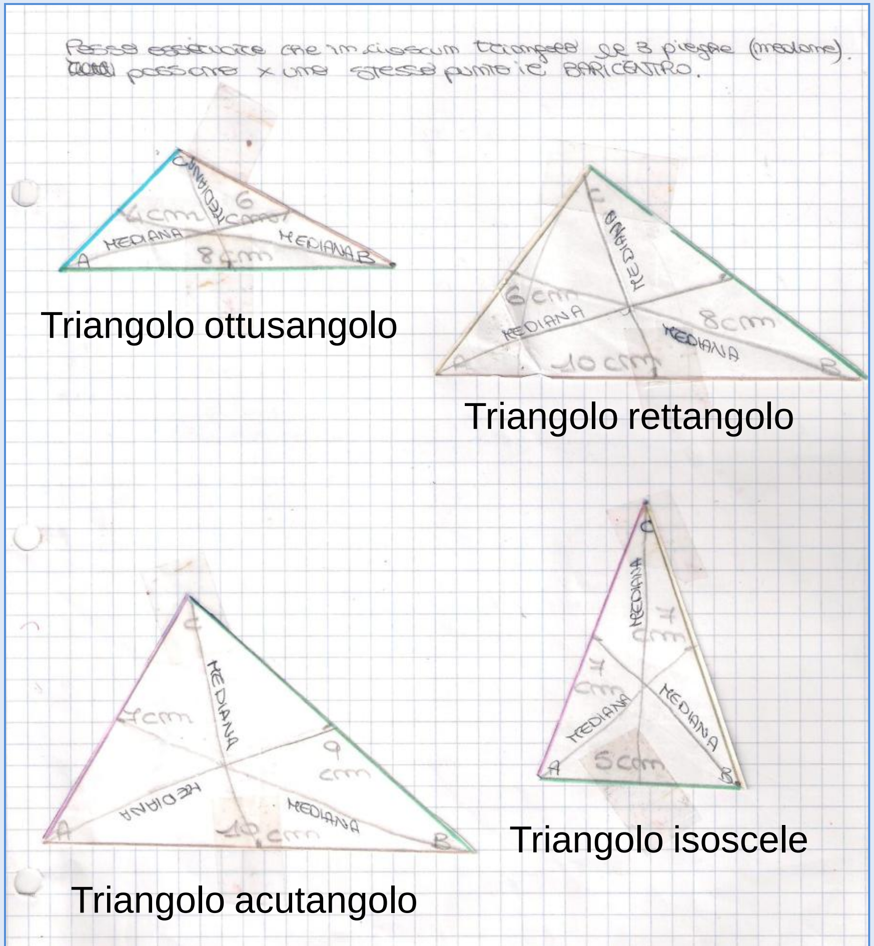
3) si ripete l’operazione per gli altri lati



4) si osserva che:

le tre piegature passano tutte per un punto unico e interno al triangolo chiamato BARICENTRO

Ripetiamo la stessa esperienza anche **su un triangolo ottusangolo, un triangolo rettangolo e su un triangolo isoscele**

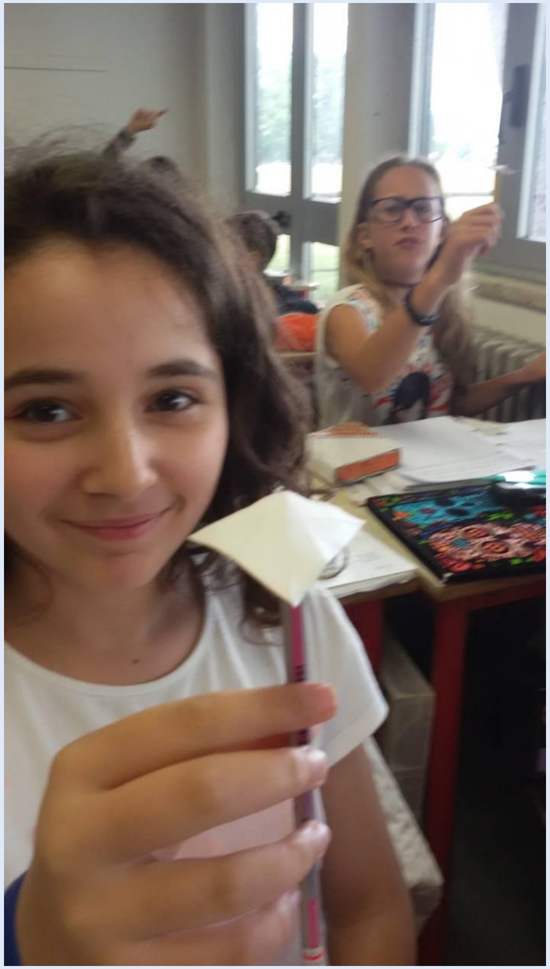


Si può osservare che in ciascun triangolo **il baricentro è un punto interno al triangolo**

La parola “BARICENTRO” deriva dal greco e significa “centro del peso”

E’ come se il peso
fosse concentrato
in esso.

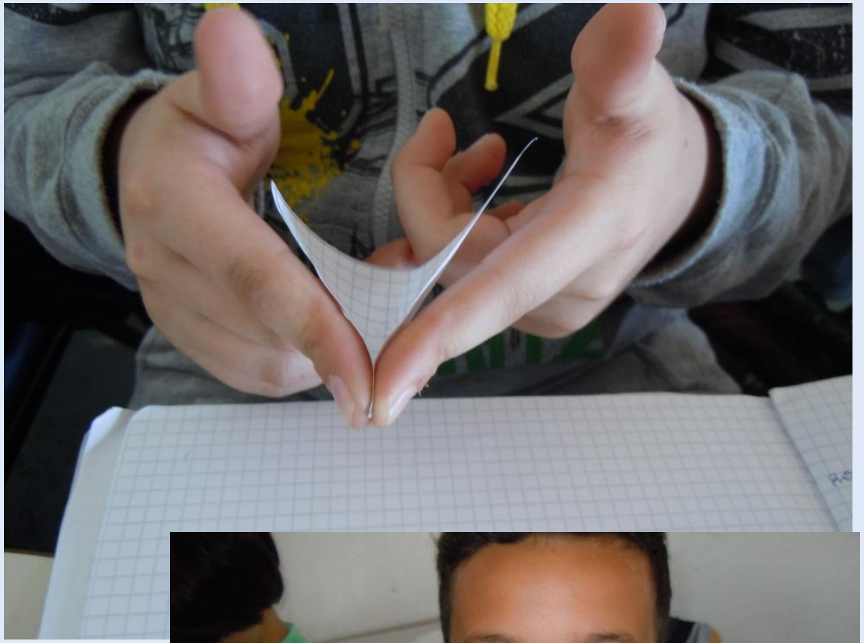
Se appoggiamo il
triangolo su
una penna verticale
in modo che la punta
della penna coincida
col baricentro,
il triangolo
rimane
in equilibrio
(instabile)



2) LE BISETTRICI E L'INCENTRO

COME OTTENERE LE BISETTRICI CON LE PIEGATURE

Disegniamo un triangolo acutangolo con lati dati, si ritaglia e si tracciano le bisettrici procedendo in questo modo:

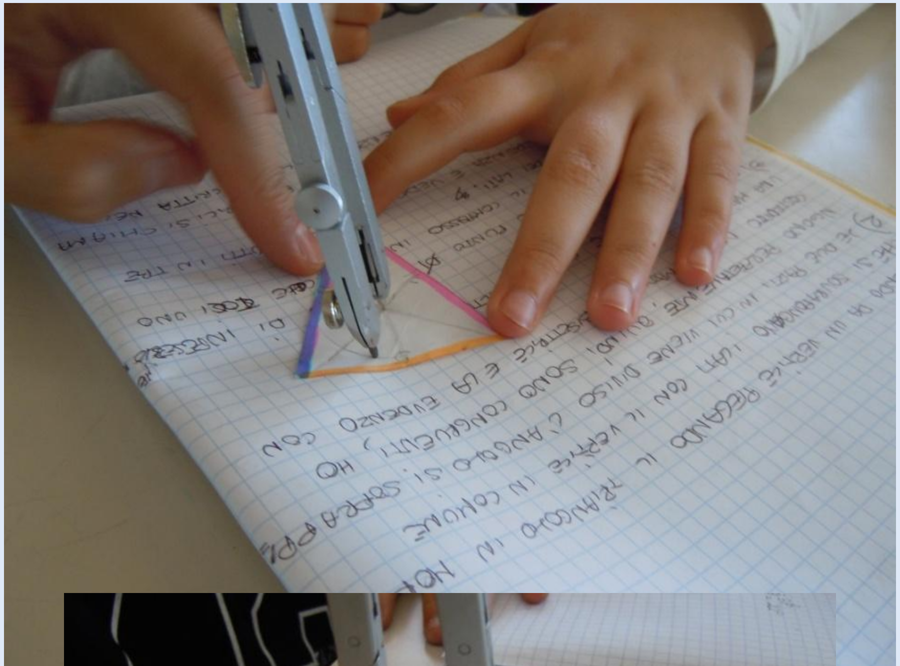


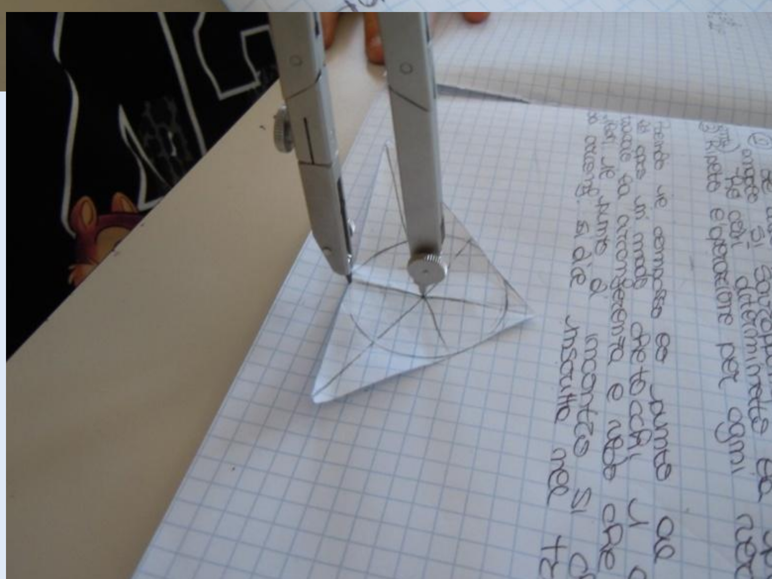
1) rispetto ad un vertice si sovrappongono i due lati consecutivi e si esegue una piegatura in modo che le due parti in cui viene diviso l'angolo si sovrappongano perfettamente e quindi siano congruenti

2) si stende il triangolo e si ripete l'operazione per ogni vertice

3) si osserva che **le tre piegature passano tutte per un punto unico e interno al triangolo chiamato INCENTRO**

SIGNIFICATO DELLA PAROLA “**INCENTRO**”

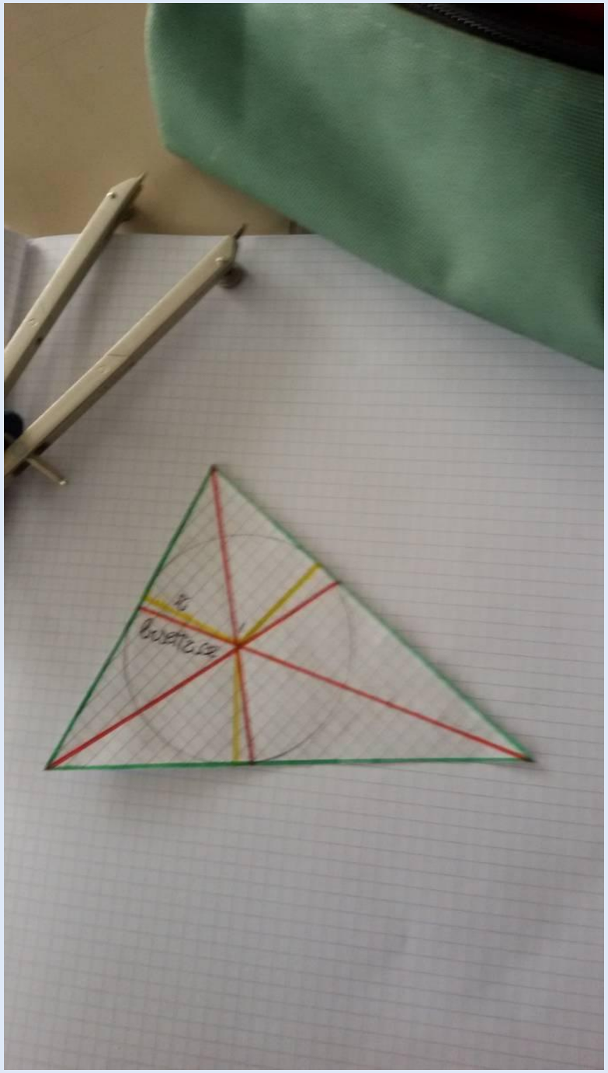




- Se prendo il compasso e lo punto sull’incentro osservo che posso tracciare una circonferenza tale che “tocchi” tutti i lati.

  Ecco perché il punto di incontro delle bisettrici si chiama incentro:

  è il centro della circonferenza inscritta al triangolo



- Osservo inoltre che **l’apertura del compasso corrisponde al segmento di perpendicolare condotto dall’incentro a un lato**

3) GLI ASSI E IL CIRCOCENTRO

COME OTTENERE GLI ASSI CON LE PIEGATURE

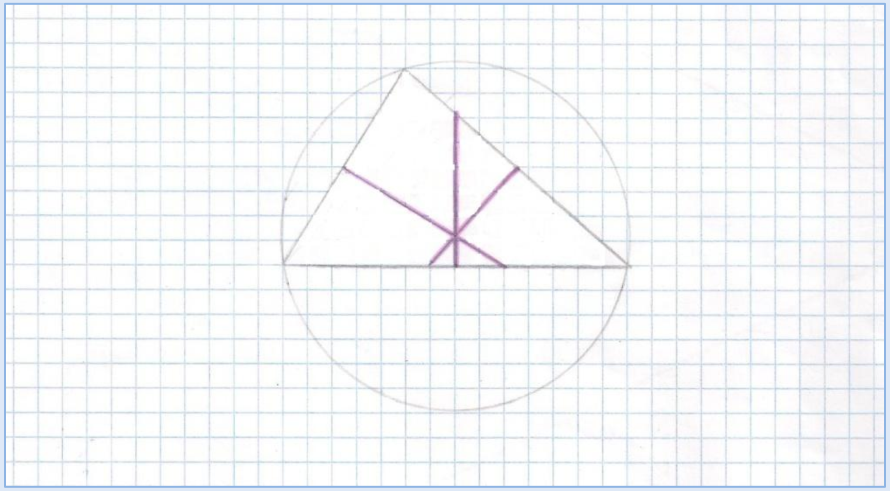
Disegniamo un triangolo acutangolo con lati dati, si ritaglia e si tracciano gli assi procedendo in questo modo:

1) si sovrappongono due vertici consecutivi, si esegue una piegatura che divida il lato in due parti congruenti e formi con il lato due angoli congruenti (retti)

2) si stende il triangolo e si ripetere l’operazione per ogni lato

3) si osserva che **le tre piegature passano tutte per uno punto unico chiamato CIRCOCENTRO**

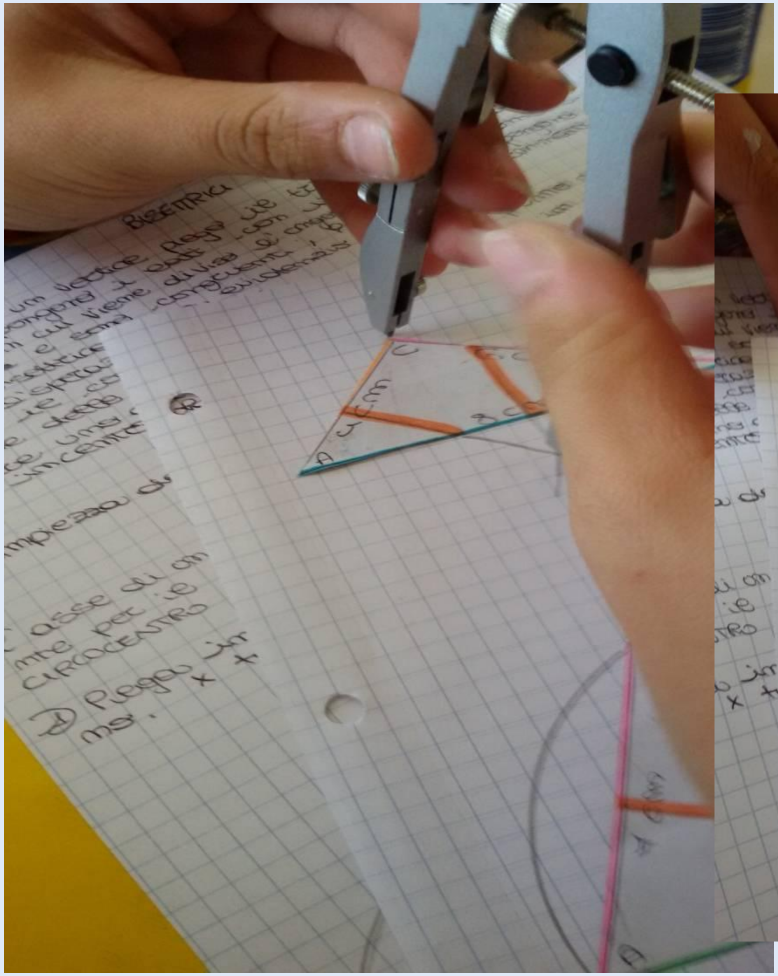
SIGNIFICATO DELLA PAROLA “**CIRCOCENTRO**”

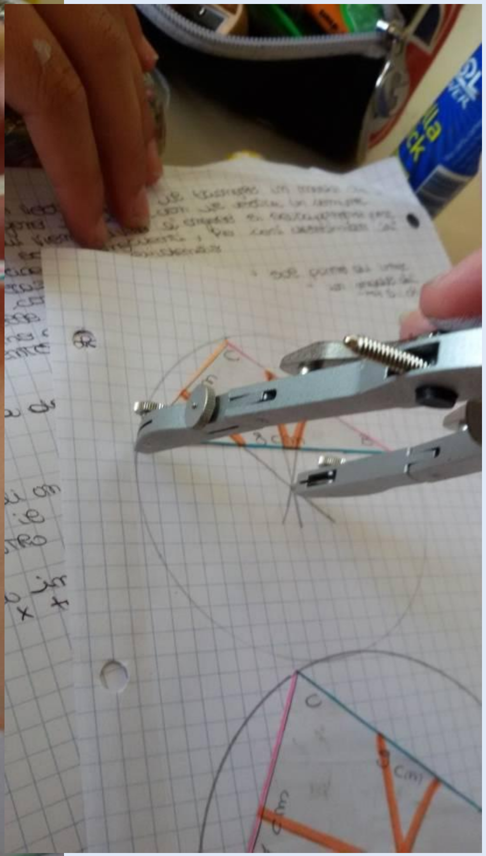


- Se prendo il compasso, lo punto sul circocentro osservo che posso tracciare una circonferenza con apertura tale che passi per tutti e tre i vertici. Ecco perché il punto di incontro degli assi si chiama circocentro:

è il centro della circonferenza circoscritta al triangolo

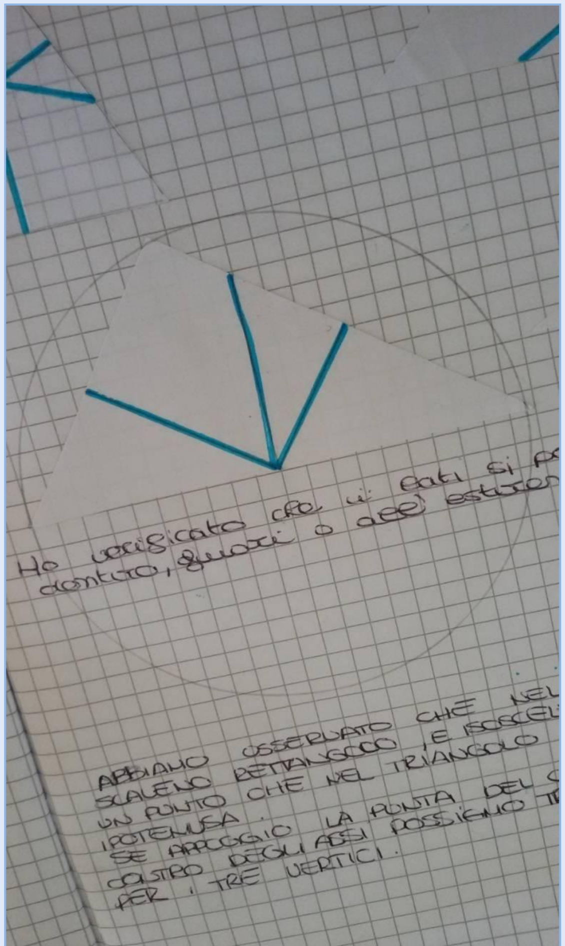
Ripetiamo la stessa esperienza su un **triangolo ottusangolo** e lo attacchiamo su un foglio





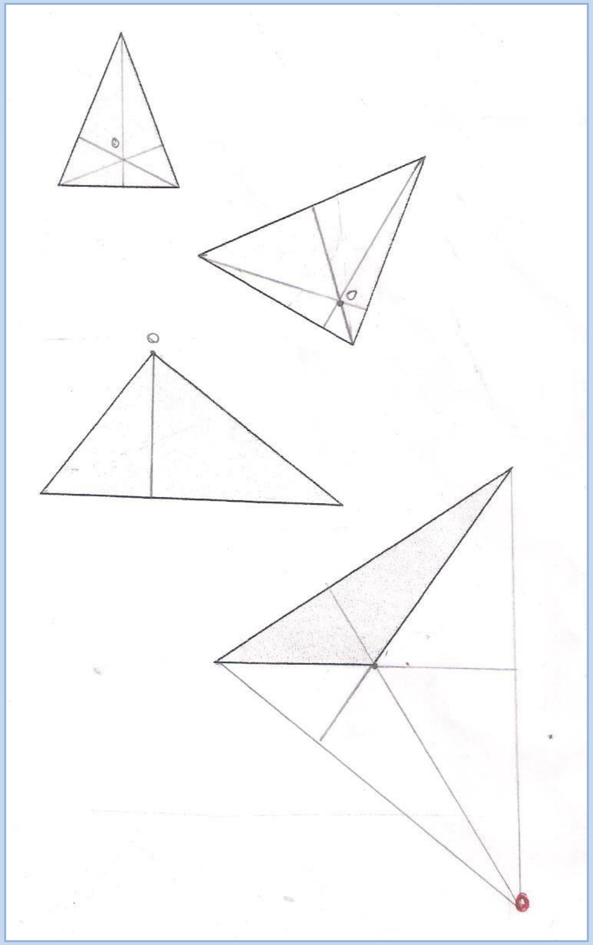
Si osserva che **in questo triangolo il circocentro è esterno al triangolo stesso e si ottiene prolungando gli assi**

Ripetiamo la stessa esperienza su un **TRIANGOLO RETTANGOLO**



Si osserva che **in questo triangolo il circocentro è coincidente con il punto medio dell'ipotenusa**

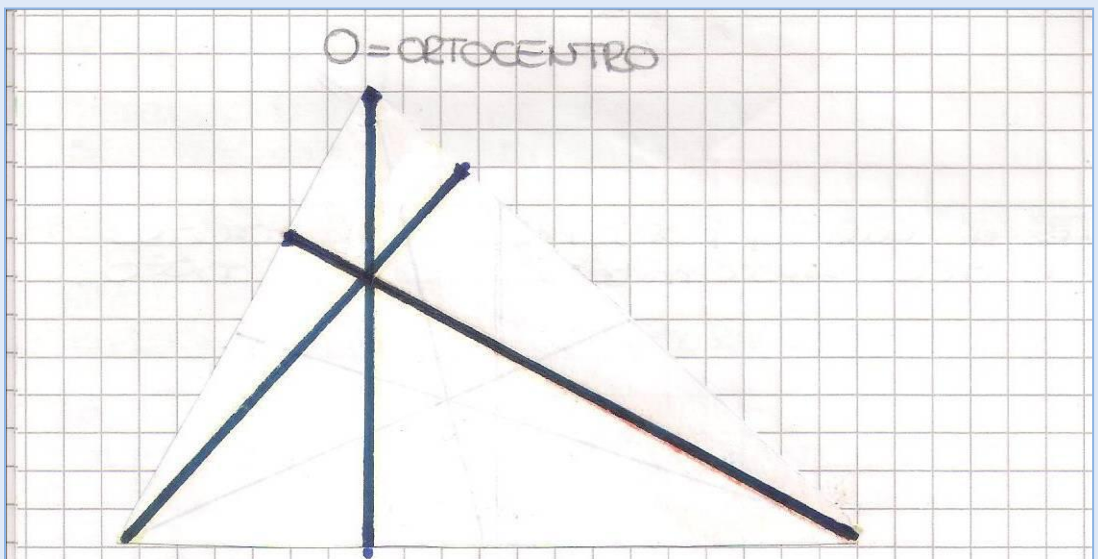
4) LE ALTEZZE E L’ORTOCENTRO



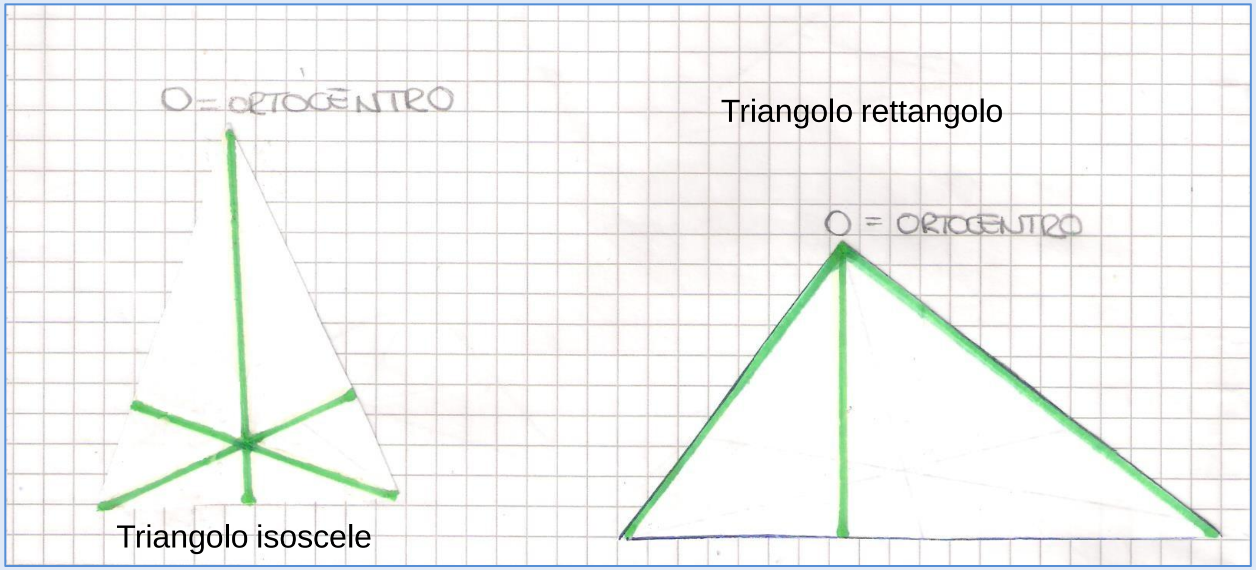
COME OTTENERE LE ALTEZZE CON LE PIEGATURE

Disegniamo un triangolo acutangolo con lati dati, si ritaglia e si tracciano le altezze procedendo in questo modo:

- Sovrapponi una parte di un lato con la rimanente in modo da poter eseguire una piegatura in modo tale che passi dal vertice opposto a tale lato. Questa piegatura forma due angoli retti con il lato e rappresenta quindi l'altezza relativa al lato.
- Ripeti la stessa operazione con tutti i lati. Le tre piegature da ripassare con un pennarello passano tutte per lo stesso punto detto (ORTOCENTRO) =

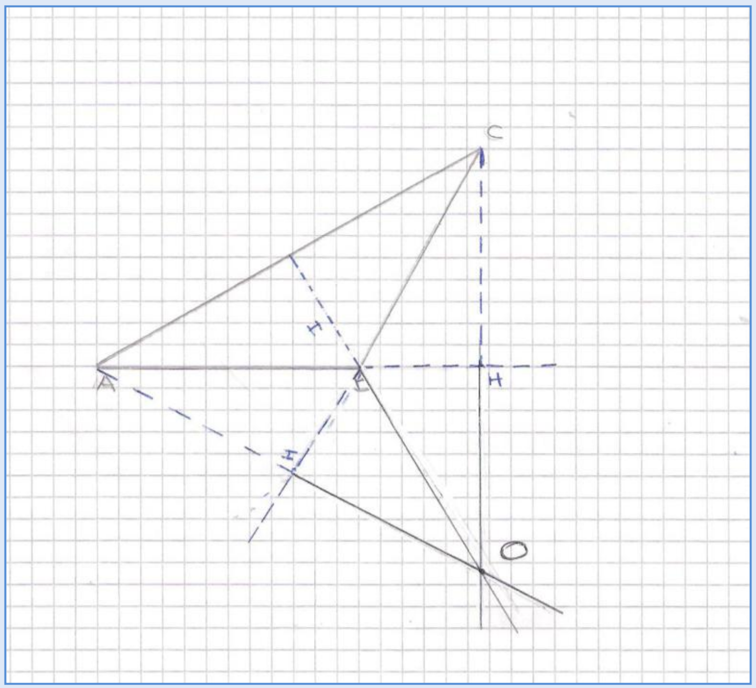


Ripetiamo la stessa esperienza **su un TRIANGOLO ISOSCELE e su un TRIANGOLO RETTANGOLO**



In particolare si osserva che **nel triangolo rettangolo due altezze coincidono con i cateti e l’ortocentro coincide con il vertice dell’angolo retto**

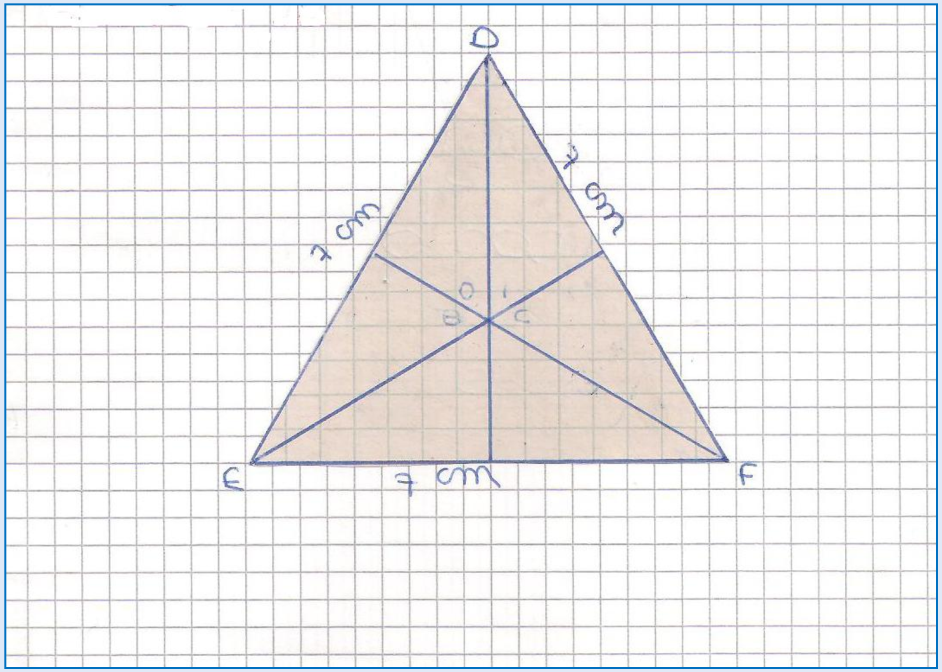
Ripetiamo la stessa esperienza **su un triangolo ottusangolo** disegnato su un foglio senza ritagliarlo



Si osserva che

in questo triangolo l'ortocentro è esterno al triangolo stesso

PARTICOLARITÀ DEL TRIANGOLO EQUILATERO



Si osserva che:

in questo triangolo

le bisettrici, le mediane, gli assi e le altezze coincidono;

il baricentro, l'incentro, il circocentro e l'ortocentro coincidono

VERIFICA DEGLI APPRENDIMENTI

L'intera classe ha sempre partecipato con entusiasmo a questo nuovo modo di fare geometria, ho chiesto loro di appuntare sempre sul quaderno impressioni e considerazioni personali.

Nel corso delle attività ho sempre verificato le conoscenze acquisite dagli alunni nei precedenti incontri.

Dalla formulazione delle domande derivanti dalle loro osservazioni e dalle difficoltà rilevate durante il percorso, ho raccolto le informazioni per modificare e migliorare le attività successive.

A conclusione del percorso è stata proposta agli alunni anche una **VERIFICA SCRITTA**

VERIFICA SCRITTA

- n.14 quesiti:
  - a risposta chiusa (corrispondenze, completamenti)
  - aperti
- Tempo massimo di svolgimento: 2 ore
- Materiale impiegato: foglio protocollo a quadretti, riga, squadre, compasso, carta traslucida, forbici

1) Nella tabella ogni terna di numeri rappresenta le lunghezze in centimetri di tre segmenti. Stabilisci quali terne possono rappresentare i tre lati di un triangolo e quali no.

Terna	Rappresenta un triangolo?
7; 8; 10	
3; 4; 5	
4; 5; 11	

2) Due lati di un triangolo misurano 8 cm e 4,5 cm. Scrivi almeno tre lunghezze possibili per il terzo lato.
Le tre lunghezze scelte devono essere certamente minori di .... cm e maggiori di .... cm.

3) È possibile costruire un triangolo avente un lato lungo 12 cm, uno lungo 8 cm e il perimetro lungo 30 cm? Perché?

4) Un triangolo ABC ha il perimetro lungo 13 cm e i lati AB e BC lunghi, rispettivamente, 5 cm e 4 cm. Determina la lunghezza di AC, riconosci il tipo di triangolo e costruiscilo con il compasso.

5) Disegna un triangolo equilatero con il lato lungo 3,5 cm. Determina il suo perimetro.

6) Un triangolo ha due lati lunghi 6 cm e 7 cm e il perimetro lungo 22 cm. Costruiscilo con il compasso e classificalo poi secondo i lati e secondo gli angoli.

7) Un triangolo ha i lati lunghi 6 cm, 8 cm e 10 cm. Costruiscilo e classificalo secondo gli angoli.

8) Un triangolo isoscele ha il perimetro lungo 15 cm e ognuno dei lati congruenti lungo 4 cm. Costruiscilo e classificalo secondo gli angoli.

9) Completa.

a L'ortocentro di un triangolo è il punto di intersezione delle ....

b L'incentro di un triangolo è il punto di intersezione delle ....

c Il circocentro di un triangolo è il punto di intersezione degli ....

d Il baricentro di un triangolo è il punto di intersezione delle ....

10) Completa.

a In un triangolo l'altezza relativa a un lato è ....

b In un triangolo l'asse relativo a un lato è ....

c In un triangolo la mediana relativa a un lato è ....

d In un triangolo la bisettrice di un angolo è ....

e In un triangolo il baricentro e l'incentro sono sempre ....

f In un triangolo acutangolo l'ortocentro è .... ; in un triangolo ottusangolo l'ortocentro è .... ; in un triangolo rettangolo l'ortocentro è ....

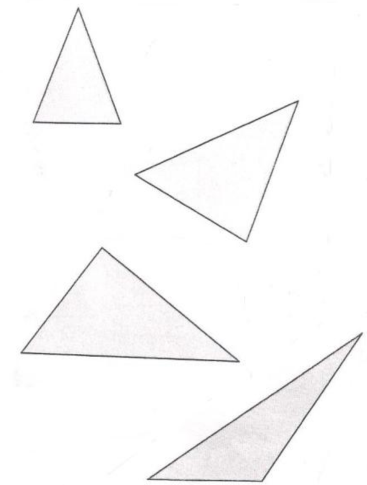
g In un triangolo rettangolo il circocentro è .... ; in un triangolo acutangolo il circocentro è .... ; in un triangolo ottusangolo il circocentro è ....

h L'incentro è .... dai lati del triangolo.

i Il circocentro è .... dai vertici del triangolo.

11) Traccia le tre altezze in ognuno dei triangoli disegnati

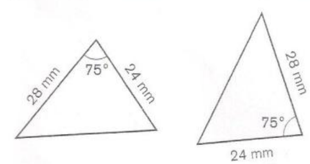
indica con O l'ortocentro.

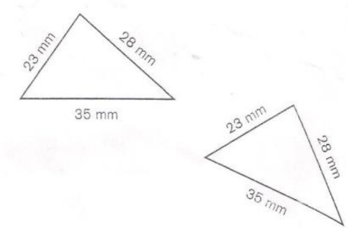


12) Disegna il triangolo isoscele avente i lati AC e BC lunghi 8 cm e la base lunga 6 cm. Determina l'ortocentro K, il baricentro G, l'incentro I e il circocentro O. I punti K, G, I, O appartengono tutti alla ....

13) Disegna il triangolo equilatero DEF avente il lato lungo 7 cm. Costruisci il baricentro, l'incentro, l'ortocentro e il circocentro. Che cosa osservi? ....

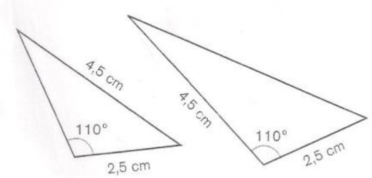
14) *Stabilisci se la coppia è formata da triangoli congruenti (specifica anche in base a quale criterio).*

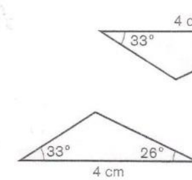




....

....





....

....

RISULTATI OTTENUTI

In base ai risultati ottenuti nelle verifiche e alle osservazioni sistematiche rilevate durante lo svolgimento del percorso sono emersi RISULTATI POSITIVI ma anche alcune DIFFICOLTA’

RISULTATI POSITIVI

- Alcuni contenuti sono stati interiorizzati in modo molto soddisfacente, in particolare quelli relativi alle attività supportate dalla manipolazione di asticciole e al disegno con riga e compasso
- Le attività laboratoriali hanno stimolato negli alunni l’interesse a porsi domande e la successiva discussione e il confronto collettivo.

DIFFICOLTA’

- È stata riscontrata qualche difficoltà nelle attività di piegatura della carta che, necessitando di maggior tempo e di maggiore precisione, hanno portato alcuni alunni a perdere di vista il reale obiettivo dell’attività stessa (determinazione dei punti notevoli), soprattutto quelli con difficoltà di attenzione e concentrazione

VALUTAZIONE DELL'EFFICACIA DEL PERCORSO DIDATTICO SPERIMENTATO IN ORDINE ALLE ASPETTATIVE E ALLE MOTIVAZIONI DEL GRUPPO DI RICERCA LSS

Al termine del percorso didattico sperimentato è stato possibile individuare come fondamentali per una didattica efficace, i seguenti aspetti metodologici e disciplinari prefissi dal gruppo LSS:

- **L'importanza dell'approccio fenomenologico-induttivo ai contenuti delle discipline e la necessità di una didattica laboratoriale** basata sull'osservazione dei fenomeni da parte degli alunni, la verbalizzazione scritta individuale, la successiva discussione collettiva e la produzione condivisa (metodi di problem posing e problem solving)

- **L’importanza del ruolo dei fattori affettivi nell’apprendimento della matematica**: affrontare i problemi senza paura di fallire o pensare di essere inadeguati per la matematica
- **Il riconoscimento alla matematica del suo valore formativo in situazioni problematiche**: insegnare a ragionare, insegnare ad ascoltare e valutare le argomentazioni dei compagni; argomentare le proprie posizioni e difenderle
- **L’importanza di acquisire un linguaggio specifico per padroneggiare la matematica**, ma anche per raggiungere la competenza trasversale dell’argomentare che è propria del cittadino consapevole.