

REGIONE  
TOSCANA

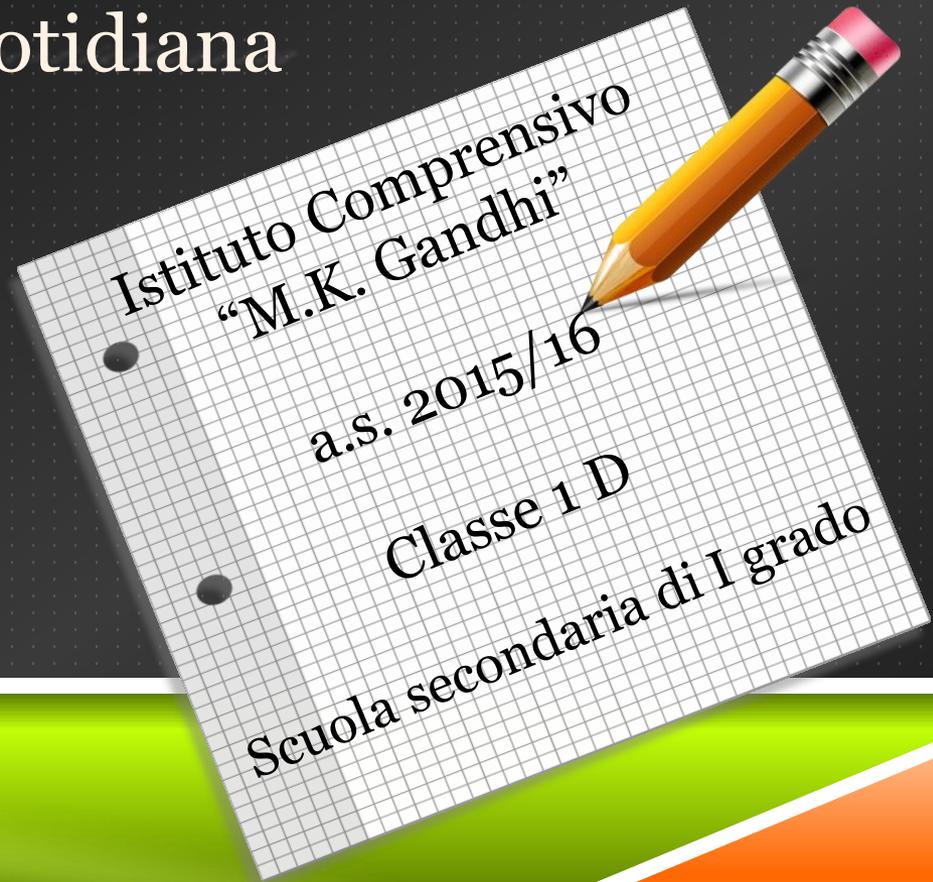


**Prodotto realizzato con il contributo della Regione Toscana  
nell'ambito dell'azione regionale di sistema**

# **Laboratori del Sapere Scientifico**

# L'ANGOLO

Costruiamo il concetto di angolo  
partendo dalla realtà quotidiana



# COLLOCAZIONE DEL PERCORSO EFFETTUATO NEL CURRICOLO VERTICALE

- Questo percorso laboratoriale s'inserisce nella seconda parte della programmazione di geometria
- Il percorso sull'angolo ha avuto inizio nelle classi della scuola Primaria dove è stato introdotto il concetto di angolo e sono state esaminate le caratteristiche di alcuni poligoni

# OBIETTIVI ESSENZIALI DI APPRENDIMENTO

- Utilizzare e interpretare il linguaggio matematico e coglierne il rapporto col linguaggio naturale
- Riconoscere e rappresentare le forme del piano e dello spazio e cogliere le relazioni tra gli elementi
- Sviluppare un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e comprendere come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà

# APPROCCIO METODOLOGICO

- Brainstorming iniziale
  - Osservazione e descrizione di fenomeni della vita reale
  - Costruzione di un modello matematico
  - Discussione in piccoli gruppi e confronto collettivo
  - Concettualizzazione degli elementi osservati e comprensione di nuovi concetti
  - Sintesi ed elaborazione con linguaggio specifico
- 

# MATERIALI, APPARECCHI E STRUMENTI IMPIEGATI:

- Schede strutturate
- Pallina da tennis e nastro adesivo
- Cartoncini, forbici e spago
- Fogli di acetato e pennarelli indelebili
- Materiale di cancelleria
- LIM



# AMBIENTE IN CUI È STATO SVILUPPATO IL PERCORSO:

- Aula
- Laboratorio di informatica
- Corridoio della scuola

Corridoio della scuola

## TEMPO IMPIEGATO:

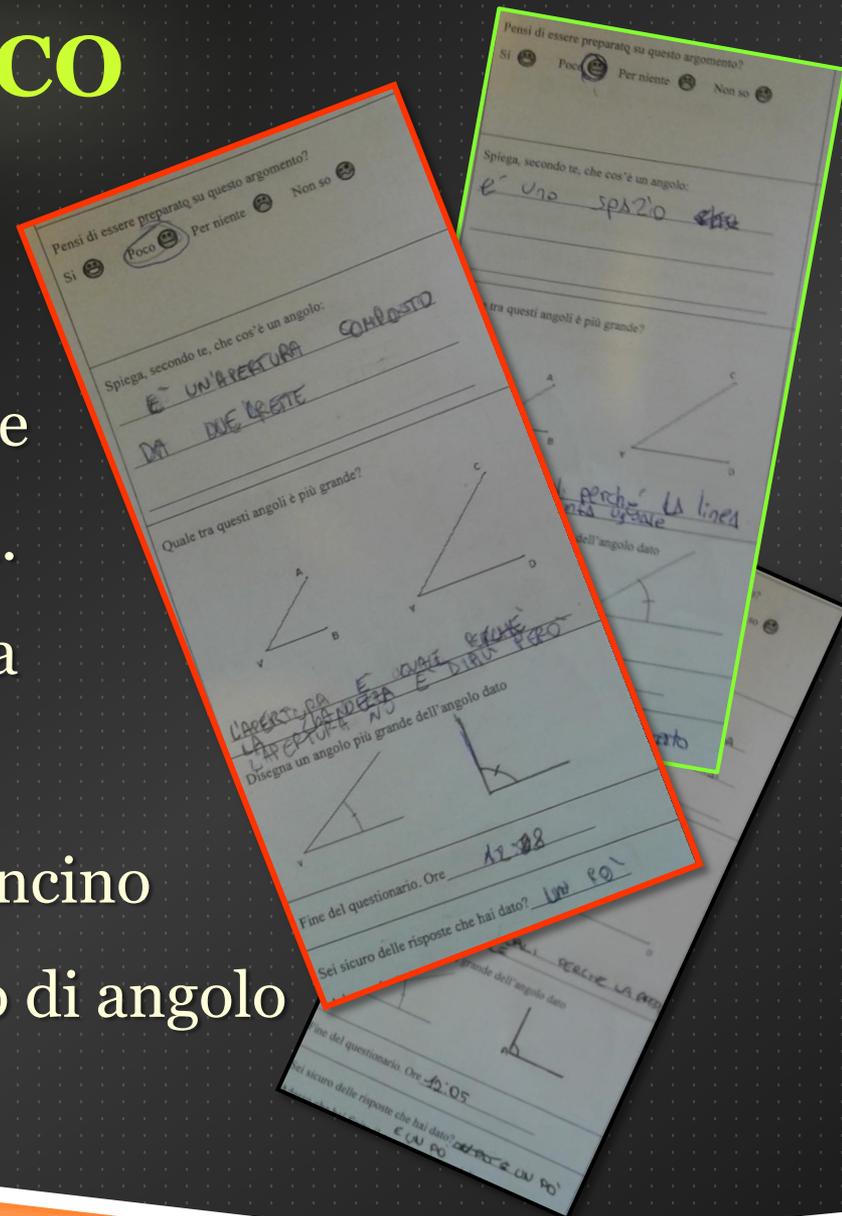
- Per la messa a punto preliminare nel Gruppo LSS:  
6 ore
- Per la progettazione specifica e dettagliata nella classe: 4 ore
- Tempo-scuola di sviluppo del percorso: 12 ore
- Per documentazione: 6 ore

# PERCORSO DIDATTICO

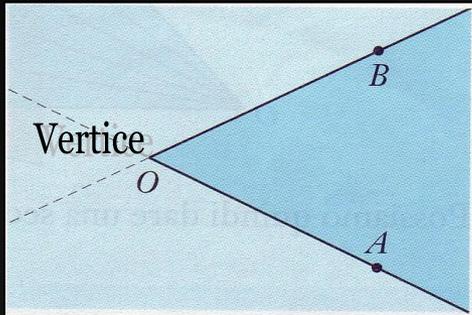
## ➤ COS'È L'ANGOLO ?

Inizialmente si fa un'indagine sulle conoscenze pregresse degli alunni.

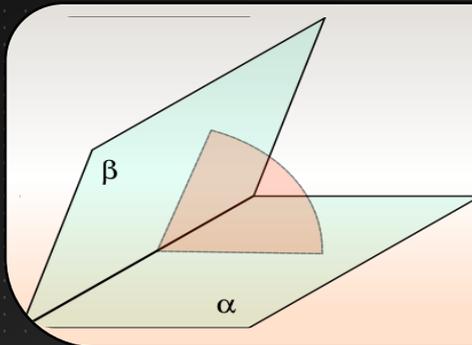
Si somministra un questionario da compilare individualmente poi si consegna ad ogni alunno un cartoncino e si chiede di costruire un modello di angolo



# MODELLI DI ANGOLO



L'angolo è ciascuna delle due parti in cui un piano risulta diviso da due semirette che hanno l'origine in comune



Un angolo si può considerare come intersezione di due semipiani

È difficile rappresentare la realtà con un modello ...  
dove sta l'**errore**?

Spiega, secondo te, che cos'è un angolo:

È UN'APERTURA COMPOSTA DA  
DUE RETTE MISURATO IN GRADI  
(°)



**Nessun modello e nessuna definizione data dai ragazzi fa riferimento al concetto di infinito**

# ERRORE D'INTERPRETAZIONE



è dovuto al diverso uso del termine in matematica e nel linguaggio comune

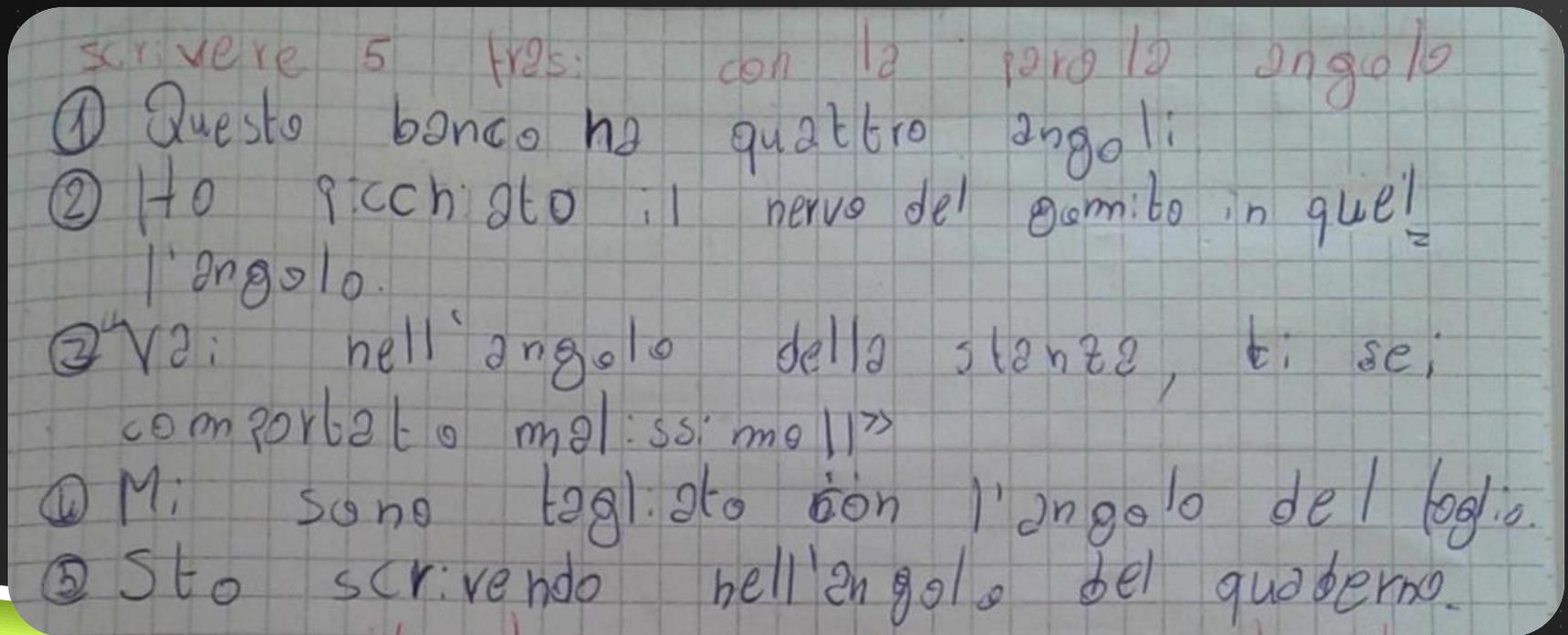


- I ragazzi confondono frequentemente l'angolo con il vertice
- Nel linguaggio l'angolo è spesso uno spazio tridimensionale



# ANGOLO NEL QUOTIDIANO

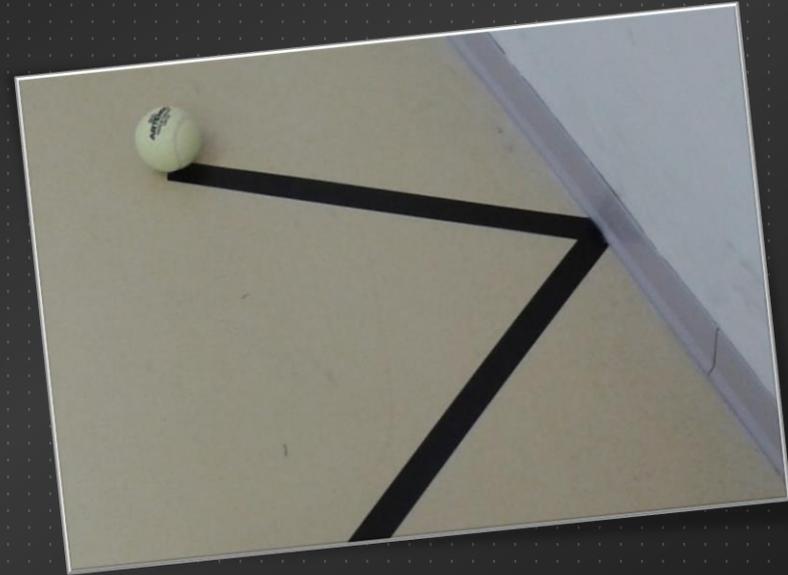
- Chiediamo ai ragazzi di scrivere 5 frasi con la parola angolo



# ANGOLO COME CAMBIO DI DIREZIONE

- Lanciamo una pallina contro la parete e vediamo come, nel momento in cui la colpisce, cambia direzione formando un angolo.

**... adesso dobbiamo chiarire  
cosa significa direzione!**



# CONCETTO DI DIREZIONE

- Fissiamo un filo da una parte all'altra dell'aula legandolo tra due banchi. Immaginiamo che non abbia né inizio né fine.
- Si apre la discussione.

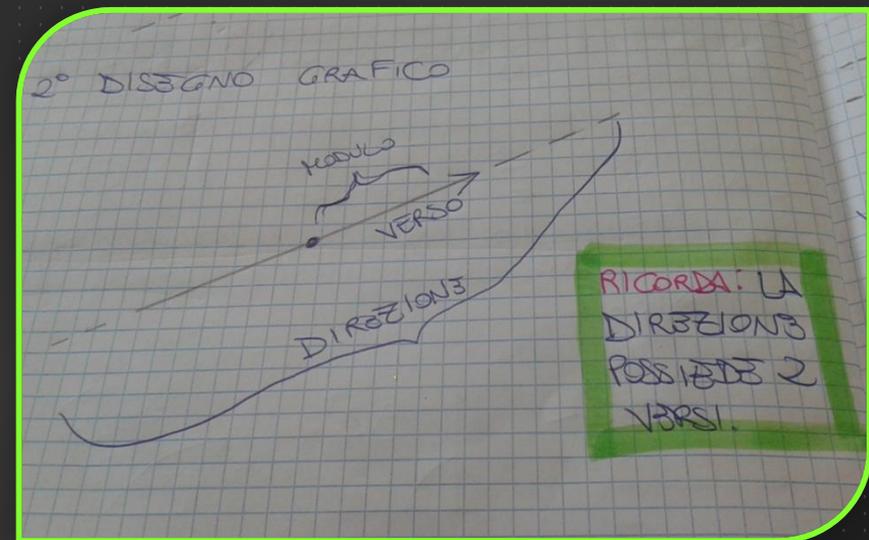
I ragazzi concludono che quel filo indica un percorso, ci si può camminare accanto, una direzione. Il filo rappresenta una retta.



# DIREZIONE E VERSO

- Chiediamo ai ragazzi di **camminare lungo il filo nei due sensi**  
**... cosa cambia?**
- Anche in questo caso i problemi sorgono dall'uso del linguaggio comune, si dice infatti *“andiamo verso Pontedera”*
- Conclusione: il **verso** è il senso in cui percorro la direzione.

L'insegnante mostra come si può indicare.



# FILI NELLA STESSA DIREZIONE

- Alcuni alunni confondono il punto di arrivo con il concetto di direzione quindi posizionano un filo che arriva nello stesso punto del primo.
- Ma se li prolunghiamo all'infinito dove vanno? Andrebbero in luoghi diversi. Non sono quindi nella stessa direzione.

**La direzione in geometria è la giacitura di una retta e a differenza del significato usuale del termine è priva di verso, cioè di orientamento.**

# FILI NELLA STESSA DIREZIONE

- Compreso che la direzione è una proprietà di una retta, con due fili rappresentiamo due rette parallele ...

Vediamo che tutte le

**rette parallele**

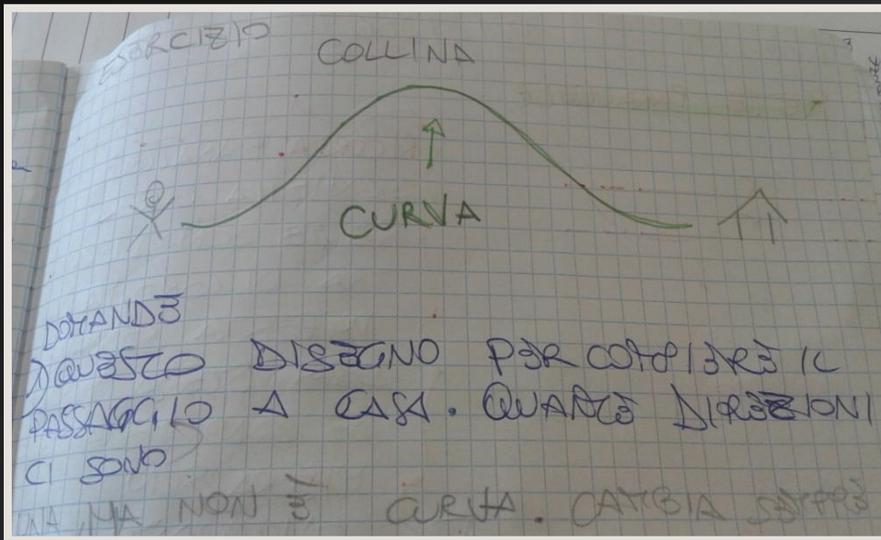
hanno in comune la

**stessa direzione!**

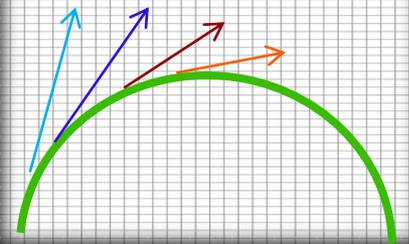


# CAMBI DI DIREZIONE

- 1) Si chiede ai ragazzi di immaginare di dover fare una curva per tornare a casa. Così facendo cambiano direzione?

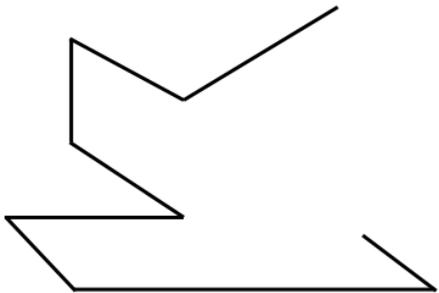


Si ragiona sul fatto che  
**curvare vuol dire  
cambiare continuamente  
direzione.**



2) Si presenta agli alunni una linea spezzata aperta e si stimola la discussione con alcune domande.

Osservate la seguente linea spezzata aperta :



a) quanti cambi di direzione ci sono stati?

b) quanti angoli sono presenti? Sono di più o di meno degli angoli di direzione? Perché?

Si conclude che **ogni volta che si cambia direzione,**  
o quando si incontrano due rette, **si formano angoli.**

# RETTE SGHEMBE

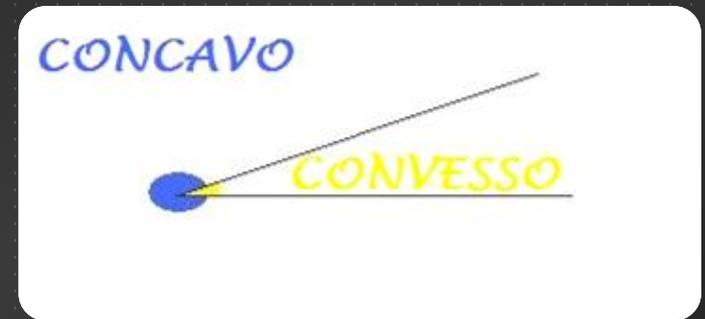
- Alcuni alunni domandano se esistono rette che hanno direzioni diverse e non si incontrano. Facciamo varie prove posizionando i fili...



- Si comprende meglio il concetto di piano: vediamo che i fili (le «nostre rette») con diverse direzioni se non sono sullo stesso piano non si incontrano!

# RETTE INCIDENTI

- Se posizioniamo fili con diverse direzioni sullo stesso piano vediamo che essi si incontrano → **rette incidenti**  
Da qualsiasi parte ci mettiamo, sia fuori che dentro i fili, siamo sempre nell'angolo.



# ...VERSO L'INFINITO

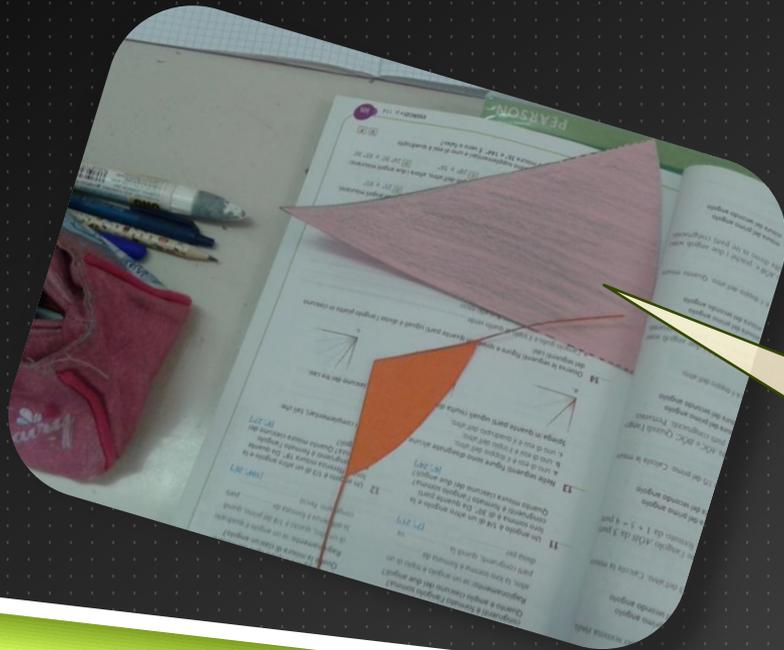
- **Cosa succede se allunghiamo i lati?**

Chiediamo ai ragazzi di andare nel corridoio e rappresentare un angolo con i fili, poi immaginiamo di poterli prolungare all'infinito ed invitiamo gli alunni ad entrare nell'angolo.

- Andando all'infinito le rette si allontanano ma l'angolo è sempre lo stesso! Questa osservazione ci consente di **superare il misconcetto secondo cui allungando i lati l'angolo aumenta di dimensione.**

# MODELLI DI ANGOLO

Riprendiamo i modelli fatti all'inizio del percorso e dopo il nostro lavoro su direzione, verso, piano ed infinito cerchiamo di trovare un modello di angolo adeguato.



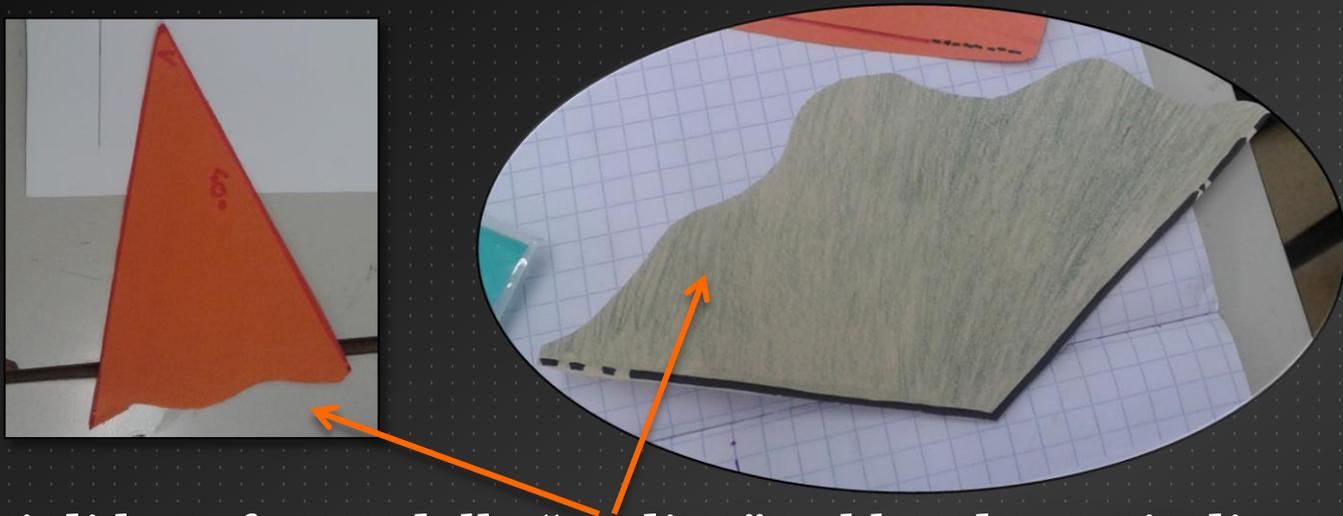
Vengono scartati gli angoli fatti con due "strisce" perché non si capisce che c'è il piano



Scartiamo anche questi perché non si capisce che il piano è infinito.

# NUOVO MODELLO DI ANGOLO

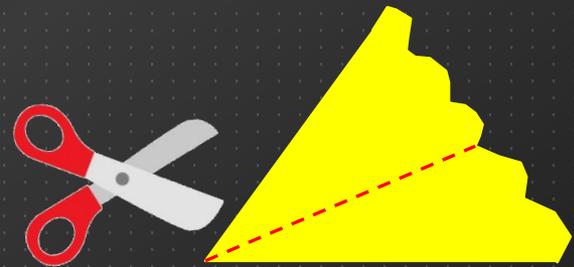
Chiediamo agli alunni di creare un nuovo modello di angolo che contenga questi concetti.



Alcuni di loro fanno delle “ondine” sul bordo per indicare che il piano è infinito. Questo **modello stonato** ci sembra adeguato e lo scegliamo come nuovo modello di angolo.

# RIMPICCIOLIAMO L'ANGOLO

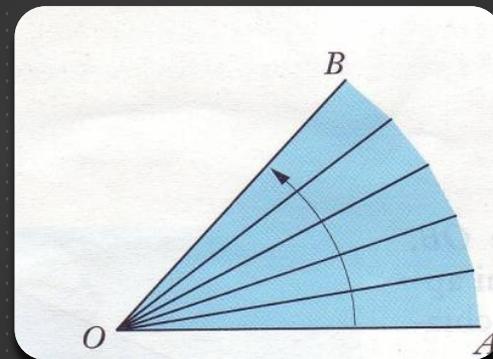
- Si consegna agli alunni un modello di angolo e chiediamo loro di rimpicciolirlo.
- Alcuni si domandano: *“come posso fare se l'angolo è infinito?”*
- Si apre la discussione e poiché l'angolo è infinito si conclude che per ridurlo non si può diminuire la lunghezza, cioè non ha senso tagliare le semirette. Rimpicciolirlo quindi vorrà dire **diminuire la sua ampiezza.**



# CONCETTO DINAMICO DI ANGOLO

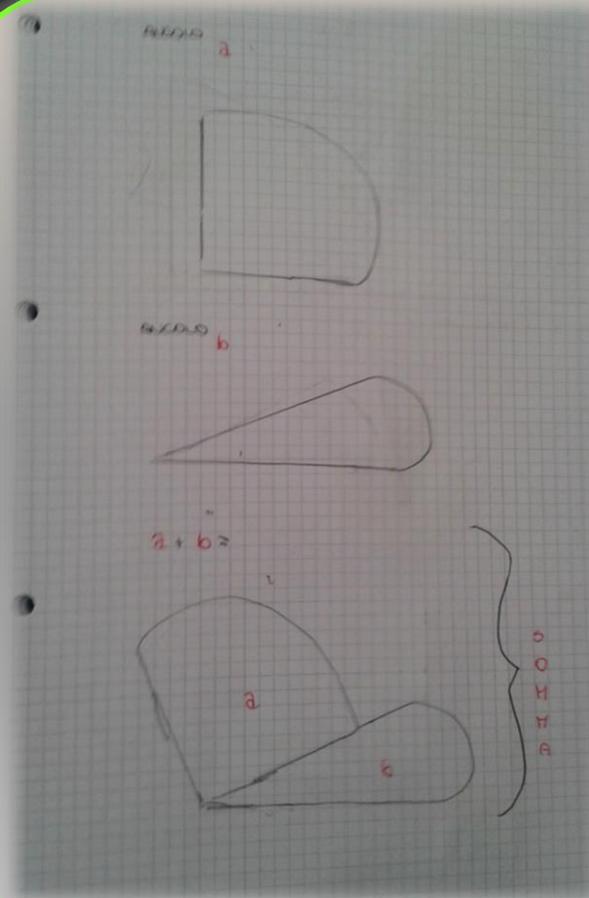
- Si fanno ritagliare su un cartoncino tanti modelli di angoli con ampiezze diverse. Si osserva che l'ampiezza varia quando partendo dall'origine ruota una delle semirette. Si può vedere l'ampiezza come la "spazzata" di un filo e si arriva così alla definizione dinamica di angolo:

*“L'angolo è la parte di piano generata da una semiretta che ruota intorno alla sua origine”*



# SOMMA DI ANGOLI

- Si danno ai ragazzi dei modelli di angoli e si chiede loro di trovare l'angolo somma.



Angoli:



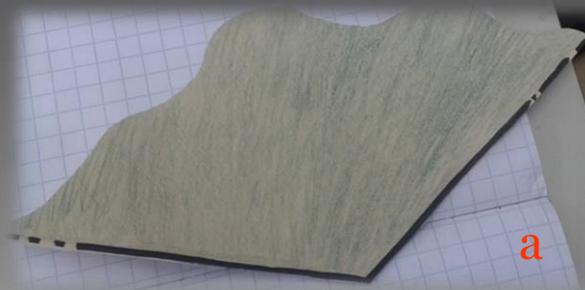
Angolo  
somma:



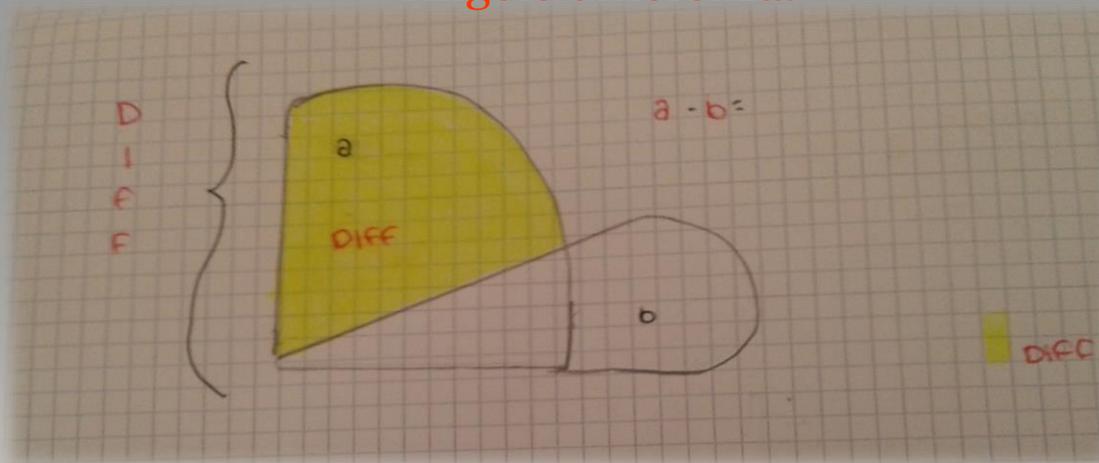
# SOTTRAZIONE DI ANGOLI

- Si danno ai ragazzi dei modelli di angoli e si chiede loro di trovare l'angolo differenza.

Angoli:



Angolo differenza:



# MISURIAMO GLI ANGOLI

- Perché l'angolo giro è  $360^\circ$ ?
- La risposta va ricercata nell'astronomia...
- I Babilonesi stabilirono che affinché una stella tornasse nella stessa posizione sarebbero stati necessari 360 giorni.  
È possibile che da tale cerchio sia derivata la suddivisione dell'angolo giro in 360 gradi.



# COSTRUIAMO UN GONIOMETRO

- Forniamo agli alunni il materiale necessario per costruire un semplice strumento atto a misurare gli angoli.

## Materiale:

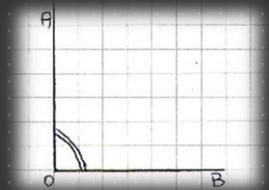
- ✓ cartoncino rigido
- ✓ squadrette
- ✓ foglio acetato
- ✓ compasso
- ✓ pennarello indelebile
- ✓ spago

- Si seguono le indicazioni dell'insegnante:
  - con il compasso tracciare sul cartoncino un semicerchio ed ingrandire il foro al centro
  - ritagliare la sagoma e ricalcarla sul foglio acetato
  - tracciare le tacche corrispondenti a  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $180^\circ$

# COSTRUIAMO UN GONIOMETRO

- Si discute dove collocare gli altri numeri necessari per completare il goniometro e ad esempio, l'insegnante chiede: *“dov'è il punto della semicirconferenza corrispondente a  $30^\circ$ ”?*

All'inizio procedono un po' per tentativi ... poi a qualcuno viene in mente di dividere in tre parti l'angolo retto!



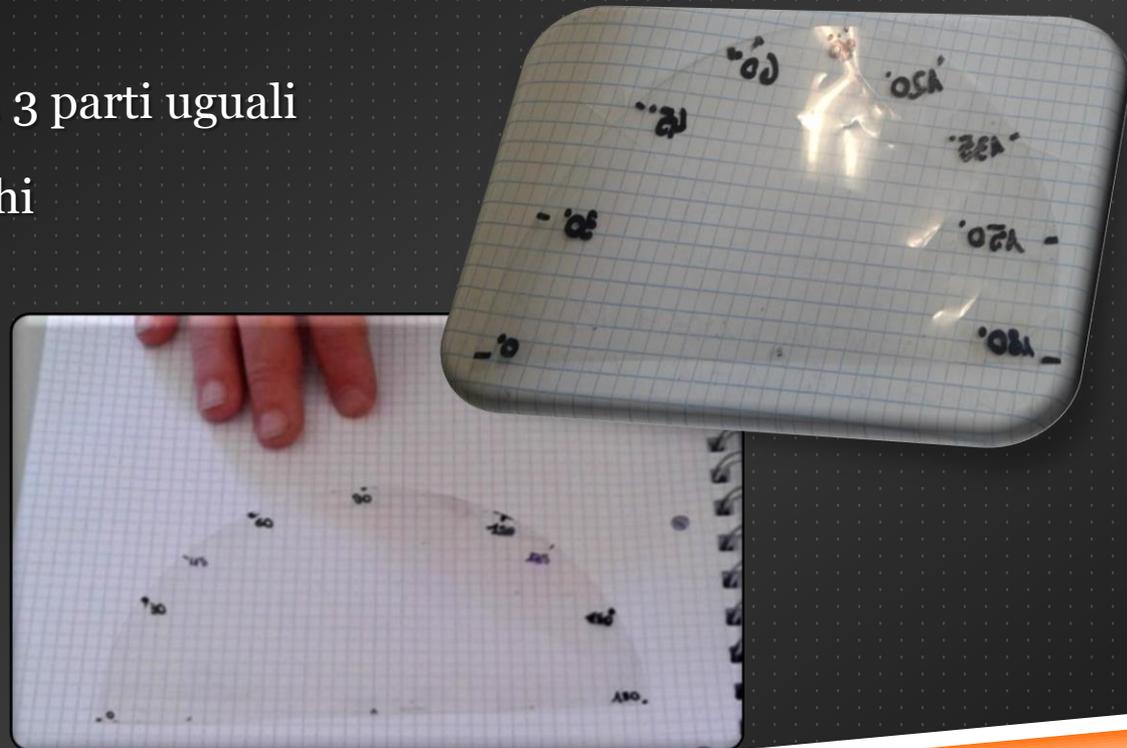
- Si decide di procedere così:

- prendere un pezzo di carta e da questo ottenere un angolo campione di  $90^\circ$
- dividere l'angolo, attraverso successive pieghettature, in tre parti uguali tra loro. Ognuna corrisponde alla terza parte di  $90^\circ$ , cioè  $30^\circ$ , e due parti equivalgono a  $60^\circ$
- sovrapporre al foglio acetato l'angolo di  $30^\circ$  e tracciare la tacca
- procedendo nello stesso modo collochiamo le tacche a  $120^\circ$ ,  $150^\circ$ ..

# COSTRUIAMO UN GONIOMETRO

- Verifichiamo la correttezza delle costruzioni fatte:
  - sovrapporre un pezzo di spago alla parte di circonferenza corrispondente a  $90^\circ$
  - rettificare la parte di spago
  - suddividere tale lunghezza in 3 parti uguali
  - sovrapporre lo spago agli archi

Abbiamo costruito i  
nostri goniometri !!!



# ... ENTRIAMO NELL'ANGOLO!

- L'insegnante chiede alla classe: ***“Possiamo entrare tutti in un angolo di 10°?”***
- Gli alunni propongono di costruirlo e provare!
- Basandosi sulla strategia adottata per costruire il goniometro procedono così:
  - a) disegnano sulla carta un angolo campione di 90°
  - b) dividono l'angolo in modo opportuno fino ad ottenere un angolo di carta di 10°
  - c) si spostano nel corridoio della scuola
  - d) mettono a terra l'angolo di 10° e ne prolungano i lati, tracciandoli con del nastro adesivo

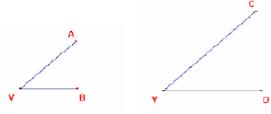
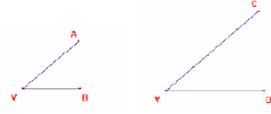
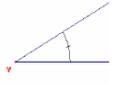
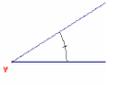
**ECCOCI...**

**TUTTI DENTRO L'ANGOLO!**



# VERIFICA DEGLI APPRENDIMENTI

- Per verificare gli apprendimenti degli alunni è stato somministrato nuovamente il questionario proposto all'inizio del percorso
- È stata svolta una verifica scritta finale, in parte strutturata (risposta multipla, vero falso, relazioni ...) per favorire anche i ragazzi con BES, ed in parte con domande aperte e problemi

Questionario sull'angolo	
Nome _____ Cognome _____ Classe _____	
PRIMA di studiare	DOPO aver studiato
Data _____ Ore _____	Data _____ Ore _____
Pensi di essere preparato su questo argomento? Sì 😊 Poco 😊 Per niente 😞 Non so 😐	Pensi di essere preparato su questo argomento? Sì 😊 Poco 😊 Per niente 😞 Non so 😐 La tua risposta è diversa da quella che hai dato quando hai fatto il questionario "Prima"? _____
Spiega, secondo te, che cos'è un angolo: _____ _____	Che cos'è un angolo? _____ _____
Quale tra questi angoli è più grande? 	Quale tra questi angoli è più grande? 
Disegna un angolo più grande dell'angolo dato 	Disegna un angolo più grande dell'angolo dato 
Fine del questionario. Ore _____	Fine del questionario. Ore _____
Sei sicuro delle risposte che hai dato? _____ Adesso che hai finito il questionario pensi di essere preparato su questo argomento? Sì 😊 Poco 😊 Per niente 😞 Non so 😐	Sei sicuro delle risposte che hai dato? _____ Ti sembra di aver migliorato la tua preparazione? _____ Adesso pensi di essere preparato sull'argomento? Sì 😊 Poco 😊 Per niente 😞 Non so 😐

# **ANALISI CRITICA DEI RISULTATI OTTENUTI**

La valutazione dei risultati si è basata sull'analisi dei lavori di gruppo e individuali svolti in itinere e sulla verifica finale delle conoscenze e abilità acquisite.

- Dall'analisi dei risultati della verifica finale è emerso che una buona parte degli alunni ha ottenuto risultati più che positivi, in particolare:
  - 25% risultati ottimi
  - 44% risultati buoni
  - 18% risultati sufficienti
  - 13% risultati non del tutto sufficienti

- Si è inoltre notato che anche gli alunni con *Bisogni Educativi Speciali* sono riusciti a seguire il percorso con una certa facilità e hanno conseguito risultati soddisfacenti.
  - Tale progetto è riuscito a coinvolgere in modo attivo tutti gli alunni ed ha favorito l'integrazione dei ragazzi in difficoltà.
  - Per questi motivi si può concludere che il percorso didattico sperimentato, in ordine alle aspettative e alle motivazioni iniziali del gruppo di ricerca LSS, si è rivelato efficace.
- 

**FINE**

