

REGIONE
TOSCANA



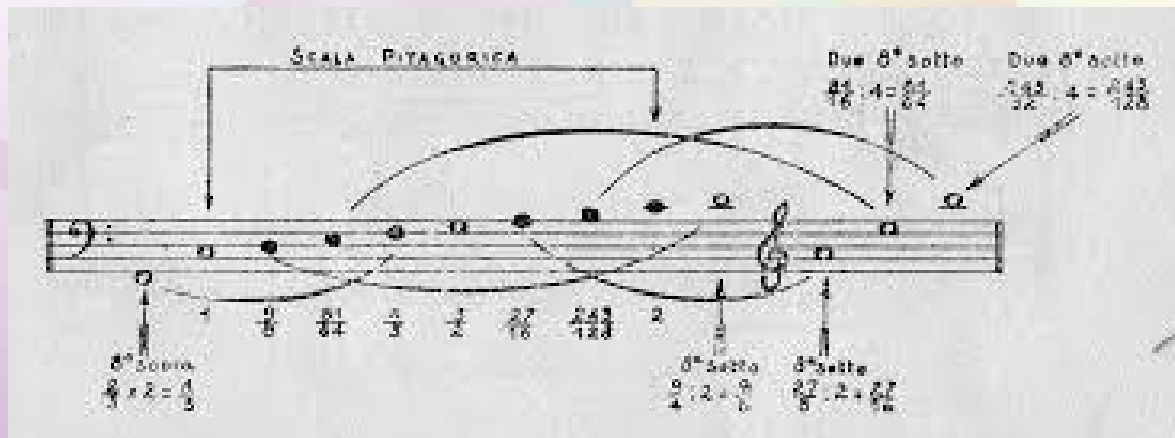
Prodotto realizzato con il contributo della Regione Toscana nell'ambito dell'azione regionale di sistema

Laboratori del Sapere Scientifico

Scienza e musica

(matematica e fisica della corda vibrante:
la teoria e le verifiche sperimentali)

Una sperimentazione per l'inserimento nei curricoli
del liceo scientifico di contenuti legati alla musica



Percorso effettuato in una quarta del Liceo Scientifico
dell'Istituto d'Istruzione Superiore "G. Carducci" di Volterra

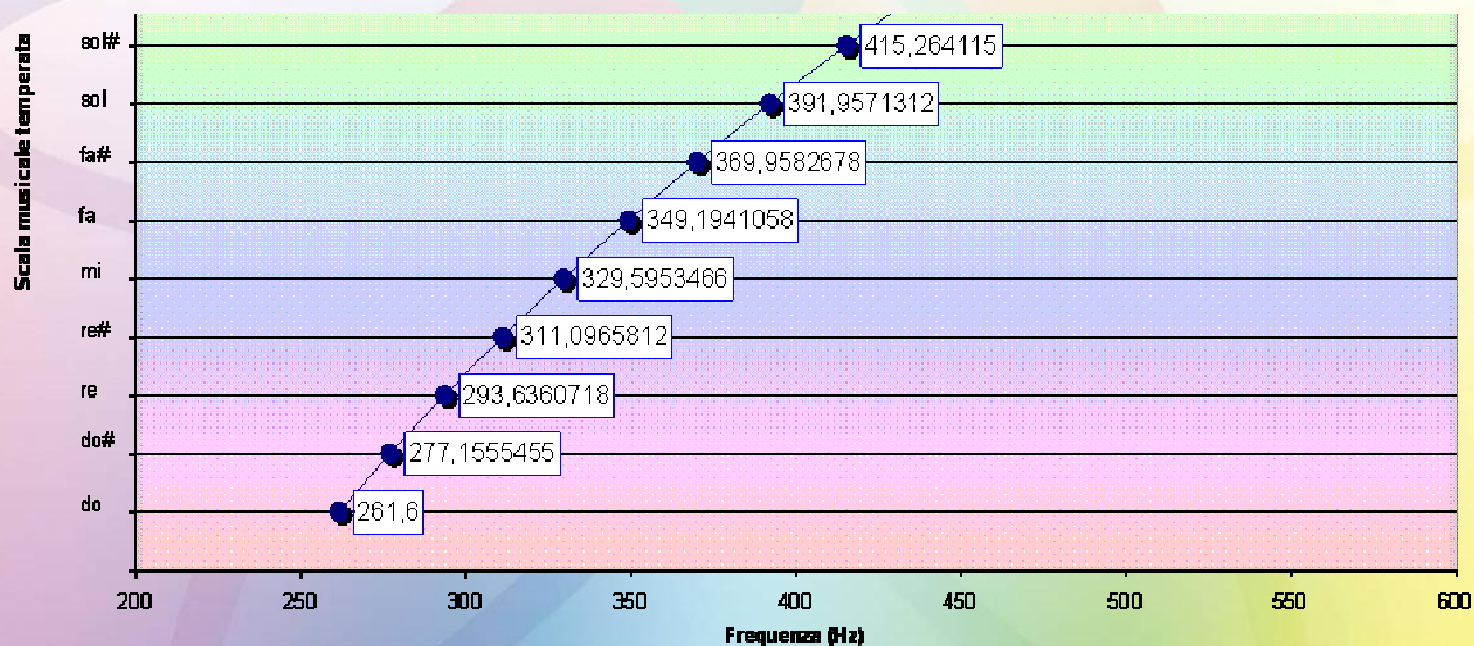
Collocazione del percorso nel curricolo

I contenuti sono stati pienamente sviluppati nei primi 4 mesi dell'anno scolastico (primo quadrimestre)

Sono state coinvolte le discipline di matematica e fisica in tutto il periodo del percorso e c'è stata un'interazione con filosofia in diversi momenti-chiave

Obiettivi essenziali di apprendimento

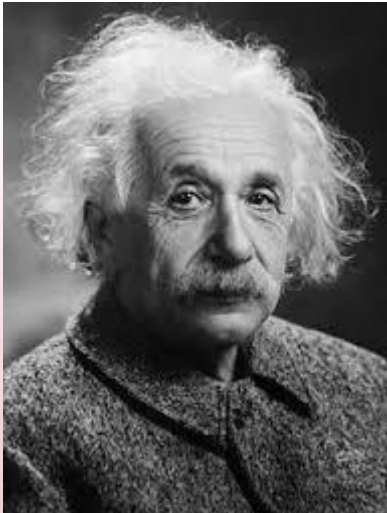
Uso di concetti teorici di matematica
compatibili con il percorso curricolare del Liceo Scientifico
(goniometria) e loro applicazione pratica
(approfondimenti su scala musicale temperata e strumenti a corda)



Collegamento tra il percorso effettuato e il pensiero filosofico

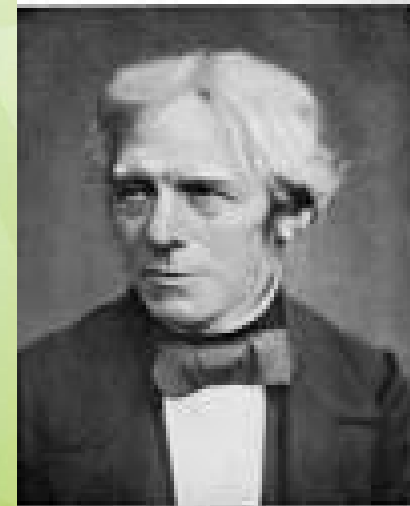
Elementi salienti dell'approccio metodologico (I)

Ricerca di elementi di continuità con il percorso
“Dalla scuola pitagorica alla musica moderna”



Per sistemi fisici già studiati (vedi il percorso “Dalla scuola pitagorica alla musica moderna”) si acquisiscono contenuti teorici e strumenti matematici ; questo nuovo assetto suggerisce di misurare nuovi effetti non ipotizzabili prima d’ora.

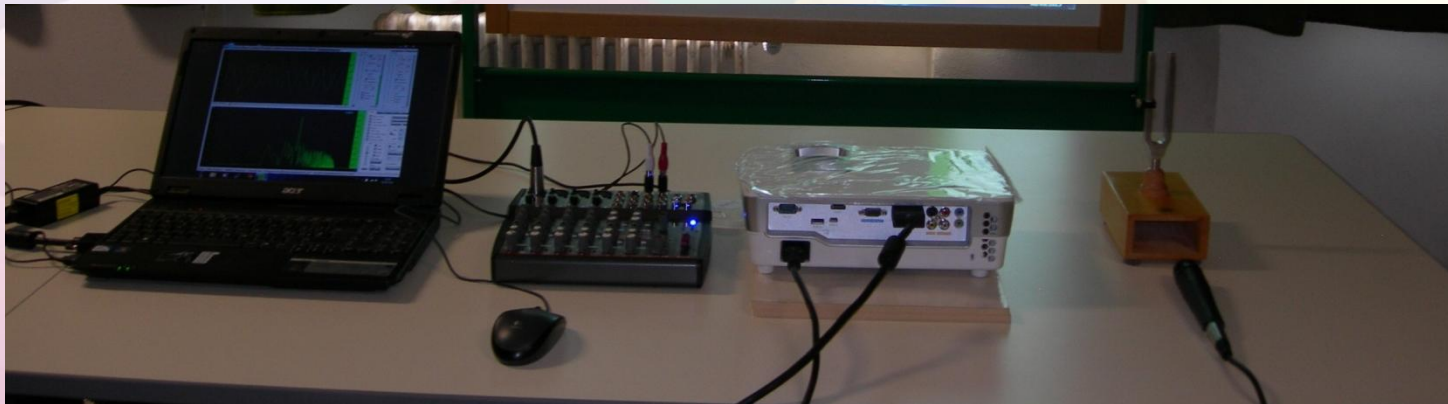
Tali contenuti hanno richiesto l’uso di ulteriori strumentazioni per lo studio di nuovi effetti non contemplati nel precedente quadro teorico



Elementi salienti dell'approccio metodologico (II)

Sviluppata una adeguata conoscenza teorica del sistema fisico su cui si articola il percorso (la corda vibrante) per ottenere leggi fisiche da confrontare con i dati ottenuti in laboratorio

Reperito e collaudato un apparato sperimentale adatto a tale confronto e fatto proprio il metodo scientifico nella didattica



Sono stati di conseguenza coniugati aspetti teorico-matematico e sperimentale aggiungendo conoscenze fondamentali (suoni armonici e analisi spettrale di un'onda sonora) ai risultati di Acustica già acquisiti per via sperimentale nel percorso

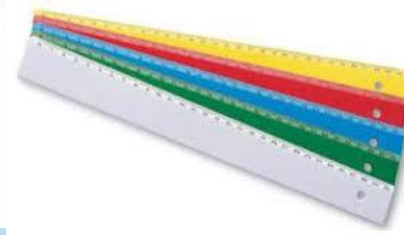
“Dalla scuola pitagorica alla musica moderna”

Materiali, apparecchi e strumenti impiegati

Materiali: normale dotazione di laboratorio

Apparecchi: sistema acquisizione dati per rivelazione di onde sonore,
sistema per lo studio delle oscillazioni forzate in una corda vibrante

Strumenti: strumenti per la produzione di suono (strumenti musicali,
diapason, voce umana), strumenti di misura di lunghezza (righello,
calibro ventesimale)



Ambienti in cui è stato sviluppato il percorso



Aula

Laboratorio di Fisica



Stanza contenente
pianoforte in dotazione
alla scuola



Tempo impiegato

Per la messa a punto preliminare del gruppo LSS:

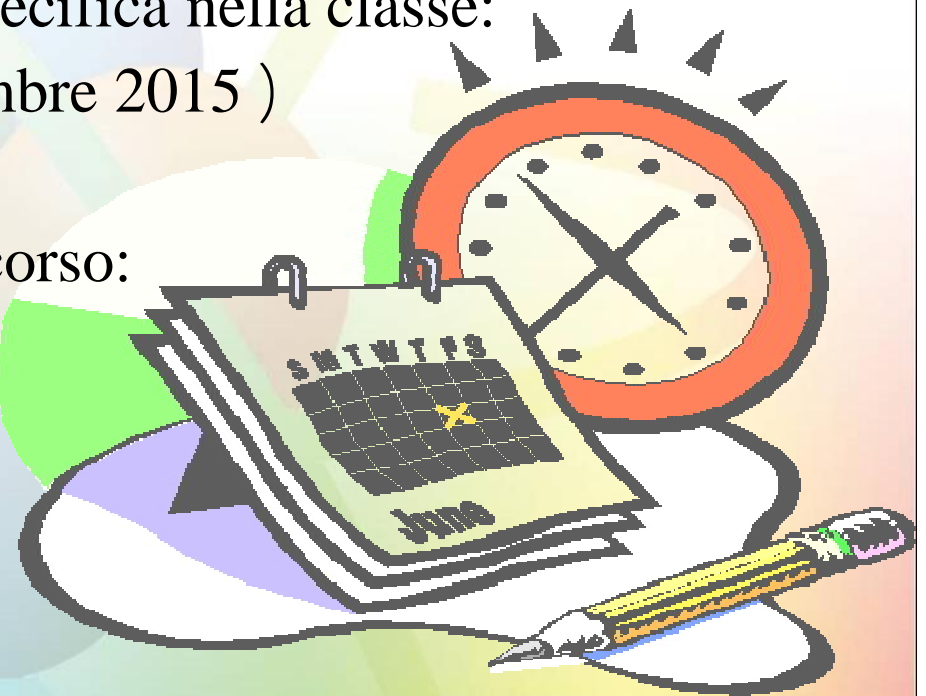
1 mese (settembre 2015)

Per la progettazione specifica nella classe:

1 mese (settembre 2015)

Tempo - scuola di sviluppo del percorso:

Ottobre 2015-gennaio 2016



Per documentazione: attività aggiornamento nei mesi di
novembre 2015 e gennaio 2016

Introduzione percorso sulle discipline di matematica e fisica

MATEMATICA

Conosco la classe dall'anno scorso: per la geometria analitica non ancora svolte ellisse e iperbole per consentire il percorso sulla scala temperata; già trattati esponenziali e logaritmi

FISICA

Non conosco la classe come docente di fisica

Già sperimentati dall'anno scorso monocordo e scala musicale temperata (vedi percorso "Dalla scuola pitagorica alla musica moderna")

E' necessario inserire nel percorso a livello adeguato oscillazioni, onde e equazione della corda vibrante

Consequente necessità di acquisire adeguate nozioni di goniometria al fine del conseguimento della competenza chiave "risolvere problemi"

Le novità offerte dal legame tra matematica, fisica e musica

Rispetto al percorso

“Dalla scuola pitagorica alla musica moderna”
abbiamo la novità dell’equazione delle onde
applicata alla corda vibrante con la soluzione onda stazionaria,
che si inserisce abbastanza agevolmente
(come ora vedremo) come applicazione
significativa e gradevole dell’argomento di matematica
appena studiato (GONIOMETRIA)

Da fine ottobre Fisica: onde in una dimensione

Ripresa studio sperimentale delle molle elicoidali (slinky)



Onda progressiva come profilo che trasla con velocità costante senza deformazioni: nel caso di profilo sinusoidale (onda armonica), deduzione dei parametri ampiezza, frequenza, numero d'onda e lunghezza d'onda. In pratica la generazione del profilo avviene in un tempo finito e quindi si può parlare solo di “treni d'onda”

Relazione tra velocità, lunghezza d'onda e frequenza

La corda vibrante

Dall'onda progressiva all'onda stazionaria: corda vibrante (monocordo o corda di una chitarra) fissa ai due estremi

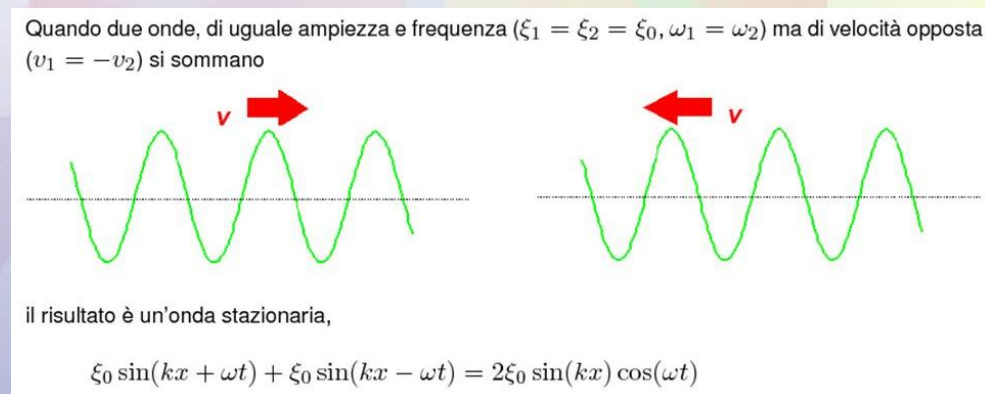
L'oscillazione della corda si trasmette alle molecole vicine e si propaga nello spazio attraverso l'aria generando un'onda sonora tridimensionale di uguale frequenza (onde in tre dimensioni trattate in seguito)

Dato sperimentale: variando i parametri della corda (tensione e lunghezza) varia anche la frequenza dell'onda sonora percepita in accordo con quanto osservato con un apparato sperimentale in uso da due anni nel nostro laboratorio e richiamato sommariamente nella prossima diapositiva

Corda vibrante: dati sperimentali e calcolo teorico

Abbiamo visualizzato su uno schermo la forma dell'onda sonora emessa dal monocordo usando un microfono e un software (disponibile sul web) che permette anche di misurarne la frequenza

Abbiamo anche cercato un approccio teorico ottenendo la forma dell'onda stazionaria a partire dall'ipotesi di onda armonica, della validità del principio di sovrapposizione e con l'uso delle formule di prostaferesi da poco dimostrate



Da questo calcolo si deduce che per la frequenza f vale , se L è la lunghezza della corda, la formula seguente:

$$f = nv/2L \quad \text{con } v \text{ velocità e } n \text{ numero naturale, } n > 0$$

Le armoniche superiori

Una trattazione con mezzi matematici non alla nostra portata consente di ricavare un'equazione (studiata per la prima volta da D'Alembert) per il moto della corda vibrante, avente infinite possibili soluzioni della forma di onda stazionaria e proprio con frequenza $f = nv/2L$; la teoria fornisce il valore di v in funzione dei parametri fisici della corda (tensione, densità lineare)

Per $n=1$ la frequenza ha il valore minimo (è detta fondamentale) e quelle per $n>1$ sono dette armoniche superiori

Abbiamo studiato sperimentalmente le possibili frequenze in due modi:

- A) Visualizzando la corda con un opportuno apparato sperimentale (misura possibile da quest'anno con materiale da poco acquistato)
- B) Misurando le frequenze sonore emesse dalla corda in oscillazione (con il metodo già descritto in precedenza)

Misura diretta delle armoniche superiori

La misura consiste nell'eccitare uno dei due estremi della corda .

L'eccitazione è trasversale e il motorino collegato all'estremo ne provoca una piccola oscillazione armonica di frequenza variabile

Si genera un'onda stazionaria di ampiezza ben visibile solo se la frequenza di eccitazione coincide con una delle frequenze di oscillazione della corda $f = nv/2L$ (condizione di risonanza)

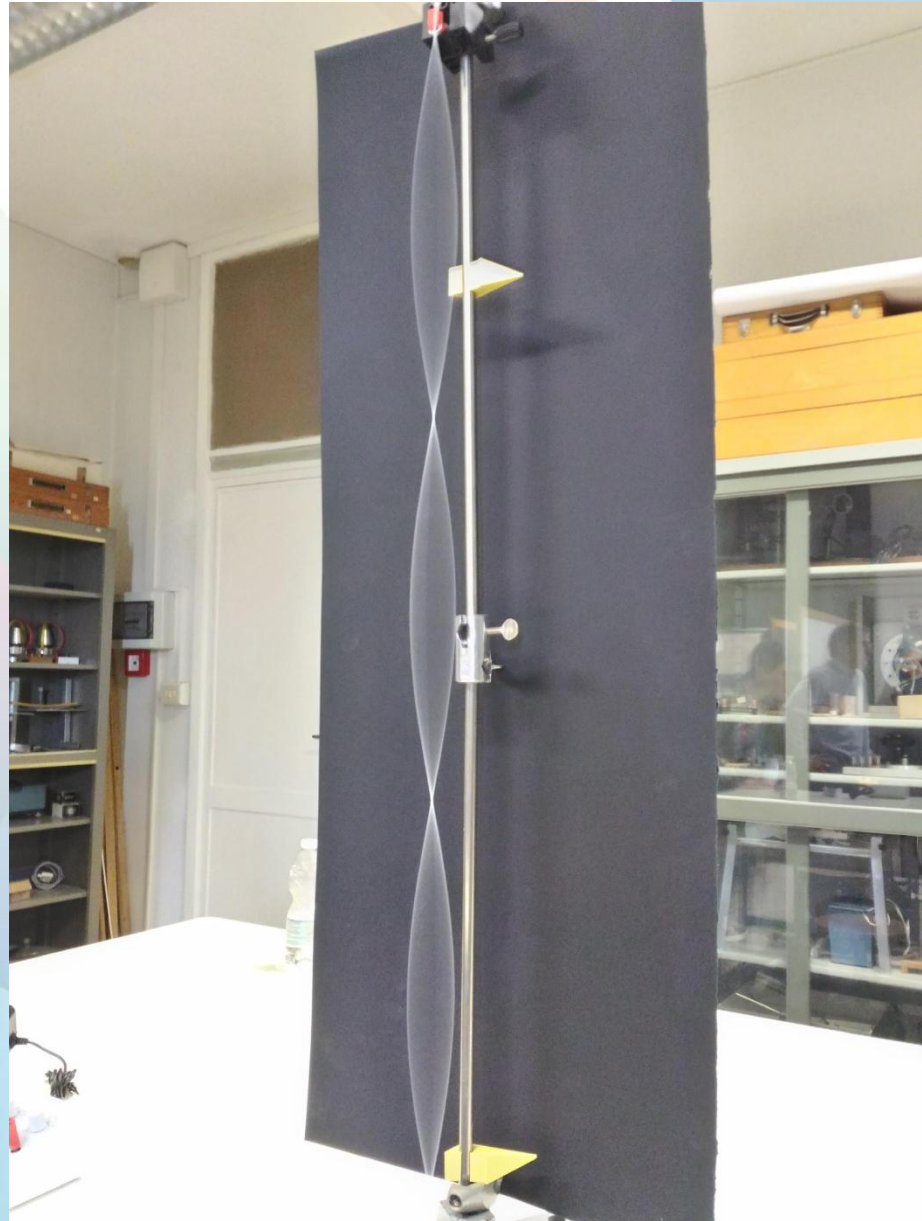
Regolando la frequenza del motorino si provocano oscillazioni della corda (oscillazioni forzate) per una corda data (v e L fissate) verificando la dipendenza di f da n .

Seguono foto dell'apparato sperimentale con i valori (approssimati) delle frequenze riportati per ogni valore di n

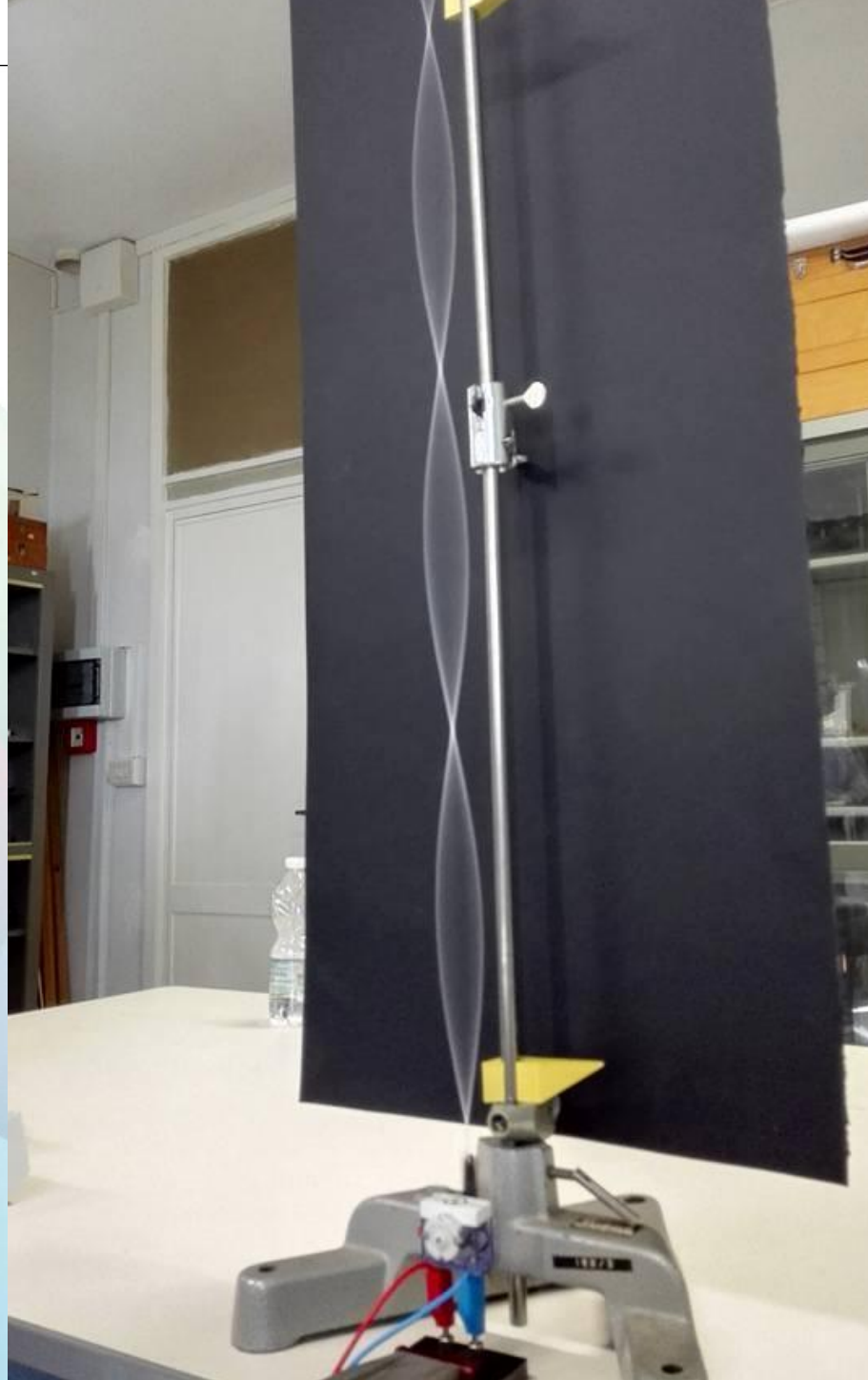
$N=2$ con $f= 20$ Hz



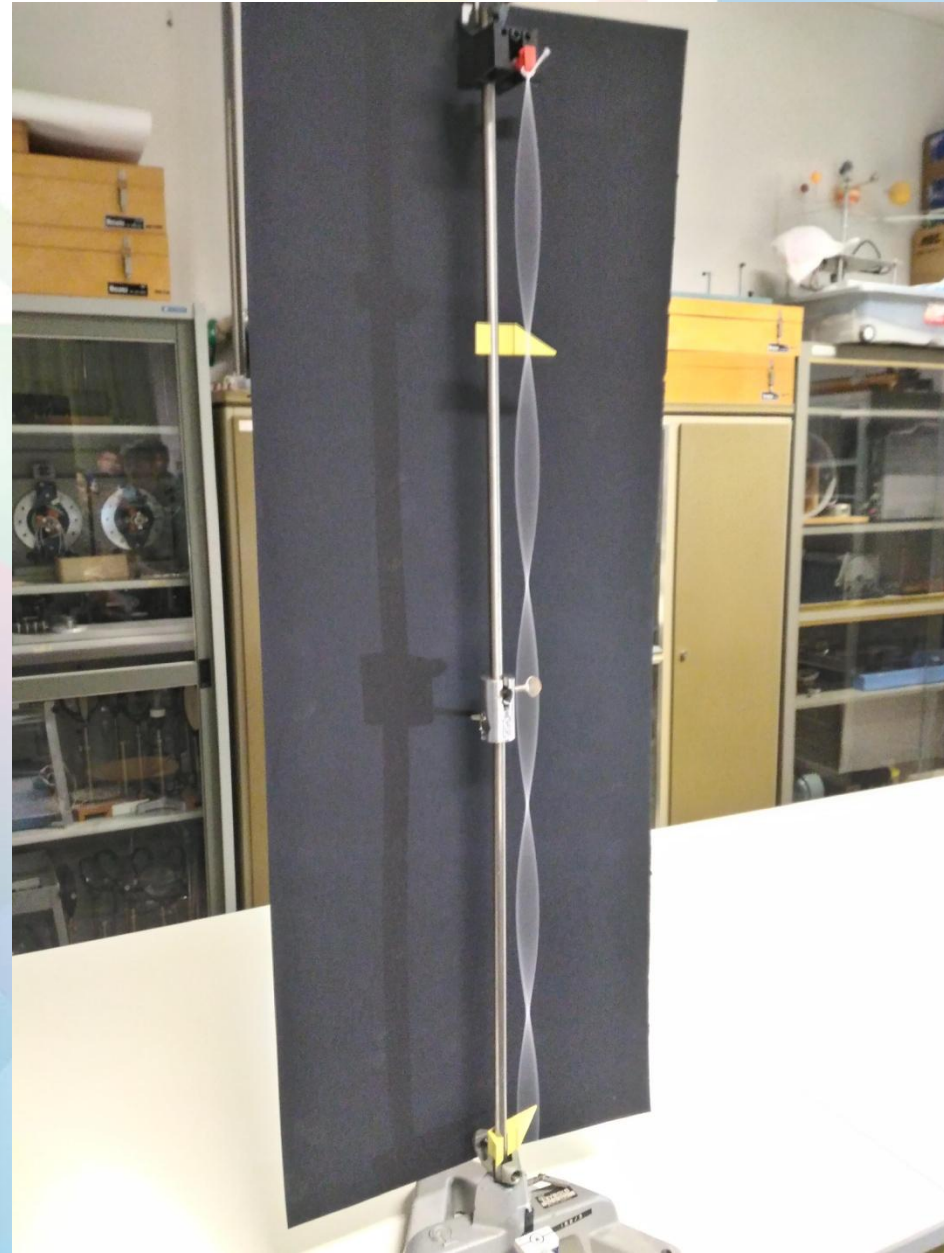
$N=3$ con $f= 30$ Hz



$N=4$ con $f= 40$ Hz



$N=5$ con $f= 50$ Hz



Corda vibrante: frequenze e scala Pitagorica

La formula $f = \text{costante}/L$ è stata già verificata sperimentalmente studiando il monocordo (vedi percorso “ Dalla scuola pitagorica alla musica moderna”)

La comparsa nella formula del parametro naturale n è una novità (che comparirà spesso in futuro!) su cui occorre vedere più chiaro

Ad esempio per $n=2$ si avrebbe l'ottava della frequenza con $n=1$, per $n=3$, con la terminologia ormai in uso dallo scorso anno, la quinta di quell'ottava. Esistono queste frequenze?

Come si trovano?

I suoni armonici

Pizzicando opportunamente certi punti di uno strumento a corda si possono ottenere armoniche superiori, cioè frequenze $f = nv/2L$ con $n > 1$.

La maggior parte degli strumentisti adottano abitualmente questa tecnica.



Abbiamo ottenuto in laboratorio, appunto con la tecnica adottata dai chitarristi, usando il monocordo in dotazione alla nostra scuola, armoniche superiori con $n=2$ e $n=3$ (meno facile $n=4$) e verificato sperimentalmente i corretti valori di f sempre con il software prima descritto. In realtà l'operazione risulta molto più agevole usando la chitarra per la presenza della cassa di risonanza

Strumenti musicali

Come noto, ogni strumento musicale può produrre un numero finito di suoni con frequenze definite (note musicali)

Per ognuno di questi suoni in realtà uno strumento riproduce di norma un'onda non perfettamente sinusoidale, cioè realizza una sovrapposizione della frequenza fondamentale e delle sue armoniche superiori e tale combinazione di frequenze fornisce il timbro dello strumento (fisicamente corrisponde allo spettro dell'onda sonora)

La dotazione di ogni laboratorio di fisica contiene di norma un particolare strumento usato come standard di frequenza: il diapason.

Ogni diapason può emettere solo un suono, ma tale suono possiede una frequenza ben definita, cioè non vi sono armoniche superiori (suono puro); nel nostro laboratorio abbiamo a disposizione due diapason.

Li abbiamo già usati per lo studio delle frequenze emesse dal pianoforte della nostra scuola

(vedi il percorso “Dalla scuola pitagorica alla musica moderna”)

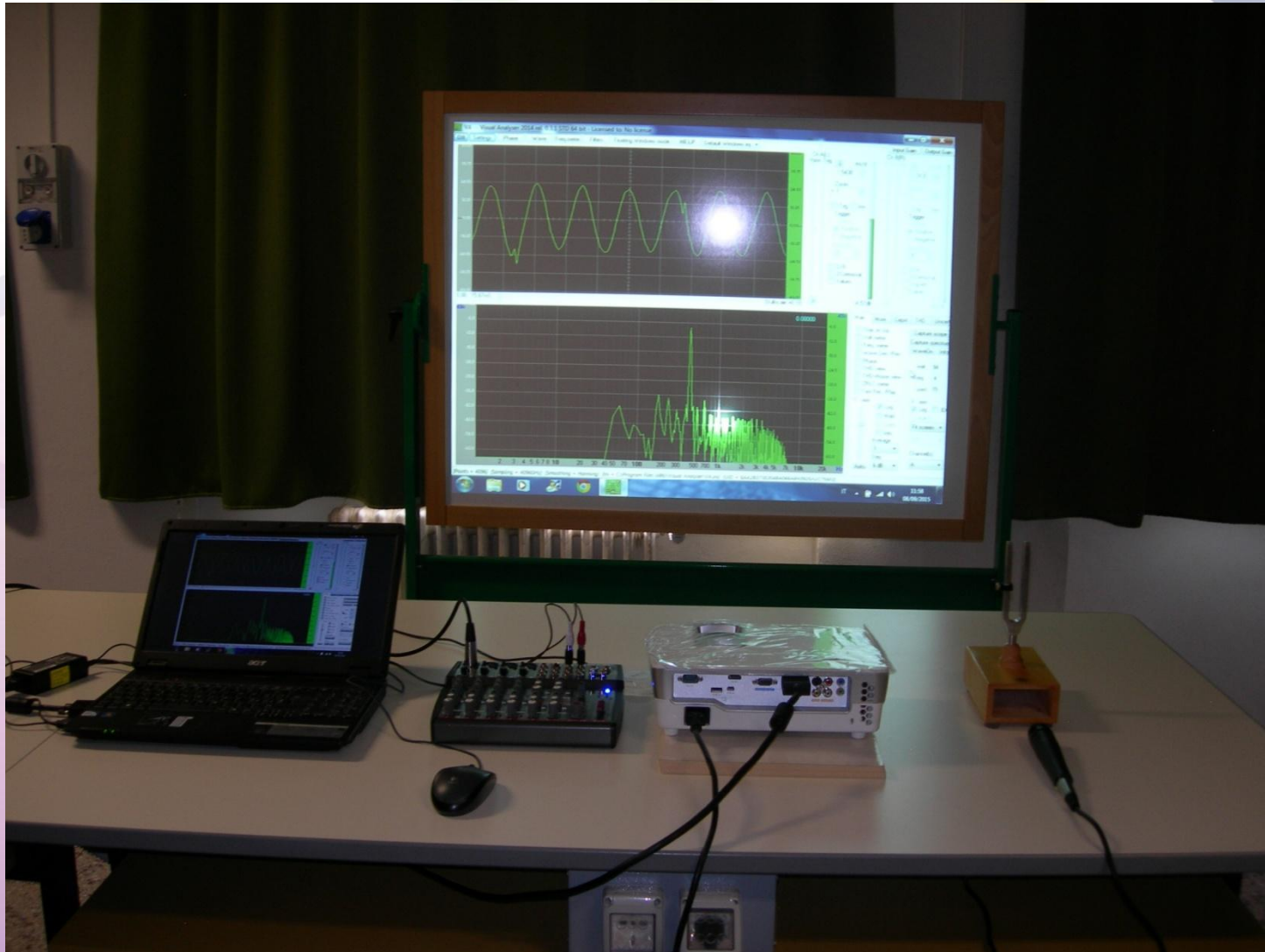
Confronto tra monocordo e diapason

Abbiamo analizzato in laboratorio forme d'onda di vari suoni di strumenti musicali (monocordo, flauto dolce, voce umana e altro) ottenendo con il nostro apparato la forma d'onda e il profilo (spettro) delle frequenze in essa presenti

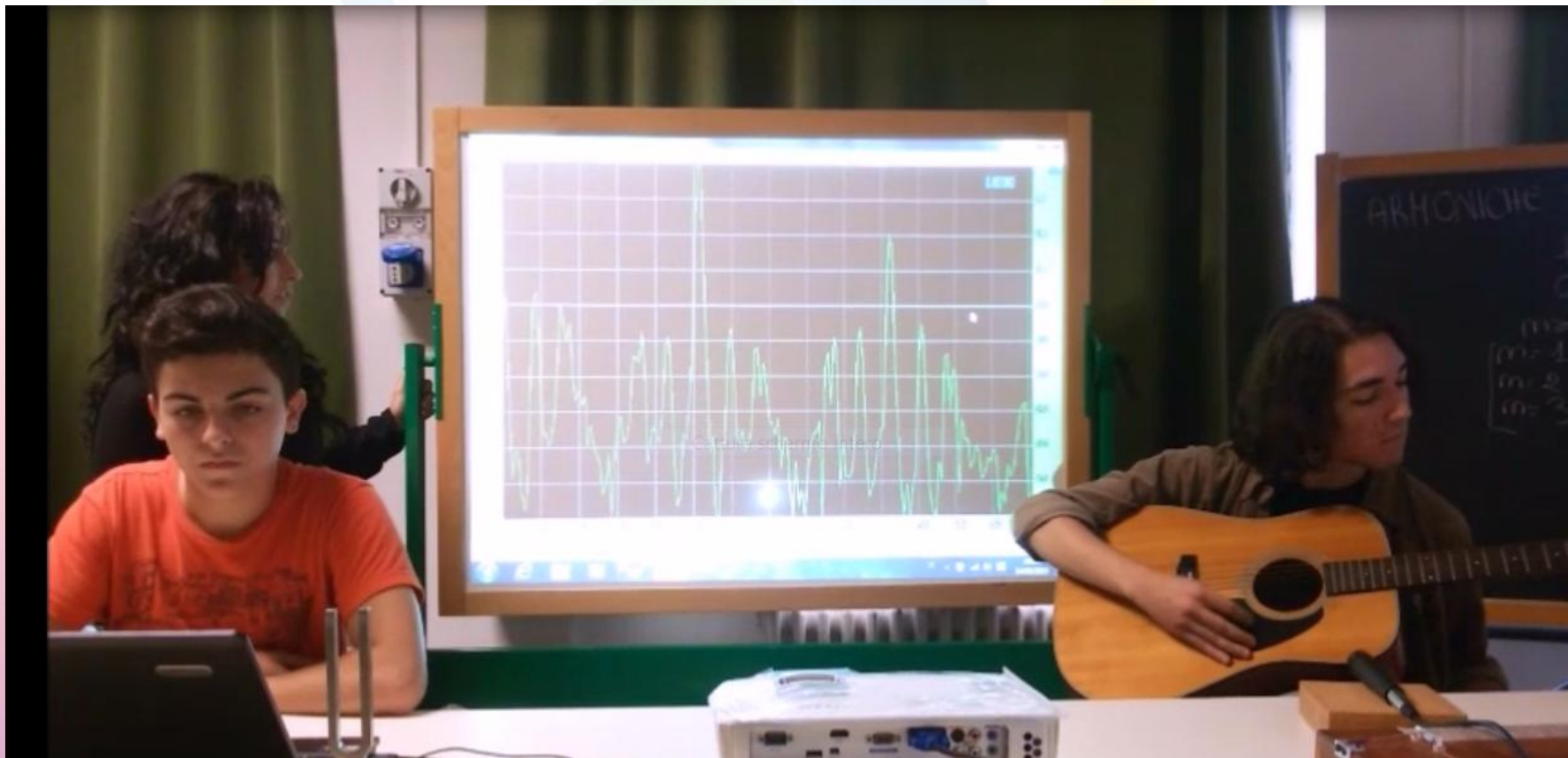
Abbiamo sempre ottenuto forme d'onda non perfettamente sinusoidali: sono presenti almeno due frequenze distinte con uno spettro caratteristico di ogni strumento (provata anche la voce di ognuno di noi)

Come già sottinteso, la misura ha confermato la purezza del suono di ognuno dei due diapason, consentendo anche il confronto tra le indicazioni del nostro apparato di misura e i dati di targa dei due diapason; in realtà si può verificare che nemmeno i diapason emettono un suono rigorosamente puro (monocromatico)

La forma d'onda del diapason



La forma d'onda della nostra chitarra



In laboratorio con vari strumenti

Con il nostro software abbiamo potuto fare verifiche di laboratorio per le frequenze di tutti i suoni della chitarra verificando quanto già sappiamo

Anche uno strumento a tastiera come il pianoforte è costruito secondo la scala temperata: ne abbiamo analizzato la struttura (88 tasti) e calcolato le frequenze (in laboratorio abbiamo in realtà utilizzato uno strumento di dimensioni più piccole del pianoforte della scuola)

Abbiamo provato anche strumenti a fiato (chiarina e flauto dolce) : come sapevamo da esperti le misure potevano presentare maggiori difficoltà rispetto alle previsioni della teoria, più difficile e da noi solo accennata; pur se con incertezze maggiori, le misure sono risultate comunque accettabili

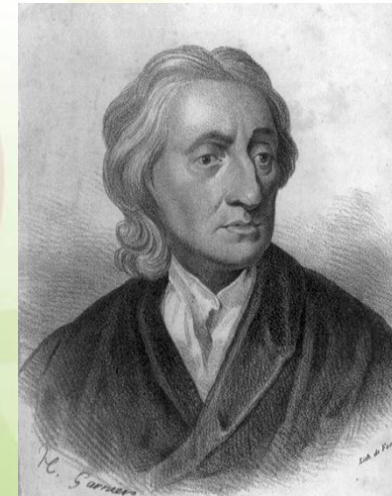


L'interazione con Filosofia

Francis Bacon (1561-1626) e la
rivoluzione scientifica:

Il metodo induttivo basato sull'esperienza

John Locke (1632-1704), padre
dell'Empirismo moderno e
anticipatore dell'Illuminismo



Filosofia e Scienza, la rivoluzione del Seicento:
da Galileo a Descartes, Huygens, fino a Newton

Il Settecento: D'Alembert e l'Enciclopedia

Carattere ondulatorio del suono e verifiche sperimentali (1)

Si genera un'onda sonora impulsiva in un luogo chiuso battendo la membrana di un tamburo con una mazza

L'impulso sonoro fa cadere un bicchierino di plastica sulla testa di una persona ferma nella stanza a qualche metro dalla sorgente

L'onda sonora impulsiva è visibile provocando fumo nella stanza con la “macchina per il fumo” usata nelle discoteche

L'onda sonora impulsiva



Carattere ondulatorio del suono e verifiche sperimentali (2)

Si trasforma un'onda sonora sferica in una piana e viceversa usando superfici riflettenti a forma di paraboloide

Si usano a questo scopo due ombrelli (acquistati tipi di ombrelli valutati le migliori approssimazioni possibili di paraboloidi), una sorgente sonora (musicale) di bassa intensità e un rivelatore (orecchio)

Si pone la sorgente in prossimità del fuoco di un paraboloide e il rivelatore in prossimità del fuoco dell'altro paraboloide posto ad alcuni metri di distanza, di fronte al primo e con lo stesso asse focale; solo il rivelatore può sentire il suono, concentrato nel fuoco del "paraboloide ricevente". Necessità di allineamento e stabilità meccanica del sistema!

Onda sferica generata presso il fuoco dell'ombrello 1



Onda sferica rivelata presso il fuoco dell'ombrello 2



Effetto di un'onda sonora su un getto d'acqua

Materiale utilizzato:

Generatore a frequenza audio variabile

Cassa acustica e amplificatore

Sistola fissata alla cassa

Effetto provocato dall'accensione del generatore su un getto d'acqua uscente dalla sistola:

Con l'oscillazione trasversale della sistola il getto ha la forma di un'onda

L'onda è approssimativamente sinusoidale (resa migliore per $f=24\text{Hz}$)

La forma d'onda del
getto d'acqua...



Il forno a microonde

E' noto che le onde (microonde) alla base del funzionamento del forno sono della stessa natura (elettromagnetica) di luce visibile e onde radio

Nella cavità di cottura è presente un'onda (elettromagnetica) stazionaria

I cibi posti dentro la cavità possono essere scaldati perché le molecole di acqua presenti assorbono energia dall'onda elettromagnetica

Il massimo assorbimento si ha nelle zone di massima ampiezza dell'onda (densità volumica di energia proporzionale al quadrato dell'ampiezza)

Per un riscaldamento omogeneo il piatto con dentro i cibi viene fatto ruotare stando sopra una guida circolare azionata da un motorino

Il forno a microonde e la cioccolata

Per questa misura è stato necessario togliere la guida che fa ruotare il piatto: in questo modo ho il maggiore riscaldamento in zone definite, cioè le zone di massima ampiezza del campo dell'onda stazionaria.

Inserendo un piatto di plastica con sopra una barretta di cioccolata, (dopo varie prove i risultati migliori si sono avuti con il Mars) si è tenuto acceso il forno per circa 30 s e poi tolto il piatto

Si vedono chiaramente due zone della barretta, distanti circa 6 cm, con parziale scioglimento della cioccolata

Cavità del forno con sistema di rotazione dei cibi



Cavità del forno con rotazione disattivata



L'effetto sulla barretta di cioccolata



Una misura approssimata della velocità della luce

Si può ora facilmente stimare la velocità dell'onda dalla formula

$$\lambda f = v$$

I 6 cm sono infatti metà della lunghezza d'onda. I dati di targa del forno indicano la frequenza dell'onda che vale 2.45 GHz; l'errore maggiore (vedi foto) è quello sulla lunghezza d'onda.

Con questi dati si ottiene comunque $v = 294000 \text{ Km/s}$
che è un'ottima stima della velocità della luce

Verifiche degli apprendimenti: tipologie impiegate

Verifiche individuali orali alla lavagna

Verifiche scritte per l'intera classe

Verifiche individuali e a gruppi in laboratorio sotto la supervisione del docente e del tecnico del laboratorio di informatica utilizzando rubriche di valutazione per rilevare il livello di coinvolgimento degli studenti e delle competenze in relazione alle conoscenze ed abilità coinvolte

Esempio (I) di struttura di verifica orale

Sfruttata la naturale convergenza di contenuti di Matematica e Fisica, da cui:

Proprietà di funzioni sinusoidali e onde progressive

Dimostrazioni delle proprietà delle onde stazionarie

Possibile (o meglio necessaria) una contemporanea verifica in entrambe le discipline

Uso del monocordo (o chitarra) per ottenere armoniche superiori e discussione nelle verifiche orali

Esempio (II): verifiche di laboratorio

Le prove effettuate con il nuovo apparato di misura (microfono + Visual analyser) per gli strumenti a corda costituivano una verifica di ipotesi già formulate

Le misure di frequenza e analisi spettrale effettuate autonomamente dagli alunni/e hanno fornito risultati più che accettabili, consentendone una presentazione al pubblico nella consueta attività annuale della Settimana Scientifica di istituto

Sono state anche realizzate da quest'anno verifiche di laboratorio sul nuovo apparato sperimentale (rivelatore di modi normali di una corda elastica in funzione della frequenza di oscillazione di uno dei due estremi)

Risultati ottenuti con riferimento alle verifiche orali:

Il presente percorso ha portato effetti positivi sia su Matematica che su Fisica. In particolare:

Matematica: esercizi sulle funzioni goniometriche molto spesso contenenti riferimenti concreti

Fisica: arricchimento dei contenuti trattati rispetto agli anni precedenti e gradimento della classe nei confronti delle novità introdotte

Risultati ottenuti con riferimento alle verifiche scritte

Matematica: anche per le prove scritte valgono le considerazioni già fatte per le verifiche orali

Fisica: i contenuti del presente percorso offrono in prevalenza nuove attività di laboratorio ma non nuovi esercizi, per cui almeno per ora non sono state trattati nuovi contenuti nelle verifiche scritte

Risultati ottenuti con riferimento alle attività di laboratorio

Il grosso del lavoro del percorso è stato soprattutto sperimentale ed è stato condotto in prima persona dagli alunni di questa classe, che si è sempre distinta per autonomia di pensiero e spirito di iniziativa (sono stati loro a cercare le cose originali sul web e a costruire buona parte degli apparati sperimentali)

Il ruolo attivo degli alunni nel formulare nuove proposte ha contribuito ad un arricchimento nelle attività di laboratorio sui temi seguenti:

Molle elicoidali

Corda vibrante (monocordo) e scale musicali

Oscillazioni forzate (nuovo apparato)

Onde elettromagnetiche (forno a microonde)

Onde sonore impulsive

Onde sonore e specchi parabolici

Efficacia del percorso didattico: perfezionamento dei temi del curriculum

La dialettica all'interno del gruppo LSS ha contribuito a generare:

a) Maggiore incisività nello studio delle funzioni goniometriche
(integrazione tra teoria e esperimenti)

b) Interazione più sistematica con la filosofia trattata al quarto anno con numerosi riferimenti (da Bacon all'Illuminismo)

cercando di strutturare un percorso con la finalità di promuovere negli studenti il raggiungimento di competenze trasversali

Efficacia del percorso didattico: introduzione di elementi di novità

L'attività del gruppo negli ultimi 3 anni (con il ruolo determinante di tutti gli alunni coinvolti) ha introdotto novità importanti che integrano i contenuti curricolari:

- Sul piano teorico (descrizione di onde tridimensionali e premesse di una trattazione più rigorosa al quinto anno)
- Sul piano sperimentale (misure su onde di natura diversa ma con le stesse proprietà generali)

Tutto ciò ha contribuito a rafforzare negli alunni una visione unitaria nella descrizione dei fenomeni naturali