

REGIONE
TOSCANA



**Prodotto realizzato con il contributo della Regione
Toscana nell'ambito dell'azione regionale di
sistema**

Laboratori del Sapere Scientifico

INDIVIDUARE RELAZIONI TRA GRANDEZZE

I.C. TORRE DEL LAGO

CLASSE II

SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO

INTRODUZIONE ALLA RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DI FUNZIONI

- Il percorso viene proposto al secondo anno della scuola secondaria di primo grado, dopo aver affrontato lo studio di rapporti e proporzioni.
- Il percorso presenta:
 - grandezze direttamente ed inversamente proporzionali
 - rappresentazioni grafiche

OBIETTIVI

- Favorire l'osservazione e il riconoscimento di grandezze variabili e costanti
- Tendere alla sistemazione e alla razionalizzazione delle esperienze
- Introdurre l'approccio alla dimostrazione

APPROCCIO METODOLOGICO

- Condurre esperienze attraverso l'uso di modelli di carta millimetrata e non
- Proposta, costruzione ed analisi autonome di esempi
- Discussione collettiva, confronti e formalizzazione condivisa di concetti e relazioni

MATERIALI E STRUMENTI

- Carta millimetrata e non
- Strumenti di misura (ad es., riga, squadre,...)
- Forbici
- LIM

AMBIENTE

- Aula scolastica

TEMPI

- 4h di lezione con la formatrice
- 4h di progettazione dell'insegnante
- 6h di lezione in classe
- 10h per la documentazione

TAPPE DEL PERCORSO

- Attraverso la scoperta guidata, si introducono le novità delle rappresentazioni grafiche
- Attraverso la costruzione di modelli, si scoprono le relazioni tra grandezze

PERCORSO

- Il percorso si svolge tra attività pratiche e momenti di riflessione
- L'insegnante guida alla scoperta dei diversi tipi di relazioni fra grandezze, offrendo stimoli e ponendo domande, senza imporre regole e definizioni
- Si giunge così alla conclusione grazie al contributo di ciascun allievo alla sperimentazione ed alla discussione

RICONOSCERE GRANDEZZE DIRETTAMENTE ED INVERSAMENTE PROPORZIONALI

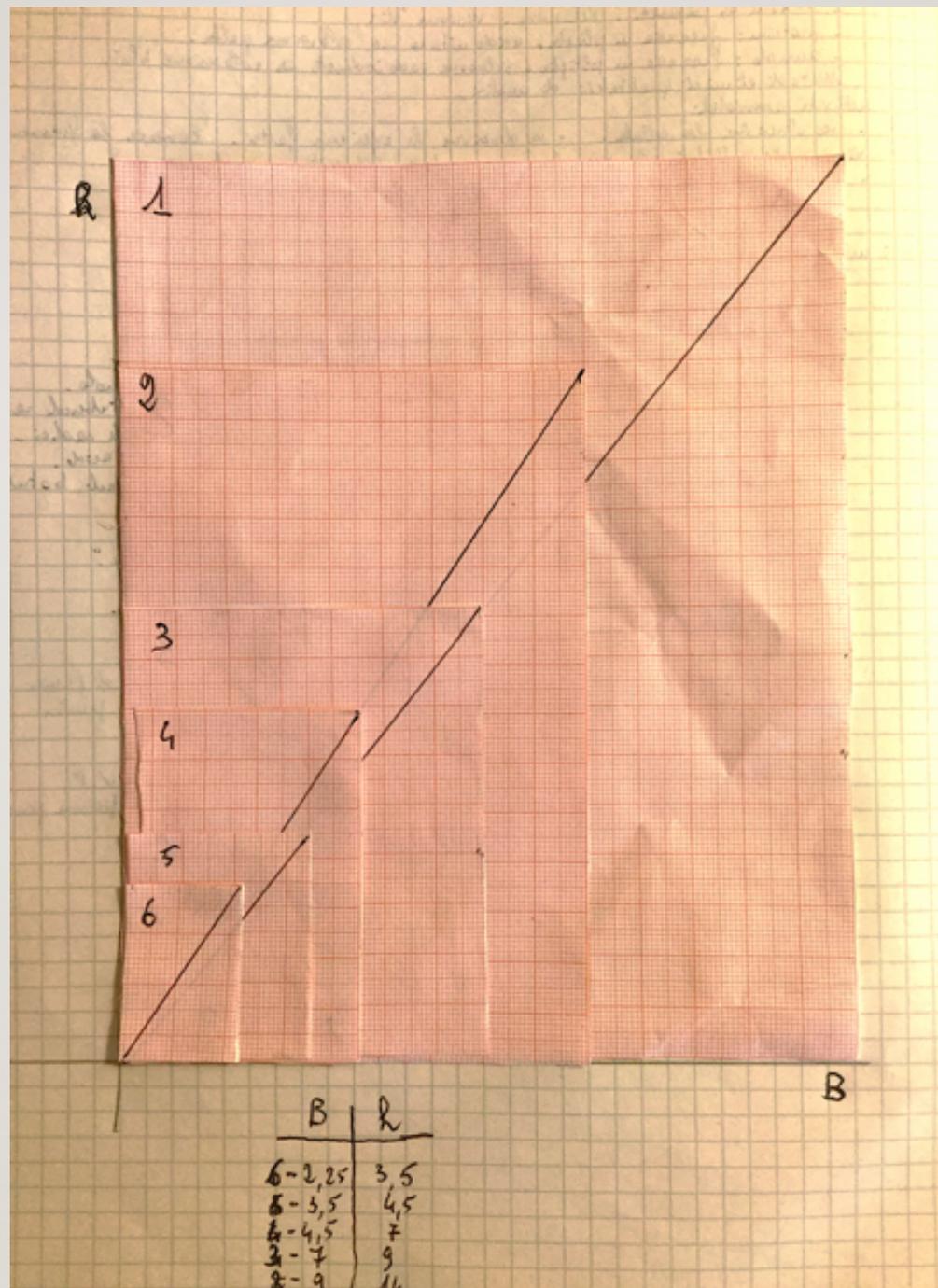
- **Attività pratica 1:**

- 1) gli alunni vengono forniti di un foglio di carta millimetrata 28 X 18 e viene loro richiesto di dividerlo a metà lungo la dimensione maggiore e di ritagiarlo, ottenendo così due rettangoli congruenti;
- 2) uno dei due rettangoli viene messo da parte; l'altro viene nuovamente diviso a metà. Ancora, si ottengono due rettangoli congruenti, di cui uno viene messo da parte e l'altro viene di nuovo diviso a metà;



- 3) tale procedura viene ripetuta fino ad ottenere una serie di rettangoli;
- 4) in ciascun rettangolo viene disegnata una diagonale;
- 5) i rettangoli vengono sovrapposti ed incollati su un piano cartesiano, facendo coincidere un vertice con l'origine degli assi e ponendo le altezze lungo l'asse delle ordinate e le basi lungo quello delle ascisse;
- 6) gli alunni osservano che le diagonali non sono allineate;
- 7) ai ragazzi viene chiesto di misurare le basi e le altezze e di riportare i valori in una tabella.





- **Attività pratica 2:**

- 1) gli alunni vengono forniti di due fogli A4 e viene loro richiesto di procedere come fatto nell'attività pratica I. Si ottengono quindi due serie di rettangoli;
- 2) i rettangoli di una serie vengono sovrapposti e incollati ponendo le basi lungo l'asse delle ascisse e le altezze lungo l'asse delle ordinate;
- 3) ai rettangoli così posizionati, i ragazzi misurano i lati e li riportano in una tabella;

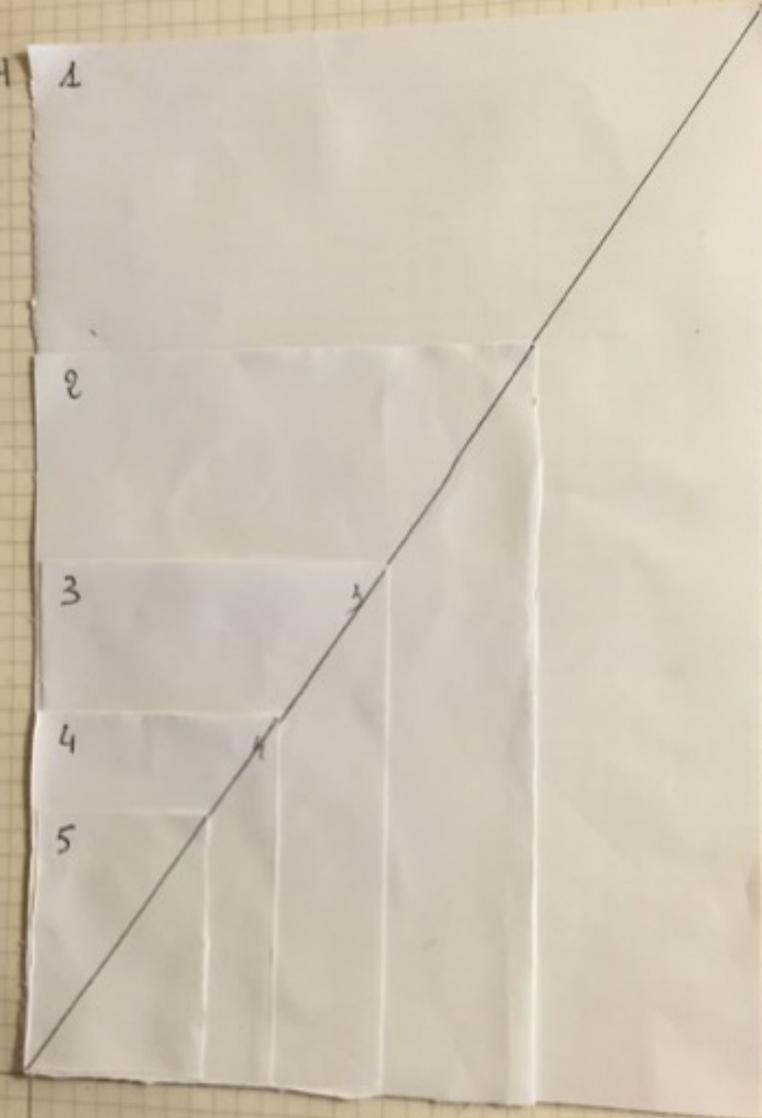
H 1

2

3

4

5

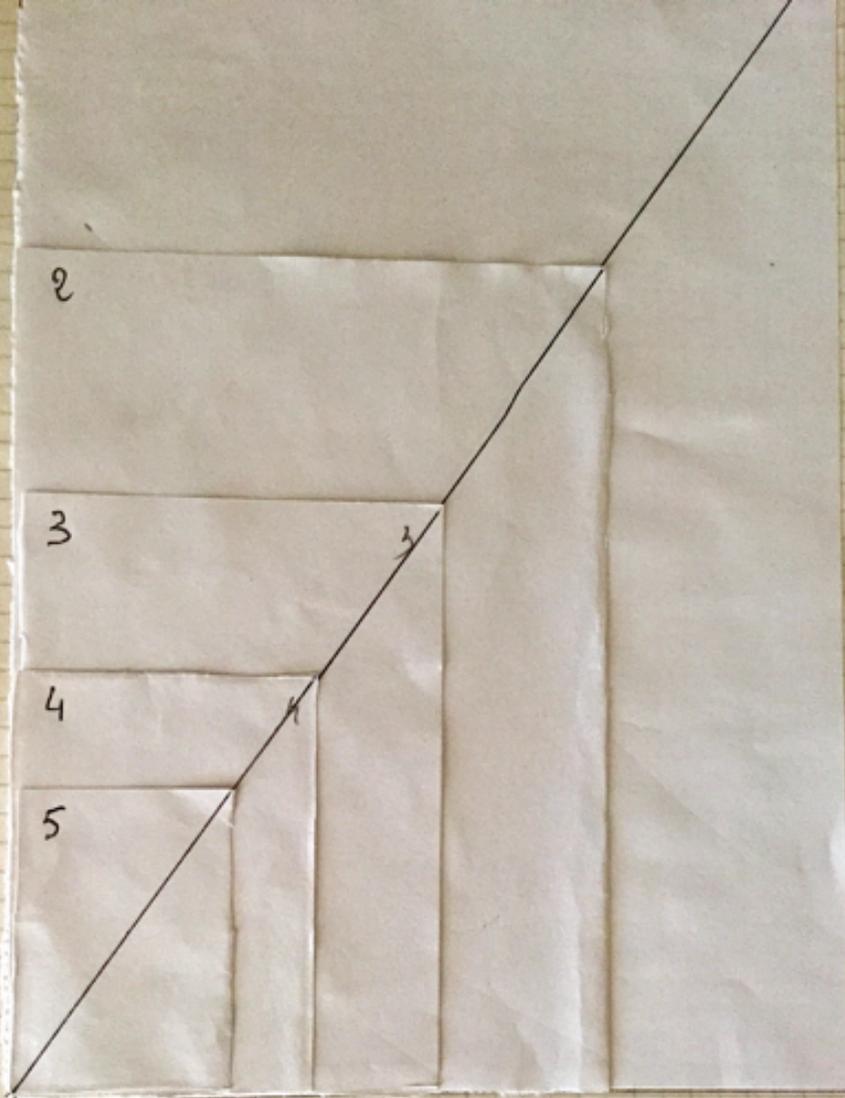


b

b	H
1-14,8	21
2-10,5	14,8
3-7,4	10,5
4-5,3	7,4
5-3,7	5,3

- 4) i ragazzi osservano che i rettangoli sembrano «*più proporzionati*» rispetto ai precedenti e che le diagonali «*sono sovrapposte*»;
- 5) intuiscono che i rettangoli di questa serie devono avere qualcosa in comune, oltre alle caratteristiche geometriche; secondo loro, questo «*qualcosa*» potrebbe dipendere dalle misure dei lati;
- 6) ipotizzano l'esistenza di una scala di riduzione (già introdotta in precedenza); cominciano quindi a fare calcoli.





b	H
1-14,8	21
2-10,5	14,8
3-7,4	10,5
4-5,3	7,4
5-3,7	5,3

$$\frac{14,8}{10,5} = 1,4$$

$$\frac{10,5}{7,4} = 1,4$$

$$\frac{7,4}{5,3} = 1,41$$

$$\frac{5,3}{3,7} = 1,43$$

$$\frac{14,8}{21} = 0,7$$

$$10,5 : 14,8 = 0,7$$

$$7,4 : 10,5 = 0,7$$

$$5,3 : 7,4 = 0,7$$

$$3,7 : 5,3 = 0,7$$

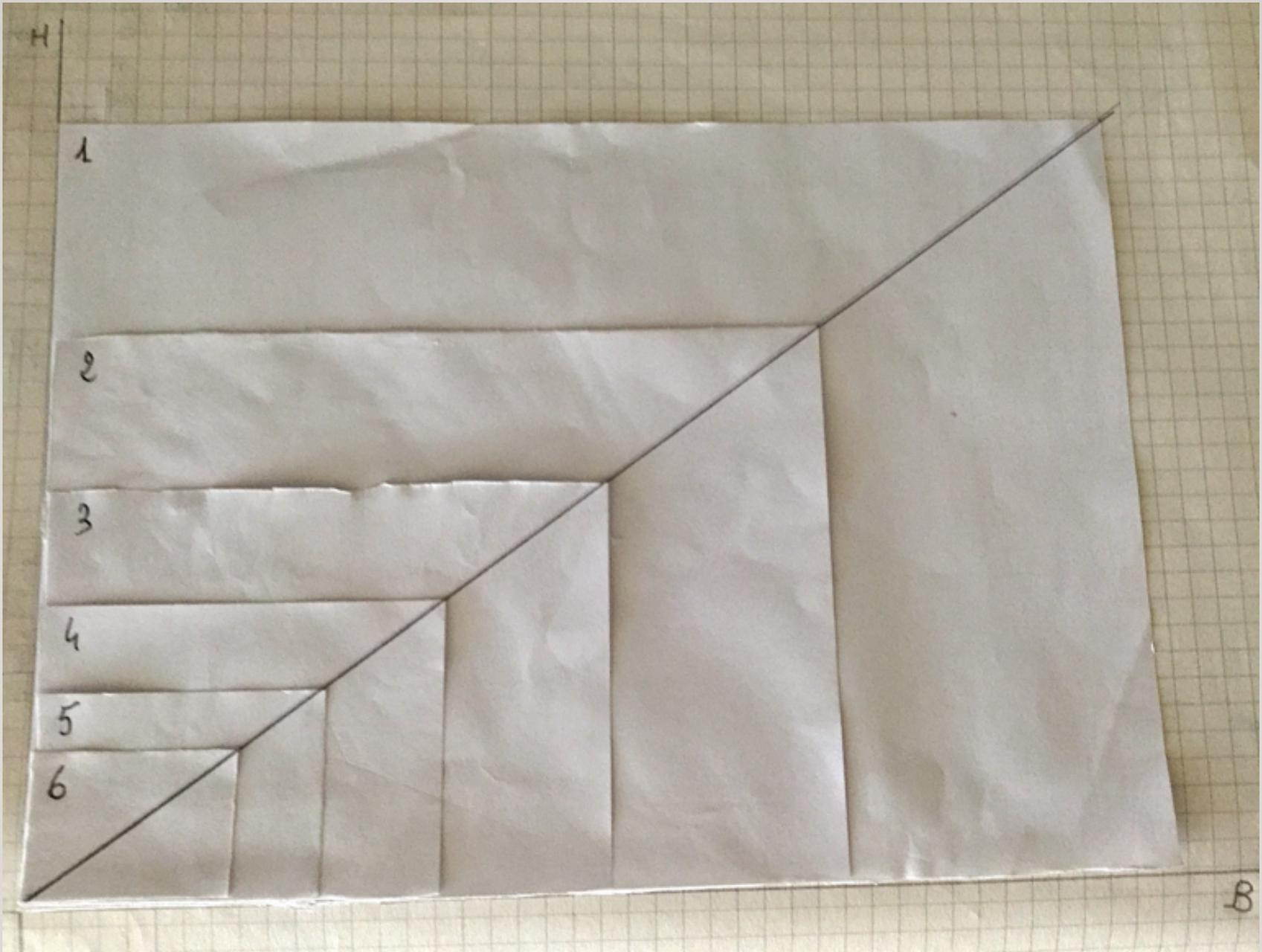
Si giunge ad una considerazione comune: **è costante il rapporto tra la base e l'altezza di ciascun rettangolo.**

I rettangoli ottenuti dimezzando successivamente il foglio A4 hanno tutti la stessa forma, sono tutti simili fra loro, fatto che non succedeva nel primo esempio.

Per questo, i vertici corrispondenti sono allineati lungo una retta passante per l'origine degli assi.

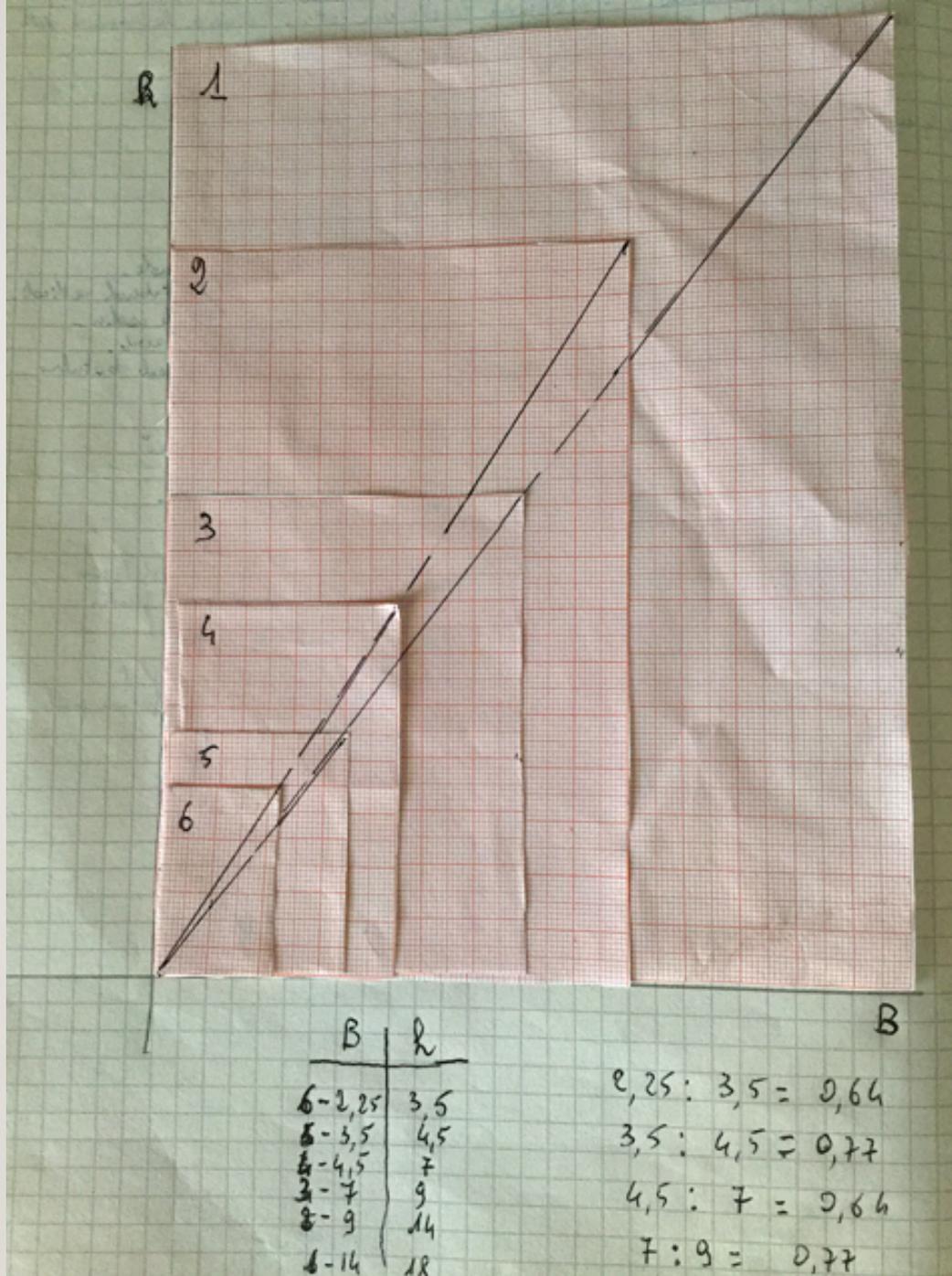
- **Attività pratica 3:**

- 1) i rettangoli della serie rimanente vengono sovrapposti ed incollati come nell'attività pratica 2, ma scambiando le basi con le altezze;
- 2) i ragazzi notano l'analogia con quanto sperimentato nell'attività pratica 2 e deducono che il rapporto tra le due grandezze è costante, ma l'inverso del precedente. Le diagonali sono allineate lungo una retta passante per l'origine, la cui inclinazione è differente dalla precedente;



- **Attività pratica 4:**

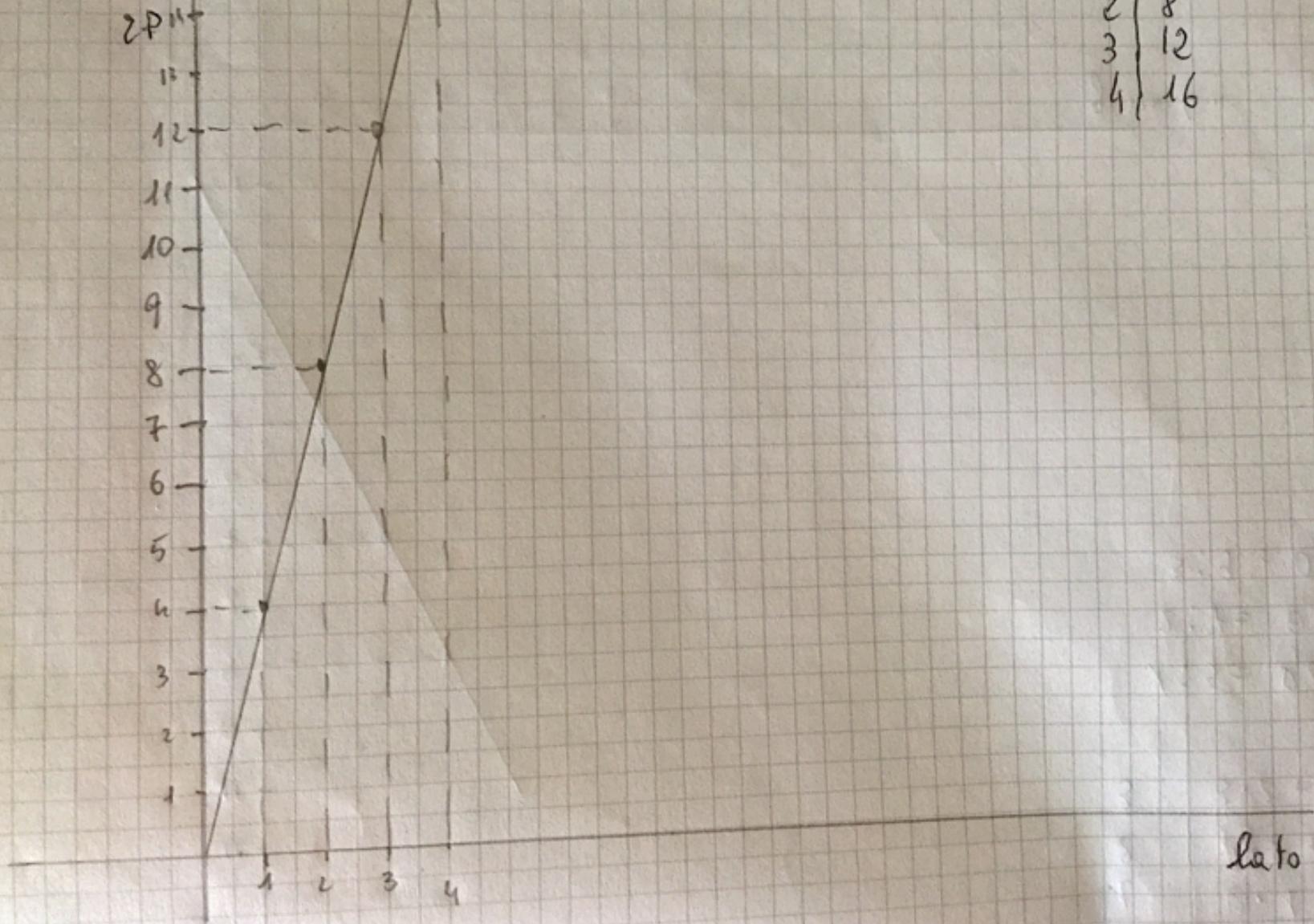
- 1) si riprende il grafico ottenuto durante l'attività pratica I (v. slide 13);
- 2) gli alunni calcolano il rapporto tra le dimensioni di ciascun rettangolo;
- 3) notano che tali rapporti si ripetono in modo alterno;
- 4) le diagonali appartengono a due rette distinte, passanti per l'origine ma diversamente inclinate
- 5) i rettangoli sono alternativamente simili fra loro. Abbiamo saputo, e sperimentato in vari casi, che solo il formato A4 è simile alla sua metà. Per questo è il formato adatto a ottenere ingrandimenti simili fra loro.



- I ragazzi ipotizzano che l'inclinazione delle rette dipenda dal valore del rapporto tra le dimensioni dei rettangoli.
- A questo punto, viene formalizzata la definizione di **grandezze direttamente proporzionali**.

- Viene chiesto agli alunni di proporre alcuni esempi di grandezze direttamente proporzionali. Viene proposto:
 1. spesa per l'acquisto di giornalini a 2 euro ciascuno;
 2. perimetro di un quadrato e misura del lato;
 3.

lato di un quadrato e perimetro.



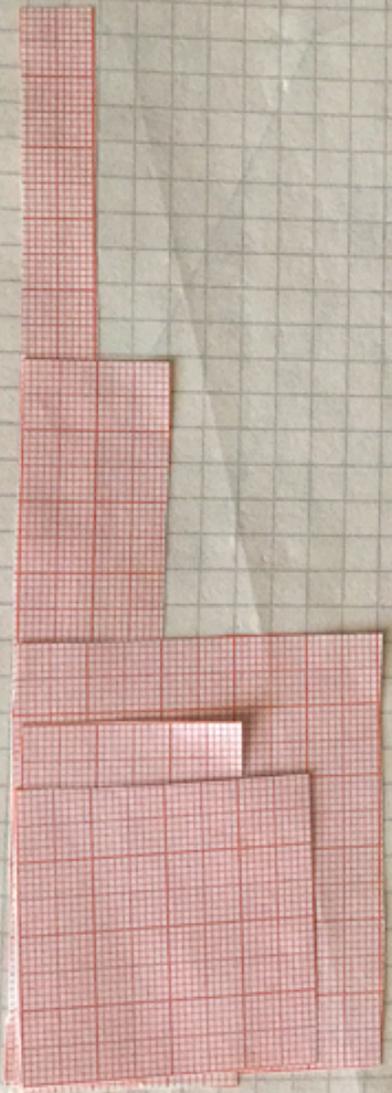
l	2P
1	4
2	8
3	12
4	16

lato

- **Attività pratica 5:**

- 1) viene chiesto ai ragazzi di ritagliare sulla carta millimetrata una serie di rettangoli di dimensione 1X15, 2X10, 3X5, 4X4 e 5X6, e di incollarli come nelle precedenti attività pratiche.
- 2) discutono tra di loro ma non riescono a trovare una caratteristica comune a vari rettangoli;

H

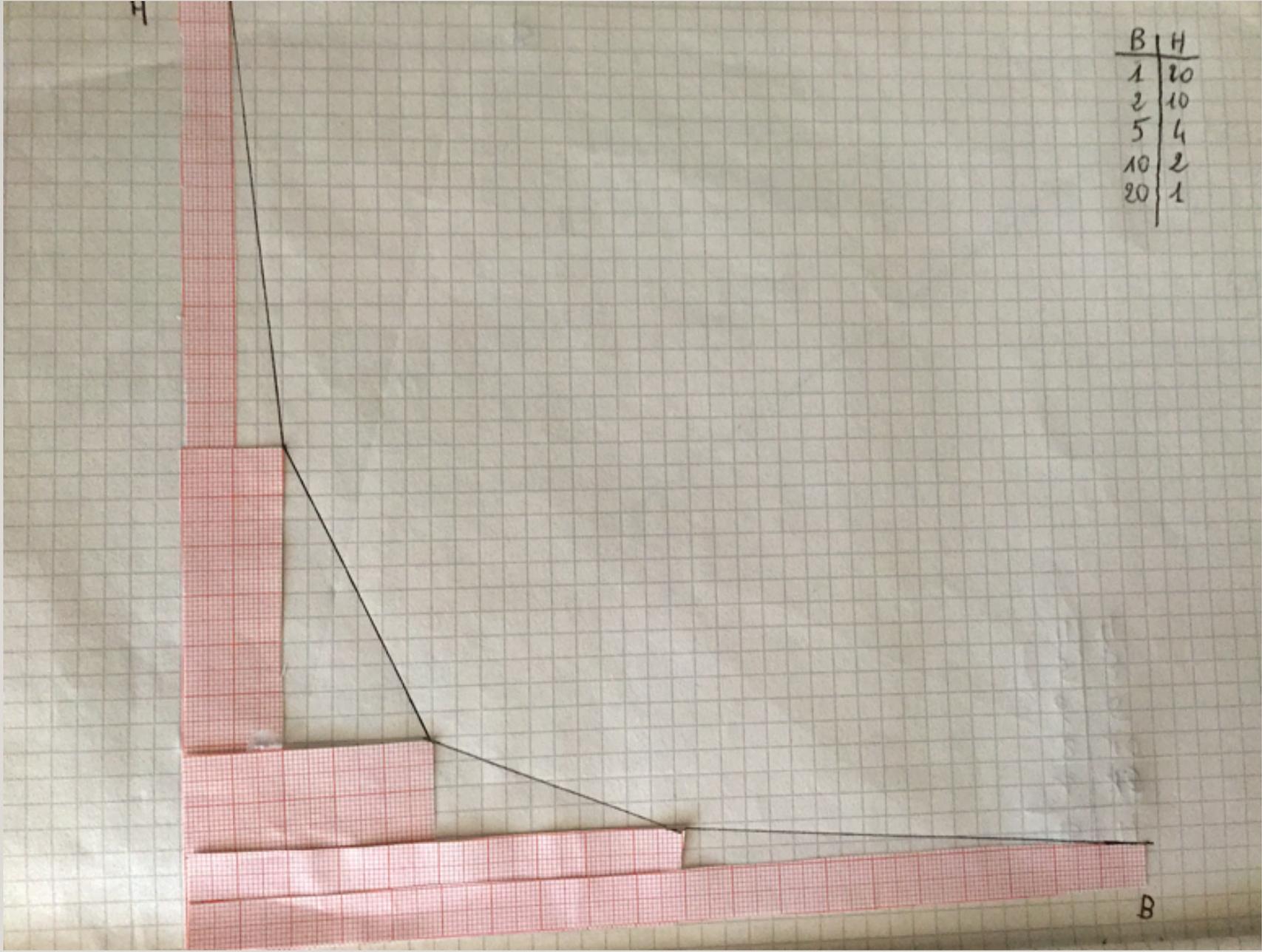


B

B	H
1	15
2	10
6	5
5	3
4	4

- 3) viene chiesto di ritagliare sulla carta millimetrata una nuova serie di rettangoli di dimensioni 1X20, 2X10, 5X4, 10X2, 20X1;
- 4) i ragazzi scoprono subito che quello che li accomuna è la loro area, cioè il prodotto delle dimensioni;
- 5) i rettangoli vengono nuovamente incollati e l'unione dei loro vertici dà una curva sconosciuta: **iperbole**;





- 6) Gli alunni osservano che questa relazione non è valida per i rettangoli precedenti (v. slide 27);
- 7) vengono chiesti alcuni esempi di situazioni in cui il prodotto tra due grandezze sia costante. I ragazzi propongono:
 - il numero di ragazzi che partecipano all'acquisto di un regalo (più sono i ragazzi, minore sarà la spesa pro-capite);
 - le dimensioni di una fetta di pizza rispetto al numero di persone che la mangiano;
 - ...

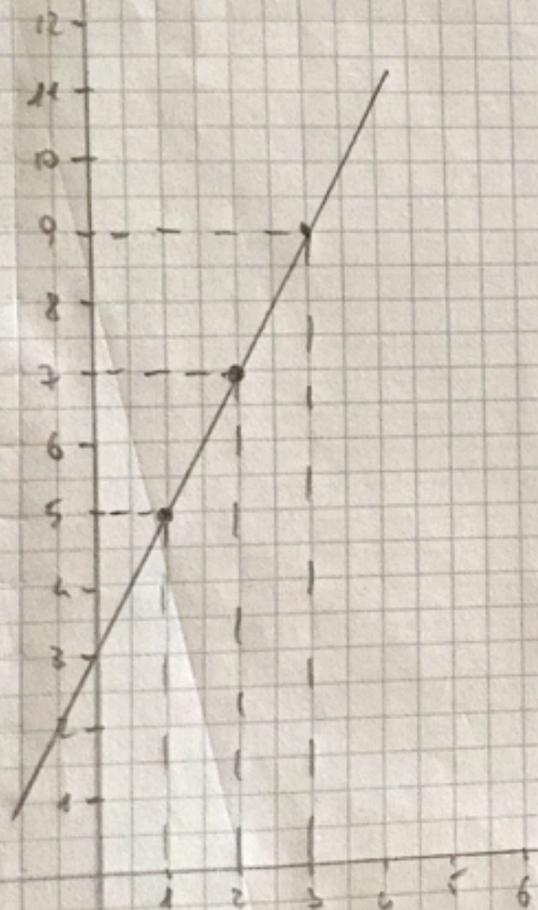


- Viene formalizzata la definizione di **grandezze inversamente proporzionali**.

- **Attività pratica 6:**

1) Partendo da un esempio dei ragazzi di grandezze direttamente proporzionali, viene chiesto di rappresentare il grafico relativo alla seguente situazione: «*Spesa per l'acquisto di un numero variabile di giornalini al costo di 2 euro ciascuno e di un raccoglitore del costo di 1 euro*».

spese



n° giorn.	spese
1	$2 \cdot 1 + 3 = 5$
2	$2 \cdot 2 + 3 = 7$
3	$3 \cdot 2 + 3 = 9$

$$1:5 = 0,2$$

$$2:7 = 0,28$$

$$3:9 = 0,3\bar{3}$$

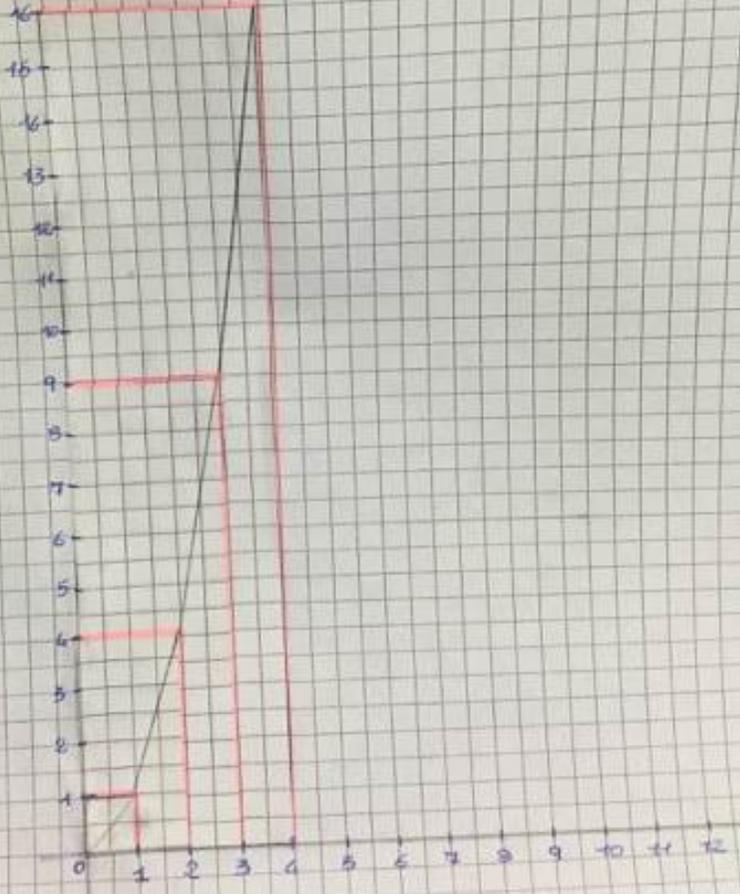
giornate

- I ragazzi individuano che le grandezze non sono direttamente proporzionali perché il loro rapporto non è costante.
- Congiungendo i punti del grafico, si ottiene una retta non passante per l'origine.

- **Attività pratica 7:**

- 1) Viene chiesto ai ragazzi di ritagliare, sovrapporre ed incollare rettangoli di dimensioni 1×1 , 2×4 , 3×9 , 4×16 ;
- 2) gli alunni riconoscono subito che non si tratta di grandezze direttamente o inversamente proporzionali, ma di un nuovo tipo di relazione: una dimensione è il quadrato della seconda;
- 3) congiungendo i vertici si ottiene una nuova curva: la **parabola**.

1 1
2 4
3 9
4 16



- Alla richiesta di fare un esempio della relazione appena scoperta, i ragazzi discutono tra di loro e individuano la relazione tra la misura del lato e l'area del quadrato.

VERIFICHE DEGLI APPRENDIMENTI

- Verifiche formative durante la prova pratica
- Verifiche formative durante la formalizzazione sul quaderno dei risultati ottenuti
- Lavori di gruppo su ricerca e rappresentazione di situazioni reali
- Verifiche scritte in itinere
- Verifiche scritte finali

VALUTAZIONI FINALI

- La modalità operativa ha permesso agli alunni di essere protagonisti nella scoperta e nell'acquisizione dei contenuti
- L'utilizzo di modelli concreti ha favorito l'acquisizione di concetti ed ha permesso loro di affrontare qualcosa di diverso dal conosciuto

RISULTATI

- È stato fondamentale lo stimolo della formatrice ad intraprendere il percorso innovativo
- Abbiamo sperimentato la costruzione dei contenuti attraverso esperienze pratiche e riflessioni individuali degli alunni
- L'insegnante ha avuto un ruolo attivo nel proporre attività indispensabili alla scoperta e alla formalizzazione senza mai fornire a priori delle regole
- La trattazione dell'argomento con la modalità descritta ha permesso ai ragazzi di destreggiarsi in compiti di vario genere anziché con i soli esercizi legati alle formule