

REGIONE  
TOSCANA



# Iniziativa realizzata con il contributo della Regione Toscana nell'ambito del progetto

Rete Scuole LSS  
*A bottega di Invenzioni*

a.s. 2015/2016

# LA GEOMETRIA PER COLLEGARE LA TERRA ALLA LUNA

Il metodo della parallasse per la misura della  
distanza Terra-Luna

Percorso che ha coinvolto una classe quarta del liceo  
scientifico

# Collocazione del percorso nel curricolo verticale

Il percorso bene si inserisce nella programmazione di matematica e fisica della classe quarta di liceo scientifico.

Questo lavoro segue le linee guida delle Indicazioni Nazionali per i licei, utilizzando metodi di confronto e di argomentazione.

È un esempio di percorso volto ad analizzare un problema di fisica in modo multidisciplinare. Il suo sviluppo non solo segue la metodologia scientifica ma al suo interno si inserisce anche l'analisi dell'evoluzione delle misure astronomiche nella storia.

Un esempio di situazione reale in cui è necessario utilizzare procedimenti argomentativi e dimostrativi della matematica per comprendere e risolvere il problema.

Infine l'uso delle nuove tecnologie risulta fondamentale per la costruzione del modello e per la sua analisi.

# Obiettivi didattici

- Sviluppare il metodo scientifico
- Descrivere un fenomeno fisico individuandone le variabili rilevanti.
- Usare modelli matematici per descrivere le relazioni tra le variabili coinvolte in un dato fenomeno.
- Analizzare un modello e valutarne i limiti della sua validità.
- Progettare ed eseguire esperimenti per la misura delle distanze in modo indiretto
- Comprendere un testo scientifico in lingua inglese

# Elementi salienti dell'approccio metodologico

- Presentazione del problema della misura della distanza Terra Luna con il metodo della parallasse partendo dall'analisi di un articolo in inglese relativo a tale esperienza
- Ricerca di scuole partner per la realizzazione del percorso
- Formulazione di domande da parte degli studenti e organizzazione di una videoconferenza con un esperto astrofisico
- Organizzazione del lavoro per gruppi per favorire la collaborazione e far emergere gli interessi individuali
- Uso della matematica (in particolare della trigonometria) e delle nuove tecnologie per modellizzare e risolvere il problema fisico
- Comunicare ed esporre il percorso e i risultati ottenuti ad "un pubblico" con livelli di competenze differenti (alunni delle classi prime e alunni di classi parallele)

# Materiali, apparecchi e strumenti impiegati:

## **Materiali:**

Libri di testo

Pubblicazioni in italiano e in inglese sul metodo della parallasse e sulle sue applicazioni

## **Apparecchi e strumenti:**

Macchina fotografica reflex con cavalletto e comando a distanza

Software e App: Stellarium, Geogebra, Skype, PowerPoint, Prezi, digiCamControl, Filmora, PicsArt

Computer, cellulare e calcolatrice

Riga e squadre

Seghetto alternativo, legno e materiali di diversa natura per costruzione del modellino.

## Ambienti in cui è stato sviluppato il percorso

Ambienti **interni** alla scuola:

Aula, laboratorio multimediale, auditorium

Ambienti **esterni** alla scuola:

Luoghi per le attività dei gruppi

Località presso Cecina e Donoratico individuate come ottimali per scattare le foto alla Luna

## Tempo impiegato

- 6 ore per la messa a punto preliminare nel Gruppo LSS
- 12 ore per la progettazione specifica e dettagliata nella classe
- 20 ore Tempo-scuola di sviluppo del percorso (4 ore per le classi prime e le rimanenti per la classe quarta)
- 6 ore per uscite esterne del gruppo classe
- 40 ore per la messa a punto del percorso, la documentazione, la realizzazione dei prodotti e la presentazione alle altre classi

## Descrizione del percorso didattico

Prendendo spunto da un articolo apparso sulla rivista online *Science in School* e confrontandosi all'interno del gruppo LSS della scuola si è ritenuto significativo proporre agli studenti di una quarta liceo scientifico di effettuare sperimentalmente la **misura della distanza Terra Luna con il metodo della parallasse.**

Vista l'interdisciplinarietà dell'argomento (fisica, matematica, scienze e storia) sono stati coinvolti nel percorso anche le classi prime liceali che hanno approfondito la tematica attraverso lezioni frontali, discussioni e partecipazione alla presentazione finale del lavoro sperimentale svolto dalla quarta.

# Presentazione alla classe

- L'insegnante di matematica e fisica presenta alla classe la possibilità di svolgere il percorso, sottolineando che:
- si tratta di un'esperienza nuova per il docente per cui non sono note le difficoltà e gli esiti finali
  - gli studenti dovranno mettere impegno e creatività; il lavoro dovrà essere svolto per una parte del tempo in modo autonomo a casa
  - il tempo che verrà dedicato a scuola riguarderà la spiegazione e l'analisi del problema, la revisione dei lavori di gruppo e la conseguente discussione.

# Obiettivo

La misura della distanza Terra Luna utilizzando il fenomeno della parallasse. Produrre materiali utili a comunicare e argomentare la tecnica scelta e la procedura nella misurazione.

*Le frasi indicate con i fumetti sono estratti simpatici e significativi dal diario di bordo dell'insegnante*

*Che dite, ci state?*

*Sì, ganzo!*

*...Ma io non è che abbia capito tanto...*

*Ragazzi non ne so molto neanche io, dovremo studiare insieme!*

*...Ma in pratica cosa dobbiamo fare?*

# Analisi del problema e prime domande

Visto il disorientamento degli studenti, non abituati ad applicare nella pratica il metodo scientifico, il ruolo rassicurante dell'insegnante in questa fase fornisce l'input necessario alla partenza.

Viene spiegato che, trattandosi di un percorso sperimentale, la misura ottenuta sarà certamente affetta da errore ma questo non deve essere un deterrente per non imbarcarsi nell'impresa. Sarà comunque sempre interessante e costruttivo ripercorrere le tappe di un esperimento che, sebbene già più volte nella storia sia stato realizzato, potrà certamente riservare delle belle emozioni.

Grazie alla disponibilità dell'astrofisico Davide Cenadelli dell'Osservatorio Astronomico della Val d'Aosta il percorso si arricchirà nei contenuti.

# Metodo in breve

L'insegnante spiega in breve il metodo agli studenti.

Il metodo della parallasse si basa sul fatto che un oggetto relativamente vicino sembra cambiare posizione rispetto ad altri oggetti molto più lontani, se si cambia il punto d'osservazione.

Sperimentiamo:

“mettete un dito davanti ai vostri occhi, di fronte al vostro naso. Ora osservatelo alternativamente con un solo occhio; cosa succede? Guardatelo rispetto ad un riferimento lontano, sulla parete di fondo dell'aula...



*Il dito si  
sposta!*

Questo è il fenomeno che sfruttiamo:

Se vengono fatte due foto alla Luna da due punti della Terra diversi, inquadrando nella foto anche due corpi celesti sullo sfondo di riferimento, quando si sovrappongono le due foto, facendo attenzione a far coincidere i due corpi celesti di riferimento, si vedrà la Luna in “due posizioni diverse” ( $M_1$  e  $M_2$ ).”

Dalla geometria dei triangoli, utilizzando semplici calcoli trigonometrici, conoscendo l'angolo di parallasse e la distanza tra i due punti di osservazione, possiamo facilmente ricavare la distanza dell'oggetto

Analizziamo la figura seguente per comprendere la situazione.

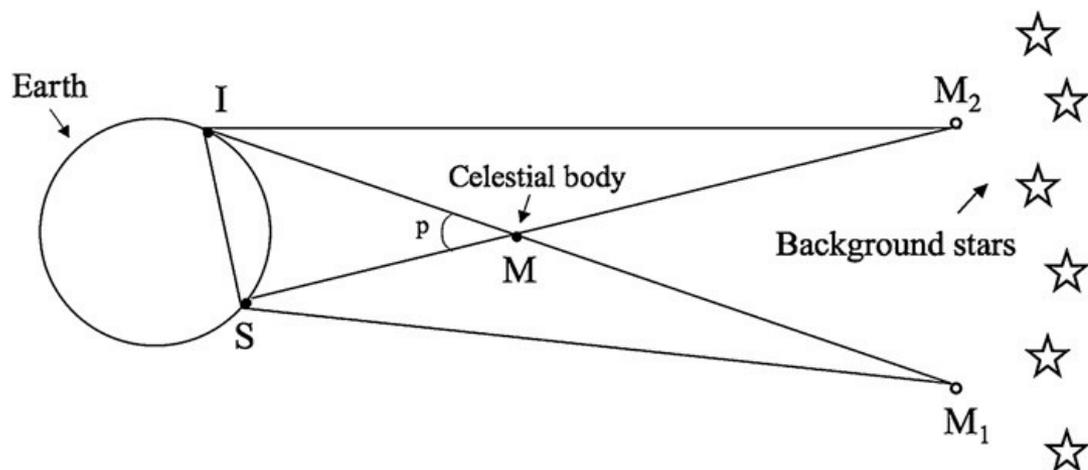


Immagine tratta dall'articolo da noi studiato:

D. Cenadelli *et al.*, *EUROPEAN JOURNAL OF PHYSICS* **30** (2009) 35–46

Misurando la distanza IS e l'ampiezza dell'angolo  $p$ , sarà possibile trovare la misura della distanza tra il centro della Terra e il corpo celeste M.

# Primo passo: trovare un partner

Da una prima analisi del problema si comprende che per “vedere” il fenomeno della parallasse sarà indispensabile trovare un'altra scuola, **molto lontana da noi e disponibile a “fare una foto con noi”**.

Dall'analisi del problema appare chiaro che la scuola partner dovrà trovarsi sul nostro stesso meridiano. Osserviamo la carta geografica e realizziamo che la posizione migliore è il Sudafrica.

*Ognuno di voi deve trovare almeno tre indirizzi e-mail di scuole superiori del Sudafrica e poi manderemo delle e-mail di richiesta di collaborazione*

*Ma in Sudafrica non avranno neanche i computers...*

*Ma cosa dici! Quelli sono più avanti di noi!*

## Contatti con il Sudafrica

- Tutti hanno il compito di cercare indirizzi e-mail di scuole superiori del Sudafrica
- Una ragazza ha il compito di scrivere la mail in inglese che poi verrà spedita da ogni ragazzo ai contatti trovati.
- A fine marzo vengono spedite circa 70 mail di richiesta di collaborazione.
- Riceviamo solo due risposte, i ragazzi che ricevono la mail saranno anche gli incaricati a tenere i contatti con le relative scuole
- Dopo i primi chiarimenti una delle due scuole rinuncia al progetto
- Rimaniamo in contatto solo con una scuola di Cape Town. La corrispondenza, in inglese, avviene tra una ragazza della classe e il Team Leader del gruppo di studenti sudafricani che lavorerà sul progetto scientifico in parallelo a noi.

## Studio e prime domande

L'insegnante consegna ai ragazzi due articoli, uno in inglese e uno in italiano:

(1) D. Cenadelli *et al.*, «**An international parallax campaign to measure distance to the Moon and Mars**» *EUROPEAN JOURNAL OF PHYSICS* **30** (2009) 35–46

(2) A. Fusi, «*Determinazione della distanza Terra-Luna*» *EMMECI quadro 56* (marzo 2015)

Gli studenti dovranno analizzarli cercando di individuare i punti critici nei passaggi del percorso e formulare eventuali dubbi e richieste di chiarimenti.

# Intervista all'astrofisico Davide Cenadelli

Successivamente all'analisi degli articoli si stabiliscono in classe le fasi di lavoro.

Gli studenti esplicitano le difficoltà incontrate nello studio e formulano delle domande.

Il docente ritiene opportuno che tali dubbi debbano essere posti direttamente all'esperto astrofisico per dare una maggiore importanza allo studio svolto e una più ampia visione delle problematiche.

Si procede così ad una videoconferenza e ad un'intervista con l'astrofisico utilizzando Skype.

# Alcuni dubbi degli studenti

*(dal diario di bordo dell'insegnante)*

*Perché i due luoghi di osservazione devono essere sullo stesso meridiano?*

*Quale è il momento e quale la posizione ottimale in cui fare le foto alla Luna?*

*Quali sono le grandezze che consideriamo note e quali da determinare?*

*Ma se noi misuriamo una lunghezza come passiamo alla misura di un angolo?*

*Quali sono le approssimazioni importanti da fare? Che errore commettiamo?*

*Ma la distanza Terra-Luna si può calcolare utilizzando due immagini scattate in momenti diversi da una stessa posizione?*

L'intervista all'astrofisico è risultata molto interessante e stimolante per i ragazzi e per l'insegnante, le risposte e i ragionamenti condotti insieme hanno contribuito a delineare meglio il percorso.

Le risposte ottenute hanno permesso di chiarire alcuni dubbi.

Le due località dovevano essere poste sullo stesso meridiano per ridurre gli errori del calcolo della distanza dei due luoghi, data la sfericità della Terra.

La posizione migliore della Luna doveva essere quella di culminazione perchè ciò avrebbe permesso una migliore misurazione e una riduzione degli errori.

Per trasformare la misura di una distanza lineare in un angolo di parallasse, l'esperto ha suggerito di ricorrere ad una semplice proporzione, noto che il diametro lunare corrisponde ad un angolo di parallasse di  $0,5^\circ$ .

Tenendo conto di questi accorgimenti e delle approssimazioni apportabili e da precedenti simili misurazioni, avremmo potuto ottenere una misura con un'incertezza intorno al 10%.

## Divisione in gruppi

Durante le discussioni emergono idee e interessi diversi da parte dei ragazzi. L'insegnante ritiene più produttivo dividere la classe in gruppi, assegnando a ciascuno di essi un compito diverso che, a conclusione, si dovrà correlare con quello degli altri. Il prodotto finale sarà pertanto il risultato di un lavoro collegiale.

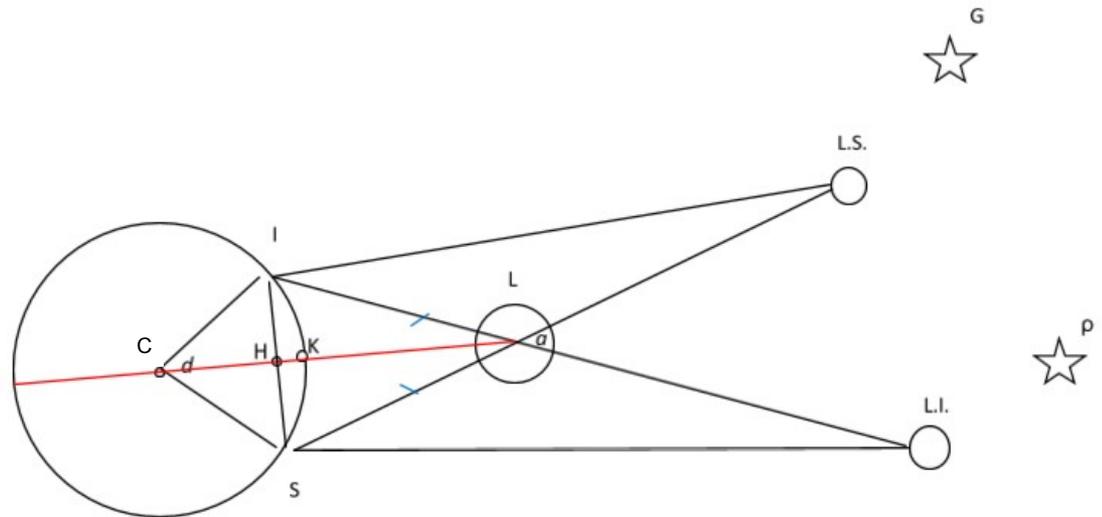
# Divisione in gruppi



# Studio e presentazione dei calcoli da effettuare

Il gruppo che si è occupato dell'analisi del modello matematico presenta alla classe lo studio effettuato, mettendo in luce le misure note, le semplificazioni, le possibilità di scelta e i teoremi che permetteranno il calcolo.

Un gruppo disegna lo schema (posto a lato) che servirà anche a tutti gli altri per identificare univocamente punti e segmenti con le stesse lettere.



(Disegno effettuato con Geogebra).

Appunti prodotti e utilizzati dal gruppo che ha presentato la procedura di calcolo. Tali appunti derivano dallo studio degli articoli e da confronti e discussioni con l'insegnante.

## CALCOLO DISTANZA TERRA-LUNA

### CON IL METODO DELLA PARALLASSE

① DISTANZA ITALIA SUD AFRICA

**DATI NOTI**  
 coordinate I:  $\lambda_1 = 45,43^\circ N$ ;  $\lambda_2 = 9,48^\circ E$   
 S:  $\lambda_1 = 34,00^\circ S$ ;  $\lambda_2 = 22,65^\circ E$   
 Raggio terrestre: 6367 km

**SIMBOLI**  
 d = arco che unisce ITALIA e SUDAFRICA

Per misurare tale distanza occorre la seguente formula di TRIGONOMETRIA SFERICA con cui ricavare l'angolo  $d$

$$\cos d = \sin \lambda_1 \cdot \sin \lambda_2 + \cos \lambda_1 \cdot \cos \lambda_2 \cdot \cos (\lambda_1 - \lambda_2)$$

$$= (\sin 45,43^\circ \cdot \sin 34,00^\circ) + (\cos 45,43^\circ \cdot \cos 34,00^\circ \cdot \cos 13,43^\circ) = 0,1668$$

$$d = \cos^{-1}(0,1668) = 80,40^\circ$$

Questo angolo deve essere trasformato in una misura lineare e per farlo serve il TEOREMA della CORDA:  $\frac{IS}{\sin \theta} = 2r$

costruendo un triangolo con base IS e angolo alla circonferenza  $\theta$  che per il teorema dell'angolo al centro e alla circonferenza  $\rightarrow \theta = \frac{d}{2} \Rightarrow \frac{IS}{\sin \frac{d}{2}} = 2r$

$$IS = 2r \cdot \sin \frac{d}{2} \rightarrow IS = 2 \cdot 6367 \text{ km} \cdot \sin \left( \frac{80,40^\circ}{2} \right) = 8219 \text{ km}$$

② PARALLASSE LUNARE

**DATI NOTI**  
 coordinate stelle fisse:  $\delta_1 \text{ Cnc } (\alpha_1 = 8h 51m 42s; \delta_1 = 15^\circ 11' 28'')$   
 $\delta_2 \text{ Cnc } (\alpha_2 = 8h 45m 09s; \delta_2 = 15^\circ 01' 26'')$

↓

tali misure vengono trasformate in gradi mediante l'uguaglianza  $1s = 15''$

$[822,62s; 3600] \rightarrow \delta_1 \text{ Cnc } (\alpha_1 = 15,9; 43^\circ; \delta_1 = 15,29^\circ)$   
 $[815,09s; 3600] \rightarrow \delta_2 \text{ Cnc } (\alpha_2 = 14,12^\circ; \delta_2 = 15,12^\circ)$

Per calcolare la distanza delle stelle fisse occorre la seguente formula di TRIGONOMETRIA SFERICA:

$$\cos \alpha = \sin \delta_1 \cdot \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cdot \cos \delta_2 \cdot \cos (\alpha_1 - \alpha_2)$$

$$= (\sin 15,29^\circ \cdot \sin 15,12^\circ) + (\cos 15,29^\circ \cdot \cos 15,12^\circ \cdot \cos 3,44^\circ) = 0,9910$$

$$\alpha = \cos^{-1} 0,9910 = 4,13^\circ$$

### ③ DISTANZA TERRA-LUNA

**DATI NOTI**  
 raggio terrestre: 6367 km

**SIMBOLI**  
 IS: distanza Italia - Sud Africa  
 IM: distanza Italia - Luna  
 SM: distanza Sud Africa - Luna  
 p: angolo di parallasse

CM = distanza LUNA dal CENTRO della TERRA

SUPPONIAMO che il triangolo IMS sia isoscele  $\rightarrow IM \cong MS$

TEOREMA del SENO  $\rightarrow \frac{IS}{\sin 2p} = \frac{IM}{\sin \frac{p}{2}} = \frac{SM}{\sin \frac{p}{2}}$

con  $\frac{IS}{2} = IM =$  metà distanza tra i 2 osservatori

Inoltre per angoli piccoli, al di sotto di  $1^\circ$ , come nella maggior parte dei casi astronomici possiamo considerare il seno dell'angolo uguale all'angolo stesso espresso in radianti  $\rightarrow \sin \frac{p}{2} \approx \frac{p}{2}$

e per un'ulteriore semplificazione la formula  $\rightarrow \frac{IS}{2IM} = \frac{p}{2} = \frac{IS}{IM} = p \rightarrow IM = \frac{IS}{p} \cong SM = \frac{IS}{p}$

$$IM = \frac{8219 \text{ km}}{0,2\pi} = 13081 \text{ km} \quad IH = \frac{8219 \text{ km}}{2} = 4109,5 \text{ km}$$

ORA RIMANE DI CALCOLARE MH = distanza della LUNA dallo SUPERFICIE TERRESTRE

per farlo applico Pitagora  $\rightarrow MH = \sqrt{(IM)^2 - (IH)^2}$

$$MH = \sqrt{(13081 \text{ km})^2 - (4109,5 \text{ km})^2} = 376677 \text{ km}$$

per concludere la distanza della LUNA dal CENTRO della TERRA costruisco il triangolo ICS isoscele su base IS con  $CI \cong CS \cong R$  e calcolo l'altezza CH con il teorema di Pitagora

$$CH = \sqrt{(CS)^2 - (IH)^2} \quad CH = \sqrt{(6367 \text{ km})^2 - (4109,5 \text{ km})^2} = 4863 \text{ km}$$

$$CM = CH + MH \rightarrow CM = 376677 \text{ km} + 4863 \text{ km} = 381540 \text{ km}$$

la vera distanza e' di 385000 km, quindi e' stato commesso un errore dello 0,8% calcolato mediante la FORMULA  $\left[ \frac{381540}{385000} - 100 \right] \cdot 100$

# Calcoli effettuati

*L'analisi che di seguito presentiamo è un estratto della relazione prodotta dal gruppo che si è occupato della stesura di un articolo esplicativo.*

*La relazione è stata prodotta con l'utilizzo anche del lavoro di altri gruppi.*

L'ideale è osservare la Luna contemporaneamente da due luoghi situati alla stessa longitudine, mentre la Luna è in *culminazione* per entrambi. In questo caso, il centro della Terra, le due località e la Luna si trovano su un medesimo piano, quindi si utilizza la trigonometria piana e non sferica. Sappiamo che la situazione reale approssima questa condizione, pertanto comporterà degli errori.

**1° Passo: misura dell'angolo  $d$  e successiva misura del segmento  $IS$**

Dati noti:

Italia – Cecina (punto indicato con I)

LATITUDINE  $43^{\circ}18'43''$  –  $43,30^{\circ}\text{N}$

LONGITUDINE  $10^{\circ}31'08''$  –  $10,52^{\circ}\text{E}$

Sud Africa – Cape Town (punto indicato con S)

LATITUDINE  $33^{\circ}55'35''$  –  $33,92^{\circ}\text{N}$

LONGITUDINE  $18^{\circ}25'22''$  –  $18,42^{\circ}\text{E}$

Le misure prese per note sono: il raggio terrestre e il diametro della Luna.

Raggio terrestre (medio) =  $6367 \text{ km}$

Diametro lunare =  $3474 \text{ km}$

Abbiamo individuato due metodi per ricavare l'angolo  $d$ .

Il primo metodo, in particolare, consiste nell'utilizzo di una formula di geometria sferica, mentre il secondo si basa sulla somma delle latitudini dei due luoghi. Nello specifico:

### 1° METODO

$$\begin{aligned}\cos d &= \sin \lambda_1 \sin \lambda_2 + \cos \lambda_1 \cos \lambda_2 \cos(l_1 - l_2) = \\ &= \sin 43,30^\circ \sin 33,92^\circ + \cos 43,30^\circ \cos 33,92^\circ \cos 7,9^\circ = 0,2155 \\ \Rightarrow d &= \cos^{-1}(0,2155) = 77,56^\circ\end{aligned}$$

### 2° METODO

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 43,30 + 33,92 = 77,22^\circ$$

Dato che i due risultati ottenuti si differenziano tra loro, abbiamo calcolato l'errore tra i due.

$$\text{Errore} = (77,56^\circ - 77,22^\circ) / 77,56^\circ = 0,0044 = 0,4\%$$

L'errore tra i due è estremamente piccolo (rispetto alle altre misure), pertanto è possibile scegliere liberamente quale metodo impiegare senza gravi implicazioni nei calcoli successivi.

Trovato l'angolo  $d$ , procediamo al calcolo di IS. Anche per questa misura troviamo due modalità differenti di calcolo:

Con il teorema di Carnot:

$$\begin{aligned} IS^2 &= CI^2 + CS^2 - 2(CI \cdot CS) \cos 77,56^\circ = \\ (6.367\text{km})^2 + (6.367\text{km})^2 - 2(6.367\text{km})^2 \cos 77,56^\circ &= 63.611.923 \text{ km}^2 \\ \Rightarrow IS &= \sqrt{63.611.923 \text{ km}^2} = 7.976 \text{ km} \end{aligned}$$

Con il teorema della corda:

$$IS = 2r \sin \theta = 2 \cdot 6.367 \text{ km} \sin \theta$$

$\theta = \frac{d}{2}$  perchè  $\theta$  è angolo alla circonferenza che insiste sullo stesso arco IS

$$IS = 2r \sin \left( \frac{d}{2} \right) = 2 \cdot 6.367 \text{ km} \cdot \left( \sin \frac{77,56^\circ}{2} \right) = 7.976 \text{ km}$$

# Riflessioni

Nell'esecuzione dei calcoli gli studenti hanno applicato teoremi relativi al caso di un generico triangolo ICS.

L'insegnante pone la domanda

*“Ma nell'ipotesi che ICS sia isoscele, come nel nostro particolare caso in cui consideriamo  $CI = CS$ , cioè che il raggio terrestre sia con buona approssimazione costante per le due località, come possiamo semplificare i nostri calcoli?”*

Gli studenti rispondono senza esitazione *“Basterà utilizzare i teoremi dei triangoli rettangoli!”*

La risposta è stata immediata ma nei calcoli eseguiti non hanno applicato tale metodo... Forse perché lo ritenevano troppo semplice. Dovremmo abituarli a pensare che non sempre le soluzioni più complicate sono le più eleganti!

*A questo punto, per proseguire nei calcoli saranno necessarie le due foto.*

# Foto e Reportage

Il gruppo incaricato è partito dall'analisi della scheda posta a lato, fornita dall'astrofisico ai due partner.

Ha studiato le impostazioni della macchina fotografica reflex, risolvendo il problema di dover compiere degli scatti in remoto.

Ha organizzato gli incontri con altri componenti della classe e l'insegnante per svolgere le uscite notturne. (Durante la prima uscita programmata il cielo era nuvoloso, quindi le foto sono state fatte nelle due sere successive.)

Ha filmato tutte le fasi di lavoro ed ha prodotto un video-reportage (un breve estratto del video è allegato alla presentazione del percorso).

*Estratto della mail inviata dall'astrofisico Cenadelli:*

A suitable moment could be the evening of May 14th, with the Moon close to Jupiter and Regulus, just after dusk, say around 20.30 UT.

I propose a time schedule:

May 14th - All times expressed in UT

20h 30' 00" 1/125"

20h 30' 30" 1/60"

20h 31' 00" 1/30"

20h 31' 30" 1/15"

20h 32' 00" 1/8"

20h 32' 30" 1/4"

20h 33' 00" 1/2"

20h 33' 30" 1"

20h 34' 00" 2"



13 maggio 2016 ore 22:00 la classe al completo si ritrova in località Fiorino (LI) per scattare le foto, ma la serata è nuvolosa.

14 maggio 2016 e il 15 maggio 2016 un gruppo di classe si ritrova a Donoratico ed esegue gli scatti.

Nelle stesse sere contemporaneamente anche altri componenti della classe scattano foto da Cecina.



Foto alla Luna nel giorno 14 maggio 2016 (il riflesso della Luna è dovuto al fatto che non è stato tolto il flash) Riferimento: Giove e  $\rho$  LEO



Foto alla Luna nel giorno 15 maggio 2016. Riferimento: Giove e  $\sigma$  LEO

## Non tutto fila liscio

La foto degli studenti sudafricani purtroppo non è mai arrivata.

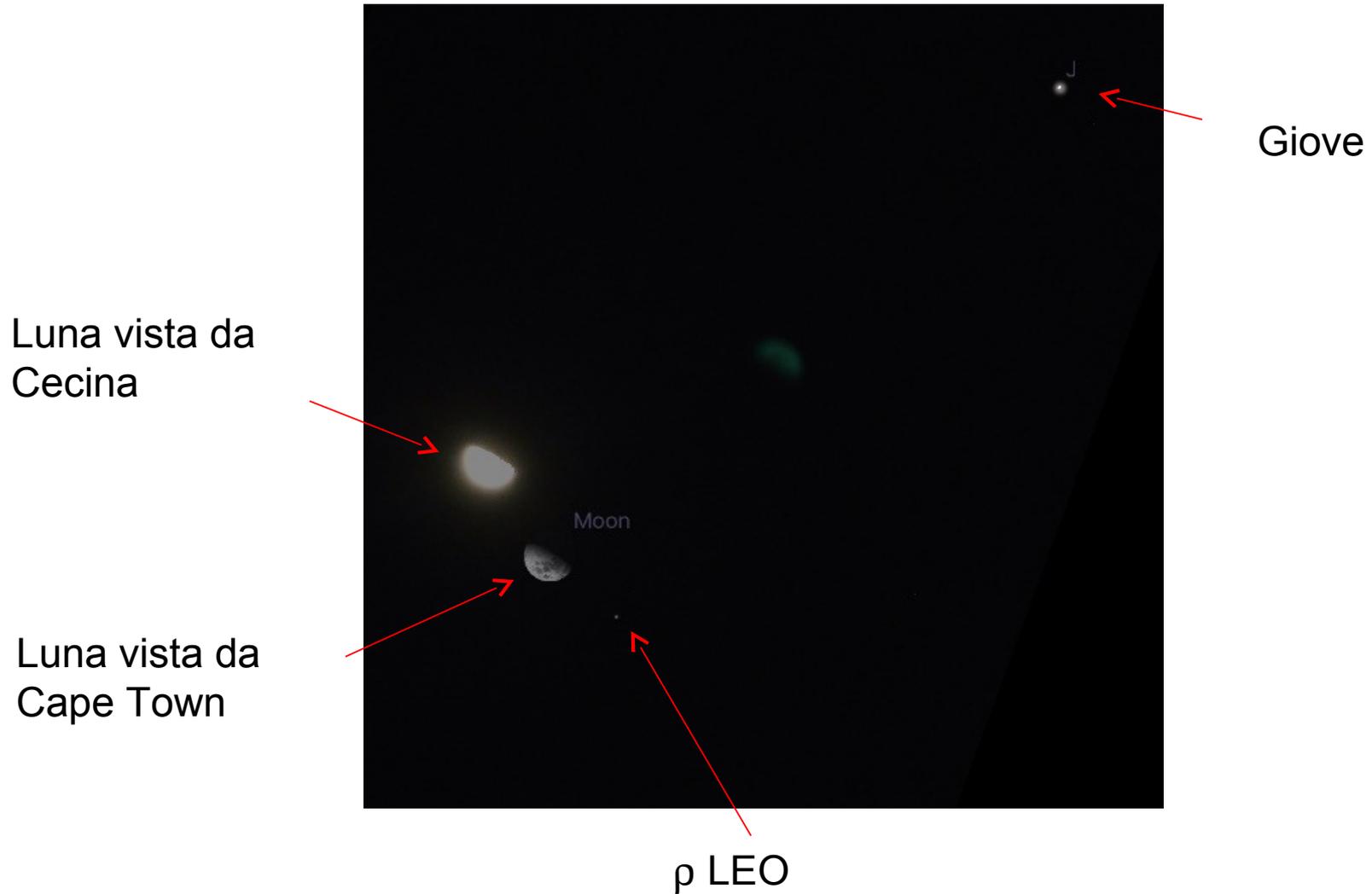
Il Team leader responsabile del progetto ci ha scritto scusandosi di non aver potuto scattare la foto a causa del cielo nuvoloso.

Poiché l'anno scolastico stava volgendo al termine non vi erano più i tempi per poter ripetere l'esperimento (al momento!). Tutto il nostro lavoro non può però essere vanificato, così l'insegnante pensa di effettuare ugualmente la misura usando la simulazione della Luna vista da Cape Town fatta con il software *Stellarium*.

La sovrapposizione viene effettuata dagli studenti usando la App *PicsArt* scaricata sul loro cellulare.

Mostrando questa immagine al monitor in classe si procede alla misura (con righello) del diametro lunare e della distanza tra «le due lune» per impostare la proporzione e calcolare l'angolo di parallasse.

# Sovrapposizione delle foto



2° Passo: misura dell'angolo di parallasse  $\alpha$  e distanza  $TL$

A questo punto passiamo a misurare l'angolo di parallasse ( $\alpha$ ).

Per effettuare questa misurazione dobbiamo accettare come già nota un'altra misura, cioè che il **diametro lunare**

**corrisponda ad un angolo di parallasse di  $0,5^\circ$ .**

Per calcolare l'angolo  $\alpha$  misuriamo manualmente (con la riga) il diametro lunare nelle nostre foto sovrapposte; poi misuriamo la distanza fra le "due Lune" e impostiamo la proporzione:

$$\text{diametro lunare} : 0,5^\circ = \text{distanza "Lune"} : \alpha$$

Diametro lunare (della foto) =  $62\text{mm}$

Distanza "Lune" (della foto) =  $142\text{mm}$

$$62 \text{ mm} : 0,5^\circ = 142 \text{ mm} : \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = 1,15^\circ = 0,0201 \text{ rad}$$

Successivamente abbiamo effettuato un'approssimazione, considerando il triangolo  $ILS$  come *isoscele*. Questo ci permette di considerare, per il teorema del triangolo isoscele, il segmento  $LH$  come bisettrice dell'angolo  $\alpha$  e mediana del lato  $IS$ . Ora possiamo calcolare  $IL$  conoscendo  $IH$  e  $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ , considerando  $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \approx \frac{\alpha}{2}$  (in radianti) poiché quest'ultimo è un angolo molto piccolo:

$$IL = \frac{IS}{2} : \frac{\alpha}{2} = \frac{IS}{2} \cdot \frac{2}{\alpha} = \frac{IS}{\alpha} = \frac{7976 \text{ km}}{0,0201} = 396.816 \text{ km}$$

Con il teorema di Pitagora possiamo calcolare  $HL$ .

$$IH = \frac{IS}{2} = 3.988 \text{ km}$$

$$HL = \sqrt{IL^2 - IH^2} = \sqrt{396.816^2 - 3.988^2} \text{ km} = 396.796 \text{ km}$$

Utilizzando nuovamente il teorema di Pitagora possiamo calcolare  $CH$ .

$$CH = \sqrt{CI^2 - IH^2} = \sqrt{6.367^2 - 3.988^2} = 4.963 \text{ km}$$

## ...finalmente la misura...

A questo punto dobbiamo sommare i segmenti  $CH$  e  $HL$  per ottenere la distanza Terra-Luna:

$$CL = CH + HL = 4.963 \text{ km} + 396.796 \text{ km} = 401.759 \text{ km}$$

La distanza da noi calcolata misura perciò  $401.759 \text{ km}$ , a fronte di una distanza che in media vale  $384.400 \text{ km}$ .

L'errore relativo commesso pertanto è pari a:

errore = differenza / misura reale

$$\varepsilon = \frac{17.359 \text{ km}}{384.400 \text{ km}} = 0,0451586 \rightarrow 4,5\%$$

*Considerando le semplificazioni effettuate l'errore è di gran lunga inferiore a quello che ci aspettavamo!*

... mi sembra di essere alla NASA!

# Altre attività e prodotti realizzati

- Presentazione in PowerPoint per illustrare il percorso alle altre quarte liceali.
- Presentazione con l'utilizzo del software Prezi per esporre il percorso alle classi prime liceali.

(In entrambe le presentazioni è stato inserito ed esposto un breve inquadramento storico)

- Realizzazione di un modellino in scala.

*(Seguono dettagli delle attività)*

# Costruzione modellino

Al gruppo era stato richiesto di realizzare uno studio per la costruzione di un modellino in scala che riproducesse il fenomeno osservato e la misura eseguita.

Le grandezze per le quali dovevano essere rispettati i rapporti di scala erano: diametro terrestre, diametro lunare, distanza Terra – Luna e distanza Terra – Stelle di riferimento.

Il modellino doveva inoltre simulare i “due punti di vista della Luna dalla Terra”.

## Dalla relazione del gruppo “modellino”

*Dovendo prendere le grandezze in scala risulta difficile stabilire misure che rendano visibile i due punti sulla superficie terrestre, da cui vengono scattate le due foto per il percorso.*

*Anche se prendiamo uno spillo per rappresentare la Luna e una piccola biglia come modello della Terra, rimane il problema delle stelle, molto distanti per poter essere rappresentate su uno sfondo solidale con il modellino. Abbiamo deciso dunque di considerare uno sfondo esterno al modellino, la parete in fondo al corridoio, e di far coincidere le due stelle con i due spigoli della parete.*

*Sappiamo che comunque questa lunghezza non sarà la rappresentazione in scala di tale distanza, ma è un giusto compromesso affinché la distanza Terra – Stelle sia estremamente maggiore rispetto alla distanza Terra – Luna.*

*La scala scelta è 1 : 300.000.000, le dimensioni risultano:*

	Dimensioni reali	Dimensioni modellino	Oggetto usato
Diametro Terra	12.756 km	4,3 cm	Pallina di Natale rivestita
Diametro Luna	3.476 km	1,2 cm	Pallina di una collana rivestita
Distanza Terra – Luna	384.400 km	128 cm	Tavola di legno dipinta

*In prossimità dei due estremi del diametro terrestre sono stati praticati due fori in cui inserire un laser con il quale è possibile inquadrare la superficie della Luna e vederne la proiezione sullo schermo di fondo. Il laser posto nelle due posizioni produrrà due diversi punti luminosi sullo schermo di fondo: queste rappresentano le «due Lune». I corpi celesti rappresentati dal modellino sono stati inoltre dipinti con pittura fosforescente, in modo che si possano vedere anche in situazioni di buio.*

# Foto del modellino



## Presentazione per le classi prime liceali

La presentazione per le classi prime doveva essere accattivante e semplificata, il gruppo ha ritenuto più adeguato utilizzare il software Prezi perché a detta degli studenti risulta essere “più dinamico”. Gli stessi studenti per rendere divertente, migliorare la comprensione e nello stesso tempo rendere maggiormente realistico il fenomeno, hanno inscenato una “parallasse vivente” in strada.

I tre ragazzi “impersonificano” rispettivamente Cecina, la Luna e Cape Town. Gli alberi dietro rappresentano le stelle di sfondo.

# “Parallasse vivente”



Luna vista da Cecina



Luna vista da Cape Town



Sovrapposizione delle foto  
e vista delle «due Lune»



# Presentazione alle classi prime in auditorium





# Risultati ottenuti

(analisi critica in relazione agli apprendimenti degli alunni)

## ***PUNTI DI FORZA***

L'alternarsi nel percorso di momenti di analisi teorica, di calcolo e di attività pratiche, convergenti tutte verso un obiettivo comune, ha permesso di sviluppare capacità e competenze che difficilmente si ottengono con la sola attività di aula.

Il percorso, frutto di una collaborazione e di una integrazione tra diversi lavori di gruppo, ha consentito di consolidare tra gli studenti la capacità di relazione e confronto.

Il dover “mettersi in gioco”, riportando ad altri quanto “costruito”, ha sicuramente permesso di migliorare la capacità di argomentare dinanzi ad un “pubblico” diverso dai compagni di classe, superando le difficoltà e i timori della situazione.

## ***PUNTI DI CRITICITA'***

L'aspetto di maggiore criticità è stato indubbiamente la gestione della risorsa tempo.

Il tempo impiegato per la realizzazione di tutte le fasi previste dal percorso ha avuto bisogno di un notevole numero di ore in più rispetto a quelle programmate. Gli imprevisti sorti, hanno certamente impedito di concludere il percorso così come era stato pensato, ma nello stesso tempo hanno rappresentato una reale visione della metodologia sperimentale.

## Possibili sviluppi futuri...

Il gruppo LSS individua le seguenti ipotesi di ampliamento:

- Maggiore coinvolgimento operativo delle classi prime
- Ampliamento storico-filosofico
- Applicazione del metodo senza ricorso a semplificazioni
- Possibilità di utilizzo dello stesso metodo per calcolare la distanza della Terra da alcuni pianeti, quali Marte ripreso in opportuna posizione.

# Valutazione dell'efficacia del percorso didattico sperimentato

Il percorso è risultato coinvolgente ed appassionante e riteniamo possa essere riproposto ad altre classi con una revisione sui momenti di realizzazione e avvio nel primo periodo dell'anno scolastico.

La scelta di partire dall'astronomia è risultata molto efficace, poiché tale scienza unisce alle tipiche caratteristiche delle discipline scientifiche un particolare fascino che “cattura” l'attenzione e l'interesse degli studenti. L'attrazione particolare da essa esercitata è stata usata come “veicolo” per introdurre in modo più agevole ed interessante alcune nozioni di fisica e di matematica.

Passare dalla teoria alla sperimentazione scientifica, attraverso l'osservazione di un fenomeno e l'utilizzo di poche leggi fondamentali ed di un semplice apparato matematico, ha condotto gli studenti verso lo sviluppo di nuove conoscenze.

# Valutazione dell'efficacia del percorso didattico sperimentato

**Osservare - misurare - astrarre** costituiscono la terna portante di questo percorso assieme al ruolo basilare delle discussioni tra il docente e gli alunni sulle attività in svolgimento.

Attraverso la discussione passano infatti aspetti di socializzazione fondamentali per la formazione dello studente e lo sviluppo di una attenta capacità di osservazione ed analisi. Fondamentale è stato l'approccio con cui si sono affrontati i problemi: spesso gli studenti si sono trovati di fronte a difficoltà nel risolvere problemi. È stato importante lasciare che essi stessi provassero a cercare la soluzione che non è mai fornita "tout court".

Il gruppo di ricerca LSS ritiene che l'approccio usato ha creato motivazione negli studenti, coinvolti nel *fare scienza*.