

REGIONE
TOSCANA



**Prodotto realizzato con il contributo della Regione
Toscana nell'ambito dell'azione regionale di sistema**

Laboratori del Sapere Scientifico

SCUOLA CITTÀ PESTALOZZI



LA MATEMATICA NELLA CAMERA DI VAN GOGH

CLASSE V PRIMARIA
ANNO SCOLASTICO 2011-2012

Insegnante Annalisa Sodi

In questo percorso viene realizzata l'idea di

Ambiente di apprendimento

Inteso come “spazio di azione” creato per
stimolare e sostenere la costruzione di
conoscenze abilità motivazioni ed atteggiamenti.

Caratteristiche di un ambiente di apprendimento:

- Complessità
- Legame con la realtà
- Ricchezza e varietà delle relazioni
- Uso delle conoscenze pregresse

Finalità:

- Capire che la matematica è dappertutto
- Rafforzare un atteggiamento positivo nei confronti della matematica.
- Interpretare la realtà con gli occhiali della matematica

Obiettivi specifici

- Sviluppare le capacità di problem posing e problem solving
- Costruire ragionamenti e argomentazioni
- Formulare ipotesi e congetture e verificarle
- Comunicare

Contenuti

Numero: operazioni tra numeri naturali, numeri decimali e frazioni, operazioni tra numeri decimali. Rapporti e proporzioni

Spazio e figure: angoli e loro ampiezza, scomposizione e ricomposizioni di poligoni e figure diverse, equivalenza di figure, area di semplici poligoni.

Relazioni: tabelle a doppia entrata, equivalenze

Dati e previsioni: la media

Misurare: Analizzare oggetti e fenomeni individuando in essi grandezze misurabili, effettuare misure ed esprimerle secondo unità di misura convenzionali e non. Risolvere problemi con le misure. Unità di misura di lunghezza, area e capacità.

Risolvere e porsi problemi: Riconoscere il carattere problematico di un lavoro assegnato individuando l'obiettivo da raggiungere nel vivo di una situazione problematica in cui occorre porsi con chiarezza il problema da risolvere. Individuare le risorse e le azioni necessarie per raggiungere l'obiettivo. Esporre il processo risolutivo

Itinerario

- Osservazione del quadro
- Brainstorming sui contenuti matematici dell'immagine
- Scelta collettiva di uno o più contenuti interessanti
- Trasformazione del contenuto/i in problemi
- Ricerca collettiva o di gruppo di strategie risolutive

Metodo

- Passaggio dall'individuale al collettivo
- Uso della discussione matematica
- Uso di strumenti diversificati per la risoluzione di problemi (calcolo, esperienze pratiche, rappresentazioni diverse)
- Ruolo dell'adulto come “regista” e orientatore

Materiali

- Strumenti di misura
- Materiali di recupero (scatole di cartone, carta, cartoncino)

Ambienti

- Aula

Tempi

L'esperienza è stata discussa e presentata in laboratorio dopo che era stata realizzata

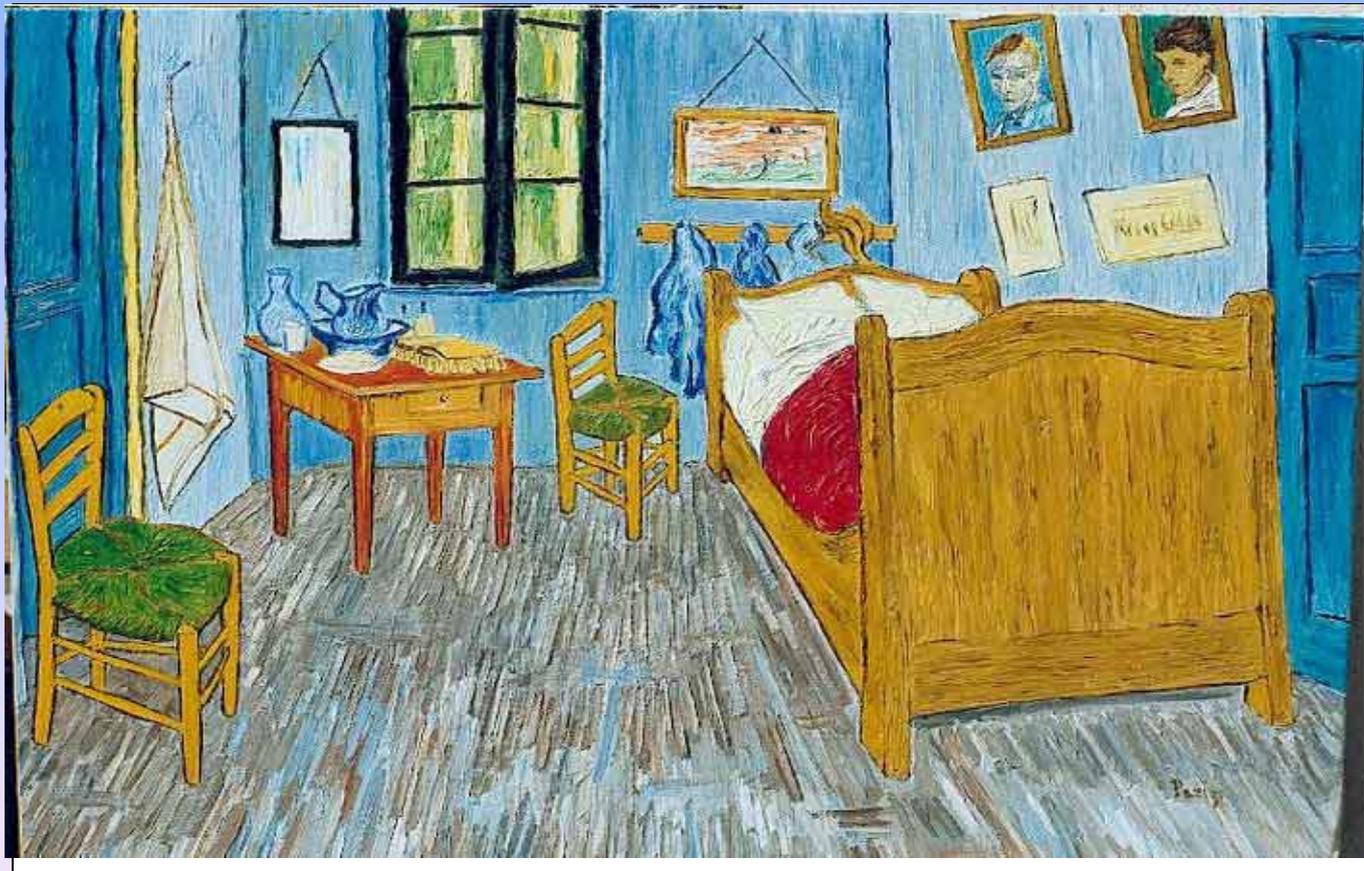
Dopo l'impianto iniziale, che ha fatto riferimento alla precedente esperienza "Le matefiabe" (<http://matematicaefiabe.jimdo.com/>), la progettazione dettagliata è stata fatta tappa per tappa utilizzando circa un'ora di lavoro per ogni due con i bambini.

Il lavoro con i bambini si è sviluppato nell'arco di due mesi circa con incontri bisettimanali di due ore

I tempi della documentazione sono stati di circa 10 ore.

Nelle successive pagine riportiamo l'estratto del percorso che rappresenta sia la metodologia sia lo sviluppo.

Per ulteriori particolari facciamo riferimento al sito [//matematicacameravangogh.webnode.it/](http://matematicacameravangogh.webnode.it/) dove il lavoro è stato ampiamente documentato



Brainstorming

Abbiamo osservato il quadro la camera di Vincent Van Gogh con gli occhiali della matematica.

Sono venuti fuori molti problemi interessanti.

Abbiamo raggruppato tutte le questioni emerse in otto gruppi:

- Il pavimento
- Il compleanno di Van Gogh
- Volume
- La doccia di Van Gogh
- Rappresentazione della stanza
- Alla ricerca di forme geometriche
- Le pareti
- Oggetti

Ogni argomento è stato affidato ad un piccolo gruppo che aveva il compito di trovare delle strategie per rispondere alle domande.

Azioni e ragionamenti

Abbiamo affrontato certe questioni, alcune in comune a diversi gruppi, collettivamente.

I problemi su cui abbiamo lavorato sono:

Quante brocche d'acqua consumava Van Gogh per lavarsi?

Quant'è larga la stanza?

Quanto è alta la stanza?

Quali sono le dimensioni della torta?

Brocche per lavarsi

Abbiamo ipotizzato che Van Gogh si lavasse a pezzi usando la brocca e la catinella.

Per scoprire quanta acqua si consuma lavandosi a pezzi, abbiamo provato.

Poi abbiamo fatto la media dei consumi.

Abbiamo ottenuto il consumo medio di un bambino... ma Van Gogh non era alto quanto un bambino!

Nome dello sperimentatore	Altezza	Consumo totale
Alessio D.		20 l
Emma P.		7,5 l
Rebecca		6,8 l
Lea		4,5 l
Neri		7 l
David		10 l
Frida		5,77 l

$(20\text{ l} + 7,5\text{ l} + 6,8\text{ l} + 4,5\text{ l} + 7\text{ l} + 10\text{ l} + 5,77\text{ l}) : 7 = 8,6\text{ l}$,
consumo medio di acqua di un bambino

Contenuti matematici

Misure di capacità, operazioni, calcolo della media

Misura del consumo di acqua

Misuriamo gli uomini della scuola e facciamo una media... però non ci basta l'altezza!

Abbiamo pensato che per sapere quanta acqua consumava Van Gogh fosse necessario conoscere la superficie del corpo di un bambino di altezza media e la superficie del corpo di un adulto medio.

Ci siamo divisi in cinque gruppi di lavoro per trovare un sistema per misurare la superficie del corpo.

Misura della superficie del corpo

METODO DEL CARTAMODELLO

Avvolgere ogni parte del corpo con della carta, chiuderla con lo scotch, e tagliarla con le forbici. Così si ottengono pezzi di carta, la cui area è facilmente misurabile, che hanno la stessa superficie della parte del corpo che era stata avvolta nella carta.

METODO DEI CILINDRI

Riportare la sagoma di un bambino per terra e usarla come modello per prendere le misure di lunghezza delle parti del corpo. Delle stesse parti del corpo abbiamo preso la circonferenza. Per trovare le superfici abbiamo moltiplicato le lunghezze per le circonferenze.

Contenuti matematici

Misure di superficie, geometria piana e solida (cilindri e parallelepipedi)

Misura della superficie del corpo

METODO DELLA CARTA QUADRETTATA

Un bambino si distende su un foglione di carta quadrettata con quadretti da un cm², disegnare rettangoli e quadrati che avvolgano corpo, braccia e testa. Contare i quadretti dei lati delle figure e calcolare l'area.

METODO DELLA SCATOLA

Costruire una scatola di cartone che contiene esattamente un bambino escluso la testa e le braccia, per la testa costruire una scatola senza sopra e senza sotto. Poi aprire le due scatole e scomporle in rettangoli e calcolarne l'area.

METODO DEL PARALLELEPIPEDO

Prendere in considerazione un parallelepipedo perché è tridimensionale come noi; il parallelepipedo rappresenta un corpo. Misurare le parti del corpo di un bambino con le regole dell'altezza, larghezza e profondità

Risultati ottenuti

	m ² ottenuti dalla misurazione
Gruppo 1 (cartamodello)	1,3
Gruppo 2 (cilindri)	1
Gruppo 3 (carta quadrettata)	1,66
Gruppo 4 (scatola)	1,4
Gruppo 5 (parallelepipedo)	1,1

Abbiamo trovato anche una formula studiata dagli scienziati per trovare la superficie corporea conoscendo altezza e peso di una persona. Abbiamo utilizzato questa formula per conoscere la superficie di un adulto medio.

Formula degli scienziati: area della superficie corporea

$$= \sqrt{\frac{\text{altezza} \times \text{peso}}{3600}}$$

Nome	Peso	Altezza
Ulisse	75 kg	173 cm
Franco	76 kg	165 cm
Direttore	75 kg	172 cm
Paolo	67 kg	174 cm
Graziano	81 kg	183 cm

Così troviamo:

peso di un adulto medio: 74,8 kg

altezza di un adulto medio: 173,4 cm

$$\sqrt{\frac{173,4 \text{ cm} \times 74,8 \text{ kg}}{3600}} = 1,8 \text{ m}^2 \text{ superficie di un adulto medio}$$

Contenuti matematici

Radice quadrata, rapporti

Scopriamo il consumo medio di acqua per ogni cm^2 .

Dividiamo l'acqua necessaria ad un bambino medio per la superficie di pelle del bambino medio e troviamo l'acqua necessaria per ogni cm^2 di pelle.

Conosciamo la superficie di un adulto medio, ipotizziamo che sia quella di Van Gogh, e quanta acqua serve per ogni cm^2 .

Moltiplichiamo l'acqua necessaria per ogni cm^2 per la superficie di Vincent.

A questo punto conosciamo quanti l di acqua servivano a Vincent per lavarsi, ma vogliamo sapere a quante brocche equivalgono.

Scopriamo quante brocche sono necessarie

Misuriamo la capacità di una brocca sperimentalmente usando un misurino graduato da 1 l.

Dividiamo il consumo per la capacità di una brocca e otteniamo il numero di brocche necessarie.

$$8,6 \text{ l} : 12200 \text{ cm}^2 = 0,000704 \text{ l per ogni cm}^2$$

$$0,000704 \text{ l} \times 18000 \text{ cm}^2 = 12,7 \text{ l acqua necessaria a Vincent per lavarsi.}$$

La brocca ha una capacità di 7 l.

$$12,7 \text{ l} : 7 \text{ l} = 1,8 \text{ brocche}$$

Larghezza della stanza

Abbiamo elaborato una strategia per scoprire quanto è larga la camera di Van Gogh, poi l'abbiamo applicata.

1. Misurare la larghezza del letto dipinto nell'immagine.
2. Misurare la larghezza di tutta la stanza dipinta.
3. Trovare quante volte il letto dipinto sta nella stanza dipinta, che è lo stesso numero di volte che un letto vero sta nella stanza vera: chiamiamo questo dato X
4. Trovare la misura standard di un letto singolo.
5. Trovare la larghezza della stanza vera, moltiplicando X per la larghezza standard di un letto singolo.

Contenuti matematici

Misure di lunghezza, uso del righello, divisioni e moltiplicazioni anche con numeri decimali, rapporti

Altezza della stanza

Per l'altezza della stanza abbiamo pensato di:
immaginare di sovrapporre dei letti, usando la misura dal piede del letto al
punto più alto.

1. Misurare l'altezza del letto e della camera nel quadro
2. Dividere l'altezza della camera per il letto e trovare quante volte il letto sta nella camera
3. Moltiplicare il numero di volte per l'altezza del letto vero ed otteniamo l'altezza della stanza.

La torta

Abbiamo elaborato delle strategie per scoprire il diametro e lo spessore della torta, poi le abbiamo applicate.

Diametro della torta

1. Prendere la misura del diametro della torta nell'immagine.
2. Trovare quante volte ci sta nella testiera nel letto, quella che è al livello della torta.
3. Dividere la misura della testiera reale del letto per quel numero e vedere quanto è grande il diametro della torta vera.

Contenuti matematici

Misure di lunghezza, uso del righello e del compasso, divisioni e moltiplicazioni anche con numeri decimali, rapporti.

Geometria piana (circonferenza, poligoni regolari), ampiezza degli angoli, uso del goniometro

La torta

Spessore della torta

1. Prendere la misura dello spessore della torta nell'immagine.
2. Trovare quante volte ci sta nell'altezza della testiera del letto, quella che è al livello della torta.
3. Dividere la misura dell'altezza reale del letto per quel numero e vedere quanto è spessa la torta vera.

Spessore della torta sull'immagine: 3 mm

h della testiera: 4 cm

$4 \text{ cm} : 0,3 \text{ cm} = 13 \text{ volte}$

$100 \text{ cm} : 13 \text{ volte} = 7 \text{ cm}$, spessore della torta.

La torta

Quante persone possono mangiare la torta?

Ci siamo chiesti quante persone potessero mangiare la torta. Abbiamo elaborato diverse strategie per scoprire in quante fette si potesse dividere.

1. Misuriamo l'ampiezza della fetta già tagliata
2. Quante fette della stessa ampiezza possiamo fare?

Sistemi trovati

Numerico: dividere l'intera circonferenza per l'ampiezza della torta

Piegature: una volta disegnata una fetta da 30° sul modello di torta, possiamo ripiegarlo fino a vedere che vengono 12 fette

Goniometro: disegniamo fette da 30° fino a ricoprire tutta la torta e vediamo che ne vengono 12

Righello: misuriamo la distanza tra i punti dove i lati della fetta (angolo) toccano la circonferenza e disegniamo sulla circonferenza altri punti consecutivi che abbiano tra loro la stessa distanza, come per disegnare un dodecagono.

Contenuti matematici

Scala, prospettiva

Un nuovo problema

Abbiamo riguardato i dati che abbiamo ottenuto e abbiamo notato qualcosa di strano. Il numero di volte che l'oggetto rappresentato nell'immagine sta nell'oggetto reale dovrebbe essere sempre lo stesso, se Van Gogh avesse usato sempre la stessa scala.

	Misura nel quadro	Oggetto reale	Quante volte l'oggetto dell'immagine sta in quello reale
Letto	6,7 cm	80 cm	$80 \text{ cm} : 6,7 \text{ cm} = 11,9$
Larghezza stanza	20,5 cm	240 cm	11,7
Altezza stanza	7,5 cm	187 cm	24,93
Torta spessore	0,3 cm	7 cm	23,3



Abbiamo scoperto che Van Gogh ha usato una scala per gli oggetti in primo piano (letto e larghezza stanza) e un'altra per gli oggetti sul lato più lontano della stanza (altezza stanza e torta spessore).

C'è venuto il dubbio che Van Gogh non conoscesse le leggi della prospettiva ma un critico d'arte ci ha aiutato a capire che il suo è stato un errore voluto! VanGogh voleva far sembrare più importante il letto.

“Esiste un'evidente prospettiva, che però non rispetta una vera e propria geometria. La prospettiva è stravolta da esigenze soggettive. Van Gogh respinse spesso le leggi della prospettiva convenzionale nell'ultima parte della sua carriera, in modo particolare in molti dei suoi dipinti di Arles

LA VALUTAZIONE

Abbiamo utilizzato tre tipi di valutazione

1) **In itinere** che ha riguardato ogni fase ed è servita ad adulti e bambini per capire a che punto si fosse e come potevamo proseguire. E' stata organizzata in discussioni collettive o in rilettura e commento del report fatto dall'insegnante

2) **Una verifica finale**, formale per far emergere quanto è stato appreso e maturato nel corso del lavoro. È consistita in:

- Un questionario a domande chiuse da cui si poteva evincere l'attenzione alle fasi del lavoro e la capacità di comprensione dei diversi problemi affrontati. La scelta di questo strumento è stata fatta per facilitare i bambini in difficoltà
- Un problema che costituiva l'applicazione in un contesto diverso dei meccanismi incontrati nel corso del lavoro
- Una richiesta di narrare una parte dell'esperienza

3) **Una discussione conclusiva** di bilancio da cui è stata ricavata una mappa del lavoro

Il testo della verifica finale

- A.** Queste sono alcune domande che ci possiamo porre guardando il quadro di Van Gogh
- A quali domande è possibile dare una risposta basata su dati reali?
 - Segnale con una crocetta.
 - Quanti quadri ci sono nella stanza?
 - Van Gogh amava dormire fino a tardi?
 - Quanto è largo il pavimento della stanza?
 - Van Gogh aveva una coperta verde, oltre a quella rossa?
 - Quanto è largo lo specchio appeso alla parete?
- B.** Per risolvere i problemi che ci siamo posti guardando la camera di Van Gogh
- Abbiamo usato delle strategie. Abbiamo usato la brocca portata da Pietro per:
 - Annaffiare le piante
 - Controllare se perdeva acqua
 - Scoprirne la capacità, cioè quanta acqua poteva contenere
 - Sapere quanto pesava piena d'acqua

C. Abbiamo misurato la superficie della pelle per risolvere il problema:
Della larghezza della stanza. Volevamo sapere quanto spazio occupava Van Gogh nel letto.
Della brocca. Volevamo sapere quanta acqua si consuma in rapporto alla pelle.
Della torta. Volevamo sapere se Van Gogh era ingrassato mangiando la torta
Della porta. Volevamo sapere se Van Gogh passava dalla porta

D. Abbiamo ipotizzato che la larghezza del letto di Van Gogh fosse di 80cm perchè:
I letti hanno delle larghezze standard, cioè sono quasi sempre 80 cm
80 era un numero che piaceva a tutta la classe
Van Gogh era povero e non poteva comprarsi un letto largo 90 cm
Le spalle di Van Gogh erano larghe 80 cm

E. Segna con una crocetta i risultati che abbiamo ottenuto con il nostro lavoro:
La stanza di Van Gogh è larga 240cm
La torta di compleanno di Van Gogh è al cioccolato fondente
L'asciugamano di Van Gogh è largo 20 cm
Il cuscino di Van Gogh è imbottito con 3 000 piume d'oca
Lo spessore della torta di Van Gogh è di 7 cm
Il giardino della casa di Van Gogh è largo 700 cm

F. Misure della sedia nel quadro:
Larghezza della sedia nel quadro 2,3 cm
Larghezza del letto nel quadro 6,9 cm
Larghezza di un letto vero 80cm
Come puoi fare per trovare la larghezza della sedia vera?
Se vuoi puoi fare anche solo il ragionamento senza calcoli.

G. Descrivi il metodo che ha usato il tuo gruppo per calcolare la superficie della pelle di un bambino

Autovalutazione collettiva

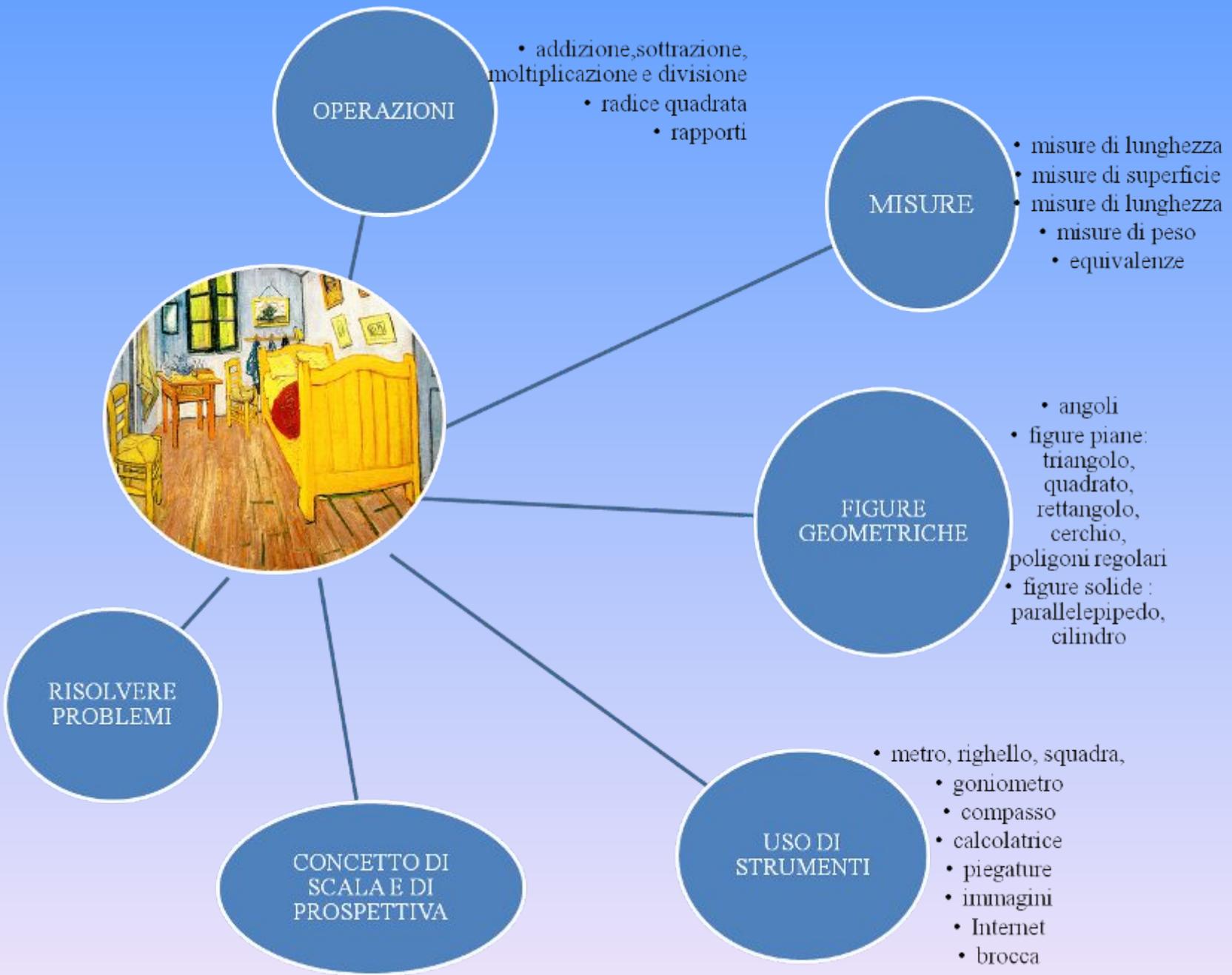
Cosa ho imparato

Che strumenti della matematica abbiamo usato

Quali contenuti della matematica stavano in questo lavoro

Quali strumenti abbiamo usato per lavorare.

L'autovalutazione collettiva è stata rappresentata in una mappa.



Nel corso del lavoro sono state svolte due attività di tipo grafico. La prima finalizzata a facilitare la conoscenza del quadro è consistita nel colorare liberamente lo schema dell' opera messo a disposizione dal Van Gogh Museum di Amsterdam.

La seconda è stata la riproduzione a memoria dell'opera d'arte con lo scopo di sollecitare i bambini a concentrarsi maggiormente ed a interrogarsi sul dipinto.

Ecco qui alcuni esempi delle due attività



Risultati ottenuti

E' sempre difficile valutare obiettivi trasversali in esperienze articolate e complesse come questa.

Le esperienze di questo genere (come spesso è la realtà) non sono lineari e vanno a toccare punti diversi in bambini diversi, sviluppando in ciascuno di loro competenze non uguali che spesso hanno bisogno di tempo per maturare.

Oltre a tutto l'esperienza si è conclusa all'incirca con la fine dell'anno scolastico.

Quello che si può dire con sicurezza è che ciascuno si è sentito partecipe della ricerca collettiva e che nella discussione finale tutti i bambini sono stati capaci di evidenziare i contenuti matematici affrontati, gli strumenti usati e di dare giudizi personali sulla attività.

I loro commenti

Questo lavoro ci è servito per:

Farci capire che con la matematica si può capire quello che pensano le persone

Insegnarci che la matematica è dappertutto, anche nell'arte

Farci imparare la matematica in modo diverso più interessante e divertente

Capire che la matematica si può imparare non solo in modo pallosissimo

Riuscire a trovare la matematica dentro un quadro

Imparare a guardare meglio e vedere con gli occhiali della matematica

Abbiamo fatto questo lavoro insieme perché c'erano dei problemi difficili