



**Iniziativa realizzata con il contributo della Regione Toscana
nell'ambito del progetto**

Rete Scuole LSS
a.s. 2016/2017



Istituto Comprensivo “G. Vasari”
via Emilia 10 – 52100 AREZZO - Internet: www.icvasariarezzo.gov.it

PERCORSO DIDATTICO SU EVENTI PERIODICI

RESTO, MULTIPLI, DIVISORI E MASSIMO
COMUNE DIVISORE

COLLOCAZIONE DEL PERCORSO

Il lavoro è stato effettuato in due classi prime della scuola secondaria di I grado.

- Numero alunni: 19 in 1A e 19 in 1D

Il percorso è stato svolto dopo aver introdotto multipli e divisori e dopo aver definito il massimo comune divisore.

La sua collocazione all'interno del curriculum verticale è stato motivo di discussione perché le attività proposte sono ricche di argomenti, benché concatenate in maniera opportuna fra loro, e potrebbero trovare più di una destinazione; inoltre questa è stata la prima esperienza di un percorso didattico in ambito matematico affrontato dalle docenti che negli anni passati hanno sperimentato percorsi in ambito scientifico.

OBIETTIVI ESSENZIALI DI APPRENDIMENTO

L'alunno:

- ☐ Collabora con i compagni
- ☐ Osserva
- ☐ Cerca soluzioni a problemi proposti
- ☐ Rafforza e stabilizza, con esempi concreti, concetti astratti che ha affrontato (divisibilità, resto, MCD,..)
- ☐ Impara a **classificare** numeri secondo criteri specifici
- ☐ Costruisce il proprio sapere
- ☐ **Comunica** le proprie scoperte
- ☐ Interiorizza le nozioni apprese
- ☐ Si diverte a fare matematica

APPROCCIO METODOLOGICO

La metodologia usata è la stessa già sperimentata nei percorsi in ambito scientifico.

FASE 1: OSSERVAZIONE

FASE 2: VERBALIZZAZIONE SCRITTA INDIVIDUALE

FASE 3: DISCUSSIONE COLLETTIVA

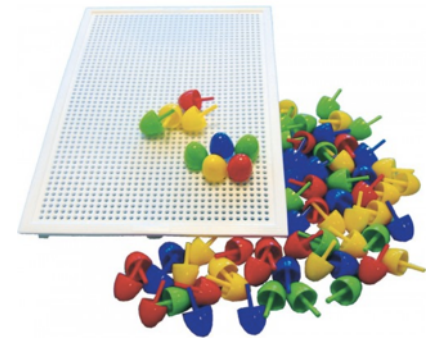
FASE 4: AFFINAMENTO DELLA CONCETTUALIZZAZIONE

FASE 5: PRODUZIONE CONDIVISA

MATERIALI, APPARECCHI E STRUMENTI IMPIEGATI

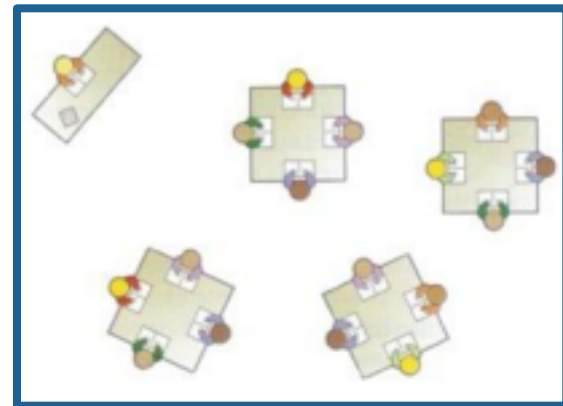
Le attività proposte necessitano di poco materiale, facilmente reperibile, anche coinvolgendo gli stessi alunni.

- Geopiani a 7 e 12 pioli: realizzati con il gioco dei chiodini;
- fili di lana colorata;
- cartellini forati con i nomi dei giorni della settimana e dei mesi dell'anno (realizzati con del cartoncino leggero);
- strisce di carta forata;
- forbici;
- colla;
- righello;
- matite colorate.



AMBIENTI IN CUI È STATO SVILUPPATO IL PERCORSO

Il percorso è stato svolto in classe dove i banchi sono stati collocati in modo da formare delle isole da 4 banchi ognuna dove gli alunni potevano lavorare e discutere in gruppo.



TEMPO IMPIEGATO

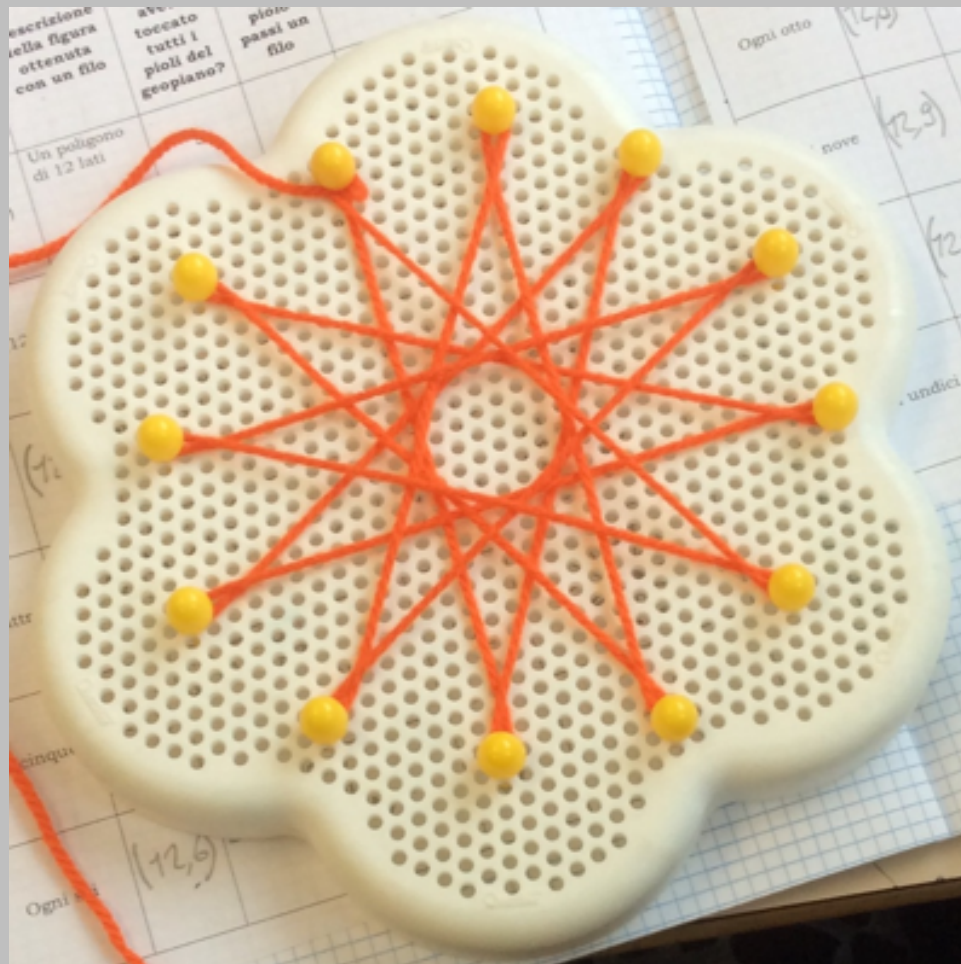
- Tempo per la messa a punto nel gruppo LSS: 5 h
- Tempo per la progettazione specifica e dettagliata nella classe: 10 h
- Tempo – scuola di sviluppo del percorso: 1 mese
- Tempo per la documentazione: 20 h

PREMESSA

L'idea di sperimentare questo percorso didattico è nata dalla partecipazione delle docenti di matematica, della scuola secondaria di I grado del plesso “G. Vasari” del nostro Istituto Comprensivo, ad un corso di formazione a distanza sulla didattica della matematica chiamato “Math Up”.

I corsi **MathUp** sono stati ideati dall'associazione **mateinitaly** costituita da docenti universitari già impegnati, con un'esperienza ventennale, nel Centro "matematita" dell'Università degli Studi di Milano e nel Centro PRISTEM dell'Università Bocconi di Milano.

In una videolezione la docente ha presentato questa attività, reperibile all'indirizzo http://specchi.mat.unimi.it/matematica/ugualiodiversi_stelle.html, su cui ci siamo basate, pur apportando delle modifiche.



DESCRIZIONE DEL PERCORSO DIDATTICO

INTRODUZIONE

Le varie attività di seguito documentate sono state pensate per far riflettere gli studenti sul concetto di uguaglianza e far fare loro un'esperienza di classificazione attraverso l'osservazione e la manipolazione.

Diventerà fondamentale da parte loro individuare l'obiettivo dell'indagine per definire i parametri della classificazione richiesta.

In particolare, i ragazzi **sono avviati**, tramite l'osservazione e la costruzione di stelle, **all'aritmetica delle situazioni periodiche**.

FASI

Il percorso può essere suddiviso in quattro sezioni:

- **Fase 1: le conte** → ○ Prendere confidenza con le situazioni in cui un certo fenomeno si ripete periodicamente
- **Fase 2: costruzione delle stelle** → ○ Analizzare il comportamento di coppie di numeri; dare significato al concetto di MCD
- **Fase 3: il calendario** → ○ Analizzare la periodicità del calendario attraverso la costruzione di stelle
- **Fase 4: classificazione di numeri** → ○ Dare significato al concetto di resto

FASE 1

LE CONTE

In questa fase vengono proposte due attività considerate introduttive con lo scopo di far prendere confidenza ai ragazzi con le situazioni periodiche sfruttando le conte che utilizzano, o che utilizzavano, nei giochi da bambini.

Agli alunni, suddivisi in gruppi da 3 o 4, vengono fornite due schede in cui è descritta l'attività da eseguire e in cui sono riportate una serie di domande a cui rispondere sul quaderno.

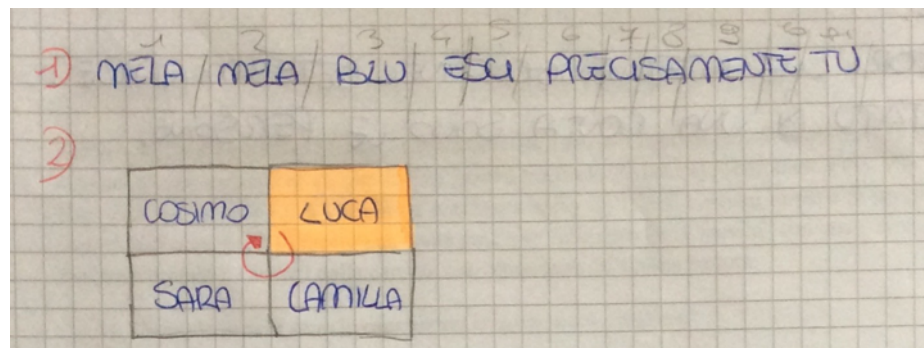
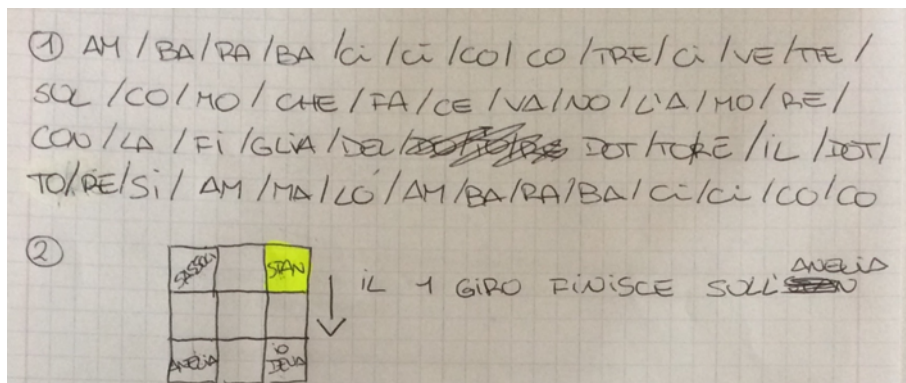
PRIMA SCHEDA: LE CONTE

Sulla scheda consegnata ad ogni alunno sono riportate le seguenti domande:

- Vi ricordate le conte che facevate da bambini? Provate a recitarne una, stando attenti ad usare bene il ritmo della filastrocca: ad ogni sillaba pronunciata corrisponde una persona. Scrivete il testo della conta che userete.
- Disegnate uno schema delle vostre posizioni durante la conta.
- Scegliete una persona che conti, che rimanga invariata per la durata dell'attività, ed evidenziate il suo nome nello schema disegnato con un evidenziatore colorato. Nello stesso schema indicate con una freccia il verso in cui girate contando. Questo verso deve rimanere invariato fino alla fine del gioco. Se partite da chi sta contando, dove arrivate?
- E se partite dalla persona alla destra di chi conta, dove arrivate?
- E se partite dalla persona alla sinistra di chi conta, dove arrivate?
- Sapreste prevedere dove arrivereste iniziando a contare dalla seconda persona a destra di chi conta?
- Ora chi conta non gioca. Se partite dalla persona alla destra di chi conta, dove finite?
- E se partite da quella alla sua sinistra?
- Sapreste prevedere dove arrivereste iniziando a contare dalla seconda persona a destra di chi conta?
- Provate a porvi le stesse domande cambiando conta. Le persone a cui si arriva nei diversi casi sono ancora le stesse?

PRIMA SCHEDA: LE CONTE

Come indicato nella scheda, i vari gruppi hanno scelto una conta e, per rispondere alle varie domande, si sono divertiti ad eseguirla a turno. Questa metodologia è evidente dalla suddivisione in sillabe riportata sui loro quaderni, infatti risulta grammaticamente scorretta (es. la parola “civette” nella figura a sinistra o “mela” in quella a destra) mentre segue esattamente la scansione utilizzata dai ragazzi nell’esecuzione.



Purtroppo le docenti se ne sono accorte nella fase di discussione collettiva, momento in cui sono stati fatti notare e correggere gli errori, ma essendo il numero di sillabe un fattore determinante nel risultato di una conta, l’analisi delle risposte è stata fatta sulla suddivisione verbalizzata nei quaderni.

La prossima volta verrà evidenziato sulla scheda la necessità di eseguire una suddivisione grammaticamente corretta.

LE CONTE

Alla fine di questa prima attività, viene formulata la seguente domanda:

- Indicate quali sono secondo voi i fattori che intervengono nel determinare il risultato di una conta.

Gruppo di Sara: solo il numero delle persone

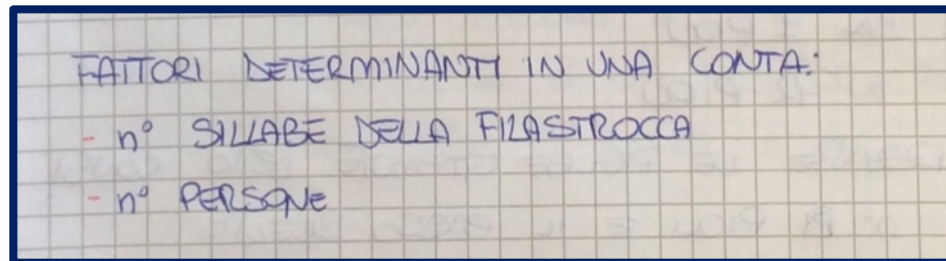
Gruppo di Benedetta: il numero delle sillabe ed il numero delle persone

Gruppo di Francesco: la lunghezza della conta ed il numero delle persone

Gruppo di Andrea: la lunghezza della filastrocca, il numero delle sillabe ed il numero delle persone

Gruppo di Vittorio: la lunghezza della conta ed il numero di sillabe

Al termine della discussione collettiva si giunge al seguente risultato:

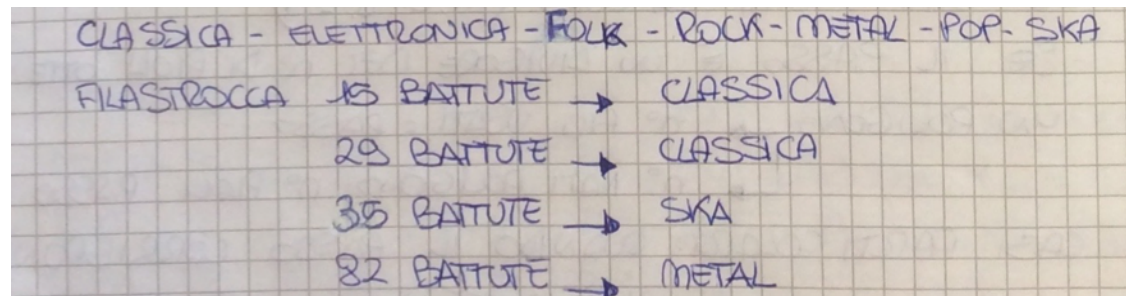


UNA CONTA PER UN CD

Come seconda attività introduttiva, viene fornita agli studenti una seconda scheda con le seguenti richieste:

- Nel mio PC, nella cartella “Musica” ho **sette diverse cartelle**, disposte in ordine alfabetico, contenenti ognuna alcune canzoni di un particolare genere musicale: **Classica, Elettronica, Folk, Rock, Metal, Pop, Ska**. Io, Anna e Luca vorremmo regalare a Miky un CD di canzoni miste e ci inventiamo un metodo per comporlo. Io faccio una conta partendo dalla cartella “Classica” con una **filastrocca di 15 battute** e prendo 5 canzoni dalla cartella corrispondente all’ultima battuta. Di quale genere sono le canzoni tra le quali potrò scegliere?
- E se scegliessi di utilizzare una **filastrocca di 29 battute**? Avrei finito per dover attingere dalla stessa cartella o no?
- Anna fa lo stesso con una **filastrocca di 35 battute**. Da quale cartella provengono le canzoni che sceglie Anna?
- Luca, che usa **una filastrocca di 82 battute**, vorrebbe sapere subito da quale cartella dovrà scegliere le canzoni, senza dover contare fino in fondo. Potete aiutare Luca?
- Se **si aggiunge anche Gigi**, che è un metallaro convinto, di quante battute deve essere la sua filastrocca per consentirgli di scegliere le canzoni nella cartella “Metal”?

UNA CONTA PER UN CD



A handwritten table on graph paper. The top row lists musical genres: CLASSICA - ELETTRONICA - FOLK - ROCK - METAL - POP - SKA. Below this, the word 'FILASTROCCA' is written. To its right, four rows show beat counts (BATTUTE) with arrows pointing to specific genres: 15 BATTUTE points to CLASSICA, 29 BATTUTE points to CLASSICA, 35 BATTUTE points to SKA, and 82 BATTUTE points to METAL.

CLASSICA - ELETTRONICA - FOLK - ROCK - METAL - POP - SKA	
FILASTROCCA	15 BATTUTE → CLASSICA
	29 BATTUTE → CLASSICA
	35 BATTUTE → SKA
	82 BATTUTE → METAL

La strategia adottata da tutti i gruppi per rispondere alle domande, anche quella inerente alla filastrocca di 82 battute, è stata quella di contare, esattamente come nell'attività precedente, solo che in questo caso, al posto di avere delle sillabe, hanno utilizzato i numeri.

Solo un gruppo ha provato a cercare una soluzione alternativa, ricordandosi che qualche mese prima avevamo fatto qualcosa di simile con dei numeri "grandi" (si riferivano a dei problemi che riguardavano il resto della divisione), ma si sono arresi abbastanza velocemente, senza andare a cercare nel quaderno come erano stati risolti tali problemi, perché "gli altri gruppi stavano già finendo e loro erano rimasti indietro".

Pur spiegando che era più importante continuare per quella strada senza preoccuparsi del tempo, perché non stavano partecipando ad alcuna gara, lo spirito di competizione ha prevalso, purtroppo.

UNA CONTA PER UN CD

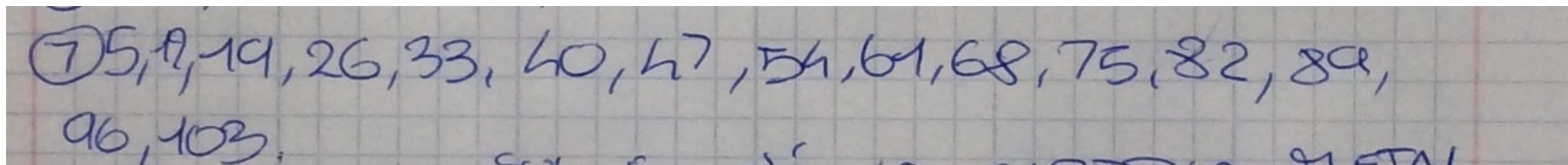
Dopo la parte più “operativa”, che si conclude con la domanda “*se si aggiunge anche Gigi, che è un metallaro convinto, di quante battute deve essere la sua filastrocca per consentirgli di scegliere le canzoni nella cartella Metal?*”, viene chiesto:

➤ ***Quella che avete dato è la sola risposta possibile?***

Tutti: No, ci sono infinite possibilità

➤ ***Se pensate che non lo sia, sapete darne un'altra? E sapete descrivere tutte le possibilità?***

CLASSICA – ELETTRONICA – FOLK – ROCK – **METAL** – POP - SKA



Nei quaderni gli alunni hanno riportato un po' di esempi, come nell'immagine, ma non sono stati in grado di individuare una regola più generale.

UNA CONTA PER UN CD

Alla richiesta, nella fase di discussione, di descrivere il ragionamento nascosto dietro quell'elenco di numeri, i gruppi hanno così risposto:

- ✓ Per far uscire Metal devi aggiungere 7 a 5 e continuare aggiungendo 7
- ✓ Sapendo che sul 5 c'è la cartella Metal e sapendo che mancano 7 battute per tornarci, ogni volta bisogna aggiungere 7



Emerge l'utilizzo da parte di tutti i gruppi dell'addizione. Nessuno ha menzionato il resto, nonostante sia stato un argomento ampiamente trattato. Poiché il concetto e l'utilizzo del resto è uno degli obiettivi del percorso didattico, mentre questa è solo un'attività introduttiva, le docenti non hanno insistito oltre, ma queste ultime domande verranno riprese alla fine del percorso dove gli alunni dovrebbero essere in grado di formalizzare meglio la richiesta.

FASE 2

LE STELLE

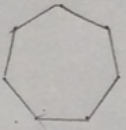
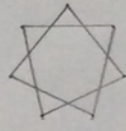
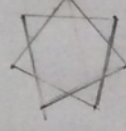
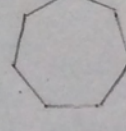
Ad ogni gruppo viene fornito un geopiano con 7 e 12 pioli disposti ad intervalli regolari su una circonferenza, e ad ogni alunno la seguente tabella da compilare:

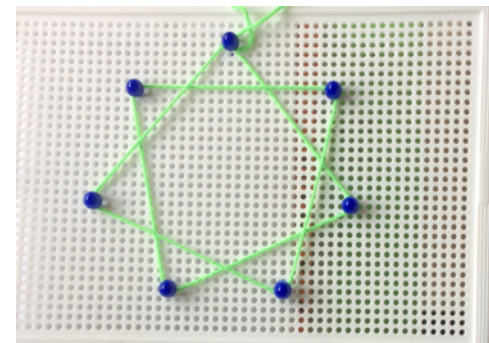
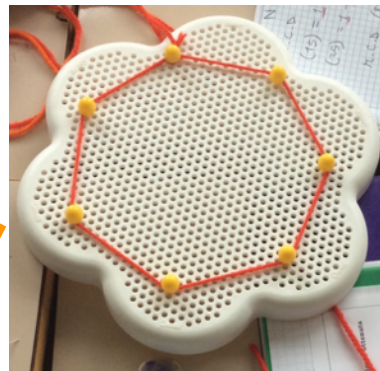
Istruzioni per collegare i pioli	Nome della figura	Descrizione della figura ottenuta con un filo	Con la prima figura avete toccato tutti i pioli del geopiano?	Numero di fili necessari perché da ogni piolo passi un filo	Figura ottenuta
Tutti	(7,1)	Un poligono di sette lati	Sì	1	
Ogni due	(7,2)	Una stella di sette lati	Sì	1	

La prima colonna indica il “passo” da utilizzare. Ogni gruppo ha a disposizione dei fili di lana con cui collegare i pioli; una volta fissato il filo al primo piolo, lo stesso va fatto passare per gli altri rispettando il passo richiesto. Quando il filo ritorna al punto di partenza si compilano la seconda, la terza e la quarta colonna. Le figure che si possono ottenere sono stelle o poligoni. Se con un filo non sono stati toccati tutti i pioli del geopiano, si prende un secondo filo, di colore differente dal primo, si fissa al piolo successivo rispetto a quello utilizzato per bloccare il primo filo e si ripete quanto fatto in precedenza, finché tutti i pioli vengono toccati da un filo.

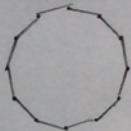
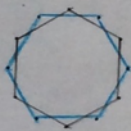
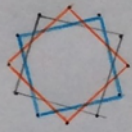
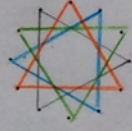
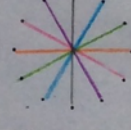
È fondamentale scegliere un verso di percorrenza sul geopiano e mantenerlo fissato per tutta l'attività.

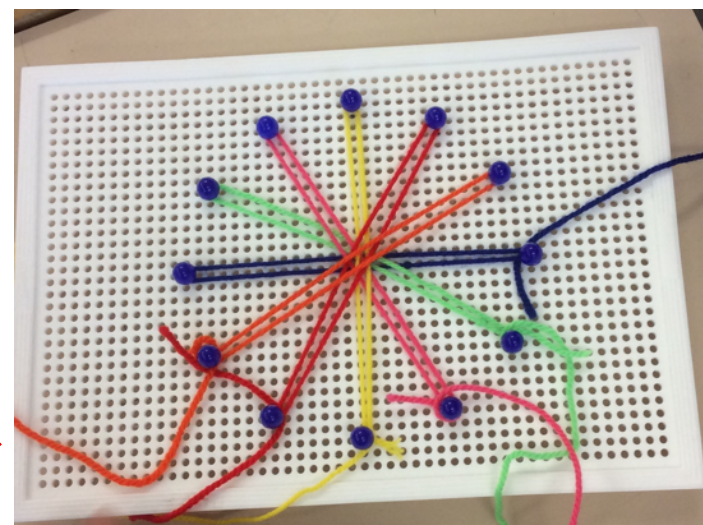
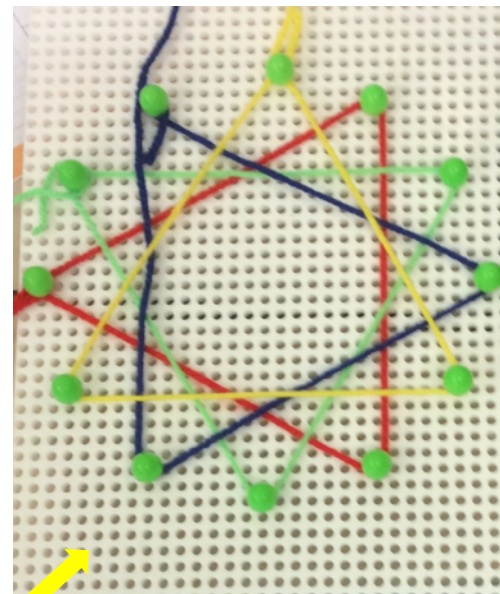
LE STELLE: GEOPIANO CON 7 PIOLI

Istruzioni per collegare i pioli	Nome della figura	Descrizione della figura ottenuta con un filo	Con la prima figura avete toccato tutti i pioli del geopiano?	Numero di fili necessari perché da ogni piolo passi un filo	Figura ottenuta
Tutti	(7,1)	Un poligono di sette lati	Si	1	
Ogni due	(7,2)	Una stella di sette lati	Si	1	
Ogni tre	(7,3)	UNA STELLA DI 7 LATI	Si	1	
Ogni quattro	(7,4)	UNA STELLA DI 7 LATI	Si	1	
Ogni cinque	(7,5)	STELLA DI 7 LATI	Si	1	
Ogni sei	(7,6)	UN POLIGONO DI 7 LATI	Si	1	

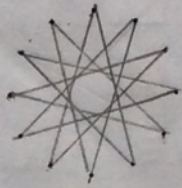
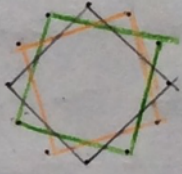
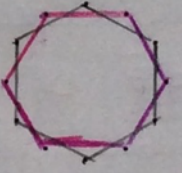
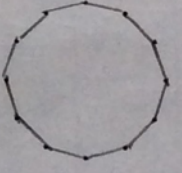


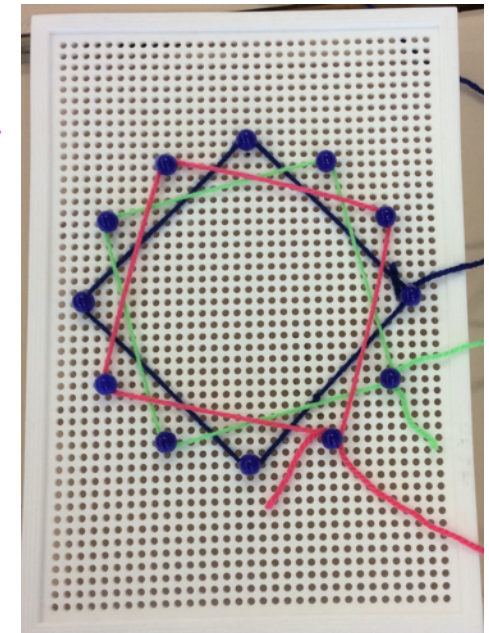
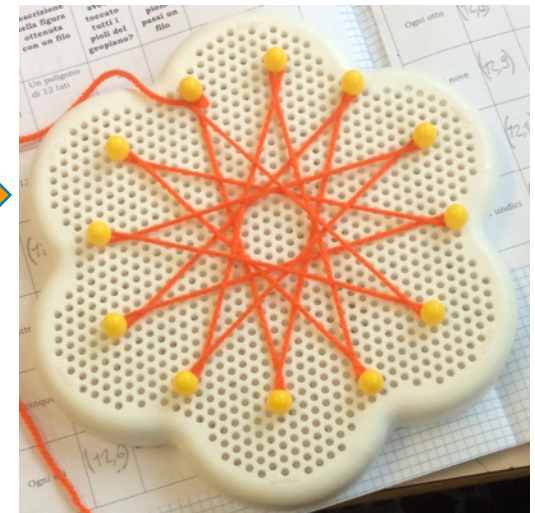
LE STELLE: GEOPIANO CON 12 PIOLI

Istruzioni per collegare i pioli	Nome della figura	Descrizione della figura ottenuta con un filo	Con la prima figura avete toccato tutti i pioli del geopiano?	Numero di fili necessari perché da ogni piolo passi un filo	Figura ottenuta
Tutti	(12,1)	Un poligono di 12 lati	Si	1	
Ogni due	(12,2)	Una poligono di 6 lati	No	2	
Ogni tre	(12,3)	UN POLIGONO DI 4 LATI	NO	3	
Ogni quattro	(12,4)	UN POLIGONO DI 3 LATI	NO	4	
Ogni cinque	(12,5)	UNA STELLA DI 12 LATI	SI	1	
Ogni sei	(12,6)	6 SEGMENTI	NO	6	



LE STELLE: GEOPIANO CON 12 PIOLI

Ogni sette	$(12,7)$	UNA STELLA DI 12 ⁺ LATI	SI	1	
Ogni otto	$(12,8)$	UN POLIGONO DI 3 LATI	NO	4	
Ogni nove	$(12,9)$	UN POLIGONO DI 4 LATI	NO	3	
Ogni dieci	$(12,10)$	UN POLIGONO DI 6 LATI	NO	2	
Ogni undici	$(12,11)$	UN POLIGONO NO DI 12 LATI	SI	1	



LE STELLE: CONFRONTO

Dopo aver completato le tabelle viene chiesto agli studenti di rispondere sul quaderno a queste domande (compito dato per casa):

Siete riusciti sempre a collegare tutti i pioli con un unico nastro? NO

Siete sempre riusciti a ottenere stelle? NO

Vi siete accorti che i numeri si comportano in maniera differente quando vengono utilizzati per costruire stelle. Che differenze ci sono tra i numeri 7 e 12? Confrontate le schede compilate.

Provate a spiegare perché esistono queste differenze: a quali caratteristiche dei due numeri sono dovute?

Benedetta: Con il 7 ho usato un solo filo perché il passo non è un divisore del 7; nel 12 ho usato più fili perché il numero dei pioli è divisibile per il passo, ma non in tutti i casi; quando ho la figura (12; 9) il numero di fili, 3, si trova sia nella tabellina del 9 che del 12 ; anche nel caso (12; 8) avviene lo stesso.

Andrea: Con passo 1 ottengo sempre un poligono con lati uguali al numero di pioli e la stessa cosa avviene con il passo inferiore di 1 rispetto al numero di pioli, ma costruisco la figura in senso contrario. Ottengo due volte le stesse figure anche con altri passi.

Vittorio: il 7 è dispari e il 12 è pari, ma non credo sia giusto perché il passo è importante e la risposta mi sembra troppo banale.

Benedetta: La differenza tra 7 e il 12 è che il 7 è un numero primo.

Luca: il 9 è dispari e se faccio la figura (9; 3) ho bisogno di 3 fili.

Alex: Tutti i numeri dispari che non sono numeri primi daranno dei poligoni con determinati passi.

LE STELLE: CONFRONTO

È stato dedicato un ampio spazio alla discussione collettiva di queste risposte per una serie di motivazioni:

- $\frac{1}{3}$ della classe si è impegnato a casa per cercare di rispondere correttamente alle domande poste, e ci ha stupito perché ha cercato di “padroneggiare” quei numeri ottenuti senza limitarsi alla risposta più banale: “il 7 è un numero dispari mentre il 12 è pari”; aver riflettuto su proprietà come essere numeri primi o no, controllare se un numero fosse un divisore dell’altro, ha richiesto, come hanno dichiarato, un “sacco” di tempo, e a loro ne andava dedicato almeno altrettanto per gratificarli del lavoro svolto;
- $\frac{1}{2}$ della classe si è arresa facilmente giustificandosi con un “non ho capito”, ed era vero perché non esisteva una formula da applicare per poter rispondere alle domande; a loro era necessario rendere evidente che se si vuole fare davvero matematica non si può essere meccanici, bisogna provare ad andare oltre;
- $\frac{1}{6}$ della classe non ha capito non solo cosa si stesse facendo, ma perché; ha partecipato alle fasi più operative (passare il filo tra i pioli), ma si è limitato a ricopiare dal compagno le altre risposte; a loro doveva arrivare il messaggio che ci si deve fidare degli insegnanti e che nulla viene fatto per caso.

LE STELLE: CONCLUSIONI

Le conclusioni che sono scaturite dalla discussione:

- Vanno considerati insieme il numero di pioli ed il passo usato
- Se il numero di pioli ed il passo sono primi tra loro, ottengo delle stelle
- Se il numero di pioli è divisibile per il passo, il numero di fili usato è uguale al passo ed il numero di vertici del poligono è dato dal risultato dell'operazione $\text{pioli} : \text{passo}$



Andrea:

Allora le figure (7; 7) e (12; 12) sono dei punti!



Problema con le figure (12; 8), (12; 9) e (12; 10) perché quanto detto prima non torna: il 12 non è divisibile per 8, né per 9, né per 10

LE STELLE: CONCLUSIONI

Rimaneva da rispondere alla seguente domanda:

- Il numero di fili usati dipende dal numero di pioli e dal passo scelto, in che modo?

I ragazzi hanno capito che il numero di fili è un divisore sia del numero di pioli che del passo e che usano un solo filo quando questi sono primi tra loro, ma sono riusciti a definirlo Massimo Comune Divisore solo con l'aiuto dell'insegnante.

LE STELLE: PRODUZIONE CONDIVISA

PARTI 2: LE STELLE

GEOPICANO DA 4 PLOU
" " 12 PLOU

PER ANALIZZARE LE FIGURE OTTENUTE DEVO CONSIDERARE IL N° DI PLOU E IL PASSO SCELTO

- SI OTTENGONO STELLE QUANDO IL N° DI PLOU E IL PASSO SONO PRIMI TRA LORO (M.C.D. = 1)
- SE IL PASSO È UN DIVISORE DEL N° DI PLOU OTTENGONO UN POLIGONO
 - N° FILI USATI = PASSO
 - N° LATI POLIGONO: N° PLOU : PASSO

CASI PARTICOLARI: QUANDO IL PASSO CORRISPONDE ALLA METÀ DEL N° DI PLOU OTTENGONO DEI SEGMENTI.

QUANDO IL PASSO È UGUALE AL N° DI PLOU OTTENGONO UN PUNTO

- SE IL PASSO E IL N° DI PLOU HANNO UN DIVISORE IN COMUNE OTTENGONO UN POLIGONO
 - N° DI FILI = MASSIMO COMUNE DIVISORE

es $D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \rightarrow 4$
 $D(8) = \{1, 2, 4, 8\}$
→ N° DI LATI = N° DI PLOU : MCD

FASE 3

IL CALENDARIO

Ad ogni studente viene consegnata una scheda con alcune domande inerenti ad eventi periodici a livello settimanale e mensile.

A disposizione di ogni gruppo, sulla cattedra, ci sono i geopiani, con 7 e 12 pioli, e dei cartellini forati con i nomi dei giorni della settimana e dei mesi dell'anno.

IL CALENDARIO

Viene chiesto di rispondere alle seguenti domande:

- ✓ Se vado in piscina oggi che è martedì e poi continuo a andare un giorno sì e un giorno no, capita, prima o poi, che ci vada di lunedì? E di mercoledì? E di giovedì? E anche in un qualsiasi altro giorno della settimana?
- ✓ Se vado a teatro oggi che è il 12 gennaio e poi continuo a andare un mese sì e un mese no, capita, prima o poi, che ci vada in febbraio? E in ottobre? E anche in un qualsiasi altro mese dell'anno?
- ✓ Che cosa succede se vado in piscina un giorno sì e tre no?
- ✓ E se vado a teatro un mese sì e sette no?
- ✓ Andando in piscina un giorno sì e tre no finisco prima o poi per aver nuotato in tutti i giorni della settimana?
- ✓ Andando a teatro un mese sì e sette no finisco prima o poi per esserci andato in tutti i mesi dell'anno?

Rispondi sul quaderno alle seguenti domande:

- 1) Come mai secondo voi questo comportamento diverso per i giorni e per i mesi?
- 2) C'è secondo voi una qualche relazione tra queste domande e la costruzione delle stelle che avete visto nell'attività precedente? Sapreste spiegarla?

IL CALENDARIO

Agli alunni è venuto spontaneo utilizzare i geopiani fissando i cartellini ai pioli e trovando il valore del passo nelle domande.

Se vado in piscina oggi che è martedì e poi continuo a andare un giorno sì e un giorno no, capita, prima o poi, che ci vada di lunedì? SI CAPITA CHE UN GIORNO ANDRÒ DI LUNEDÌ
ci vado

E di mercoledì? SÌ CAPITA ANCHE DI MERCOLEDÌ

E di giovedì? ~~NO~~ MA SÌ CAPITA

E anche in un qualsiasi altro giorno della settimana? SÌ

Se vado a teatro oggi che è il 12 gennaio e poi continuo a andare un mese sì e un mese no, capita, prima o poi, che ci vada in febbraio? NO, NON CI VA

E in ottobre? NO, NON CI VA

E anche in un qualsiasi altro mese dell'anno? SÌ NO

Che cosa succede se vado in piscina un giorno sì e tre no? E se vado a teatro un mese sì e sette no?
SE VAI IN PISCINA UN GIORNO SÌ E TRE NO, ESCEDE CHE PRIMA O POI NON TUTTI I GIORNI DELLA SETTIMANA INVECE SE VAI A TEATRO UN MESE SÌ E 7 NO, RITORNI AD ANDARE IN QUEL MESE PRECISI

Andando in piscina un giorno sì e tre no finisco prima o poi per aver nuotato in tutti i giorni della settimana? ☒ sì ☐ no

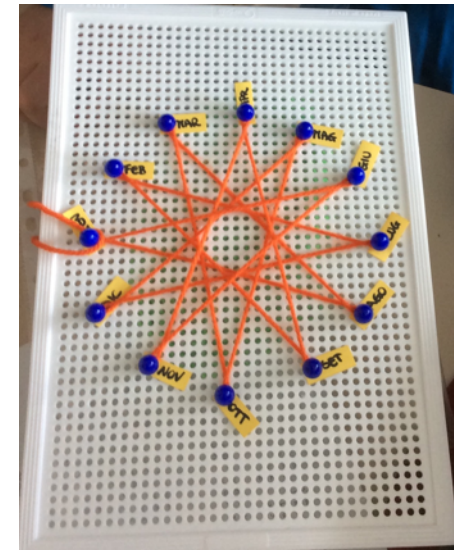
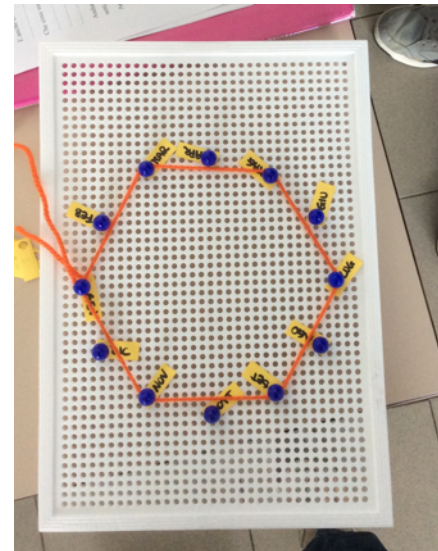
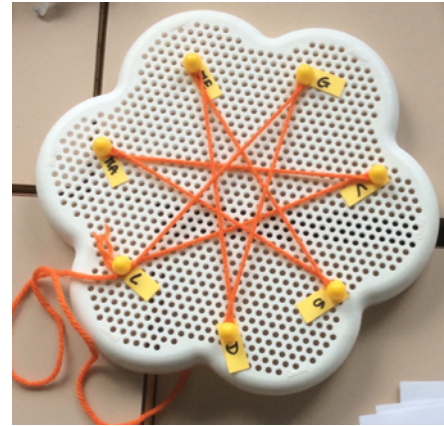
Andando a teatro un mese sì e sette no finisco prima o poi per esserci andato in tutti i mesi dell'anno? ☒ sì ☐ no

Rispondi sul quaderno alle seguenti domande:

- Come mai secondo voi questo comportamento diverso per i giorni e per i mesi?
- C'è secondo voi una qualche relazione tra queste domande e la costruzione delle stelle che avete visto nell'attività precedente? Sapreste spiegarla?

1. ABBIAMO QUESTO COMPORTAMENTO PERCHÉ I GIORNI SONO 7 e 7 È UN NUM. PRIMO
 606 È DIVISIBILE x 2 e x 3 SE STESSO e 12 È UN NUM. DIVISIBILE NON SOLO
 MA ANCHE x 4 e x 6.

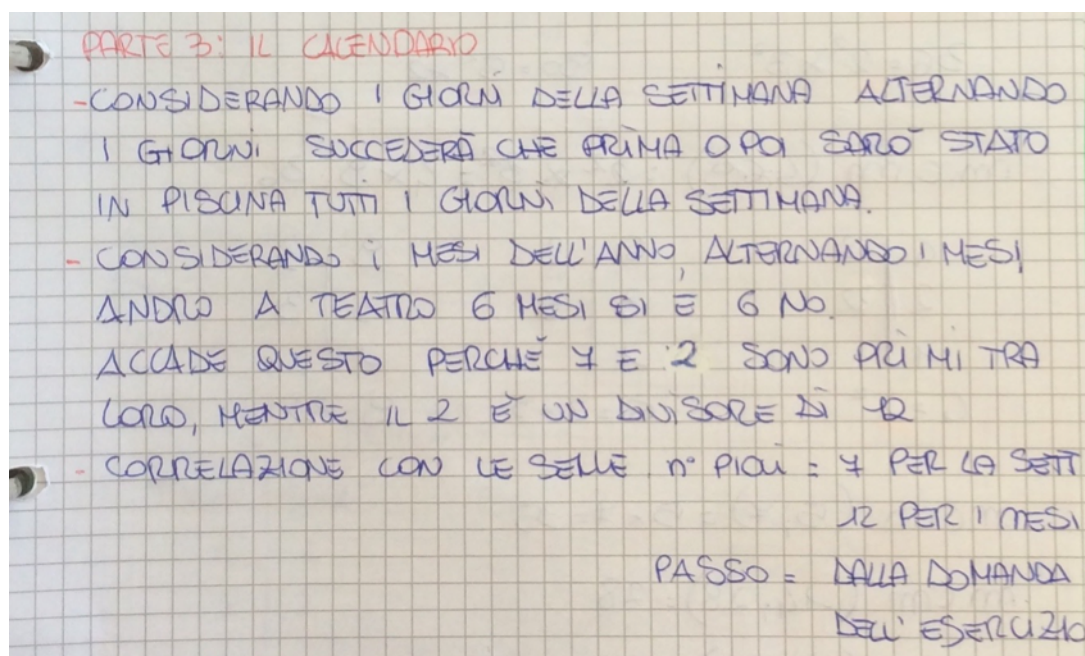
2. SÌ, PERCHÉ PER COSTRUIRE LA STELLA ABBIAMO TROVATO IL PASSO NELLE DOMANDE.



IL CALENDARIO: CONCLUSIONI

Questa attività è stata svolta facilmente da tutti i gruppi che si sono entusiasmati nel trovare il valore del passo, potendo così costruire stelle o poligoni.

È stato interessante vedere come hanno preferito analizzare la figura ottenuta invece di rispondere velocemente alle domande; in questo modo sono riusciti a rispondere correttamente alle ultime due richieste: la correlazione con l'attività precedente l'avevano già trovata!



FASE 4

CLASSIFICAZIONE DI NUMERI

Lo scopo dell'attività è capire come vengono raggruppati i numeri, e quali sono le caratteristiche che sono comuni a tutti i numeri che fanno parte dello stesso gruppo e che invece li distinguono dai numeri appartenenti ad altri gruppi.

Ad ogni gruppo viene dato il geopiano con 7 pioli e sette strisce di carta forata da fissare ad ogni piolo. I ragazzi, una volta determinato il verso di rotazione, dovranno scrivere sulle strisce di carta i numeri da 0 a 100, scegliendo un piolo di partenza e proseguendo con ordine senza saltare alcun numero e alcuna striscia. Ogni piolo verrà chiamato con il nome dato dal numero più piccolo che compare sulla striscia ad esso fissata (piolo 0, piolo 1, piolo 2, fino al piolo 6).

Terminata questa parte più operativa, gli alunni dovranno rispondere alle domande riportate in una scheda.

CLASSIFICAZIONE DI NUMERI

Lo scopo dell'attività è capire come vengono raggruppati i numeri, e quali sono le caratteristiche che sono comuni a tutti i numeri che fanno parte dello stesso gruppo e che invece li distinguono dai numeri appartenenti ad altri gruppi.

- Cominciate ad esempio a rispondere a queste domande (per intenderci, chiamiamo ogni piolo con il nome dato dal numero più piccolo che compare su quel piolo; avremo quindi il piolo 0, il piolo 1, ... ecc., fino al piolo 6).
- Su quale piolo è finito il numero 22?
- E il numero 78?
- E il numero 42? Il numero 84?
- E il numero 38?
- Il numero 11?
- E se fossimo andati avanti anche oltre il 100, su che piolo sarebbe finito il numero 365?
- Che caratteristica hanno tutti i numeri che finiscono sul piolo con l'etichetta 0?
- E quelli che finiscono sul piolo 1?
- Avete così descritto un criterio per raggruppare i numeri. Secondo tale criterio, ogni numero intero può essere inserito in almeno un gruppo?
- Ci sono numeri che possono essere inseriti in più di un gruppo? Perché?

CLASSIFICAZIONE DI NUMERI

Lo scopo dell'attività è capire come vengono raggruppati i numeri, e quali sono le caratteristiche che sono comuni a tutti i numeri che fanno parte dello stesso gruppo e che invece li distinguono dai numeri appartenenti ad altri gruppi. Cominciate ad esempio a rispondere a queste domande (per intenderci, chiamiamo ogni piolo con il nome dato dal numero più piccolo che compare su quel piolo: avremo quindi il piolo 0, il piolo 1, ... ecc., fino al piolo 6).

Su quale piolo è finito il numero 22? SUL PILO 2 CON IL NUM. 1.

E il numero 78? SUL PILO 0

E il numero 42? SUL PILO 0

Il numero 84? SUL PILO 0

E il numero 38? SUL PILO 3

Il numero 11? SUL PILO 1

E se fossimo andati avanti anche oltre il 100, su che piolo sarebbe finito il numero 365?
IL 1

Che caratteristica hanno tutti i numeri che finiscono sul piolo con l'etichetta 0?
HANNO LA CARATTERISTICA DI ESSERE TUTTI DELLA TABELLA DEL 5

E quelli che finiscono sul piolo 1? DI AVER TUTTE LE DIFFERENZE 2

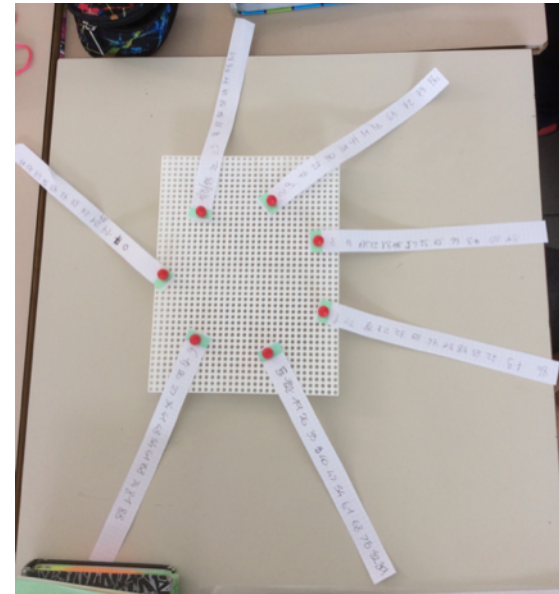
Avete così descritto un criterio per raggruppare i numeri. Secondo tale criterio, ogni numero intero può essere inserito in almeno un gruppo?

SI

Ci sono numeri che possono essere inseriti in più di un gruppo?

NO

Perché? HANNO UN NUM IN PIU' DELLA TAB DEL 5



Come si vede dalla scheda fotografata prima della discussione collettiva, gli alunni non hanno avuto difficoltà a rispondere alle domande inerenti alla posizione dei numeri più piccoli di 100 perché erano presenti nel geopiano. Il 365 ha dato qualche problema, come le altre domande (l'utilizzo del lapis è indicativo).

CLASSIFICAZIONE DI NUMERI

Come trovare la posizione del numero 365?

I gruppi hanno adottato strategie differenti:

- uno ha contato i pioli a partire da 100: agli alunni interessava solo il risultato;
- un gruppo ha notato che sul piolo c'era la tabellina del 7; per arrivare prima al risultato hanno in realtà utilizzato la tabellina del 70 fino ad arrivare a 350, poi hanno proseguito contando i pioli fino a 365;
- in un gruppo è nata un'accesa discussione tra il più bravo della classe, che voleva contare come il primo gruppo, ed una ragazza che non ha mai brillato ma è sempre stata puntuale e metodica, che voleva sfruttare la divisione.

Francesco: “e per quanto vorresti dividere?”

Deva: “per 7, ci sono 7 pioli”

Francesco: “365 diviso 7 fa 52,1428... non finisce, che ci faccio con questo numero?”

Deva: “io l'ho fatta diversamente, a me viene 52 con il resto di 1”

Poiché iniziavano a litigare è intervenuta la docente per placare gli animi e dare ordine alla discussione. Francesco non voleva cedere sull'esattezza del suo calcolo, ma la docente gli ha chiesto se nel geopiano erano presenti numeri interi o decimali. È stato quindi chiesto ai componenti del gruppo di riflettere sul risultato ottenuto contando i pioli (sapevano il valore della risposta corretta) e sui numeri presenti nelle due divisioni. In poco tempo hanno capito che il protagonista poteva essere il resto della divisione.

CLASSIFICAZIONE DI NUMERI

Francesco non è stato contento della scoperta per tre motivi:

- 1) era, a suo avviso, banale;
- 2) avrebbe potuto risparmiare molto tempo sapendolo prima, al posto di dover scrivere 100 numeri;
- 3) non l'aveva capito per primo (ritorna questo spirito di competizione che nelle classi prime prevale sulla collaborazione).

Ma funzionava anche negli altri casi? I componenti di questo gruppo hanno iniziato a fare divisioni, sia sfruttando i numeri richiesti dalla scheda, che altri presi sulle strisce (era necessario avere il risultato corretto per vedere se la regola funzionava).

È stato bello vedere la loro reazione finale alla verifica della validità dell'ipotesi iniziale: un mix di gioia e soddisfazione per aver risolto un problema diverso dal solito; si sono sentiti bravi ma soprattutto si sono divertiti a fare matematica.

Il resto della scheda è stato completato agevolmente.

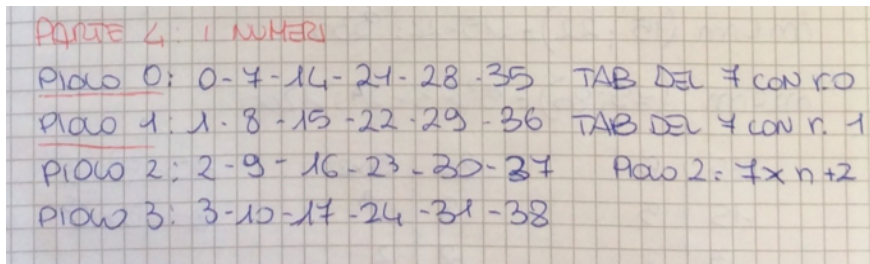
CLASSIFICAZIONE DI NUMERI

Gli altri gruppi hanno avuto delle difficoltà a capire il criterio di classificazione. Per tutti era evidente che sul piolo o c'era la tabellina del 7, ma negli altri?

In molti hanno cercato di trovare la caratteristica in comune sfruttando l'addizione e la sottrazione:

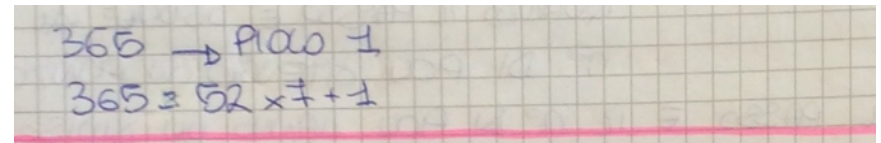
- “In ogni striscia i numeri differiscono di 7”
- “spostandomi in senso orario i numeri aumentano di 1 rispetto a quelli presenti nella striscia precedente”
- “sono tutte tabelline?” (trovata una soluzione si estende la proprietà ad ogni gruppo senza controllare la validità di quanto affermato, tipico atteggiamento del frettoloso e meccanico).

Dopo che ogni gruppo ha condiviso le proprie ipotesi, è stato dato spazio al gruppo che aveva trovato la classificazione corretta.



PARTE 4: I NUMERI

PIOLO 0:	0 - 7 - 14 - 21 - 28 - 35	TAB DEL 7 con r. 0
PIOLO 1:	1 - 8 - 15 - 22 - 29 - 36	TAB DEL 7 con r. 1
PIOLO 2:	2 - 9 - 16 - 23 - 30 - 37	PIOLO 2: $7 \times n + 2$
PIOLO 3:	3 - 10 - 17 - 24 - 31 - 38	


$$365 \rightarrow \text{PIOLO 1}$$
$$365 = 52 \times 7 + 1$$

UNA CONTA PER UN CD: NUOVA ANALISI

È stata ripresa al termine del percorso, la scheda con la seconda attività introduttiva, in cui si chiedeva di descrivere un modo per trovare il numero di tutte le possibili filastrocche che facessero scegliere il genere metal.

CLASSICA – ELETTRONICA – FOLK – ROCK – **METAL** – POP - SKA

È stato semplice trovare il ruolo del resto.

Handwritten mathematical analysis on grid paper:

$$\text{n° BATTUTE FILASTROCCA} = 5 + 7 + 7 + 7 + \dots$$

Diagram illustrating the sequence of beats:

$$\begin{array}{c} \boxed{5+7} \quad 1 \\ \boxed{12} \quad 1 \\ \boxed{19} \quad 1 \end{array}$$

Formula derived:

$$\text{n° BATTUTE FILASTROCCA} = 5 + n \times 7 \quad n = 0, 1, 2$$

Examples (es.):

SE	$n = 0$	$\text{n° BF} = 5 + 0 \times 7 = 5 + 0 = 5$
SE	$n = 1$	$\text{n° BF} = 5 + 1 \times 7 = 5 + 7 = 12$
SE	$n = 3$	$\text{n° BF} = 5 + 3 \times 7 = 5 + 21 = 26$

VERIFICHE DEGLI APPRENDIMENTI

Per la verifica degli apprendimenti è stata data, dopo una settimana dalla conclusione del percorso, una scheda simile all'ultima attività svolta, a cui gli alunni dovevano rispondere individualmente.

Immaginate di utilizzare il geopiano da 12 pioli e su ognuno collocare delle strisce di carta su cui scrivere i numeri, come avete fatto con il geopiano da 7 pioli.

- Su quale piolo è finito il numero 22?
- E il numero 78?
- E il numero 42?
- Il numero 84?
- E il numero 38?
- Il numero 11?
- E se fossimo andati avanti anche oltre il 100, su quale piolo sarebbe finito il numero 365?
- Che caratteristica hanno tutti i numeri che finiscono sul piolo con l'etichetta 0?
- E quelli che finiscono sul piolo 1?

VERIFICHE DEGLI APPRENDIMENTI

A distanza di una ventina di giorni è stato chiesto di risolvere un problema riguardante una situazione periodica, ma posta in maniera diversa rispetto alle schede su cui gli alunni hanno lavorato, in modo da determinare se quanto appreso fosse sedimentato.

Si sta considerando la possibilità di presentare un progetto per decorare i corridoi di una linea metropolitana con un fregio che parte come quello qui sotto e prosegue poi sempre nella stessa maniera.



Ogni disegno ha vicino (sulla destra) un piccolo numero, in questo modo:



Il corridoio è molto lungo e alla fine si contano 8724 simboli.

- 1) In corrispondenza del numero 37 c'è una clessidra, un fiocco di neve o un sole?
- 2) In corrispondenza del numero 1524 c'è una clessidra, un fiocco di neve o un sole?
- 3) Quante clessidre, quanti fiocchi di neve e quanti soli sono disegnati in totale nel fregio che decora la metropolitana?
- 4) Qual è il numero che corrisponde alla 15-esima clessidra?
- 5) Qual è il numero che corrisponde al 712-esimo sole?

RISULTATI OTTENUTI

- ❑ I ragazzi hanno partecipato con entusiasmo e attivamente in questo modo per loro “diverso” di fare matematica
- ❑ Anche chi generalmente si sente “debole” in matematica ha trovato spazio e si è sentito coinvolto
- ❑ La verbalizzazione e la discussione sono risultati importanti per lavorare sul linguaggio (e non solo quello specifico): la verbalizzazione scritta è migliorata durante il percorso
- ❑ Gli alunni hanno capito come può essere utilizzato il resto di una divisione in problemi di vario tipo
- ❑ È stata riscontrata qualche difficoltà nel lavoro a casa, soprattutto da parte degli alunni più meccanici
- ❑ I risultati di questo percorso sono stati evidenti anche quando sono state affrontate le frazioni: le docenti hanno notato una maggiore propensione all’analisi dei numeri utilizzati, alla terminologia (divisore, multiplo) e al calcolo di MCD e mcm in casi particolari (numeri primi fra loro, uno multiplo dell’altro) o più semplici senza ricorrere alla scomposizione in fattori primi.

VALUTAZIONE DELL'EFFICACIA DEL PERCORSO DIDATTICO

Per quanto riguarda gli studenti:

- si sono sentiti protagonisti attivi del loro percorso di apprendimento;
- hanno costruito il proprio sapere;
- hanno comunicato le proprie scoperte;
- hanno interiorizzato le nozioni apprese;
- hanno potuto “mimare” il mestiere del matematico trovandosi davanti a situazioni in cui è stato necessario decidere i criteri con cui classificare i numeri;
- hanno sperimentato che “fare matematica” può essere un’esperienza di grande libertà e creatività”

VALUTAZIONE DELL'EFFICACIA DEL PERCORSO DIDATTICO

Per quanto riguarda i docenti:

- questo è stato il primo percorso in ambito matematico svolto dalle docenti con la metodologia appresa nei laboratori del sapere scientifico e sperimentata prima solo in ambito scientifico. Ci riteniamo soddisfatte dell'esperienza fatta anche se alcuni aspetti devono essere migliorati, in particolare nella gestione dei compiti a casa;
- parte dell'attività è stata svolta in compresenza (quando una docente non aveva lezione raggiungeva l'altra in classe) ed è stato molto importante per garantire ai vari gruppi la giusta attenzione limitando i tempi di pausa dal lavoro per necessità di chiarimenti;
- il lavoro su classi parallele è stato utile per avere un confronto immediato sulle schede utilizzate e sull'attività proposta, ed effettuare le opportune modifiche immediatamente. Inoltre è risultato evidente agli studenti e alle loro famiglie, l'intento dell'Istituto di lavorare con la stessa metodologia.

VALUTAZIONE DELL'EFFICACIA DEL PERCORSO DIDATTICO

Per quanto riguarda i docenti (segue):

- la divisione è un argomento fondamentale al primo anno della scuola secondaria di I grado da affrontare sotto vari aspetti e in modalità differenti; anche al significato del resto deve essere data la giusta attenzione;
- occorre ripensare seriamente agli argomenti che si vogliono affrontare se si vuole seguire una didattica per competenze; da questo punto di vista non ci sono adozioni che aiutano ed il lavoro svolto nei gruppi di ricerca LSS diventa cruciale;
- è necessario che gli insegnanti siano sostenuti da tutte le componenti scolastiche in queste scelte didattiche.