



**Iniziativa realizzata con il contributo della
Regione Toscana nell'ambito del progetto**

Rete Scuole LSS

a.s. 2017/2018

The background features several semi-transparent, colorful spheres in shades of orange, blue, green, and purple. Overlaid on these are thin, glowing lines in various colors (green, yellow, blue, purple) that form elliptical orbits, reminiscent of a stylized atomic model or celestial paths. The overall effect is a vibrant, scientific-themed backdrop.

Relazioni tra grandezze

Il percorso è stato effettuato in:

- Prima Liceo Scientifico
- Seconda Liceo Classico

Collocazione del percorso effettuato nel curricolo verticale

I SCIENTIFICO

Il percorso è stato portato avanti circa a metà secondo quadrimestre, dopo aver svolto l'argomento RELAZIONI e aver introdotto teoricamente il concetto funzione; parallelamente all'introduzione del calcolo algebrico (monomi e polinomi)

Il percorso ha volutamente preceduto l'argomento EQUAZIONI e DISEQUAZIONI (primo grado)

II CLASSICO

Prima di iniziare il percorso è stata introdotta la retta e la sua rappresentazione nel piano cartesiano, quindi le grandezze direttamente proporzionali e quelle linearmente dipendenti

Obiettivi essenziali di apprendimento

Dalle indicazioni Nazionali

LICEO CLASSICO E SCIENTIFICO (primo biennio)

Matematica – Relazioni e funzioni

- ✓ Costruire semplici rappresentazioni di fenomeni, come primo passo all'introduzione del concetto di modello matematico utilizzando il linguaggio delle funzioni
- ✓ Descrivere un problema con una funzione e, di conseguenza con un'equazione, una disequazione o un sistema di equazioni o disequazioni
- ✓ Ottenere informazioni e ricavare le soluzioni di un modello matematico di fenomeni, anche in contesti di ricerca operativa.
- ✓ Rappresentazione funzioni (del tipo $f(x) = ax + b$, $f(x) = ax^2$ ma non solo) nel piano cartesiano così da acquisire i concetti di soluzione delle equazioni in una incognita, delle disequazioni associate e dei sistemi di equazioni in due incognite, nonché le tecniche per la loro risoluzione grafica e algebrica.
- ✓ Studiare semplici funzioni sia in un contesto strettamente matematico sia per rappresentare soluzione di problemi applicativi.
- ✓ Apprendere gli elementi della teoria della proporzionalità diretta e inversa (il contemporaneo studio della fisica o delle scienze offrirà esempi di funzioni che saranno oggetto di una specifica trattazione matematica, e i risultati di questa trattazione serviranno ad approfondire la comprensione dei fenomeni fisici e delle relative teorie)
- ✓ Passare agevolmente da un registro di rappresentazione a un altro

Approccio metodologico

L'approccio metodologico, in accordo con lo spirito fondante i Laboratori del Sapere Scientifico, è stato prettamente di **tipo induttivo**: agli alunni sono stati introdotti teoricamente solo alcuni concetti fondamentali, propedeutici alla comprensione e alla rielaborazione dell'attività sperimentale (concetto di funzione, dominio e codominio, rappresentazione cartesiana di coppie ordinate; retta e sua rappresentazione nella seconda)

Successivamente sono state proposte una serie di **attività sperimentali, svolte in laboratorio di fisica e di scienze**: il denominatore comune è stata la raccolta dati di esperimenti riconducibili a semplici leggi matematiche, con l'intento di far

Materiali apparecchi e strumenti

Sono stati utilizzati:

- Materiali: quaderno, penna, carta millimetrata, riga.
- Apparecchi: Lim, computer, programmi di rappresentazione grafica (geogebra, calcolatrice grafica)
- Strumenti:
 - Strumenti di misura
 - Dispositivo Legge di Hooke
 - Dispositivo equilibrio al momento
 - Piano inclinato

Ambienti in cui è stato sviluppato il percorso

Laboratorio di fisica



Laboratorio di scienze/chimica



Aule

Tempo impiegato

I tempi connessi alla progettazione e allo svolgimento del percorso sono brevemente riassunti di seguito:

- Messa a punto preliminare nel Gruppo LSS: 6 ore
- Progettazione specifica e dettagliata nelle sezioni o classi: 2 ore
- Tempo-scuola di sviluppo del percorso: 6 ore
- Documentazione: circa 1 mese

Altre informazioni

Il gruppo LSS dell'istituto è costituito da insegnanti di scienze e chimica, matematica, matematica e fisica dell'IIS Carducci (Licei Classico, Scientifico, Scienze Umane e Artistico)

Nonostante il percorso sia stato proposto solo in alcune classi del biennio dei Licei Classico e Scientifico tutti gli insegnanti hanno collaborato alla progettazione didattica e alla valutazione

The background features a central cluster of five overlapping spheres in shades of orange, green, blue, and purple. Surrounding these spheres are several thick, translucent, multi-colored loops that resemble stylized orbits or ribbons, creating a dynamic and abstract composition. The overall color palette is soft and pastel-like.

**Percorso realizzato in
seconda Liceo Classico**

Massa e volume

Prima di proporre l'esperienza qualche stima..

Quale sarà l'ordine di grandezza della massa e quale quello del volume per

*Gli oggetti in questione sono
ogni singolo oggetto?
chiodini di alluminio e piccoli
frammenti di zinco con massa di
qualche decimo di grammo e
volume alcune decine di mm^3 gli
uni e centinaia gli altri.*

Alcune risposte:

massa Al = 1 g
volume Al = 1 cm³

massa Zn = 2 g
volume Zn = 0,5 cm³

chiodino (Al): $m = 1/2$ g $V = 5$ mm³

sassolino (Zn): $m = 0,5/1$ g $V = 3$ mm³

massa Al = 1,5 g Volume Al = 2 mm³
massa Zn = 3 g Volume Zn = 1 mm³

Per quanto riguarda la massa le risposte sono abbastanza uniformi, mentre per il volume le stime variano addirittura da qualche mm³ a qualche migliaio di mm³

...qualche riflessione...

Quale strumento useresti per misurare la massa e quale per il volume?

per la massa = bilancia
per il volume = mettendo l'oggetto in un recipiente pieno d'acqua e misurando l'innalzamento.

per la massa = bilancia (elettrica)
per il volume = non saprei

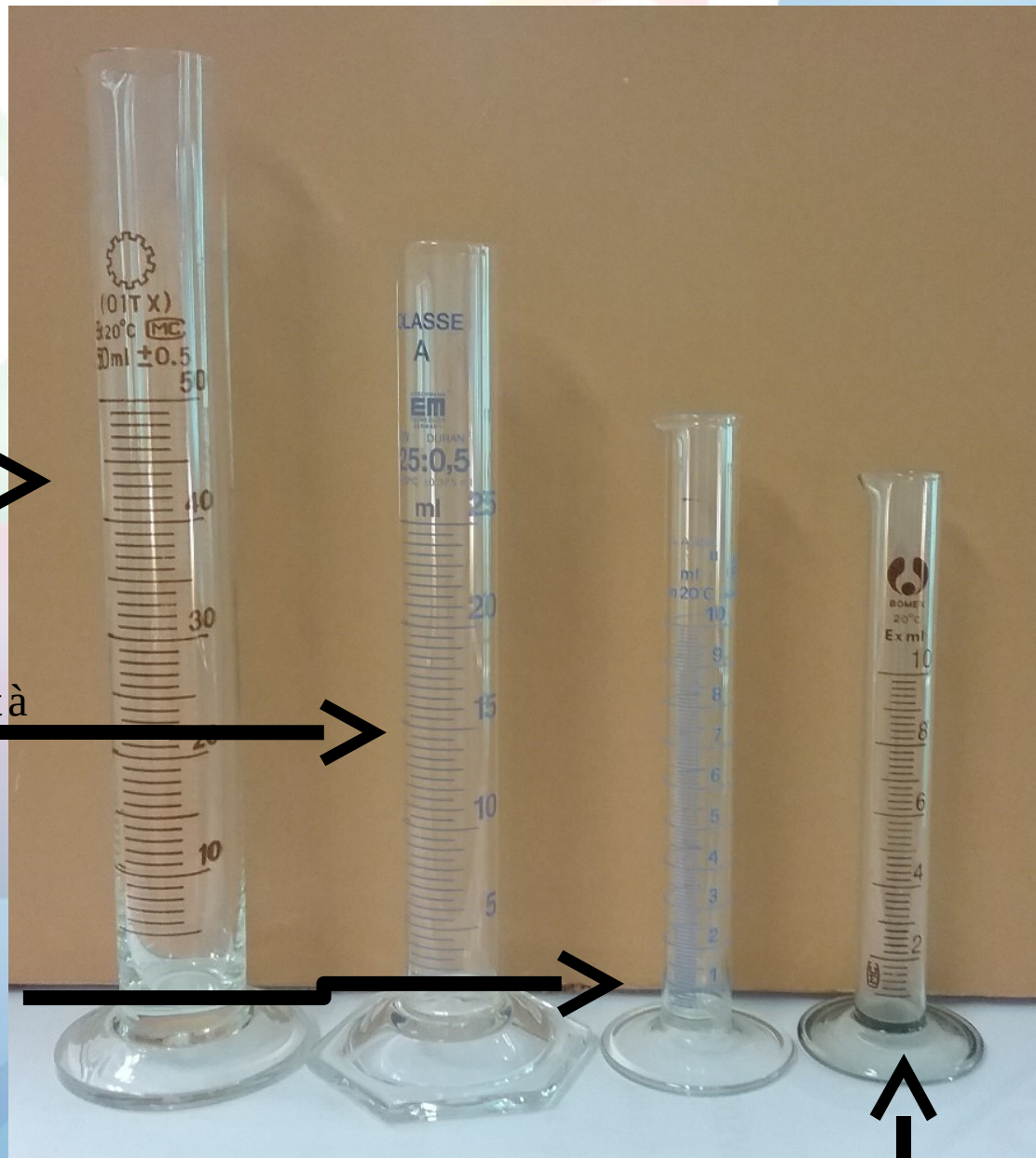
massa	→	bilancia
volume	→	non saprei

Tra questi
cilindri quale
utilizzeresti
per misurare il
volume?

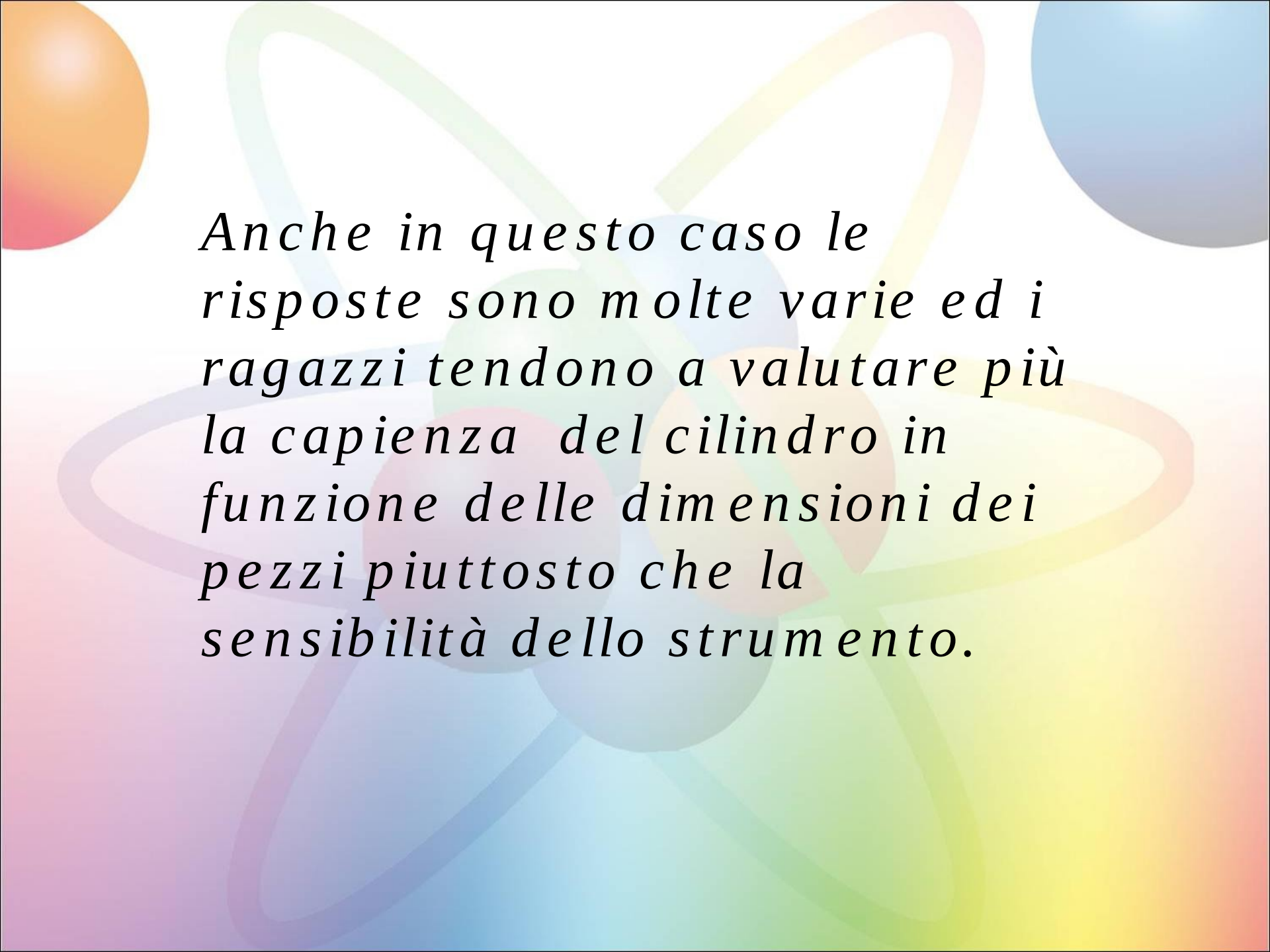
portata 50 ml
sensibilità 1 ml

portata 25 ml sensibilità
0,5 ml

portata 10 ml
sensibilità 0,1 ml



portata 10 ml sensibilità 0,2 ml

The background features a soft, abstract design with several overlapping circles in shades of orange, blue, and purple. Interwoven with these circles are thick, flowing lines in a rainbow gradient (green, yellow, orange, red, purple) that form a complex, organic pattern. The overall effect is a vibrant, artistic backdrop for the text.

*Anche in questo caso le
risposte sono molte varie ed i
ragazzi tendono a valutare più
la capienza del cilindro in
funzione delle dimensioni dei
pezzi piuttosto che la
sensibilità dello strumento.*

...infine alcune previsioni.

Quale tipo di relazione legherà le due

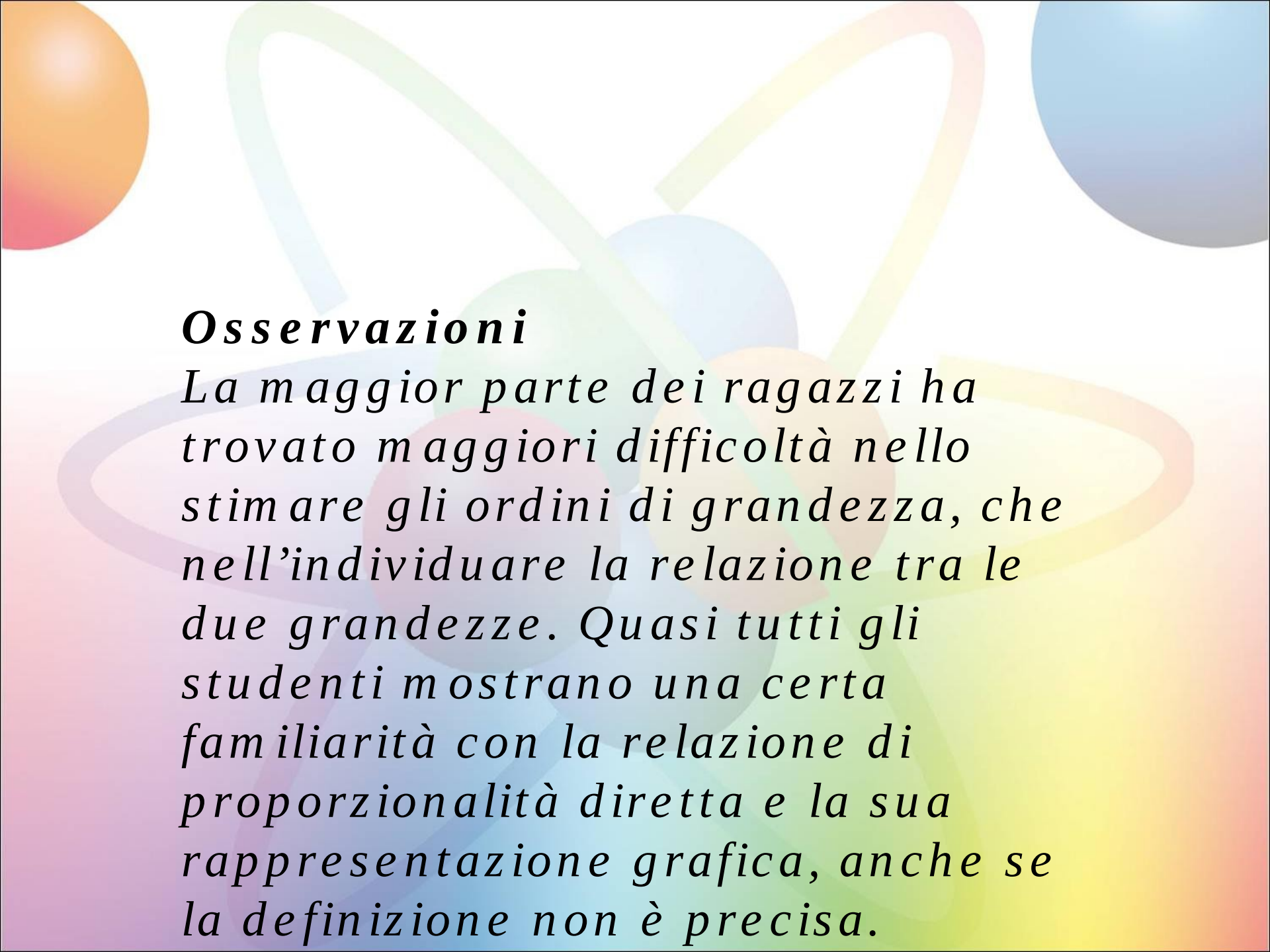
Δ DIRETTAMENTE PROPORZIONALE (all'aumentare di una
aumenta anche l'altra)

Mia relazione di proporzionalità diretta

Riportando i valori su un piano
cartesiano, come risulteranno
posizionati?

non saprei

Saranno posizionati in linea retta passante per l'origine

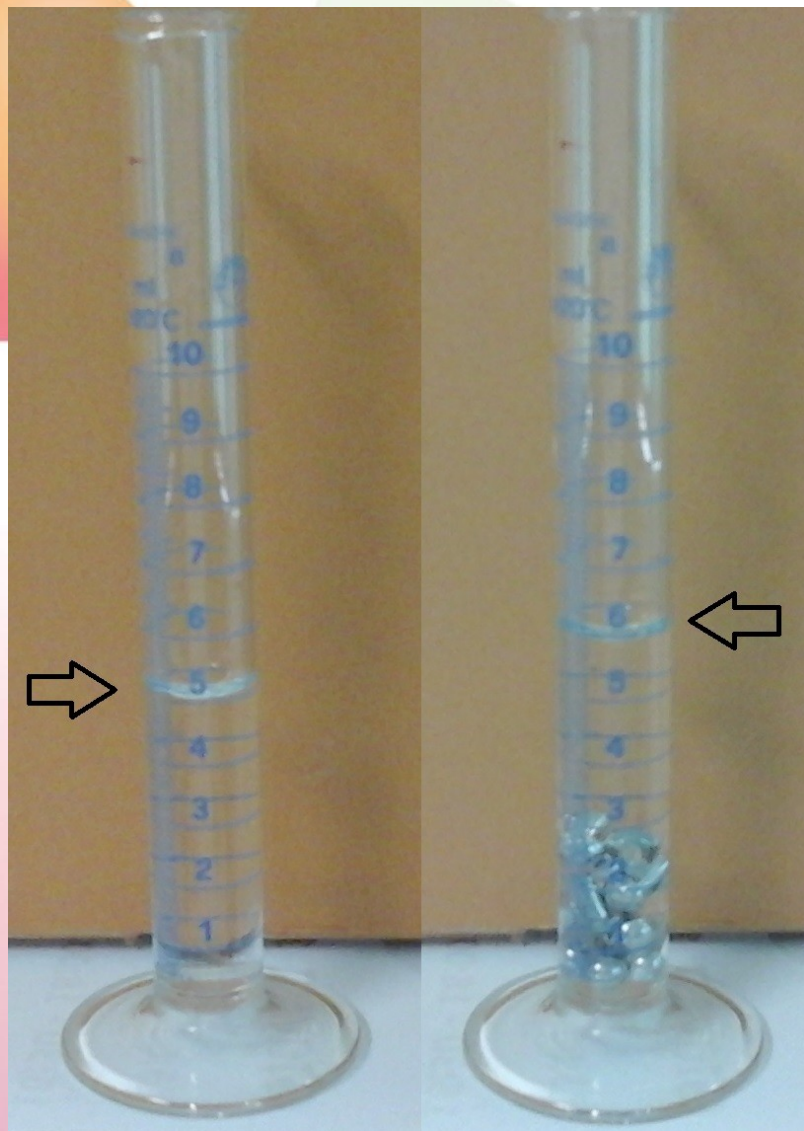
The background of the slide features several large, semi-transparent circles in shades of orange, blue, green, and yellow. Overlaid on these are thick, curved lines in similar colors, creating a sense of movement and depth. The overall aesthetic is modern and artistic.

Osservazioni

La maggior parte dei ragazzi ha trovato maggiori difficoltà nello stimare gli ordini di grandezza, che nell'individuare la relazione tra le due grandezze. Quasi tutti gli studenti mostrano una certa familiarità con la relazione di proporzionalità diretta e la sua rappresentazione grafica, anche se la definizione non è precisa.

In laboratorio di scienze

- ✓ La classe viene divisa in piccoli gruppi
- ✓ Ogni gruppo ha a disposizione l'occorrente per la misurazione di massa e volume dei campioni di alluminio, zinco e acqua ed una tabella, con valori di riferimento, per annotare i valori rilevati:



Relazione tra Massa e Volume

Solidi

Materiale	Massa g.		Volume cm. ³	M / V g./ cm. ³
Alluminio	2	2,1	0,8	$\frac{2,1}{0,8} = 2,625 \text{ g/cm}^3$
	3	3,2	1,6	$\frac{3,2}{1,6} = 2 \text{ g/cm}^3$
	4	4,3	2,1	$\frac{4,3}{2,1} = 2,05 \text{ g/cm}^3$
	5	5,4	2,5	$\frac{5,4}{2,5} = 2,16 \text{ g/cm}^3$
	6	6,3	3	$\frac{6,3}{3} = 2,1 \text{ g/cm}^3$
Zinco	5	5,1	0,7	$\frac{5,1}{0,7} = 7,3 \text{ g/cm}^3$
	6	6,1	0,9	$\frac{6,1}{0,9} = 6,8 \text{ g/cm}^3$
	7	7,1	1,1	$\frac{7,1}{1,1} = 6,45 \text{ g/cm}^3$
	8	8,1	1,2	$\frac{8,1}{1,2} = 6,75 \text{ g/cm}^3$
	9	9,2	1,4	$\frac{9,2}{1,4} = 6,6 \text{ g/cm}^3$

Liquidi

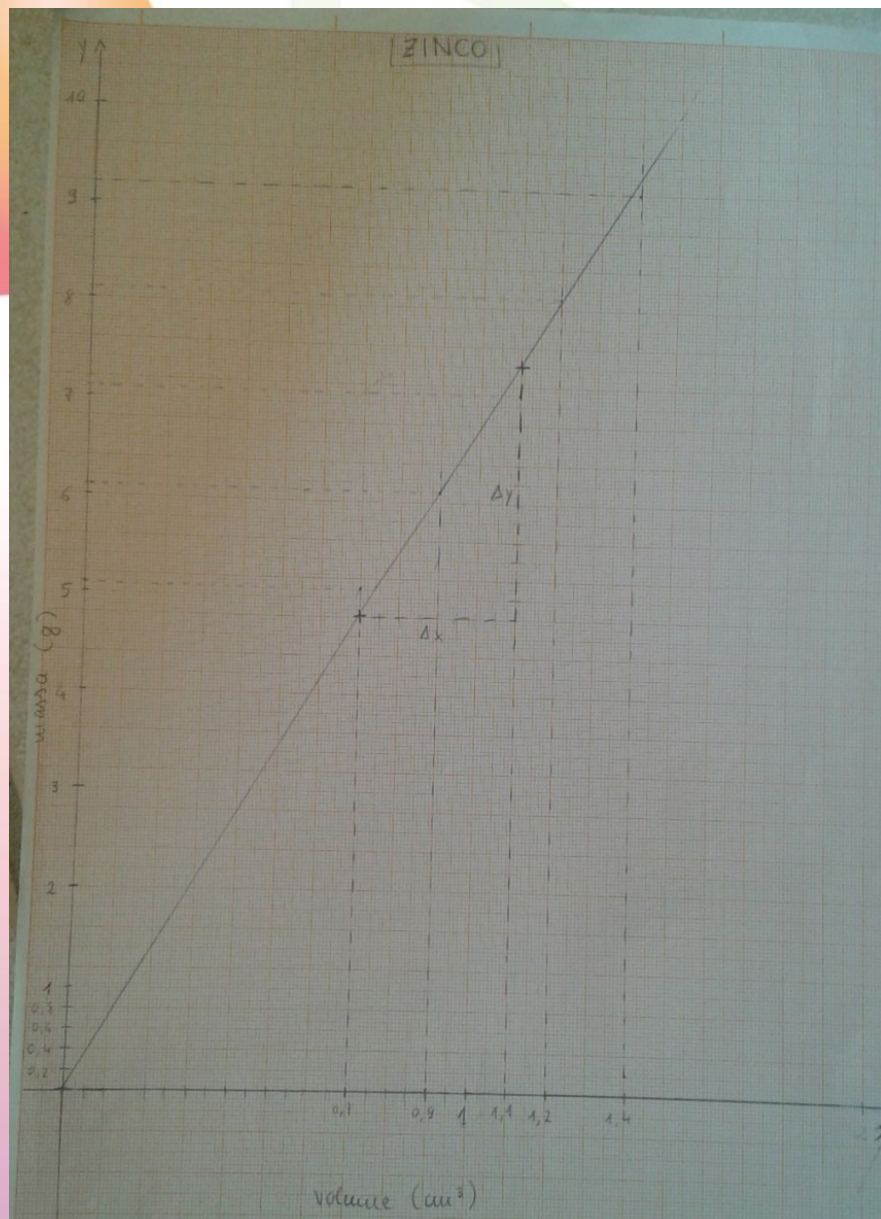
Materiale	Massa g.	Volume cm. ³	M / V g./ cm. ³
Acqua	19,6	20	$\frac{19,6}{20} = 0,98$
	29,5	30	$\frac{29,5}{30} = 0,98$
	39,2	40	$\frac{39,2}{40} = 0,98$
	49,5	50	$\frac{49,5}{50} = 0,99$
	59,3	60	$\frac{59,3}{60} = 0,99$
		20	

Esempio
di scheda
già
compilata

Per facilitare il
compito
successivo
viene richiesto
anche di
calcolare la
grandezza
massa /volume

Rielaborazione dei dati

- ✓ Riportando massa in ordinata e volume in ascissa, scegliendo opportune unità di misura per ciascuna grandezza, si rappresentano su un foglio di carta millimetrata i valori ottenuti.
- ✓ Si disegna la retta interpolatrice.
- ✓ Se ne calcola il coefficiente angolare.



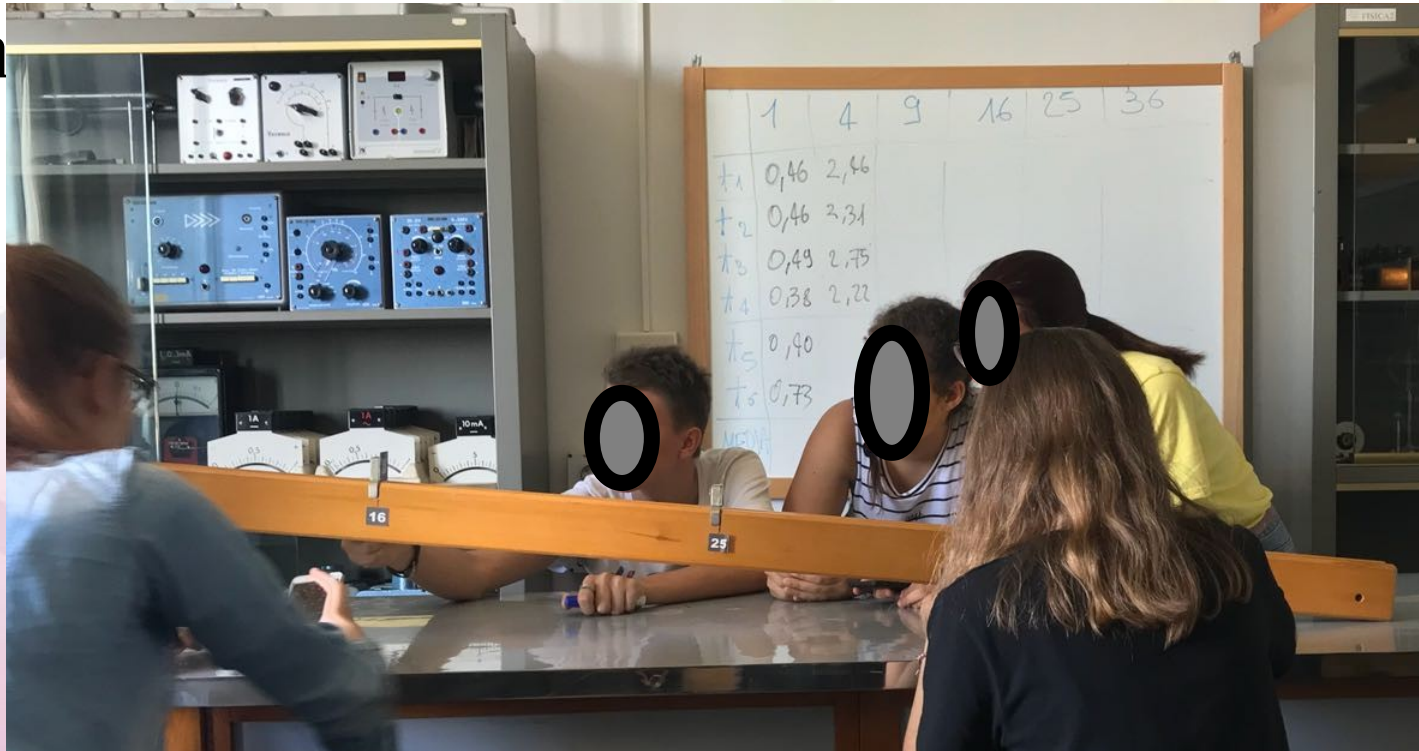
Il coefficiente angolare con relativa unità di misura è facilmente associato alla grandezza *densità* e confrontato con i singoli rapporti già calcolati nella scheda di laboratorio.

Approccio induttivo ad altre semplici relazioni

Agli studenti viene richiesto di individuare la relazione che lega massa e distanza dal vincolo nell'equilibrio di un'asta



..e quale relazione lega spazio e tempo
nella discesa di una sferetta lungo un
piano



*La richiesta non è semplice ma alcuni
traguardi significativi lungo il piano
inclinato forniscono un indizio
importante*

Per la prima esperienza i chiodi a cui appendere i pesi sono equidistanziati ed i pesi forniti sono tutti uguali, non è difficile ottenere l'equilibrio.

Un po' di confusione nel capire la relazione braccio - peso avendo due bracci e due pesi. (Meglio fissare una distanza e un peso da una parte e lasciar lavorare i ragazzi dall'altra)

(braccio) a peso	(braccio) b - peso
3 - 5	5 - 3
5 - 3	5 - 3
10 - 2	5 - 4
8 - 2	4 - 4
6 - 2	3 - 4
4 - 2	2 - 4
2, 2	1 - 4
8, 2	2, 8

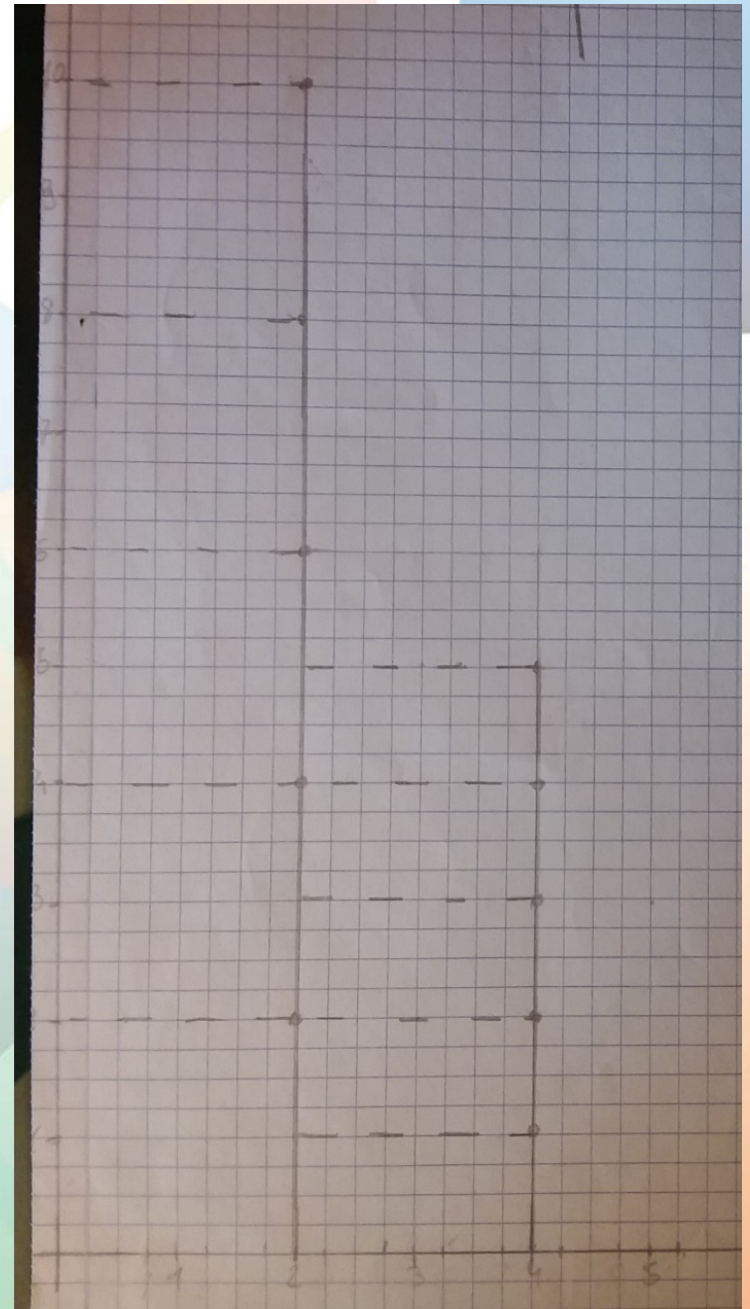
Comunque le idee non tardano ad arrivare..

$xy = K$

frutta	dell'orango	peso	dell'orango
3	5	10	2
5	3	2	10
15	1	5	4
1	15	4	5

Inoltre sulla relazione di proporzionalità inversa generalmente si lavora anche alla scuola media

..e poi il grafico.



Per la seconda esperienza dai dati non si riesce ad intui

ESPERIENZA IN LABORATORIO
(RELAZIONI TRA GRANDEZZE)

ORDINATA (Y)
spazio = 5 cm (quadrato)
(rettangolino)

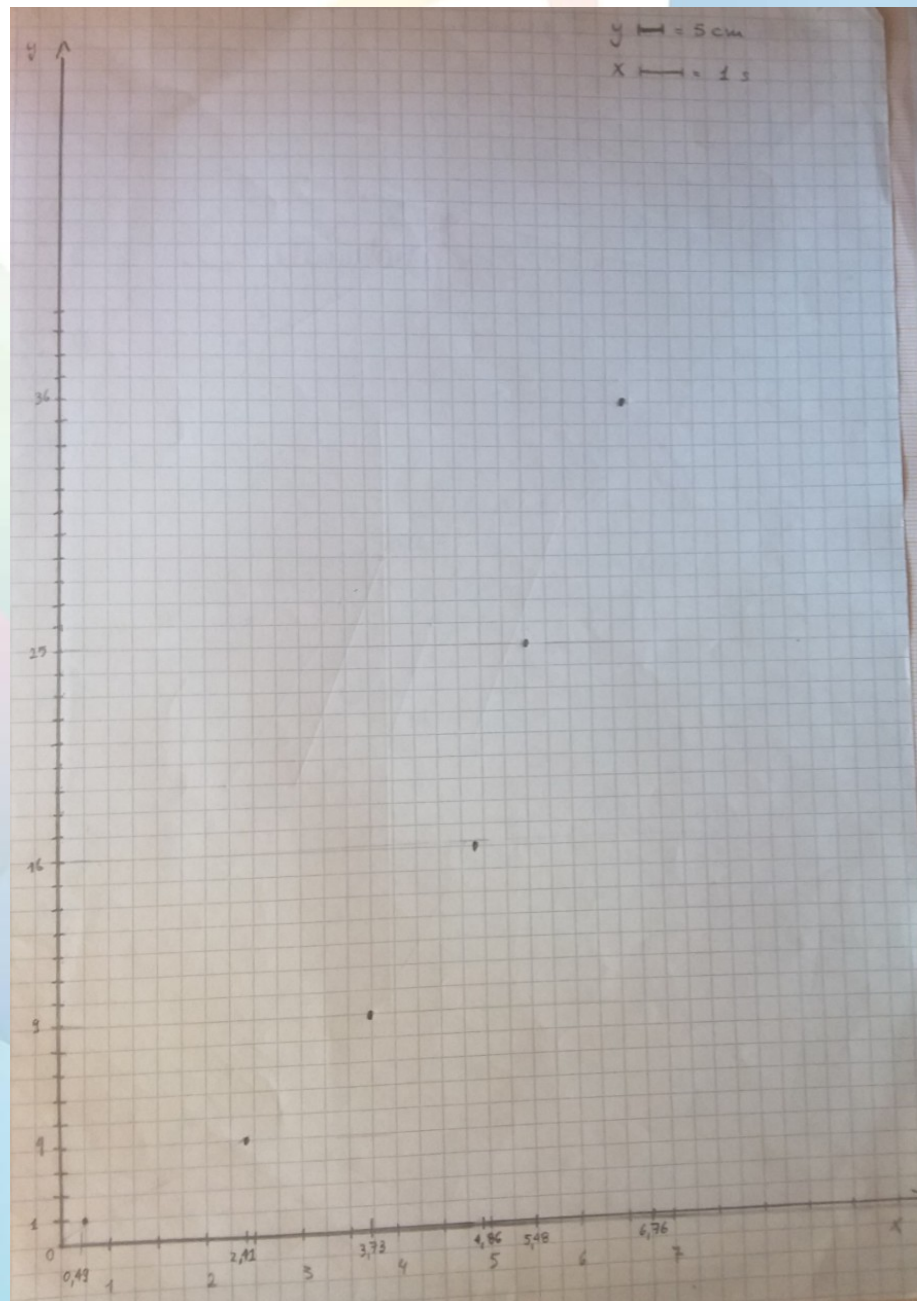
ASCISSA (X)
tempo = s

PALLINA GRANDE

	1	4	9	16	25	36
1	0,46	2,46	4,18	5,18	5,66	6,76
2	0,46	2,31	3,82	5,03	5,42	6,78
3	0,49	2,75	3,55	4,83	5,62	6,82
4	0,38	2,22	3,63	4,82	5,45	7,07
5	0,40	2,36	3,79	4,97	5,30	6,73
6	0,73	2,36	3,39	4,35	5,45	6,20
M	0,49	2,41	3,73	4,86	5,48	6,76

Proviamo col grafico

La curva non è nota ed evidentemente c'è qualcosa che non va nella penultima serie di misure ed anche la prima e l'ultima non risulteranno molto accurate.

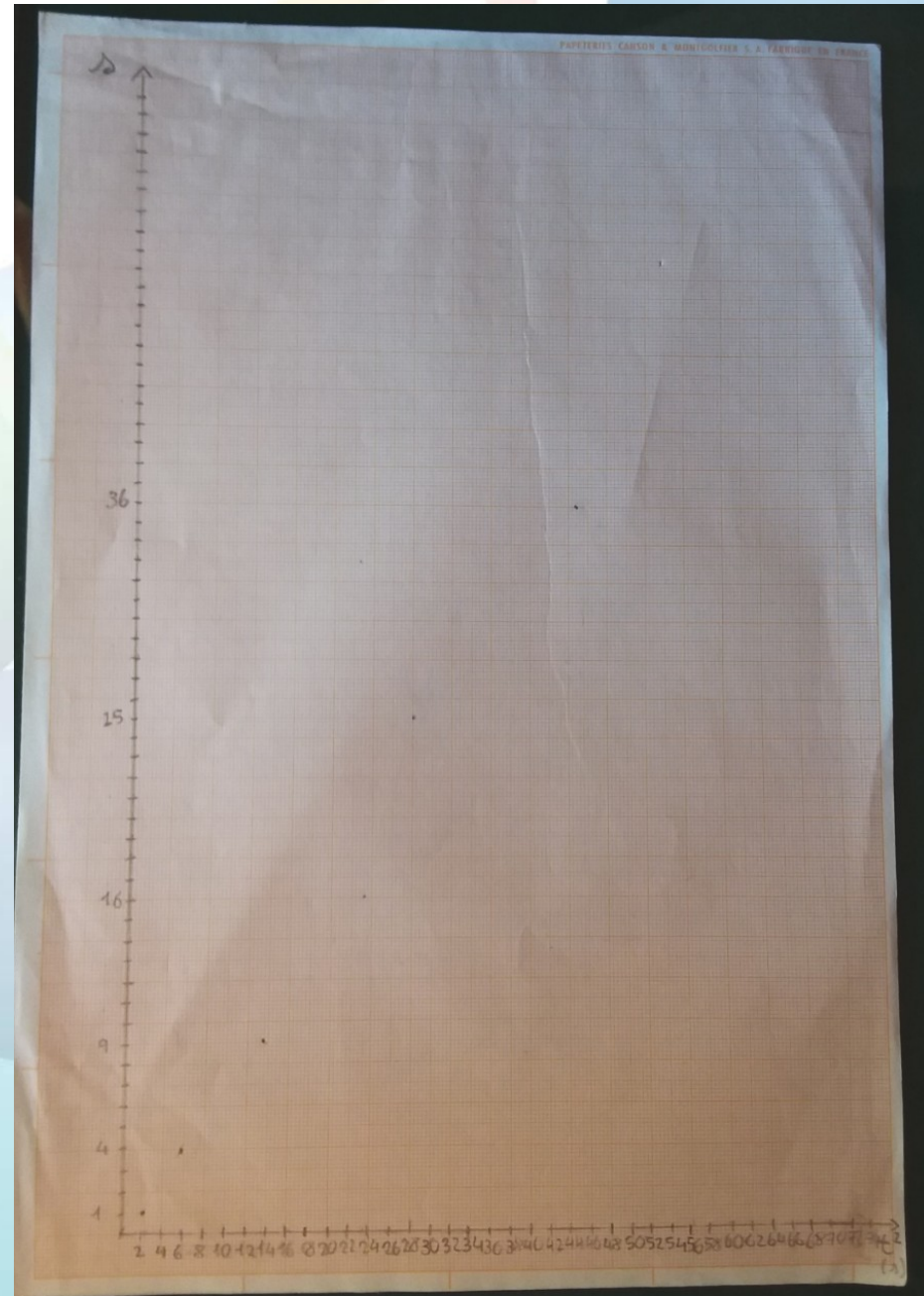


Proviamo coi valori...

x^2	0,2401	5,8081	13,9129	23,6196	30,0304	45,6976
x	0,49	2,41	3,73	4,86	5,48	6,76
y	1	4	9	16	25	36
y/x	2,040816	1,659751	2,412869	3,292181	4,562044	5,325444
y/x^2	4,164931	0,688693	0,646882	0,677404	0,83249	0,787788

Nonostante le misure non siano state effettuate in maniera accurata si osserva una certa regolarità nei valori di y/x ; infine con y/x^2 almeno alcuni valori sembrano coincidere.

Grafico di s in
funzione di t^2



Come procedere all'analisi dei dati

Una delle peculiarità della proporzionalità diretta che i ragazzi ricordano meglio è senz'altro “all'aumentare di una grandezza aumenta anche l'altra” (Vedi diapositiva 16). Quindi a partire da questa affermazione, sottolineando che non ne è una definizione, abbiamo costruito un primo schema per l'analisi di dati

All'aumentare
dell'una
aumenta anche
l'altra

Potrebbe essere
proporzionalità
diretta o
quadratica

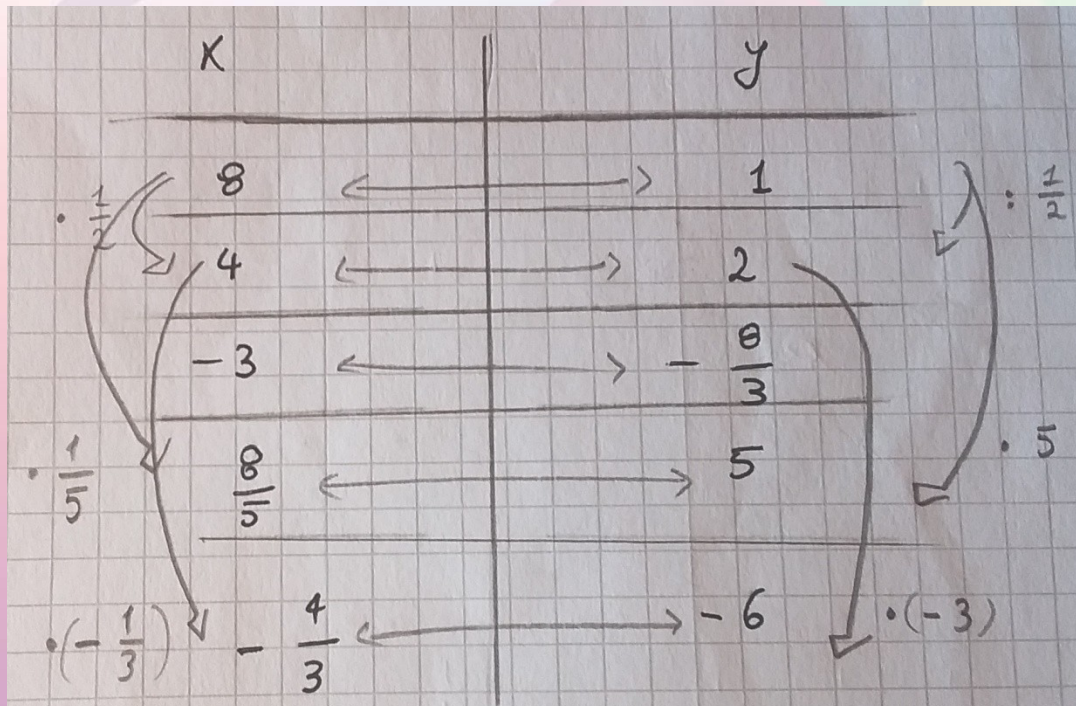
All'aumentare
dell'una l'altra
diminuisce

Potrebbe essere
inversa

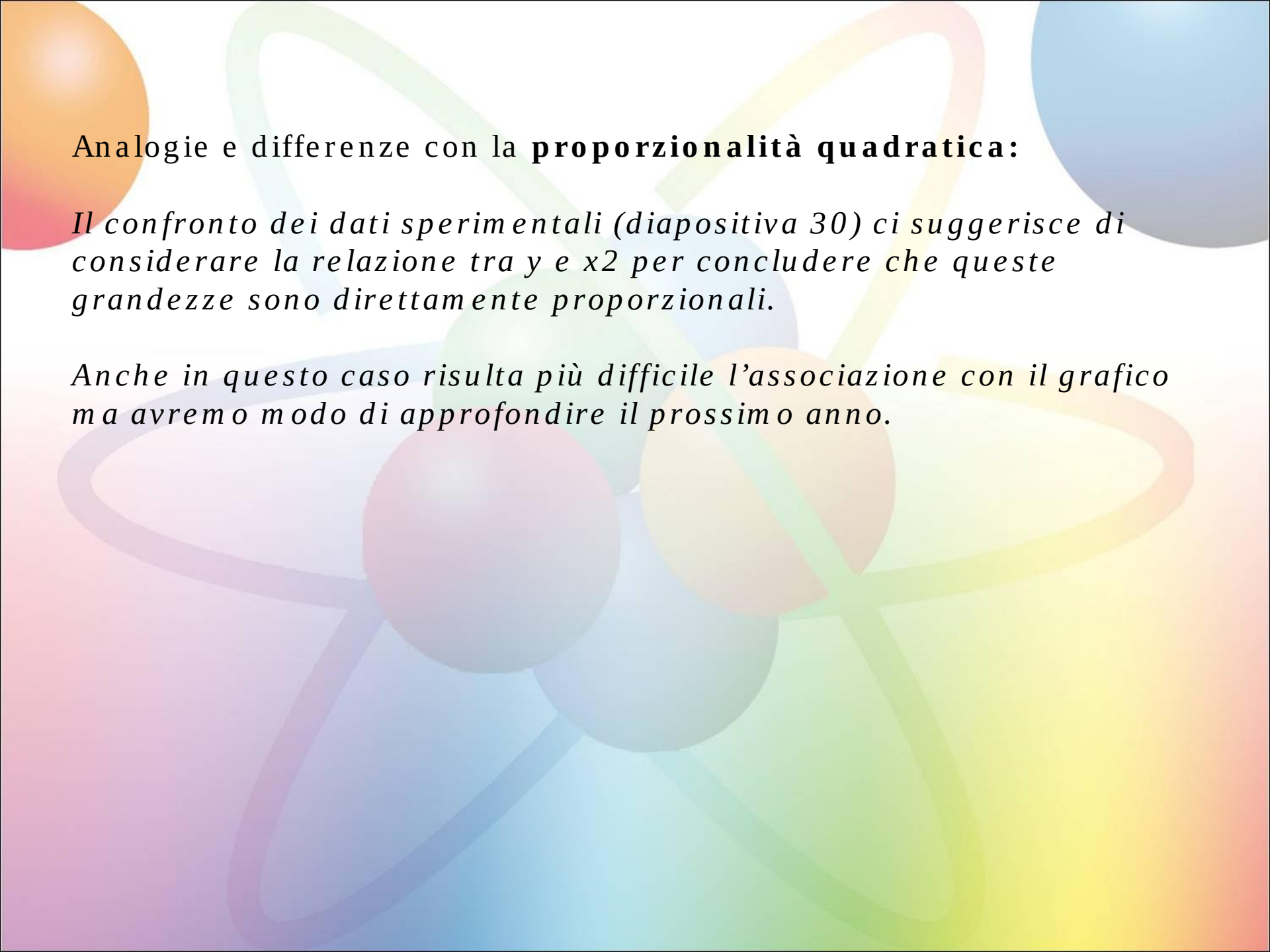
Naturalmente scegliendo solo tra queste tre tipologie di relazione

Nello studio della retta e delle sue caratteristiche avevamo osservato che se due grandezze sono direttamente proporzionali raddoppiando, triplicando ecc. l'una anche l'altra raddoppia, triplica e così via, sottolineando che ciò vale anche se moltiplico per un coefficiente razionale. La relazione algebrica la possiamo esprimere con $y = kx$ e la rappresentazione grafica è una retta per l'origine.

Ricerchiamo analogie e differenze con la **proporzionalità inversa**:



L'equazione è stata una delle prime osservazioni, mentre il grafico non è così immediato.

The background of the slide features a series of overlapping, semi-transparent circles in various colors including orange, blue, green, and purple. These circles are interconnected by thick, flowing lines that create a sense of movement and depth, resembling a stylized atomic model or a complex network diagram. The overall aesthetic is modern and scientific.

Analogie e differenze con la **proporzionalità quadratica**:

Il confronto dei dati sperimentali (diapositiva 30) ci suggerisce di considerare la relazione tra y e x^2 per concludere che queste grandezze sono direttamente proporzionali.

Anche in questo caso risulta più difficile l'associazione con il grafico ma avremo modo di approfondire il prossimo anno.

The background features a central cluster of five overlapping spheres in shades of orange, green, blue, and purple. Surrounding these spheres are several thick, translucent, curved lines in matching colors, creating a sense of motion or orbits. The overall color palette is soft and pastel, with a gradient background transitioning from light pink on the left to light yellow on the right.

**Percorso realizzato in
prima Liceo Scientifico**

Senza fornire particolari spiegazioni ho proposto ai ragazzi di andare a fare alcune misure in laboratorio di fisica.

Sono rimasti stupiti, «Prof ma com'è che ci porta in laboratorio, glielo ha chiesto il prof. di Fisica?» è stata la domanda che alcuni mi hanno fatto, io ho risposto che **loro stessi si sarebbero dati una risposta a breve, questo ha creato molta curiosità e probabilmente molte aspettative.**

Quindi mi hanno chiesto quali esperimenti avremmo visto, ho risposto che avremmo fatto la verifica sperimentale della Legge



In laboratorio

L'esperimento è stato proposto agli studenti (già abituati alla pratica di laboratorio) **senza alcun tipo di spiegazione e senza enunciare la legge di Hooke**, il tecnico ha solo descritto brevemente l'apparato sperimentale.

Prima che potessero iniziare le misure ho chiesto loro cosa si aspettavano che succedesse alla molla (appesa verticalmente al supporto) nel caso vi appendessi dei pesi.

Come mi aspettavo tutti (e hanno il vizio di farlo all'unisono!) hanno risposto che la molla si sarebbe allungata, ho quindi chiesto di quanto, molti hanno risposto «l'allungamento dipenderà dal peso» ... Ho fatto notare che **dire «dipende da» equivale a dire «è funzione di»**.

Lorenzo allora ha detto: «Ecco perché ci



Legge di Hooke

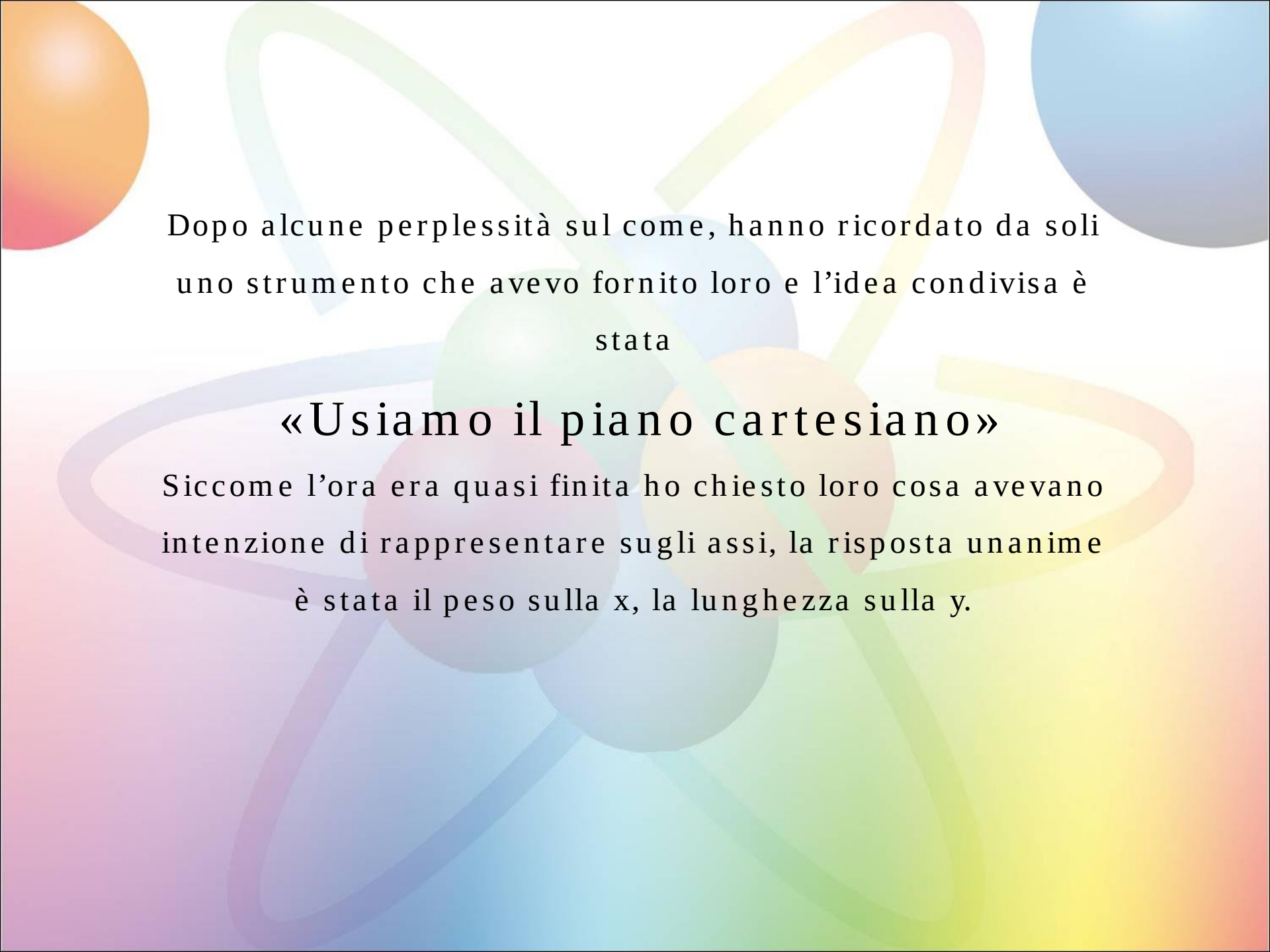
Successivamente ho messo al lavoro gli studenti, divisi in gruppi; ad ogni gruppo, sono state consegnate 3 molle (caratterizzate da diverse costanti elastiche), una serie di pesi ed una riga graduata. Ho chiesto che prendessero nota dei pesi e della lunghezza della molla in tutte le configurazioni considerate

Prese le misure i ragazzi hanno constatato che effettivamente **«la molla si allunga tanto di più quanto maggiore è il peso utilizzato»**, allora io ho detto **«Ok, avete ragione, ma sareste in grado di descrivere come? O perlomeno avete un'idea di come scoprirlo?»**.

Alcuni ragazzi hanno buttato là che poteva trattarsi di proporzionalità diretta (io non gliene avevo volutamente parlato), tutti sembravano

Una discussione interessante

- ✓ **Valentina:** «Se ho due grandezze direttamente proporzionali all'aumentare di una aumenta anche l'altra»
- ✓ **Miri:** «Non è vero, la mia età e la mia altezza non sono direttamente proporzionali anche se aumentano tutte e due» («la seconda mica tanto», ha detto qualcuno per scherzo!!!)
- ✓ **Francesco:** «Ha ragione Miri, se la prima grandezza raddoppia deve farlo anche la seconda, se la prima triplica allora triplica anche la seconda»
- ✓ **Valentina:** «E io cosa ho detto?»
- ✓ **Marta:** «Vale ascolta: aumentare non è la stessa cosa che raddoppiare! E da queste misure non mi sembra che sia proporzionalità diretta»
- ✓ **Chiara:** «**Perché non si prova a disegnare la funzione?**»

The background features a vibrant, abstract design. It includes several large, semi-transparent circles in shades of orange, blue, green, and purple. Overlaid on these are thick, flowing lines in similar colors that create a sense of movement and depth. The overall effect is a soft, artistic backdrop for the text.

Dopo alcune perplessità sul come, hanno ricordato da soli
uno strumento che avevo fornito loro e l'idea condivisa è
stata

«Usiamo il piano cartesiano»

Siccome l'ora era quasi finita ho chiesto loro cosa avevano
intenzione di rappresentare sugli assi, la risposta unanime
è stata il peso sulla x , la lunghezza sulla y .

Lezione per casa

Ho chiesto di fare questo come compito ed ho fornito le seguenti indicazioni:

- ✓ rappresentare sullo stesso piano cartesiano le misure ottenute per tutte e tre le molle
- ✓ Il piano cartesiano deve avere le dimensioni di una pagina di quaderno

Ho chiesto inoltre di fare una seconda rappresentazione, con le stesse caratteristiche della prima, in cui venisse riportato sulle ordinate l'allungamento della molla (differenza tra la lunghezza misurata e la lunghezza a riposo) in modo che riuscissero a ritrovare in essa la proporzionalità diretta che avevano

Imprevisti

In tutta sincerità non mi aspettavo che un compito di questo tipo potesse mettere in difficoltà i ragazzi invece le rappresentazioni con le particolari caratteristiche richieste hanno provocato non pochi problemi alla maggior parte degli studenti.

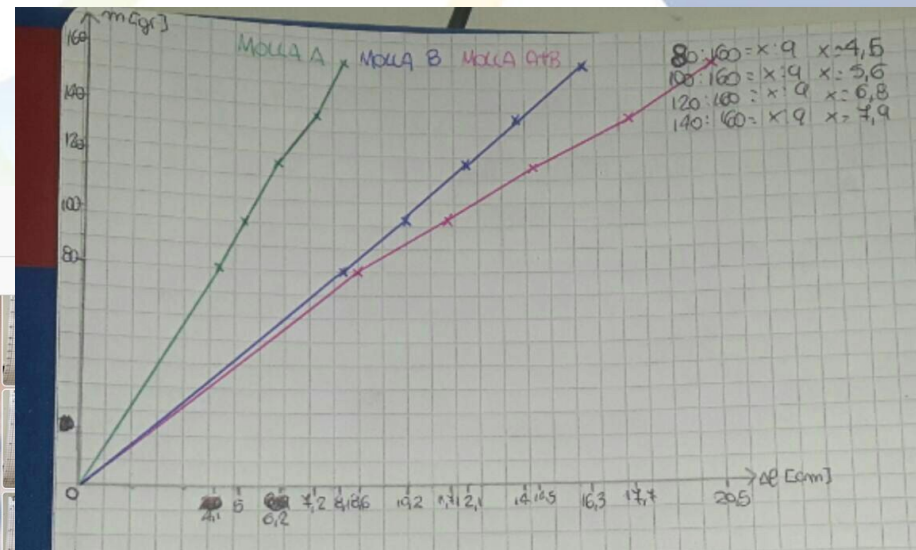
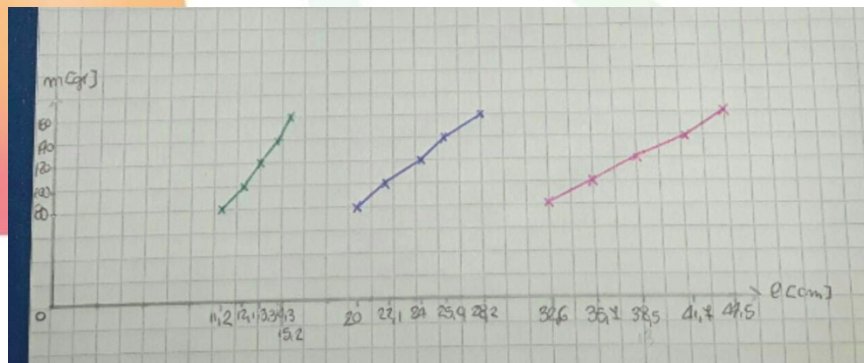
Nonostante ognuno di loro fosse in grado di compiere una rappresentazione cartesiana corretta, i dati provenienti dalle misure hanno evidenziato difficoltà:

- ✓ a localizzare tali valori sugli assi cartesiani
- ✓ a scegliere un'adeguata scala di rappresentazione fissata la lunghezza degli assi.

... loro analisi...

Essendo in contatto con gli studenti tramite un gruppo telegram e avendo ricevuto diverse richieste di chiarimenti (relative proprio alla rappresentazione) ho capito che c'erano dei problemi diffusi, **ho quindi chiesto ai ragazzi di anticiparmi (tramite invio delle immagini) i loro compiti per casa così da ottimizzare la successiva lezione**. I loro invii hanno confermato i miei sospetti:

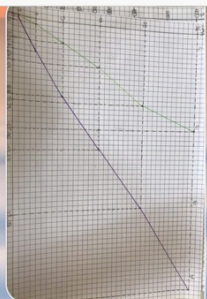
- ✓ Molti avevano svolto una rappresentazione ridotta in modo da aggirare il problema ed avevano separato dati diversi su diagrammi diversi
- ✓ Altri avevano localizzato in maniera errata i valori sugli assi cartesiani evidenziando
 - Problemi a localizzare valori correttamente sul singolo asse (distanza dall'origine non direttamente proporzionale al valore)
 - Utilizzo della stessa scala su entrambi gli assi (in pochi)



CHAT E CONTATTI



Matilde Cantini



Scusi prof se non glieli ho inviati prima ma sono tornata a casa ora

12:04

Le scale sono sbagliate modificato 12:08 ✓

Come posso aggiustarle? 12:30

Bisogna che tu imposti bene le proporzioni, io ho controllato la prima delle immagini che mi hai mandato e sull'asse x ci sono dei valori che non si trovano nella posizione giusta 13:15 ✓

Per esempio: tra 3,03 e 5,95 ci sono 4 quadretti che corrispondono a $5,95 - 3,03 = 2,92$
Anche tra 19,23 e 15,76 ci sono 4 quadretti che corrispondono a $19,23 - 15,79 = 3,44$



Contatti



Chiamate



Chat



Impostazioni



Messaggio



... e gestione

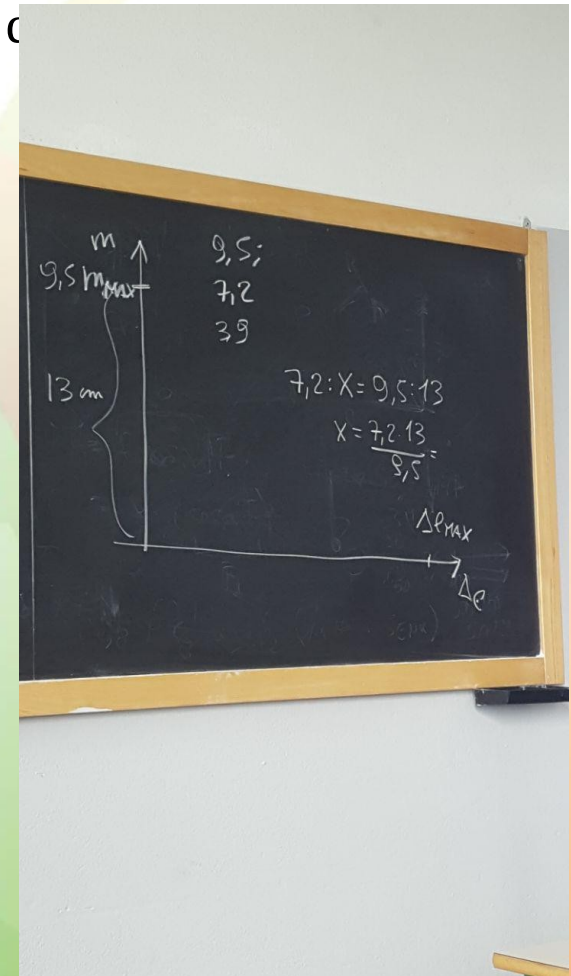
Ho quindi ritenuto opportuno svolgere un'esercitazione incentrata su come affrontare la rappresentazione cartesiana di dati con queste caratteristiche (questo mi ha fatto molto riflettere sulla necessità di non limitarsi a lavorare con valori interi e/o con valori riconducibili al numero di quadretti di una pagina in modo da superare l'automatismo tipico degli studenti c

Per mettere gli studenti nelle condizioni di gestire in un quadretto un'unità) contesto qualsiasi il piano cartesiano ho deciso di farli lavorare con le proporzioni nella seguente maniera:

- ✓ Misurare la lunghezza dell'asse (p_{max}) (in cm o in quadretti)
- ✓ Associare alla lunghezza massima la misura massima (m_{max}) (tra le misure delle tre serie in modo da garantire la rappresentabilità di tutti i dati raccolti)
- ✓ Trovare la posizione (p_i) delle altre misure (m_i) con la proporzione

$$p_i : m_i = p_{max} : m_{max}$$

- ✓ Ripetere lo stesso procedimento per l'altro asse (con le corrispondenti misure) rimarcando la possibilità (molti ragazzi non avevano chiaro questo passaggio) di usare due scale diverse sui due assi vista la non omogeneità delle grandezze rappresentate



Dopo che la procedura era stata compresa dal gruppo classe diversi studenti hanno detto, lamentandosi, **che sembrava loro un procedimento molto -troppo- lungo**. Ho fatto presente che quello proposto non è l'unico modo possibile e ho chiesto se qualcuno aveva **qualche idea per procedimenti alternativi**.

Virginia: «perché non facciamo una stima delle unità su ogni asse? »

...speravo che qualcuno avesse questa idea... le ho chiesto di spiegare cosa intendeva e, sintetizzando il suo ragionamento (spiegare quello che hanno in testa è molto complicato per la maggior parte dei ragazzi di prima), è venuto fuori che **un'unità abbastanza facile da utilizzare poteva essere ottenuta dividendo la lunghezza dell'asse (in cm o meglio ancora in quadretti) per la misura massima o, meglio ancora, per un numero «più carino»** (i numeri naturali sono molto carini...) maggiore della misura massima... e **«magari anche amico della lunghezza dell'asse»** ha suggerito Gianmarco (ho chiesto chiarimenti sul concetto di «amicizia tra numeri», la definizione ha lasciato un po' a desiderare ma l'idea è che il rapporto fornisca un numero semplice da gestire)

In molti hanno dichiarato che l'idea di Virginia era ottima. Ho dato quindi 10 minuti di tempo alla classe per completare i due grafici (solo per una molla, quella che si allungava di più) in

Osservazione dei grafici corretti

Una volta che ognuno aveva completato i propri grafici abbiamo iniziato a osservarli, senza fare nessun commento ho chiesto ai ragazzi di dirmi cosa notavano:

- ✓ il grafico allungamento - peso mostra una **proporzionalità diretta**
- ✓ il grafico lunghezza - peso no, la retta non passa dall'origine
- ✓ **le due rette si assomigliano**
- ✓ Sì, hanno la **stessa pendenza**, si vede da come tagliano i quadretti

Sono stata molto soddisfatta dalle osservazioni, ho quindi cercato di motivare e consolidare le principali

Ho confermato che avevano correttamente individuato la proporzionalità diretta e ho chiesto loro di capire come l'allungamento potesse essere calcolato noto il peso della massa attaccata alla molla, ossia **peso = $f(\Delta L)$** , in molti hanno iniziato a spippolare con la calcolatrice ed è venuto fuori:

peso = numero $\cdot \Delta L$ (questa notazione mi è stata suggerita da Irene, è piaciuta ed abbiamo continuato ad utilizzarla)

Chiaramente il **numero** non poteva essere determinato esattamente (nello stesso kit di dati) a causa degli

Ho detto: «Ma il numero che rimane costante da cosa dipende? Provate a scoprirlo! Disegnate velocemente, sugli stessi grafici, un altro set di misure (quelle corrispondenti ad un'altra molla)»

Già mentre lavoravano, i ragazzi hanno iniziato a fare osservazioni corrette:

- ✓ viene fuori una retta per l'origine ma diversa dall'altra,
- ✓ sì, la mia pende di più
- ✓ anche la mia!

Ho quindi chiesto cosa era cambiato e la risposta quasi unanime è stata: **«il numero che è più grande»**, Giulio ha detto **«forse allora più grande è il numero e maggiore è la pendenza!»**

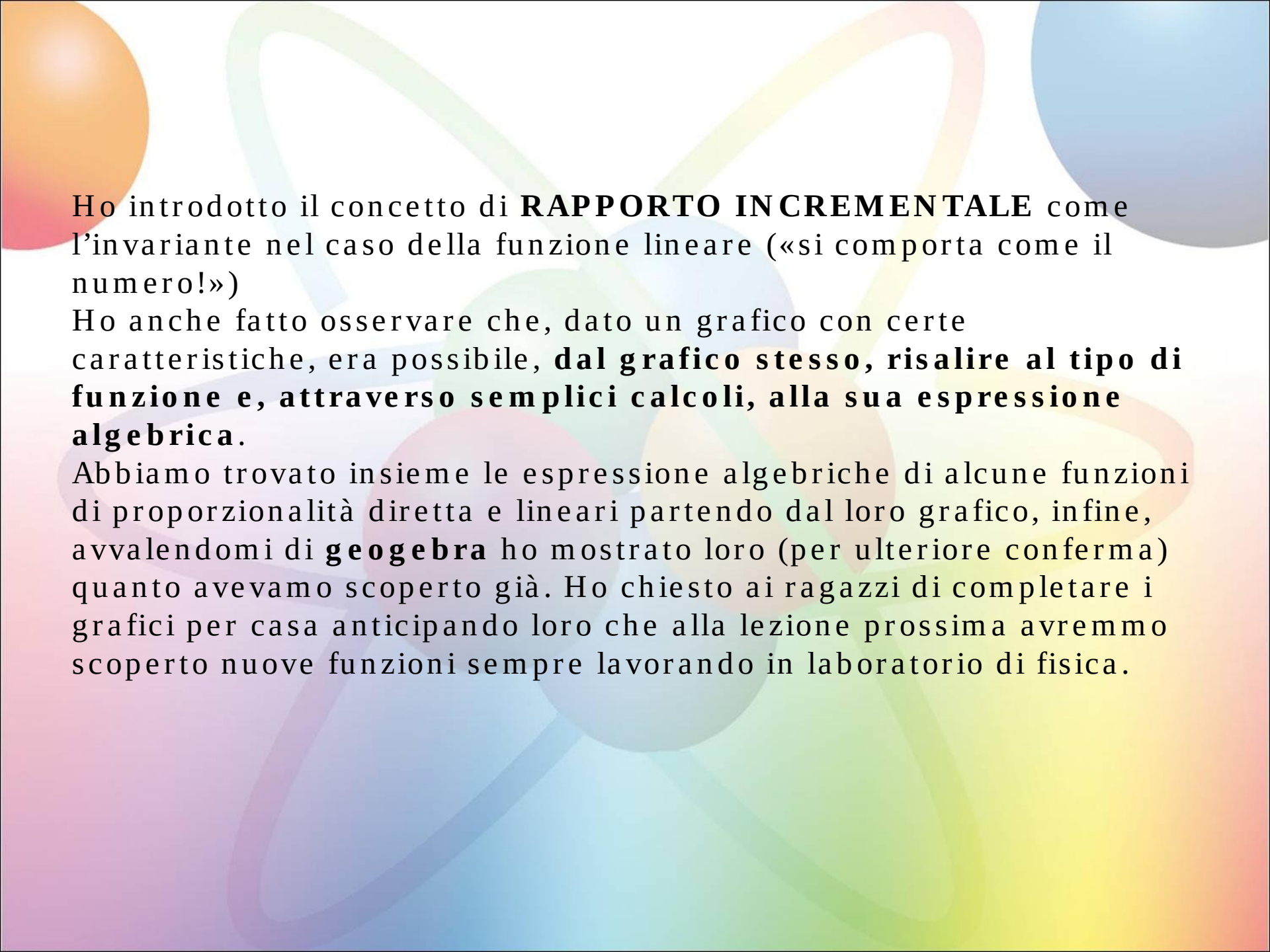
E' proprio così, **il numero rappresenta la pendenza della retta** e, con opportune correzioni (che i ragazzi avrebbero successivamente chiarito con il prof. di fisica), rappresenta anche una caratteristica intrinseca della molla, la costante elastica.

Ho chiesto di osservare il diagramma lunghezza peso e di capire quale legge descrivesse la funzione rappresentata, in questo caso, nonostante le osservazioni giuste («anche questa è una retta», «il grafico ha la stessa pendenza dell'altro, quindi deve esserci di mezzo lo stesso numero», ecc) ho dovuto suggerire io di pensare a cosa avevano fatto per calcolare l'allungamento e a provare a compiere il **ragionamento inverso**, per fortuna si è accesa una lampadina! Lorenzo ha detto: «basta prendere l'espressione di prima e sostituire a $\Delta L = L - L_{\text{riposato}}$ »

I ragazzi si sono messi al lavoro ed hanno individuato, con semplici passaggi algebrici la struttura della funzione lineare

$$y = mx + q.$$

Hanno riconosciuto, al suo interno, il termine di proporzionalità diretta (lo ha chiamato così Izime) che «spiega la stessa pendenza!» e imputato al secondo termine il fatto che la retta non passasse dall'origine



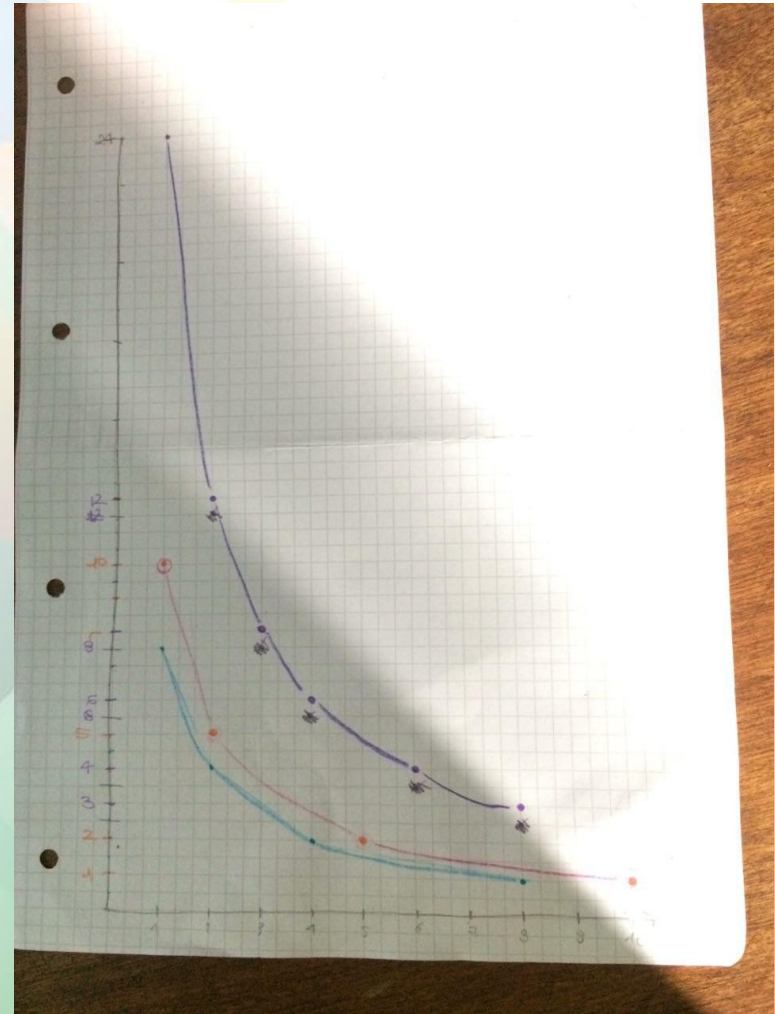
Ho introdotto il concetto di **RAPPORTO INCREMENTALE** come l'invariante nel caso della funzione lineare («si comporta come il numero!»)

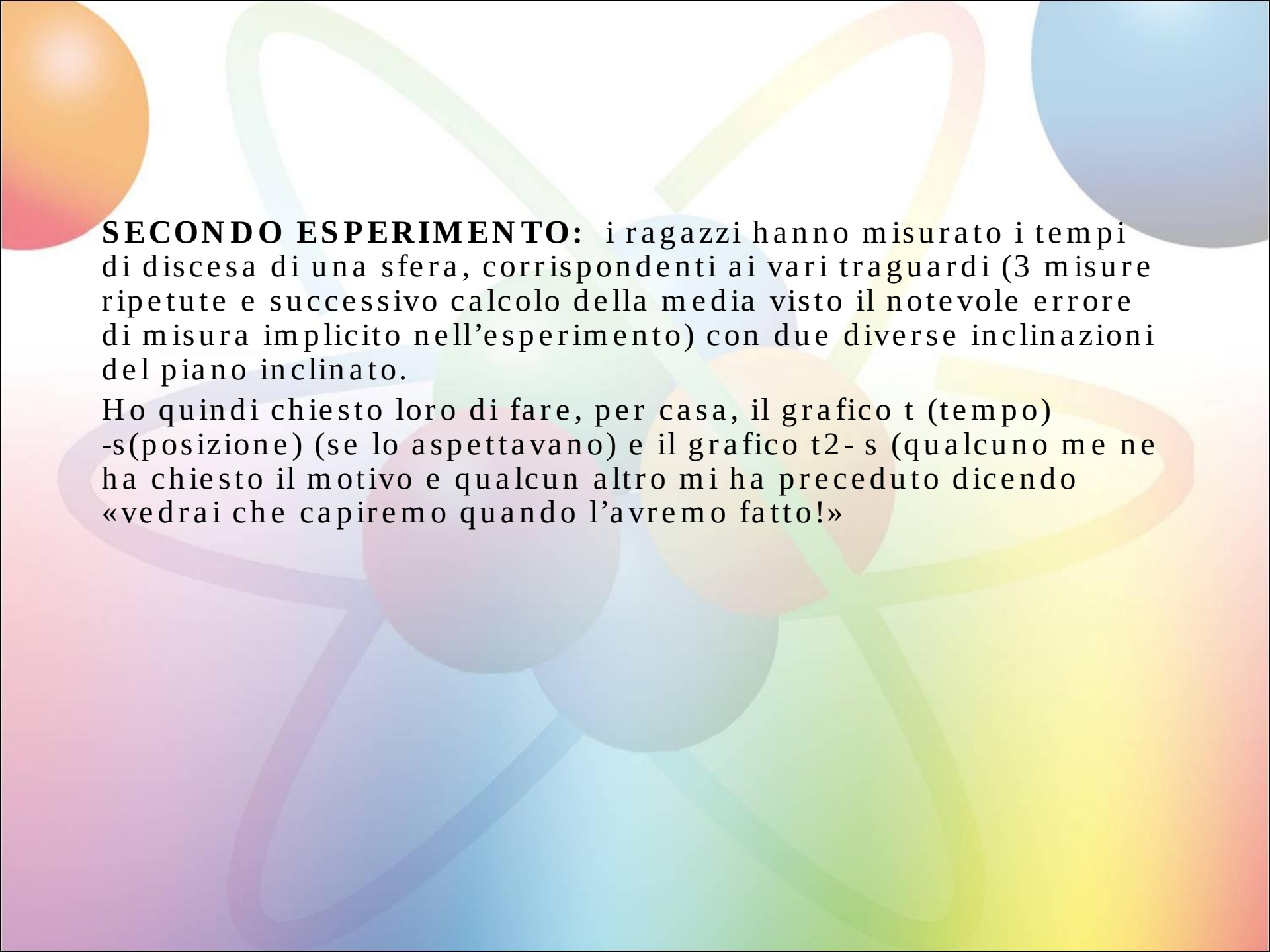
Ho anche fatto osservare che, dato un grafico con certe caratteristiche, era possibile, **dal grafico stesso, risalire al tipo di funzione e, attraverso semplici calcoli, alla sua espressione algebrica.**

Abbiamo trovato insieme le espressioni algebriche di alcune funzioni di proporzionalità diretta e lineari partendo dal loro grafico, infine, avvalendomi di **geogebra** ho mostrato loro (per ulteriore conferma) quanto avevamo scoperto già. Ho chiesto ai ragazzi di completare i grafici per casa anticipando loro che alla lezione prossima avremmo scoperto nuove funzioni sempre lavorando in laboratorio di fisica.

...altri esperimenti

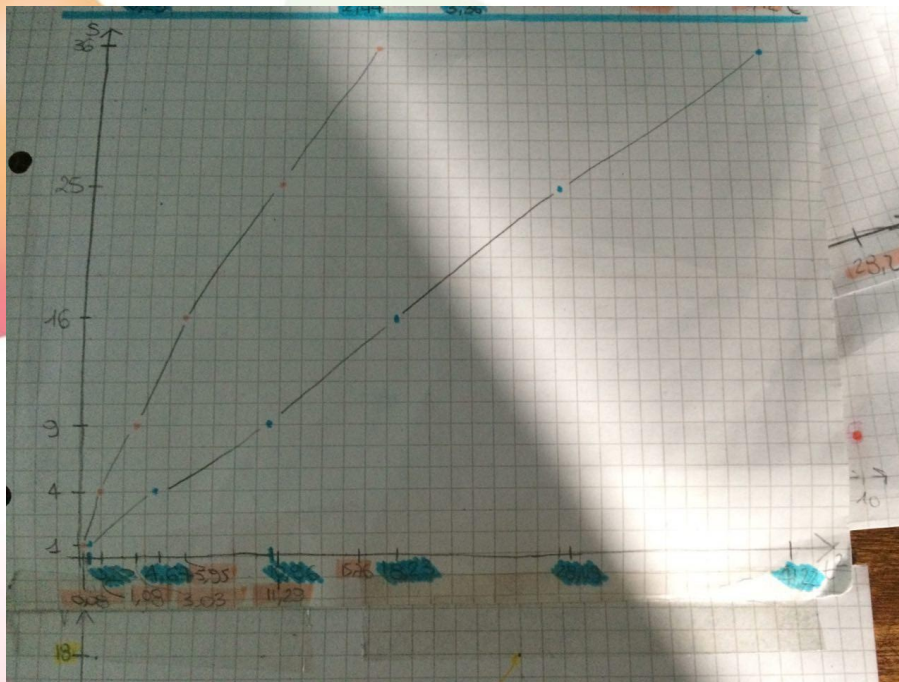
PRIMO ESPERIMENTO: ho chiesto ai ragazzi di trovarmi tutte le configurazioni di equilibrio (con le masse che avevamo a disposizione) data una configurazione iniziale proposta da me, avendo introdotto il concetto di momento di una forza con il prof di fisica hanno subito iniziato a ragionare sul prodotto tra braccio e massa e si sono resi conto che doveva essere costante (questo era quello che avevano in comune le varie configurazioni di equilibrio). Abbiamo **studiato 4 diverse configurazioni**, ho chiesto loro di riportare (per casa), su un unico grafico, tutti i dati sperimentali e di collegare tra loro solo i dati provenienti





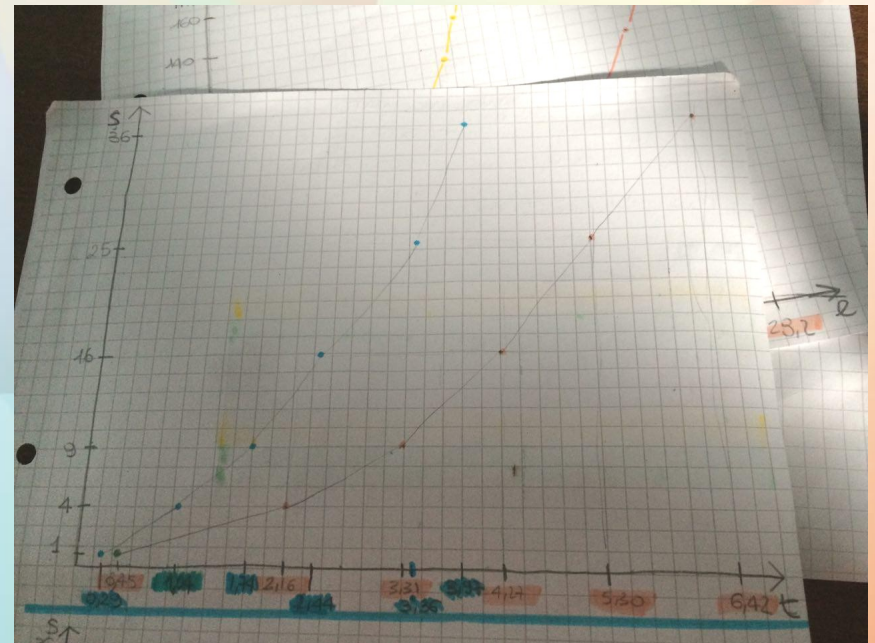
SECONDO ESPERIMENTO: i ragazzi hanno misurato i tempi di discesa di una sfera, corrispondenti ai vari traguardi (3 misure ripetute e successivo calcolo della media visto il notevole errore di misura implicito nell'esperimento) con due diverse inclinazioni del piano inclinato.

Ho quindi chiesto loro di fare, per casa, il grafico t (tempo) - s (posizione) (se lo aspettavano) e il grafico t^2 - s (qualcuno me ne ha chiesto il motivo e qualcun altro mi ha preceduto dicendo «vedrai che capiremo quando l'avremo fatto!»)



Dal grafico $t^2 - s$..

...al grafico $t - s$



analisi dei nuovi grafici

Durante la lezione successiva abbiamo commentato i grafici ottenuti (qualche studente ha mostrato ancora alcune difficoltà di rappresentazione, su cui abbiamo discusso brevemente), siamo arrivati velocemente al concetto di **funzione di proporzionalità inversa** (e non funzione inversa come qualcuno ha detto per fare prima!) e alla sua formalizzazione mentre il processo logico che ci ha portato alla formalizzazione della funzione quadratica è stato un po' più complesso.

I punti sul grafico t - s erano «messi strani» e chi li aveva collegati con dei segmenti non riusciva a risalire al tipo di grafico, ho proposto quindi di osservare per primo il grafico $t^2 - s$ che risultava più amichevole: Francesco ha osservato che «sembrano rette che passano per l'origine», «e quindi?» ho chiesto io. «**Allora vuol dire che è una proporzionalità diretta tra quello che è scritto sugli assi!**» ha risposto Marta. Quindi abbiamo scritto la legge, in questo caso «la costante di proporzionalità è legata all'inclinazione del piano» (ho lasciato al prof di fisica le considerazioni del caso).

Ho chiesto ai ragazzi di osservare la funzione ottenuta e di trovare la variabile indipendente, hanno risposto t , e si sono resi conto che, rispetto a t non si tratta di una funzione di proporzionalità diretta «perché c'è il quadrato!»

Ho quindi introdotto la funzione quadratica nella sua forma più semplice $y = ax^2$ e abbiamo osservato come è fatta al variare di a (sempre con geogebra).

Ho utilizzato geogebra anche per mostrare la funzione di proporzionalità inversa, soprattutto per far vedere il ramo di iperbole posto nel semipiano delle x negative e l'effetto sul grafico di una costante negativa.

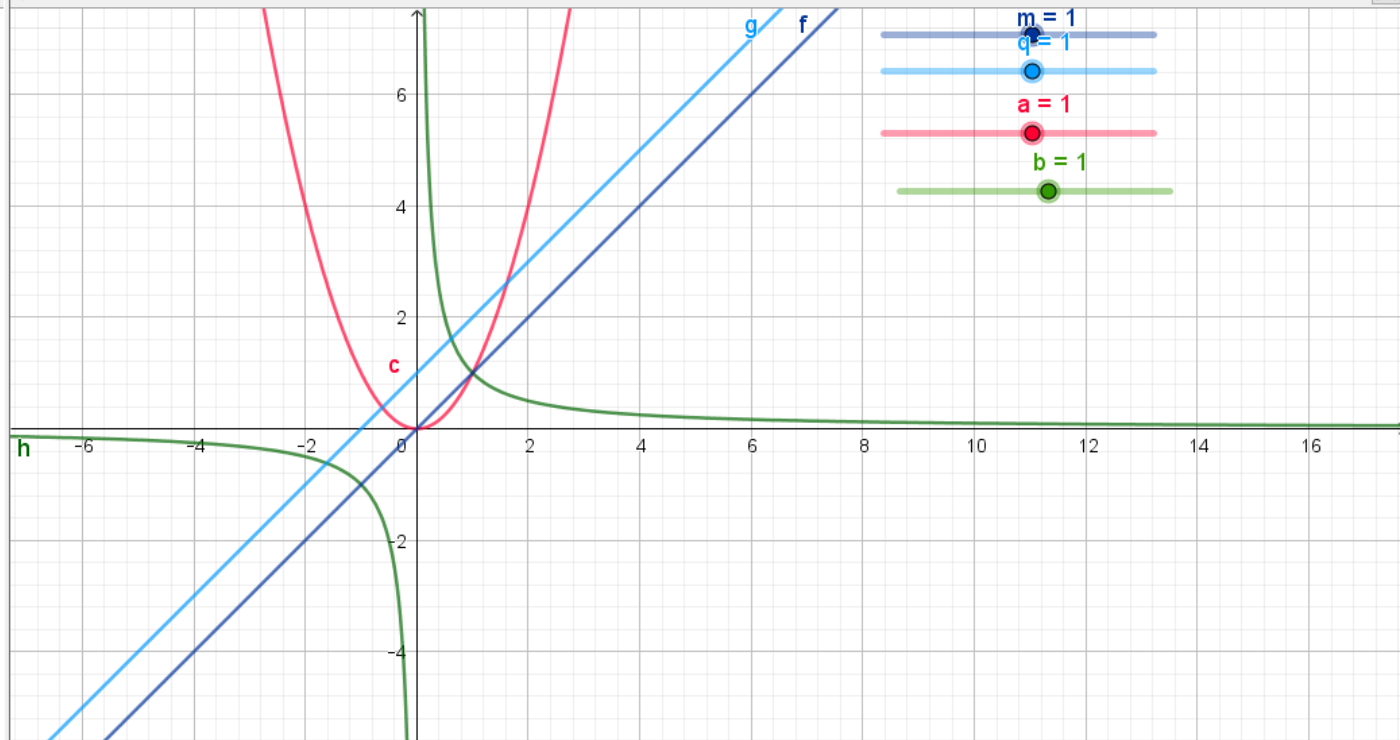
File Modifica Visualizza Opzioni Strumenti Finestra Guida



Algebra

- Conica
 - $c: y = x^2$
- Funzione
 - $h(x) = \frac{1}{x}$
- Numero
 - $a = 1$
 - $b = 1$
 - $m = 1$
 - $q = 1$
- Retta
 - $f: y = x$
 - $g: y = x + 1$

Grafici



Inserimento:

Verifiche degli apprendimenti

Prima di effettuare la verifica sommativa sull'argomento sono stati proposti ai ragazzi numerosi esercizi di varie tipologie:

- ✓ Note la relazione tra le grandezze ed alcune coppie di valori, conoscendo una coordinata determinare l'altra.
- ✓ Individuare il tipo di relazione tra le grandezze avendo a disposizione alcune coppie di valori.
- ✓ Comprendere la relazione tra grandezze a partire dalla situazione problematica.
- ✓ Rappresentare graficamente le grandezze, con particolare attenzione alla scelta delle

Compito 11 maggio '18 – II Classico

Completa la seguente tabella, relativa ad una funzione di proporzionalità inversa. Scrivi la relazione che lega y ed x e rappresentala nel piano cartesiano, scegliendo un'opportuna unità di misura per ciascuna variabile.

x	-6	-3		$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	
y		-2	$\frac{2}{3}$			$\frac{8}{3}$

(1,5 punti)

Determina la relazione che lega y ed x e completa la tabella, quindi rappresenta graficamente scegliendo un'opportuna unità di misura per ciascuna variabile.

x		2	3	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	
y	$\frac{4}{3}$		12		3	$\frac{8}{3}$

(2 punti)

In un trapezio la base minore misura x , la base maggiore è il doppio della base minore e l'altezza misura 4. Indicata con y l'area del trapezio, esprimi y in funzione di x e stabilisci la relazione che lega y e x . Tracciane il grafico.

(1,5 punti)

Un'auto deve percorrere 100 km. Esprimi la velocità v , espressa in km/h, considerandola costante durante tutto il viaggio in funzione del tempo t , espresso in ore, che l'auto impiega a ricoprire il tragitto.

(1,5 punti)

Con una rete alta 1,2 m voglio costruire un recinto circolare per raccogliere le foglie del giardino. Come varia il volume del mio contenitore in funzione della lunghezza della rete?

(1,5 punti)

(Ricorda che la lunghezza della circonferenza è $2\pi r$ e l'area del cerchio πr^2)

La valutazione è espressa in centesimi (e sarà poi riportata in decimi), il voto di partenza è 20

Tempo a disposizione: 1h

1) Dopo aver fornito una definizione di:

- a) [3 punti] Funzione
- b) [3 punti] Funzione iniettiva
- c) [3 punti] Funzione suriettiva
- d) [3 punti] Funzioni biunivoca

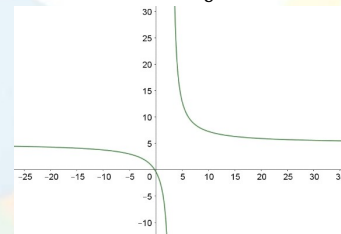
Classifica le seguenti funzioni (sempre che lo siano), determina il loro dominio e codominio, motivando la tua risposta.

a) [3 punti]

	2	3	4	5	6
1	x				
2		x			
3		x			
4			x		
5					x
6				x	
7	x				

b)[3 punti]

c)[4 punti] $= \frac{5 + 1}{-3}$



2) Un esperimento di fisica ha fornito i seguenti dati:

m [kg]	5,2	7,3	9,8	10,5	13,7	19,1
a [m/s ²]	19,7	14,2	10,2	9,6	7,5	5,3

Dopo aver riportato su un grafico massa-accelerazione [8 punti] i dati in tabella determina che tipo di funzione descrive la relazione tra i dati stessi[4 punti].

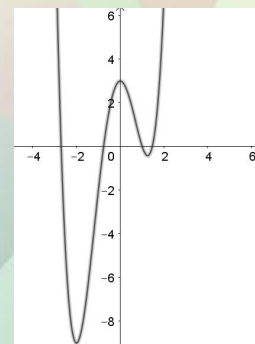
3) Date le seguenti funzioni determina di che tipo di funzioni si tratta dopo avercompletato le tabelle (per le funzioni definite attraverso la tabella) oppure disegnato i grafici (per quelle definite tramite equazione)

- a) [3 punti+8 punti] $= -3 + 4$
- b) [3 punti+8 punti] $= 3^2$
- c) [3 punti+8 punti] $= 4$
- d) [3 punti+7 punti]

x		20	30	42	
y	4	3		10/7	25

e) [3 punti+8 punti]

x	-4		2	4	
y		1	3	13	19



4) Dato il grafico relativo alla funzione $() = 4 + 3 - 5^2 + 3$ trova graficamente le soluzioni dell'equazione $= 0$ [4 punti] e della disequazione ≤ 0 [5 punti] associate.

5) Descrivi attraverso un'apposita funzione ognuna delle seguenti grandezze:

- a) [4 punti] Il volume di un generico prisma a base quadrata di altezza 6 cm
- b) [4 punti] Il contenuto di un serbatoio in funzione del tempo (giorni) sapendo che al giorno zero contiene 1000 l e che, ogni giorno, vengono utilizzati 5 l
- c) [4 punti] Lo stipendio (mensile) di un assicuratore in funzione del numero di polizze stipulate sapendo che viene retribuito con 500€ e 15€ per ogni polizza
- d) [5 punti] Il numero di pezzi prodotti da un macchinario in funzione del tempo (misurato dalla sua accensione) sapendo che produce 5 pezzi al minuto e che inizia a produrre dopo un minuto dalla sua accensione

Risultati ottenuti

SECONDA CLASSICO

Il lavoro, fatto precedentemente per la retta, di analisi preliminare dei valori massimi da rappresentare nel grafico e dello spazio a disposizione per scegliere opportune unità di misura è stato riadattato dagli studenti alle nuove situazioni. Partendo da alcuni dati iniziali, i ragazzi riescono generalmente ad individuare il tipo di relazione, se non è nota, e ad individuare altri valori della stessa relazione.

Dalle verifiche svolte si evince che la metodologia utilizzata è risultata piuttosto efficace nel rendere gli studenti abbastanza disinvolti nel passaggio da un registro di rappresentazione all'altro.

L'individuazione delle grandezze da considerare a partire dalla situazione problematica rappresenta senz'altro un livello di difficoltà maggiore (ultimo esercizio del compito) rispetto alle altre tipologie di esercizi proposte.

Anche questo esercizio in cui le variabili da considerare sono esplicitate chiaramente ma l'apparato strumentale è identico a quello in cui abbiamo osservato le grandezze inversamente proporzionali ha messo in notevole difficoltà i ragazzi.

...proporzionalità diretta e inversa.
Una sbarra d'acciaio lunga 20m è incernierata a 12m da uno dei suoi estremi ai quali sono appoggiati due pesi x e y ; la sbarra è in equilibrio se il rapporto fra i pesi è uguale al rapporto inverso fra le distanze dal punto di cerniera. Scrivi la relazione di equilibrio, riconosce il tipo e rappresentala in un piano cartesiano.
Un rubinetto, se totalmente aperto, lascia scorrere acqua a una velocità di 10 litri al minuto. Se invece è parzialmente aperto, la velocità di scorrimento è di 5 litri al minuto. Rappresenta la relazione tra la velocità di scorrimento e il tempo di apertura del rubinetto.

PRIMA SCIENTIFICO

Il percorso, proprio per l'approccio induttivo che l'ha caratterizzato, ha catturato, maggiormente di altri, l'interesse del gruppo classe probabilmente perché i ragazzi si sono sentiti più coinvolti nel processo di scoperta.

Durante lo svolgimento del percorso ho ricevuto molti feedback positivi, sia a livello di commenti sul gradimento delle attività proposte che, soprattutto, di riscontri sulle capacità dei ragazzi di affrontare e risolvere tipologie diverse di esercizi e problemi sulle funzioni (dal grafico alla funzione, dalla funzione al grafico, problemi della vita reale, rappresentazione di dati, introduzione alla risoluzione grafica di un'equazione)

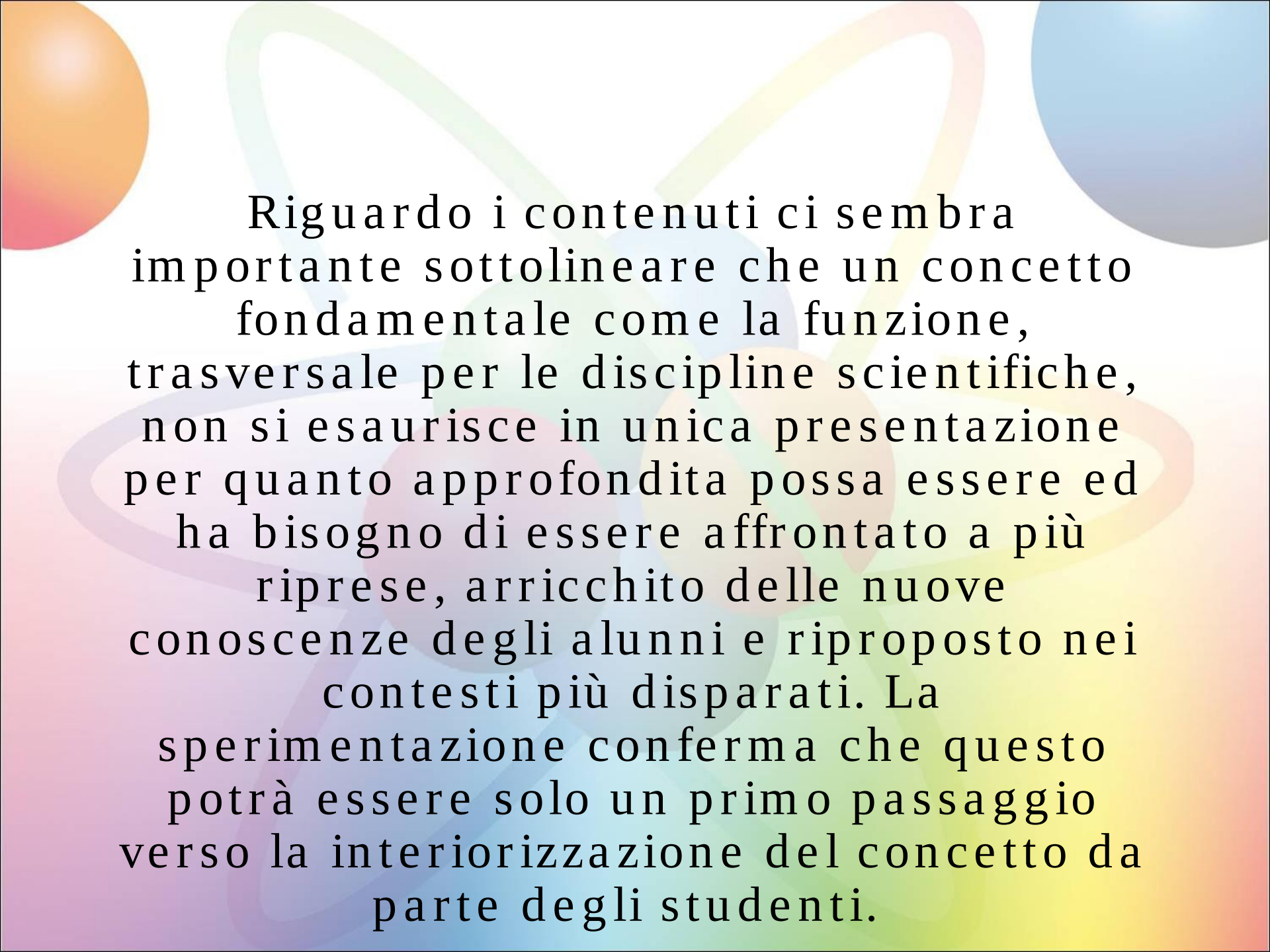
La verifica finale è stata svolta in maniera insufficiente solo da un esiguo numero di studenti, la maggior parte della classe ha ottenuto valutazioni molto positive (mediamente più elevate)

Il percorso ha inoltre premesso di individuare e correggere difficoltà di rappresentazione che non erano state preventivate

Valutazione dell'efficacia del percorso didattico sperimentato in ordine alle aspettative e alle motivazioni del Gruppo di ricerca

ESS

Una prima rilevazione da fare in merito alle aspettative e alle motivazioni riguarda il coinvolgimento di più materie e quindi di più insegnanti. La collaborazione tra docenti, senz'altro più diffusa negli altri ordini di scuola, nella secondaria superiore non è una consuetudine. Collaborare richiede tempi di progettazione spesso più lunghi e continui aggiornamenti sullo stato dell'opera. D'altra parte il confronto sia sui contenuti che sui metodi è sempre un arricchimento, inoltre i ragazzi abituati a pensare a compartimenti

The background features several large, semi-transparent circles in shades of orange, blue, and green. Overlaid on these are thin, flowing, abstract lines in similar colors, creating a dynamic and artistic backdrop for the text.

Riguardo i contenuti ci sembra importante sottolineare che un concetto fondamentale come la funzione, trasversale per le discipline scientifiche, non si esaurisce in unica presentazione per quanto approfondita possa essere ed ha bisogno di essere affrontato a più riprese, arricchito delle nuove conoscenze degli alunni e riproposto nei contesti più disparati. La sperimentazione conferma che questo potrà essere solo un primo passaggio verso la interiorizzazione del concetto da parte degli studenti.