

REGIONE
TOSCANA



**Iniziativa realizzata con il contributo della Regione Toscana
nell'ambito del progetto**

Rete Scuole LSS
a.s. 2017/2018



Ancora pi greco?

π

Discipline coinvolte:

Matematica e Storia dell'Arte

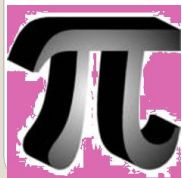
Classe IV C a.s.2017/18

Liceo Scienze Umane

Liceo Statale «F. Cecioni»

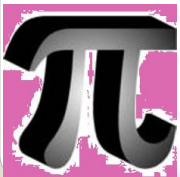
Livorno

Le indicazioni ministeriali per l'insegnamento della matematica «più debole» nei licei linguistico, scienze umane etc prevedono nel secondo biennio lo *studio della circonferenza e del cerchio, del numero π , e di contesti in cui compaiono crescite esponenziali con il numero e , permettendo di riprendere lo studio dei numeri reali, con riguardo alla tematica dei numeri trascendenti.*



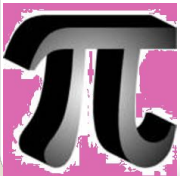
OBIETTIVI SPECIFICI

- Affrontare due numeri fra i più importanti della matematica: π , ripercorrendo alcune fasi storiche, e il «più moderno» numero e
- Stimolare gli studenti nella ricerca e nella riflessione degli studi e del metodo utilizzato nell'antichità, in particolare nella Grecia classica, per studiare l'evoluzione del pensiero relativamente al tema specifico
- Riconoscere anche in altro ambito, in particolare in storia dell'arte, la forma del cerchio come figura base per la costruzione di «figure» più complesse



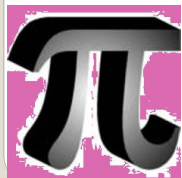
OBIETTIVI GENERALI

- Saper lavorare in gruppo
- Selezionare le informazioni
- Riconoscere l'aspetto interdisciplinare
- Saper utilizzare le conoscenze della matematica



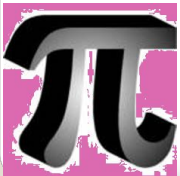
ELEMENTI SALIENTI DELL'APPROCCIO METODOLOGICO

- Approccio laboratoriale di ricerca e di analogie
- Presentazione in cui si percorrono alcune fasi storiche stimolando gli allievi con domande
- Effettuare costruzioni sia manualmente che con Geogebra
- Mettere in comune le proprie osservazioni



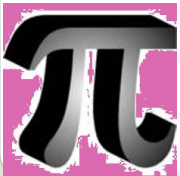
MATERIALI E STRUMENTI IMPIEGATI

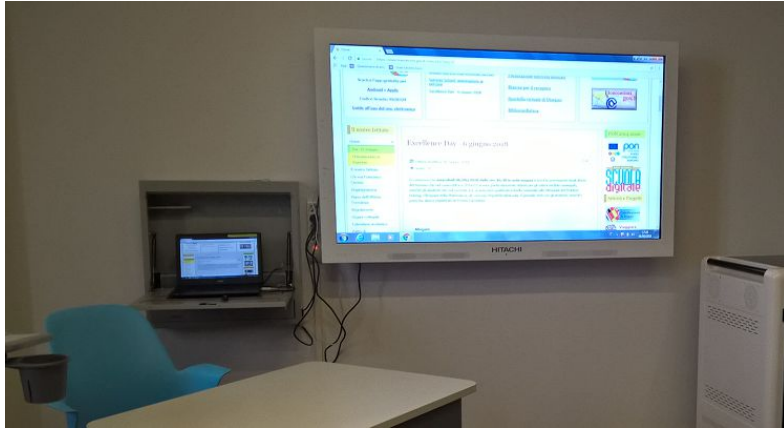
- Riga e compasso
- Computer per utilizzo di Geogebra e per ricercare informazioni utili sulla rete
- Uso di testi di storia dell'arte



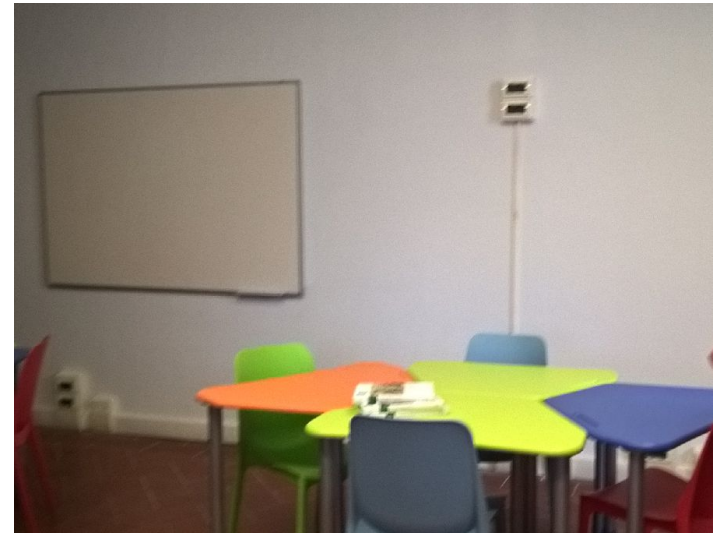
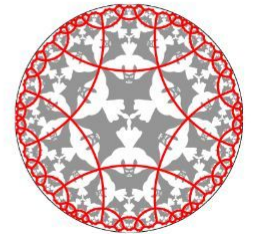
AMBIENTI UTILIZZATI

- Aula con uso di computer e proiettore
- Museo Palazzo Blu a Pisa con mostra di M.C.Escher
- Visita di istruzione a Firenze





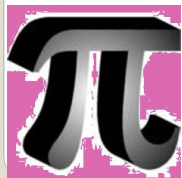
Litografie circolari , M.C.Escher (1956-1970)



TEMPO IMPIEGATO

Data incontro	Durata	Argomenti
16/12/2017	2h	Visita mostra di Escher
dal 21/01/18 al 14/02/18	7h in classe	π e problemi relativi alla geometria della circonferenza e del cerchio
02/05/2018	Intera giornata	Visita a Firenze
dal 14/05/18 al 23/05/18	3h in classe	Il numero e: grafici di funzioni esponenziali e logaritmiche

Ore aggiuntive: non frontali per studenti 5h in ricerca e presentazione
non frontali per docente 4h per progettazione specifica
per documentazione circa 8h



L'interesse non è solo per i matematici

→ «È degno di ammirazione il **Pi greco**
tre virgola uno quattro uno.

Anche tutte le sue cifre successive sono iniziali,
cinque nove due, poiché non finisce mai.

Non si lascia abbracciare *sei cinque tre cinque* dallo sguardo,
otto nove, dal calcolo,
sette nove dall'immaginazione,
e nemmeno *tre due tre otto* dallo scherzo, ossia dal paragone
quattro sei con qualsiasi cosa
due sei quattro tre al mondo.»

Wisława Szymborska
premio Nobel per la letteratura nel 1996

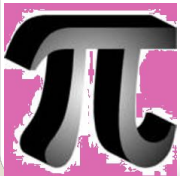


Ricordiamo quali erano gli strumenti utilizzati per lo studio della geometria. Innanzitutto ci chiediamo che cosa vuol dire risolvere i problemi con riga e compasso?

Prendendo in esame la riga il concetto più comune è quello di riga graduata.

La linea retta e la circonferenza erano, secondo i Greci, figure fondamentali e la riga e il compasso sono i loro analoghi fisici...

Nella Grecia classica per riga si intendeva un listello rettilineo **privo di qualsiasi unità di misura.**





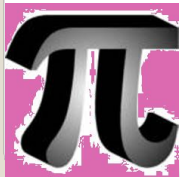
In epoche precedenti il lavoro di Euclide gli strumenti utilizzati erano i più vari, successivamente

nella ricerca di strumenti economici per risolvere il maggior numero possibile di questioni, fu scelta la soluzione di ammettere come «elementari» due strumenti:

la riga e il compasso.

Due sono le possibili motivazioni:

- perché è vasta la gamma di problemi con questi due mezzi;
- perché il cerchio corrisponde ad un criterio di perfezione tipico del mondo greco



Un numero reale si dice **costruibile** se è possibile costruire con riga e compasso un segmento avente lunghezza uguale al numero dato.



Attività: sai costruire $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$?
e $\sqrt[3]{3}$?

Un numero è **algebrico** se è soluzione algebrica di una equazione polinomiale a coefficienti interi.

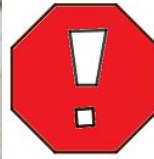
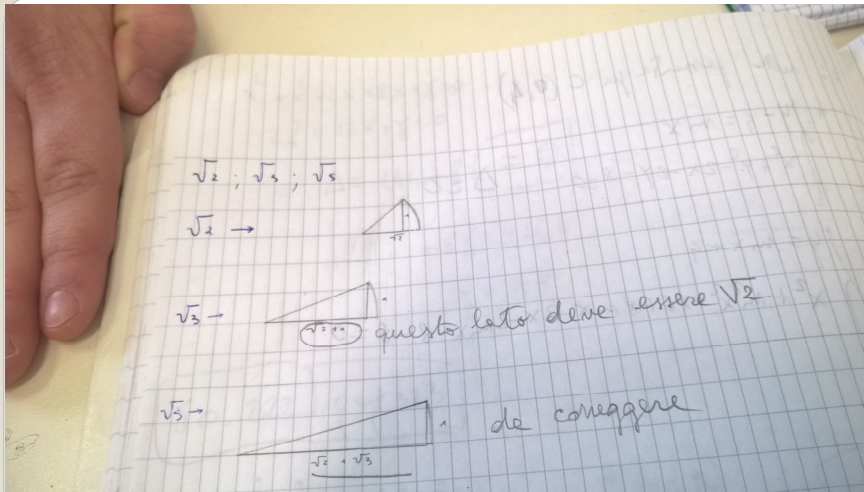
Un numero è costruibile **solo se** il grado del polinomio minimo di cui è soluzione è una **potenza del 2**.

Esistono numeri algebrici non costruibili

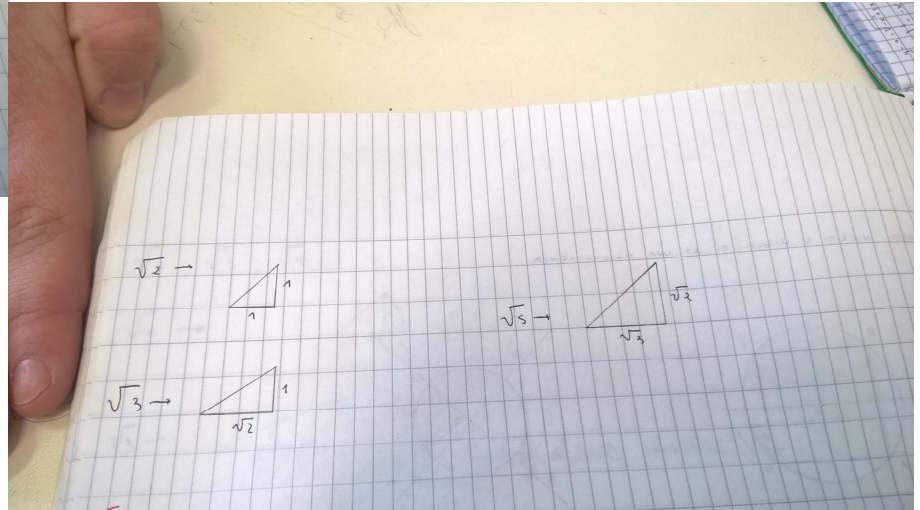
$\sqrt{3}$ è costruibile perché è soluzione dell'equazione $x^2 = 3$.

$\sqrt[3]{3}$ non è costruibile perché è soluzione dell'equazione $x^3 = 3$.

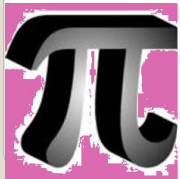
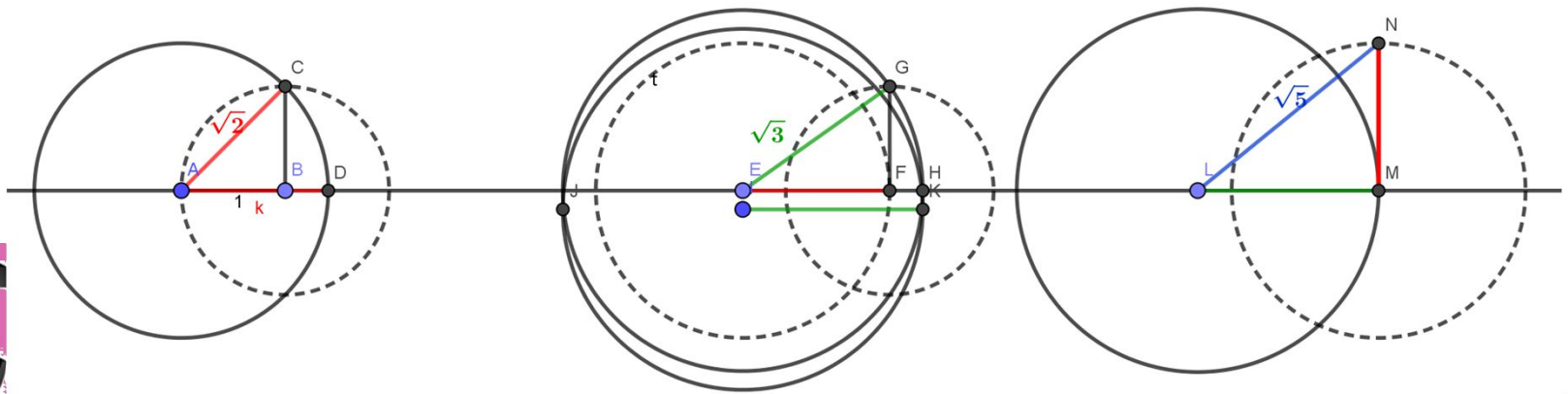




Errore frequente: anche per costruire $\sqrt{5}$ inizialmente tracciavano l'ipotenusa di un triangolo rettangolo con base $\sqrt{3}$ e altezza 1!

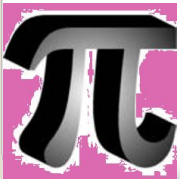


Contributo da parte di Elisa e Greta che hanno presentato alla classe i passi della costruzione



I tre problemi della Grecia classica **non** risolvibili con riga e compasso sono:

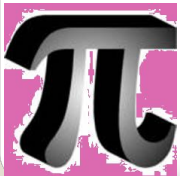
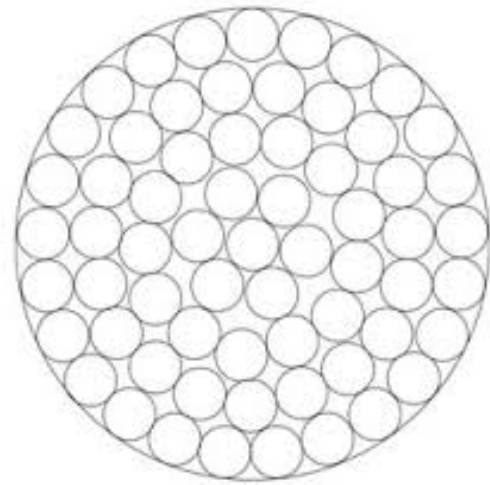
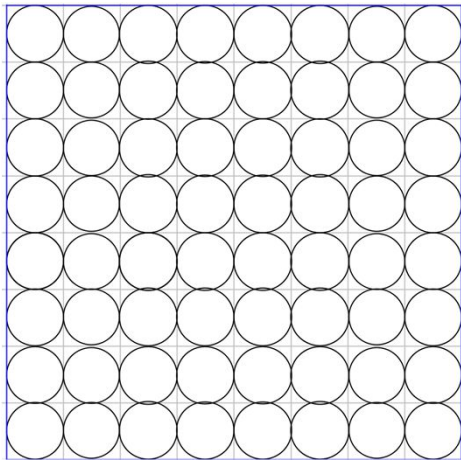
- La trisezione dell'angolo
- La duplicazione del cubo
- La quadratura del cerchio
- Il 1° problema è riconducibile ad un'equazione di terzo grado;
- Il 2° problema comporta la costruzione di un cubo di lato $\sqrt[3]{2}$, ciò è impossibile perché è soluzione dell'equazione $x^3 = 2$;
- Il 3° problema è legato al numero π di cui presentiamo alcuni cenni storici che i ragazzi hanno raccolto



Calcolo del pi greco egizio

Papiro di Rhind (1650 a.C.)

Esperienza di partenza: con 64 monete uguali riuscivano a coprire o un quadrato avente 8 monete per lato o un cerchio il cui diametro conteneva 9 monete: le due aree erano quindi uguali



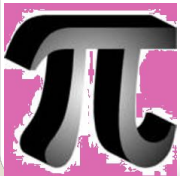
Il cerchio è coperto da **una** moneta centrale attorniata da 4 strati circolari di monete (aventi rispettivamente 6, 13, 19, 25 monete).

Applicando le nozioni moderne:

$r=9:2=4,5$ uguagliando le aree risulta

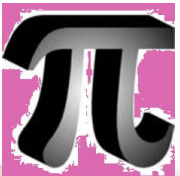
$$\pi 4,5^2 = 64$$

$$\pi = 64 : 4,5^2 = 64 : 20,25 = 3,160493827$$



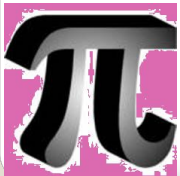
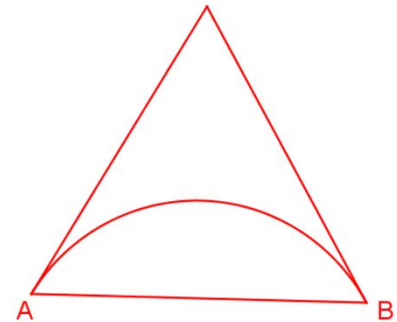


Il primo ad approssimare scientificamente π
fu **Archimede di Siracusa** (287 a.C. 212 a. C.) che nel
III secolo a. C. utilizzò poligoni regolari inscritti e
circoscritti a una circonferenza.

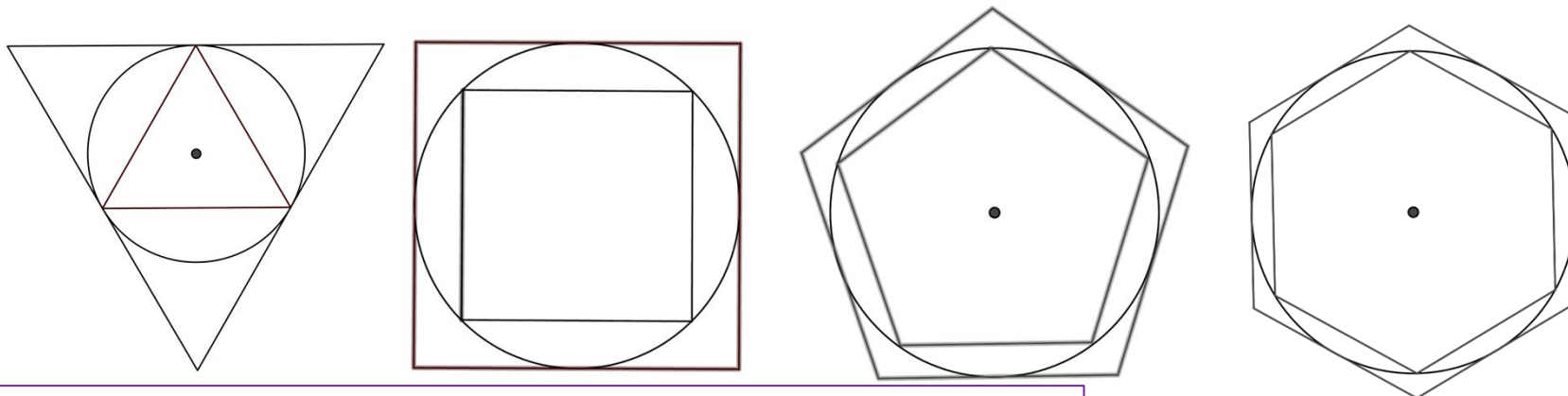


Postulati UTILIZZATI da Archimede

1. La lunghezza di ogni arco AB di circonferenza è maggiore della lunghezza della corda corrispondente
2. La lunghezza di ogni arco AB è minore della somma delle lunghezze dei due segmenti di tangente condotti da A e B



Attività: far costruire agli studenti poligoni regolari inscritti e circoscritti ad una circonferenza utilizzando anche geogebra



Per i postulati precedenti **$p_1 < C < p_2$**

con

p_1 = perimetro del poligono inscritto

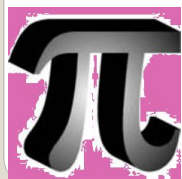
p_2 = perimetro del poligono circoscritto

C = lunghezza della circonferenza con raggio r

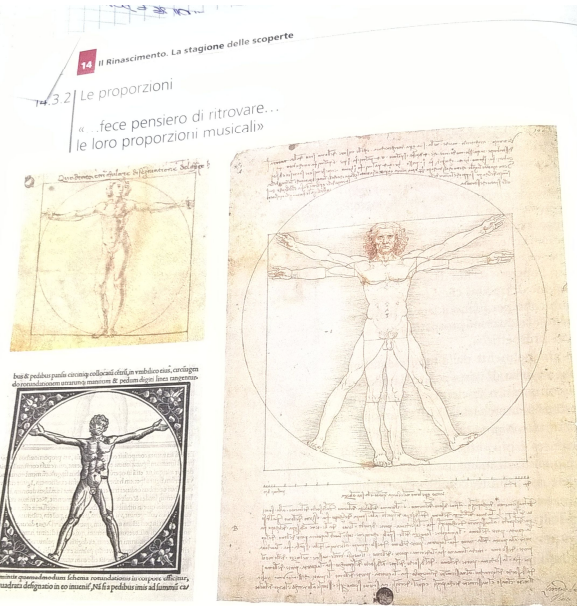


Ricorda: il centro di un poligono **inscritto** in una circonferenza è il punto di incontro delle

il centro di un poligono **circoscritto** ad una circonferenza è il punto di incontro degli



$x = 20$
 $y = 10$
 $z = 5$
 $w = 2$
 $v = 1$
 $u = 0$
 $t = 0$
 $s = 0$
 $r = 0$
 $q = 0$
 $p = 0$
 $o = 0$
 $n = 0$
 $m = 0$
 $l = 0$
 $k = 0$
 $j = 0$
 $i = 0$
 $h = 0$
 $g = 0$
 $f = 0$
 $e = 0$
 $d = 0$
 $c = 0$
 $b = 0$
 $a = 0$

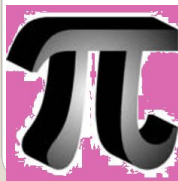
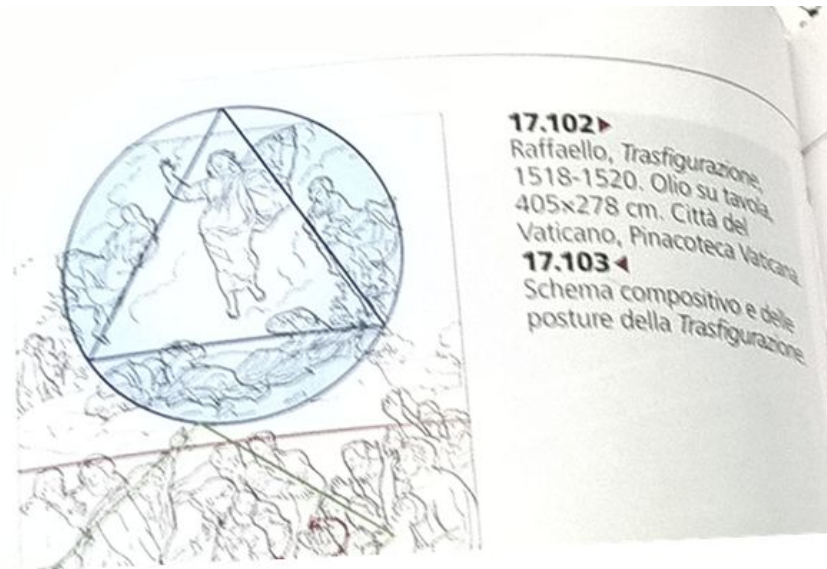


secondo quanto si legge negli edifici antichi studiarli [...] le loro proporzioni. Ma cosa avrebbe dovuto che le sue parti? Il corpo umano? Era fatto sì che il... Secondo l'antico *architectura* di Vitruvius... Era logico, pertanto ci si atteneva alle varie parti del capitolo del Terzo gettazione dei te...

«Il centro de infatti un u stesi, punta scrivere ur punte del misuranc la testa e aperta, come il corp dano che g loro mis

La perfezione dell'Uomo vitruviano
Logo del nostro istituto

La riscoperta del mondo classico e lo studio del trattato di Vitruvius direttamente dalla geometria, nel senso che ogni costruzione...



DALLA GEOMETRIA PIANA AI VOLUMI NELLO SPAZIO

... CHE MAI ERANO LEGATI ALLA RELIGIONE
... IL CRISTO HANNO L'ADREOLA E GIOVANNINO
HA UN BASTONE

17.46 ◀

Leonardo, *La Vergine delle rocce*, ca 1483-1486. Olio su tavola rasportato su tela, 98x123 cm. Parigi, Museo del Louvre.

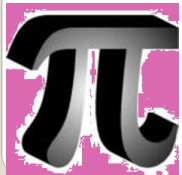
17.47 ▶

Schema compositivo della *Vergine delle rocce*.

LO SFONDO DIVENTA IMPORTANTE
E DA IMPORTANZA ANCHE AL
PAESAGGIO.

ROCCIA
CREATORE

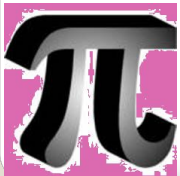
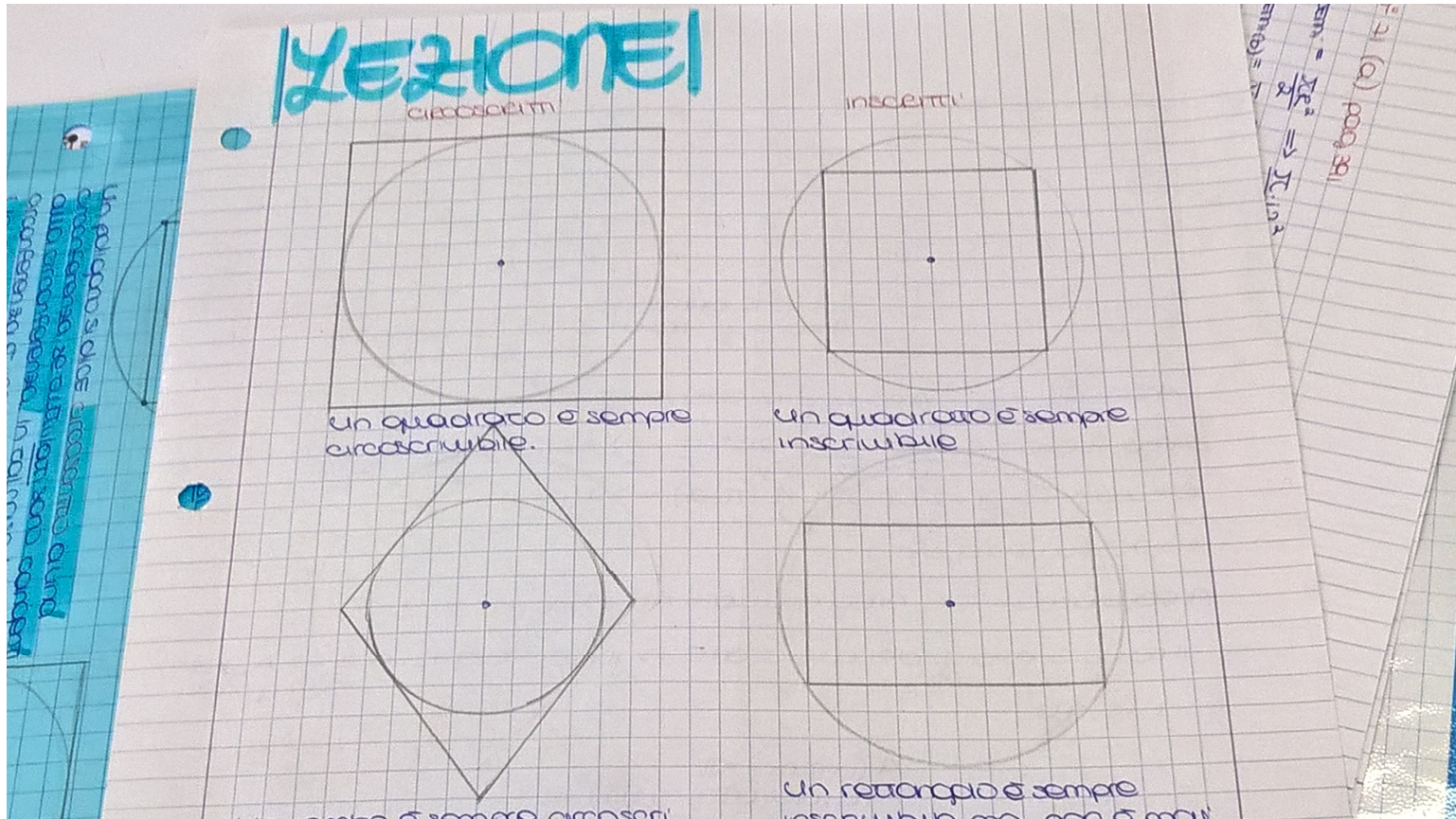
PERSONAGGI
COLLOCATI



Contributo da parte di Erica



Facendo la costruzione a mano l'allieva pensava che con i quadrilateri l'esercizio fosse più semplice, però tutti i poligoni regolari sono sia inscrittibili che circoscrivibili mentre per il rombo e per il rettangolo è stato possibile costruire solo una delle circonferenze



Dal quaderno
di Chidimma



- Esistono dei criteri per stabilire se un qualunque poligono è inscrittibile e/o circoscrittibile in una circonferenza?
- Quali sono i quadrilateri inscrittibili in una circonferenza?
- Quali sono i quadrilateri circoscrittibili in una circonferenza?



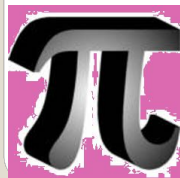
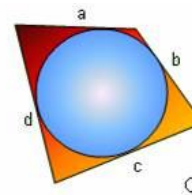
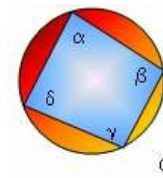
Mentre ogni triangolo è inscrivibile in una circonferenza, in generale un poligono con più di tre vertici è inscrittibile solo in situazioni particolari.

Quadrilateri inscrivibili e circoscrivibili in una circonferenza

- un quadrilatero è inscrivibile in una circonferenza se e solo se gli angoli opposti sono supplementari

Attività: dimostrarlo utilizzando un teorema noto

- un quadrilatero è circoscrittibile ad una circonferenza se e solo se la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due

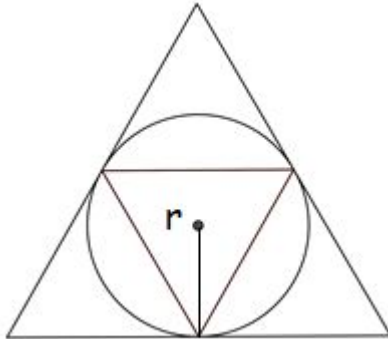


Attività: far ricavare agli studenti p_1 e p_2

p_1 =perimetro del poligono inscritto
 p_2 =perimetro del poligono circoscritto

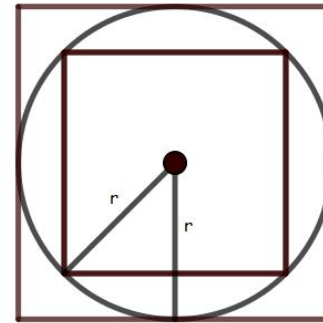
Nel caso del **triangolo**

$$p_1 = 3r\sqrt{3} \quad \text{e} \quad p_2 = 6r\sqrt{3}$$

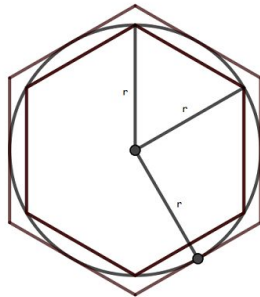


Nel caso del **quadrato**

$$p_1 = 4r\sqrt{2} \quad \text{e} \quad p_2 = 8r$$

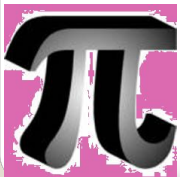


Tralasciamo il calcolo nel caso del pentagono (da affrontarsi solo se sono state studiate le funzioni goniometriche)



Nel caso dell' **esagono**

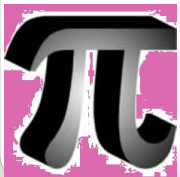
$$p_1 = 6r \quad \text{e} \quad p_2 = 4r\sqrt{3}$$



Cosa succede aumentando il numero dei lati del poligono ?

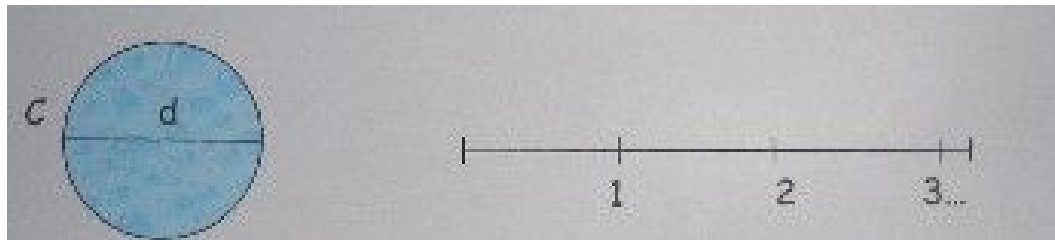
N° lati	p1	p2
3	$3r\sqrt{3}$	$6r\sqrt{3}$
4	$4r\sqrt{2}$	$8r$
6	$6r$	$4r\sqrt{3}$

Si **osserva** che aumentando il numero dei lati, il perimetro p1 cresce mentre p2 decresce: approssimano rispettivamente per difetto e per eccesso la circonferenza (l'osservazione è stata rilevata da tutta la classe).

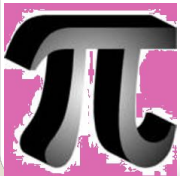


Possiamo affermare che

- La circonferenza è l'**elemento separatore** tra le due successioni dei perimetri dei poligoni regolari inscritti e circoscritti.



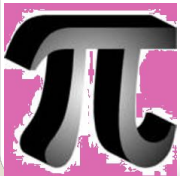
La **circonferenza rettificata** è l'unico segmento maggiore del perimetro di un qualunque poligono regolare inscritto nella circonferenza e minore del perimetro di un qualunque poligono regolare circoscritto.



Archimede raddoppiò quattro volte i lati di due esagoni ottenendo due poligoni regolari di **96** lati e pervenne a trovare che

$$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{10}{70}$$

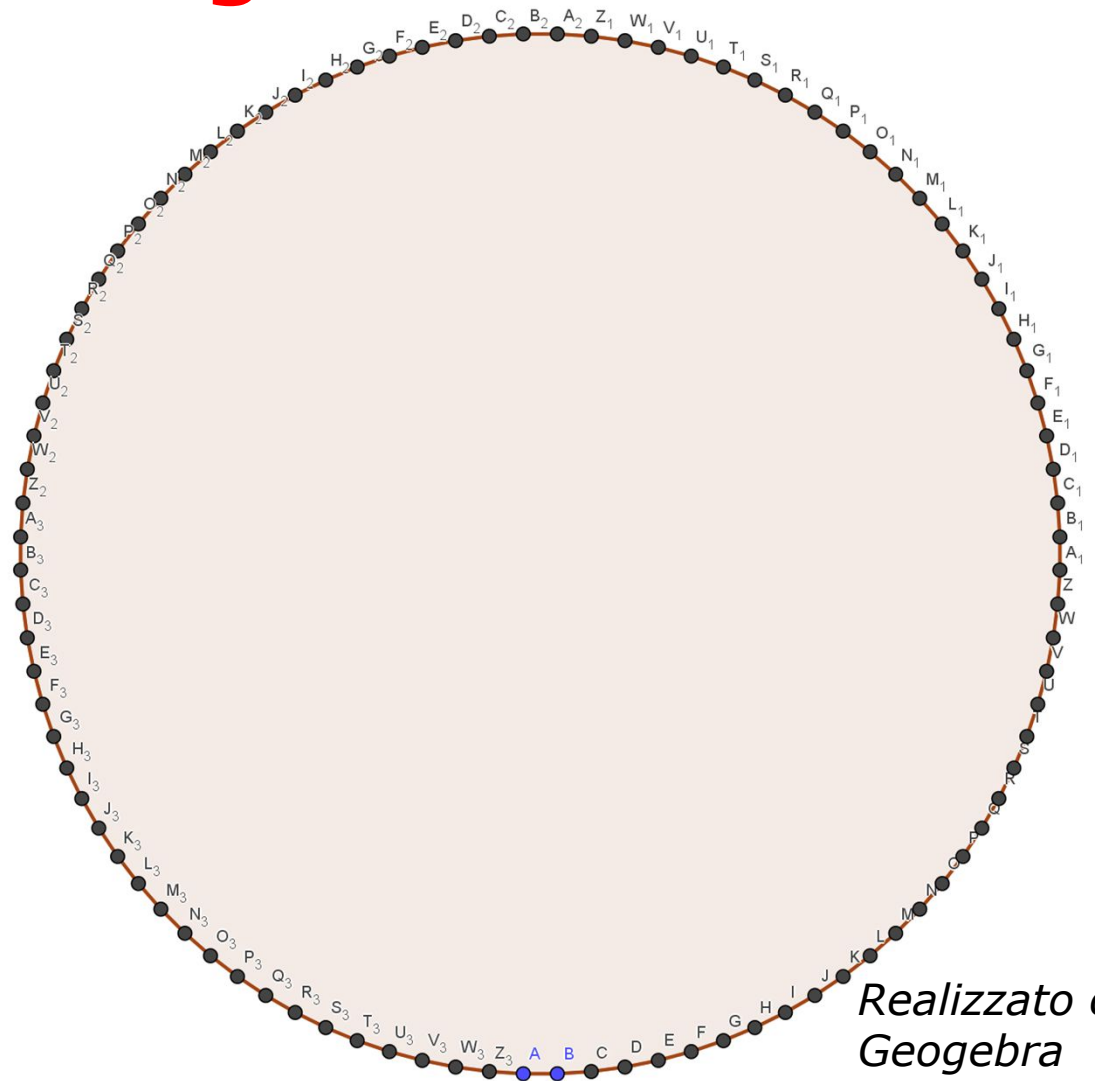
Nel suo libro *«Sulla misurazione del cerchio»* Archimede si esprime così: *«la circonferenza è uguale al triplo del diametro più una certa porzione del diametro stesso che è più piccola dei 10/70 del diametro e più grande dei 10/71 del diametro stesso»*.



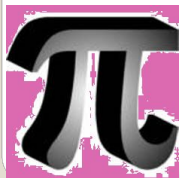
Poligono regolare con 96 lati



Scoperta: il poligono quasi si identifica con la circonferenza



Realizzato con Geogebra

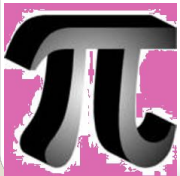


Informazioni storiche

Il simbolo greco π venne utilizzato per la prima volta nel testo *A New Introduction to the Mathematics*, nel 1706, dal matematico gallese (che fu peraltro vicepresidente della Royal Society) William Jones (1675-1749) per designare il rapporto sussistente tra la lunghezza di una circonferenza e il diametro.

Nella sua importante opera *Introduzione all'analisi degli infiniti* (1748), Eulero approvò tale uso di π , contribuendo così alla sua ampia diffusione.

In entrambi i casi π è la prima lettera di *περίμετρος* (perimetros), che significa «misura attorno».



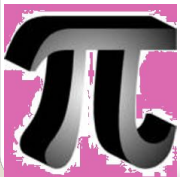
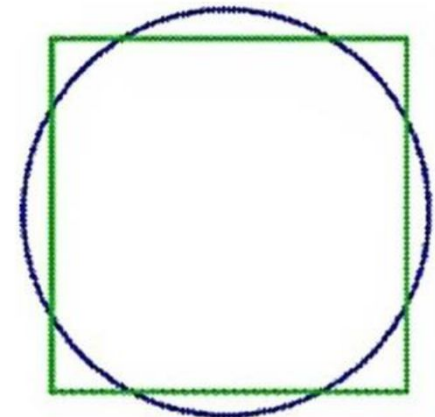
LA QUADRATURA DEL CERCHIO

Siamo partiti dalla geometria affrontabile mediante l'uso di riga e compasso, ma tra i tre problemi non risolvibili con riga e compasso vi è la **quadratura del cerchio**.

Lo scopo da raggiungere con la soluzione di questo problema è quello di costruire un quadrato che abbia la stessa area di un cerchio assegnato.

Questo quesito è stato affrontato fin dall'antichità da molti matematici, senza però riuscire a risolverlo con gli strumenti elementari di riga e compasso.

- Se la circonferenza ha raggio unitario, quale dovrebbe essere la misura del lato l di un quadrato equivalente che dovremmo costruire?

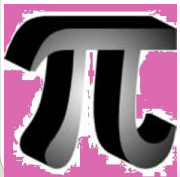
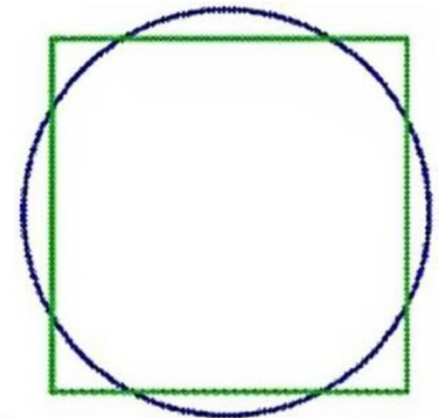


Il lato del quadrato da determinare deve essere uguale a $\sqrt{\pi}$

Il problema della quadratura del cerchio è un problema impossibile perché non si riesce a costruire con riga e compasso un segmento di misura $\sqrt{\pi}$. Infatti sono costruibili solo segmenti che hanno come misura un numero **algebrico** mentre π è un numero **trascendente**.

Nel 1882 Ferdinand von Lindemann dimostrò per la prima volta che π è un numero trascendente e, a maggior ragione, lo è $\sqrt{\pi}$ per cui non è costruibile un quadrato con tale lato.

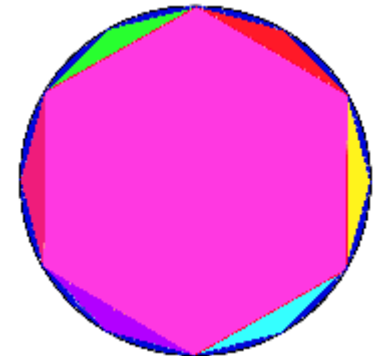
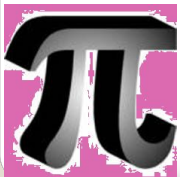
Non è quindi possibile quadrare il cerchio con riga e compasso.



E per l'area del cerchio?



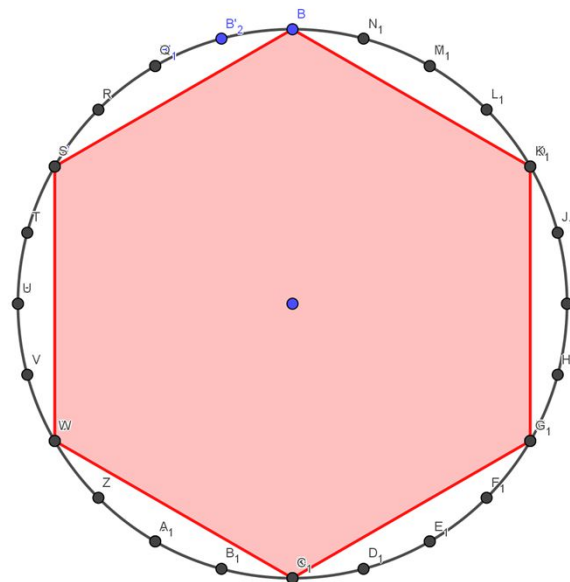
Archimede utilizzò il metodo di **esaustione**: tecnica di calcolo usata per calcolare un'area attraverso la successione di poligoni regolari inscritti (o circoscritti) e, via via raddoppiando il numero dei lati, si ottiene un poligono la cui area si avvicina sempre di più all'area cercata. Fu inventato dal grande matematico e astronomo Eudosso di Cnido (407-355 a.C). Consisteva nel "riempire" con figure uno spazio a disposizione fino a che questo venisse «esaurito».



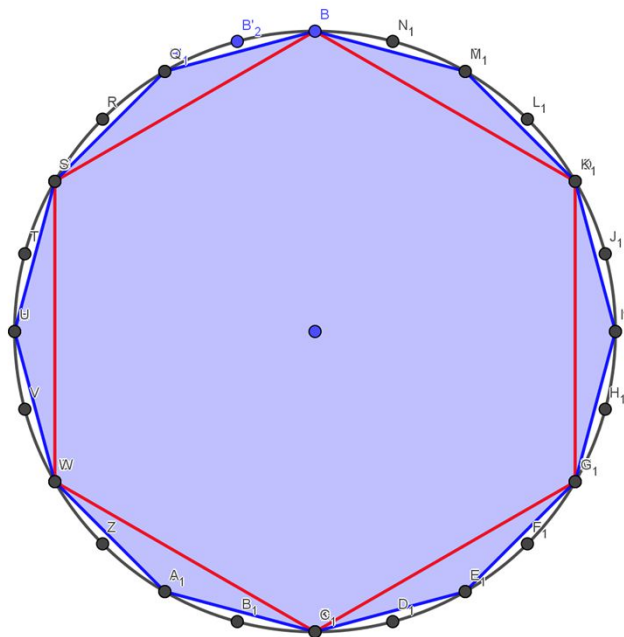
Esauzione con poligoni inscritti

Passi seguiti con geogebra

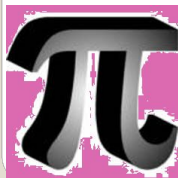
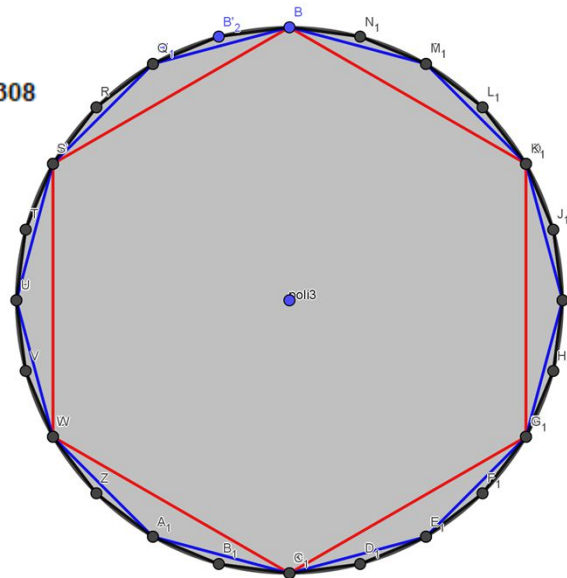
- Costruire circonferenza di $r=5$
- Inscrivere un esagono regolare **poli1 = 64.9519052838**
- Inscrivere un dodecagono regolare
- Inscrivere un poligono regolare di 24 lati



poli2 = 75



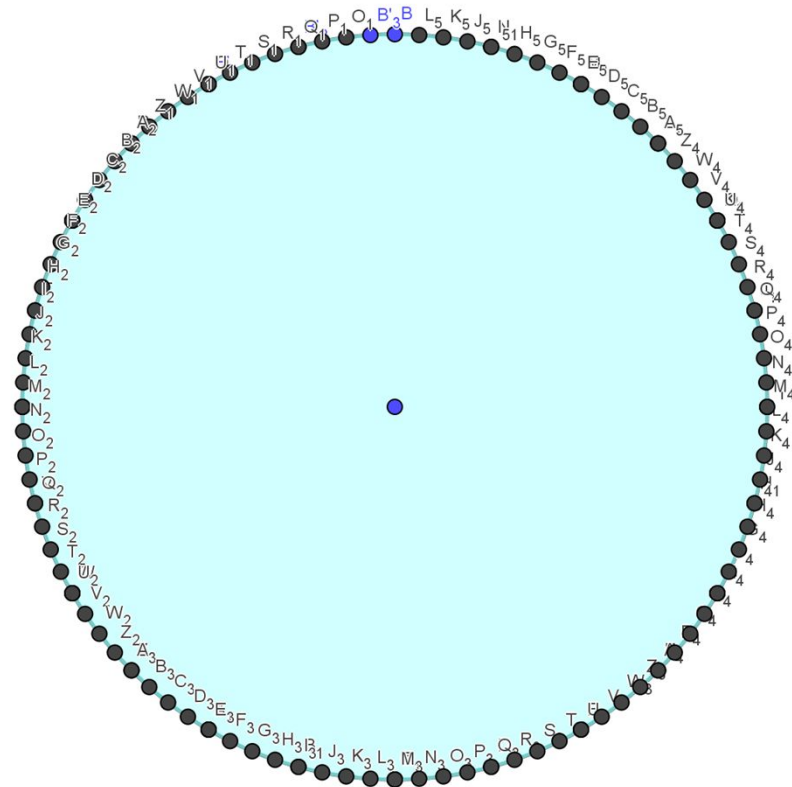
poli3 = 77.6457135308



Qualunque poligono regolare inscritto nel cerchio possiede un' area inferiore a quella del cerchio stesso. Inoltre all'aumentare dei lati del poligono la differenza tra l'area del cerchio e del poligono diventa sempre più piccola.

poligono con 96 lati

poli4 = 78.4837550762



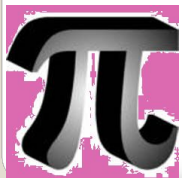
La proposizione che Archimede dimostra è la seguente: **L'area del cerchio è equivalente all'area del triangolo rettangolo avente base uguale alla circonferenza e altezza uguale al raggio del cerchio.**



Senza entrare nel dettaglio della dimostrazione riportiamo le osservazioni su cui si basò Archimede.



- L'area dell'esagono regolare di apotema r e perimetro p è equivalente all'area del triangolo rettangolo di base p ed altezza r .
- Dalla seguente figura è evidente la scomposizione del poligono regolare (un esagono) in 6 triangoli equilateri che sono equivalenti al triangolo avente come base il perimetro del poligono di partenza.

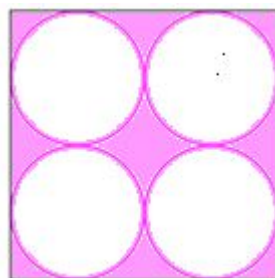
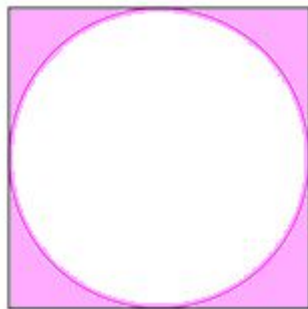
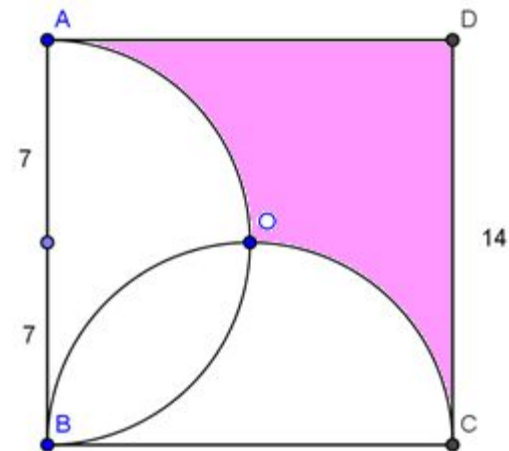


PRIMA ATTIVITA' SUL CALCOLO DI AREE

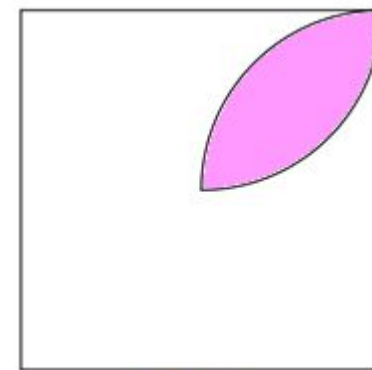
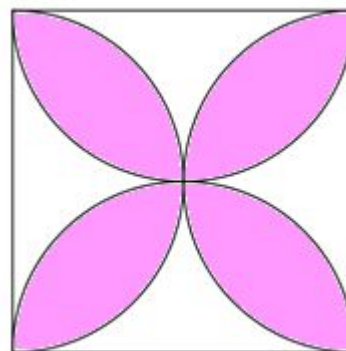
1. Determina la misura del perimetro e l'area della parte tratteggiata di un quadrato in cui sono state tracciate due semicirconferenze (le misure indicate sono in m).
 (Il perimetro della figura mistilinea AOCD è formato da

.....
 L'area di AOCD si calcola per differenza tra l'area del quadrato ABCD e

2. Calcola l'area della parte colorata delle due figure sapendo che il quadrato ha lato l



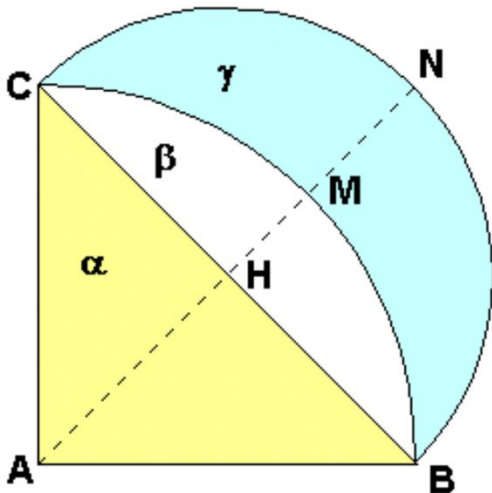
3. Calcola l'area della parte colorata con il lato del quadrato uguale a l



foglia



Già nel V sec.a.C. il matematico greco Ippocrate da Chio è famoso anche per i contributi dati alla risoluzione di questo problema, con la quadratura di una lunula. Si consideri un triangolo rettangolo isoscele ABC, di ipotenusa BC; si costruisca la semicirconferenza BNC di diametro BC e l'arco di circonferenza BMC di centro A e raggio AB. La parte di piano delimitata da questi due archi è chiamata lunula. Ippocrate riuscì a dimostrare che la lunula era equivalente al triangolo ABC.

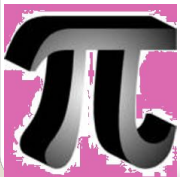


Attività: con le conoscenze note sul calcolo delle aree del cerchio e del triangolo dimostrare l'equivalenza tra le due aree.

Cosa vi stupisce di questo risultato? Quale può essere il legame con lo studio della quadratura del cerchio?

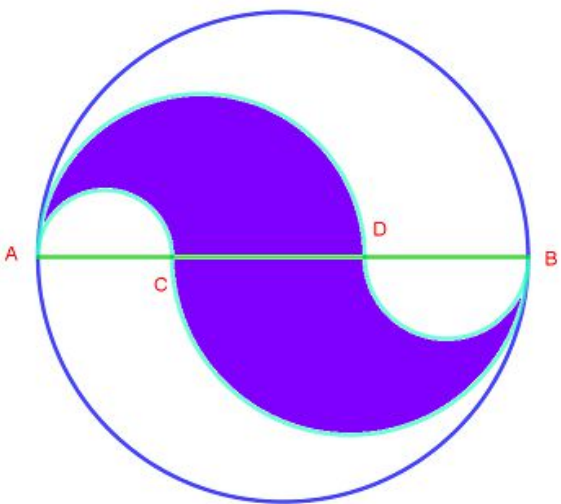


(Argomento dibattuto)



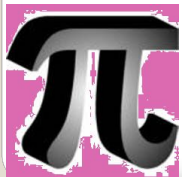
Altre particolari curve

- **Pelecoide** (in greco significa «forma di scure») è la figura racchiusa tra le quattro semicirconferenze ottenute fissando sul diametro AB di una circonferenza due punti qualsiasi C e D e descrivendo quattro semicirconferenze con diametri AC , AD , BC e BD , le prime due e le ultime due da parti opposte rispetto ad AB .

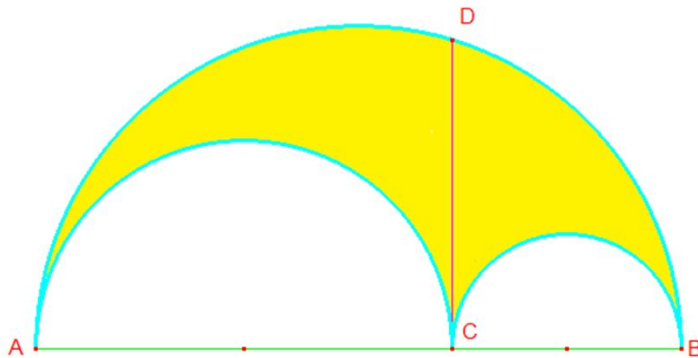


Attività1: Il perimetro della pelecoide è uguale alla lunghezza della circonferenza data di diametro AB .

Attività2: il rapporto tra l'area della pelecoide e l'area del cerchio è uguale al rapporto tra CD e AB .

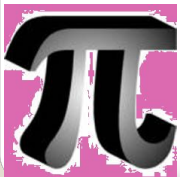


- *Arbello di Archimede* (nota anche come **coltello da calzolaio**) è la figura delimitata da tre semicirconferenze così costruite: sul diametro AB di una semicirconferenza si fissa un punto qualunque C e si descrivono due semicirconferenze di diametri AC e CB , tangenti tra loro e tangenti internamente alla semicirconferenza data.

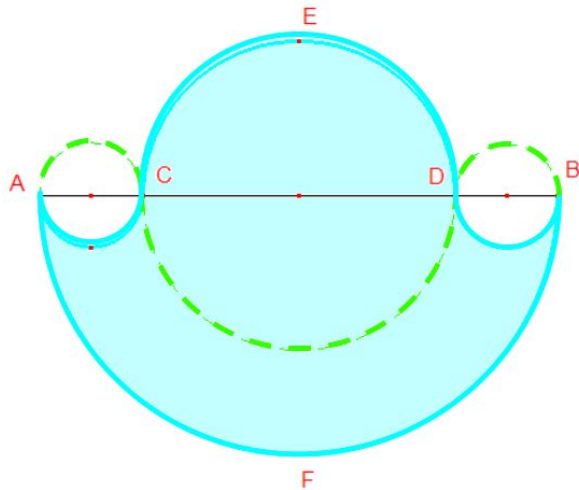


Attività1: *La lunghezza del contorno è uguale a quella della circonferenza di diametro AB .*

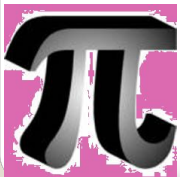
Attività2: *La superficie è equiestesa all'area del cerchio di diametro CD con D punto di intersezione della semicirconferenza di partenza con la perpendicolare per C ad AB .*



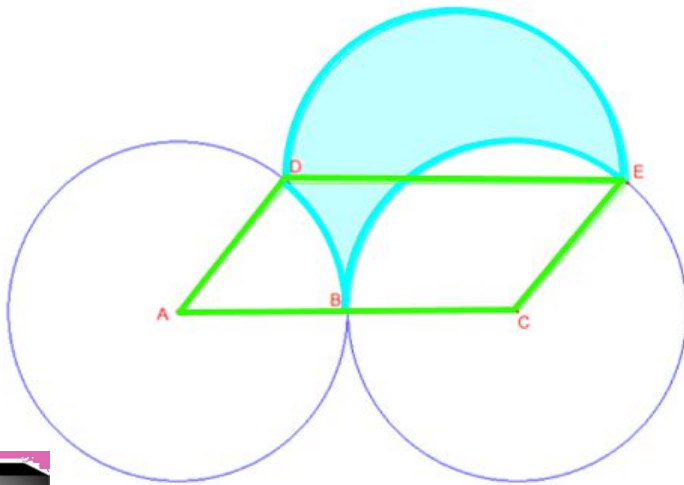
- **Salinon di Archimede** (Nel testo latino troviamo *salinon* = saliera; altri studiosi fanno invece derivare la parola da *salos* = il «rotolarsi» dell'onda marina, *sélinon* = foglia d'acanto, *selenion* = lunula): figura racchiusa da quattro semicirconferenze ottenute fissando sul diametro AB di un semicerchio due punti C e D equidistanti da A e da B e tracciando i semicerchi con diametro AC, CD, e DB come in figura .



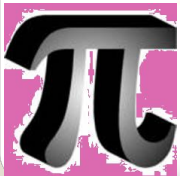
Attività: la sua superficie è equiestesa all'area del cerchio di diametro EF.



- *Drepanoide* (dal greco " a forma di falce", è un'altra curva che deriva il suo nome da un attrezzo usato nella vita lavorativa, in questo caso del lavoro dei campi): figura ottenuta come triangolo a lati curvilinei disegnando due circonferenze di uguale raggio, tangenti esternamente in un punto B, tracciando due raggi paralleli AD e CE e tracciando quindi una semicirconferenza avente per diametro il segmento DE congiungente i punti di intersezione (D,E) dei raggi con le loro circonferenze.

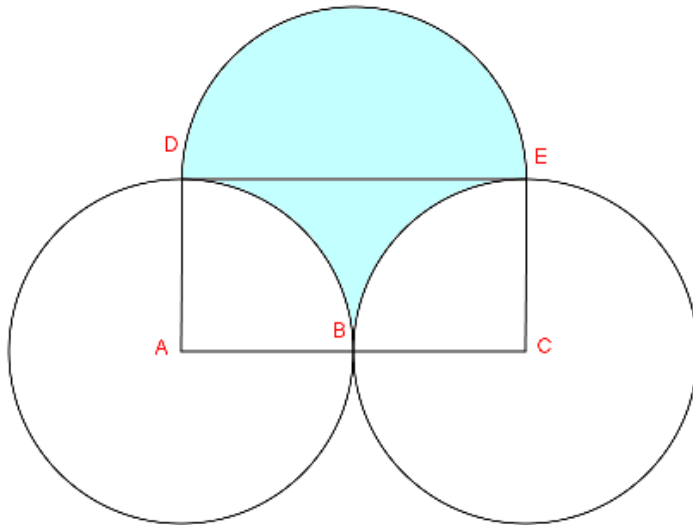


Attività: *il suo perimetro è uguale alla lunghezza della circonferenza data di raggio AB.*

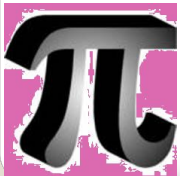


Per quanto riguarda l'area: **l'area del drepanoide è equivalente a quella del parallelogramma ACED.**

Nel nostro percorso consideriamo il particolare drepanoide che si ottiene muovendo il punto **D** fino a modificare il parallelogramma in rettangolo (ciò è possibile utilizzando Geogebra).



Attività: dimostrare l'equivalenza con l'area del rettangolo.



Esempi di riconoscimento di aree note

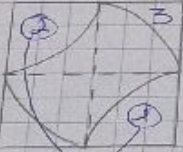
luical18

es n° 21 (a) pag 391

$A_{\text{semic}} = \frac{\pi r^2}{2} \Rightarrow \frac{\pi \cdot 12^2}{2} \Rightarrow \frac{\pi \cdot 144}{2} \Rightarrow 72\pi$
 $A_{\text{quadrato}} = \frac{\pi r^2}{2} \Rightarrow \frac{\pi \cdot 6^2}{2} \Rightarrow \frac{\pi \cdot 36}{2} \Rightarrow 18\pi$

Area colorata = $72\pi - (2 \cdot 18\pi) = 72\pi - 36\pi = 36\pi$

es n° 21 (b) pag 391



$r = 4 \text{ cm}$

$lq = 8 \text{ cm} \Rightarrow Aq = 8^2 = 64$

$A_{\text{quadrato}} = 4^2 = 16$

SEMICERCHIO $\rightarrow A_{\text{semi}} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = \frac{16\pi}{2} = 8\pi$

$A_3 = A_{\text{quadrato}} - \frac{1}{4} \text{ cerchio}$

$A_3 = 16 - \frac{1}{4} \pi \cdot 16^2 = 16 - 4\pi$

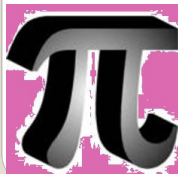
$A_{\text{figura}} = Aq - A_{\text{semi}} - A_3 = 64 - 8\pi - 2(16 - 4\pi)$

$= 64 - 8\pi - 32 + 8\pi$

$= 32$

es n° 21 (c) pag 391

Dal quaderno di Chidimma





Difficoltà incontrate

- Riconoscere aree di figure note la cui somma o differenza permette di determinare la particolare area.
- Errori nelle operazioni di calcolo letterale

$y < 3$
 $y = 3 - 5x$
 $0 = 3 - 5x$

area di una parte
 $y = 3 - \sqrt{5-x^2} + 4x - 4$
 $y = 3 - \sqrt{5-x^2} + 4x$

due archi circolari
 di raggio $\frac{1}{2}$
 di centro $\frac{1}{2}$ grande

$R = \frac{1}{2}$
 $r = \frac{1}{2}$

$A_{\text{quadrato}} - A_{\text{cerchio}} =$

e^2
 f^2

πr^2
 $\pi \left(\frac{1}{2}\right)^2$

100

Dal quaderno di Elisa

$A_1 = \pi \cdot x^2$
 $A_2 = \pi \cdot 1^2 = \pi$
 $A_3 = \pi \cdot 1^2 = \pi$
 $A_4 = \pi \cdot 1^2 = \pi$

$A_1 + A_2 = \pi \cdot \frac{1}{4} = \frac{\pi}{4}$
 $A_3 + A_4 = \pi \cdot \frac{1}{4} = \frac{\pi}{4}$
 $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = \frac{\pi}{2}$

$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = \frac{\pi}{2}$
 $A_1 + A_2 = \frac{\pi}{2}$
 $A_3 + A_4 = \frac{\pi}{2}$

$A_1 + A_2 = \frac{\pi}{2}$
 $A_3 + A_4 = \frac{\pi}{2}$

$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = \frac{\pi}{2}$
 $A_1 + A_2 = \frac{\pi}{2}$
 $A_3 + A_4 = \frac{\pi}{2}$

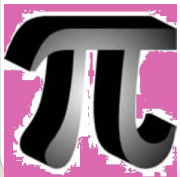
$8 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$

area di una parte

$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$
 $A_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$
 $A_3 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$
 $A_4 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$
 $A_{\text{quadrato}} = 2 \cdot (2 - 2) = 0$

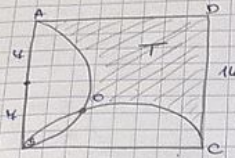
$A_1 = 4$
 $A_2 = \pi \cdot 1^2 = \pi$
 $A_3 = \pi$

$A_1 + A_2 = \frac{4 - \pi}{2}$
 $A_3 + A_4 = \frac{\pi}{2}$
 $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = \frac{4 - \pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \frac{4 - \pi + \pi}{2} = \frac{4}{2} = 2$



Esercizi Scheda

1)

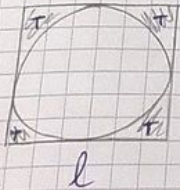


$$\begin{aligned} A_{\text{cerchio}} &= \pi \cdot r^2 \\ A_q &= l^2 = 16^2 = 196 \\ A(\text{BOC}) + A(\text{AOC}) &= 48\pi \\ A_T &= 196 - \frac{48\pi + 48\pi - 48\pi}{2} \\ &= 245 - 16\pi \end{aligned}$$

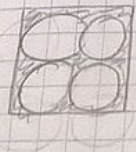


$$\begin{aligned} A_{\text{quadrato}} &= 48\pi \\ A_x &= 48 - \pi \cdot \frac{48}{4\pi} \\ &= 48 - 12\pi \\ A_T &= 48 - 2 \cdot \frac{48}{4} \\ &= 48 - 24 = 24 \end{aligned}$$

perché è $\frac{1}{2}$ di circonferenza.



$$\begin{aligned} r &= \frac{l}{2} \\ A_T &= l^2 - \pi \frac{l^2}{4} \\ &= l^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$



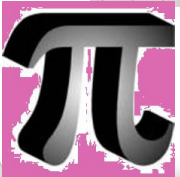
$$\begin{aligned} r &= \frac{1}{4} l \\ A_{\text{cerchi}} &= \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot l \cdot 4 \\ &= \pi \frac{l^2}{4} \\ A_T &= l^2 - \frac{\pi l^2}{4} = l^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

Verifica che le tre superfici sono equivalenti sapendo che $AB \cong BC \cong CD$ e che gli archi interni sono semicirconferenze

$r_{CD} = a$

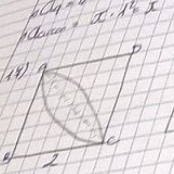
$$\begin{aligned} \angle BOC &= 30^\circ \\ \text{Semicerchio } CD &= \frac{1}{2} \pi a^2 \\ A_{\text{semicerchio grande}} - A_{\text{semicircolo}} &= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 9a^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4a^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 5a^2 \\ A_{\text{una delle 3 fig}} &= \frac{1}{2} \pi \cdot 6a^2 \\ A_{\text{semicerchio grande}} - A_{\text{semicircolo}} &= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 6a^2 - \frac{1}{2} \pi a^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 5a^2 \\ A_{\text{due dei } BOC} &= 2 \left(\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 3a^2 \right) \\ &= \pi \cdot 3a^2 \end{aligned}$$

Il simbolo dell'angolo non è corretto però è comprensibile ciò che viene calcolato

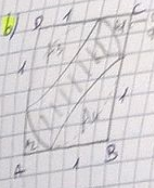


Dal quaderno di Alessia

$\frac{II}{4} = \frac{I}{4}$ $\text{Acquisto} = x \cdot x$
 $r = 1 \text{ cm}$
 $R = 2 \text{ cm} \rightarrow AB = 2 \text{ cm}$
 $\text{Area} = \text{Acquisto} = 4 \text{ A}$
 $\text{Acquisto} = (1 \text{ cm})^2$
 $A = \frac{1}{4} r^2 \theta = \frac{1}{4}$
 $\text{Acquisto} = \frac{1}{4} \cdot 1 \cdot x = (1-x) \text{ cm}^2$

18) 


$\text{Area} = 2 \cdot 2 = 4$
 $A_{\text{arc}} = \frac{1}{4} \pi 2^2 = \pi$
 $A_x = \pi - 2$
 $\text{Perimetro} = 2(\pi - 2)$

19) 

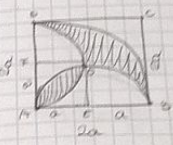
$A_3 = \frac{1}{4}$
 $A_1 + A_2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$
 Perché
 voglio sapere solo 2
 $A_3 + A_4 = \frac{1}{2}$ ← xke è la metà
 di una circonferenza.

Dal quaderno di Greta

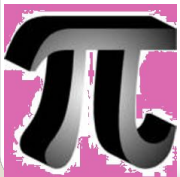
$\text{Area} = 4 - \left(\frac{1}{2} \pi + \frac{1}{2} \right)$
 $= 4 - \left(\frac{1}{2} \pi + \frac{1}{2} \right)$
 $= 4 - 2 = 2$

c) 

$\text{Area} = \frac{1}{4} \pi 2^2 = \pi$
 $A_{\text{quad}} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$
 $A_{\text{figura}} = \frac{1}{2} \pi + 1$

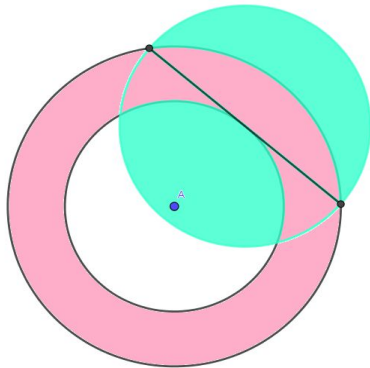
13) 

$r = 2a$
 $\text{area settore OAB} = (1-x) a^2$
 $A_{\text{quad}} = 4a^2 \text{ cm}^2$
 $A_{\text{di un quarto di cerchio}} = \frac{1}{4} \pi r^2$
 $= \frac{1}{4} \pi (2a)^2 = \pi a^2$
 $A_{\text{figura}} = A_{\text{quad}} - A_{\text{di un quarto}} = 4a^2 - \pi a^2$
 $= (4 - \pi) a^2$
 $A_{\text{settore OAB}} = \frac{1}{4} \pi (2a)^2 = \frac{1}{4} \pi 4a^2$
 $A_{\text{FOEA}} = a^2$
 $A_{\text{EOA}} = A_{\text{FOEA}} - A_{\text{FOEA}} = a^2 - \frac{1}{4} \pi a^2$
 $= \left(1 - \frac{1}{4} \pi \right) a^2$
 $A_{\text{figura}} = A_{\text{figura}} - 2(A_{\text{OAB}} + A_{\text{EOA}})$
 $= (4 - \pi) a^2 - 2 \left(\frac{1}{4} \pi a^2 + \left(1 - \frac{1}{4} \pi \right) a^2 \right)$
 $= (4 - \pi) a^2 - 2a^2$
 $= (2 - \pi) a^2$



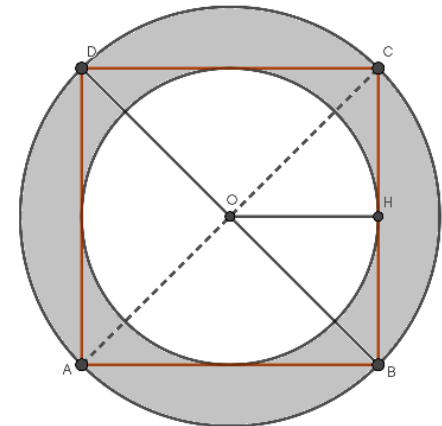
All'interno di una verifica volendo verificare la seguente competenza **analizzare disegni o grafici e ricavare da essi le informazioni** Sono stati assegnati i seguenti quesiti:

A) Osserva la figura in cui le due circonferenze concentriche hanno raggio rispettivamente r_2 e r_1 con $r_2 > r_1$. Dimostra che l'area della corona circolare è equivalente a quella di un cerchio, come quello indicato in figura, avente per diametro una corda della circonferenza maggiore tangente alla circonferenza minore.



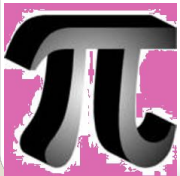
A)

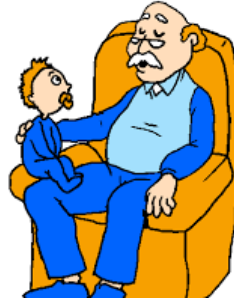
B) Un quadrato ha il lato di 6cm. Calcola la lunghezza della circonferenza inscritta nel quadrato, la lunghezza di quella circoscritta e l'area della corona circolare compresa fra esse. Dal risultato trovato la corona circolare a cos'è equivalente?





*"Qual è 'l geometra che tutto s'affigge
per misurar lo cerchio, e non ritrova,
pensando, quel principio ond'elli indige,
tal era io a quella vista nova:
veder volea come si convenne
l'imago al cerchio e come vi s'indova"
Dante (Paradiso, XXXIII, 133 – 138)*





Rispetto al suo unico rivale π il numero e è un vero pivello. Se il primo ha un glorioso passato risalente ai Babilonesi, e è un numero trascendente molto più giovane. E' sempre presente quando è in ballo una «crescita»: che si tratti di popolazione, denaro o grandezze fisiche, se qualcosa aumenta, invariabilmente salta fuori e .

e

Una semplice regola mnemonica per ricordare le prime cifre del numero **e** 2,7**18281828**: il 1828 è l'anno in cui Andrew Jackson venne eletto settimo presidente degli Stati Uniti e l'anno in cui è nato lo scrittore Jules Verne.

Anche per il numero **e** è possibile riportare una poesia per ricordare alcune delle sue cifre:

*Ai modesti o
vanitosi
ai violenti o 2,718
timorosi 2818
do, cantando gaio 2845
ritmo, 9...
logaritmo...
(Giorgio Rabbeno)*

A large, stylized, blue letter 'e' with a slight 3D effect and a shadow, positioned in the bottom left corner of the slide.

Le radici storiche del numero e partono dalle applicazioni a problemi economici, dai primi che si sono chiesti quale potesse essere il miglior investimento di un capitale, come questo potesse aumentare nel tempo, e quale guadagno ne avrebbero potuto ricavare. Far fruttare il denaro è una preoccupazione antica, che risale alle origini del pensiero matematico.

Ecco un problema riportato su una tavoletta babilonese, conservata al Louvre di Parigi, del 1700 a. C.:

Quanto tempo ci vorrà – si chiedeva l’anonimo autore – perché una certa somma di denaro raddoppi, se ogni anno aumenta del 20%?

A large, stylized, blue italicized letter 'e' is positioned in the bottom left corner of the slide. It has a slight 3D effect with a gradient from light to dark blue.

Messo, ad esempio, uguale a 100 il capitale iniziale, sarà sufficiente moltiplicare per il fattore 1,2. Dopo il primo anno avremo:

$$100 \cdot 1,2 = 120$$

E dopo quattro anni avremo 207,36. La risposta è un numero fra i 3 e i 4 anni.

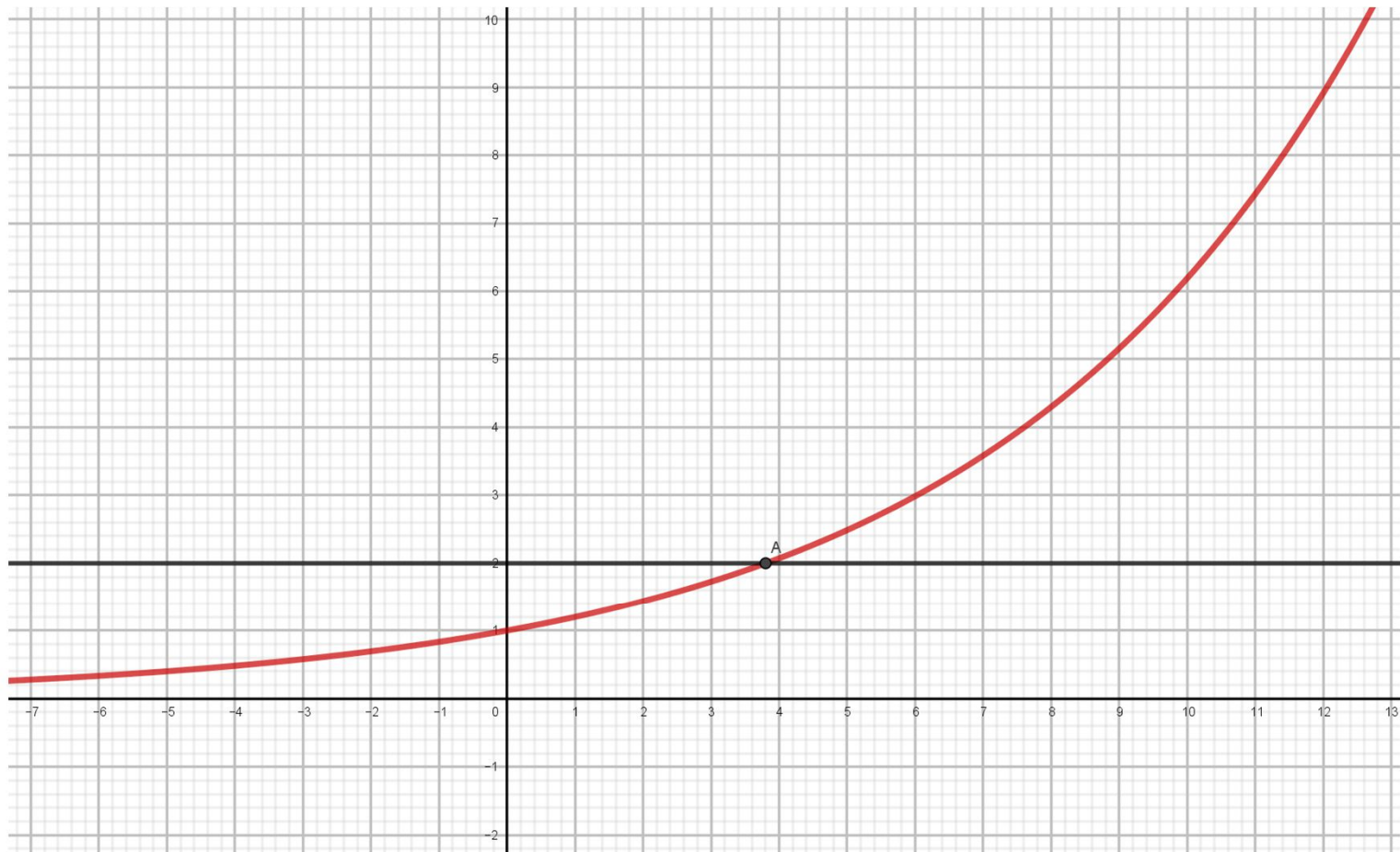
Con un capitale iniziale posto uguale a 1 abbiamo $1,2^x = 2$ e abbiamo

$$1,2^3 = 1,728 \text{ e } 1,2^4 = 2,0736$$

Possiamo quindi affermare che $3 < x < 4$, Ma per risolvere l'equazione $1,2^x = 2$ dobbiamo usare i logaritmi, che i babilonesi non conoscevano, e potevano procedere soltanto per interpolazione. In questo modo arrivarono al valore 3,7870 molto vicino al valore corretto, $x = 3,8018$.



RISOLUZIONE GRAFICA DELL'EQUAZIONE $1,2^x = 2$



e

VERIFICHE DEGLI APPRENDIMENTI

Sono state effettuate con varie modalità:

- Osservando come ciascun studente ha lavorato, è intervenuto, ha svolto esercizi e soprattutto nella capacità di correggersi
- Verifiche comprendenti gli argomenti svolti



CONSIDERAZIONI FINALI

Tenendo conto che

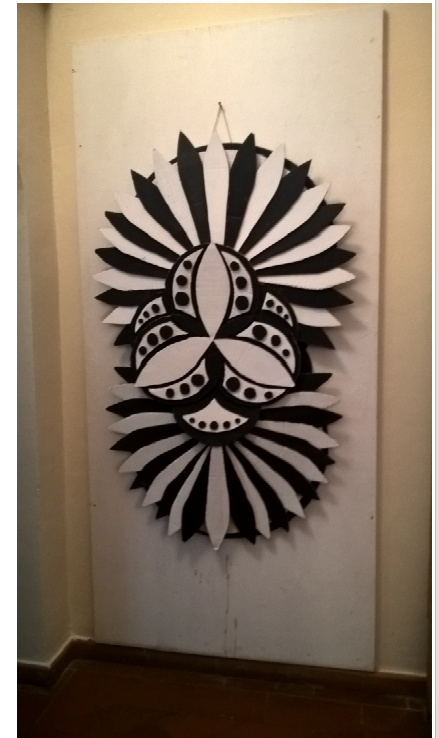
- l'orario settimanale è di 2h
- gli studenti degli indirizzi non scientifici non hanno una grande «passione» per la matematica

→ gli studenti hanno favorevolmente accolto la trattazione di un argomento in cui si sono resi partecipi non solo nel risolvere esercizi ma nel preparare brevi lezioni frontali, con l'ausilio di presentazione, sulla ricerca storica.



POSSIBILI SVILUPPI FUTURI

- Per il poco tempo a disposizione la trattazione del numero e è stata solo accennata
- Il prossimo anno nel dover affrontare i limiti gli studenti avranno chiaro il concetto ripensando al metodo di esaustione e cioè che al crescere del numero dei lati il perimetro del poligono inscritto in una circonferenza tende alla misura della circonferenza (analogamente per l'area del poligono e quella del cerchio circoscritto)



*Opera realizzata da
studenti del Liceo
artistico dell'istituto*