REGIONE TOSCANA

Laboratori del Sapere Scientifico

Iniziativa realizzata con il contributo della Regione Toscana nell’ambito del progetto

Rete Scuole LSS

a.s. 2018/2019

Frazioni: da figure geometriche equivalenti al confronto tra frazioni

Classi II F G H
Scuola secondaria di I grado
B. Sestini - Agliana

Prof. Tiziana Biagiotti – Prof. Luisa Guarnieri - Prof. Paola Palmerini

Collocazione nel curricolo

Le frazioni costituiscono un nucleo fondante del curricolo di matematica nella scuola dell'obbligo, i cui contenuti si distribuiscono verticalmente negli anni della scuola primaria e secondaria di I grado, permettendo di attuare una vera e propria didattica a spirale. Da cinque anni nella scuola secondaria, il nostro percorso didattico sulle frazioni è così suddiviso:

Classe I

- divisione scritta come frazione
- frazione come probabilità
- frazione come percentuale
- trasformazione di numeri decimali in frazioni e viceversa

Classe II

- frazione usata nel quotidiano
- costruzione del concetto di frazione come operatore
- frazioni equivalenti
- frazione come numero
- confronto tra frazioni
- problemi con le frazioni
- operazioni tra frazioni
- m.c.m per addizione e sottrazione tra frazioni

Classe III

- frazione come rapporto

Metodologie adoperate

In particolare, in questo documento presentiamo in modo dettagliato il lavoro svolto per trattare: frazioni nel quotidiano, costruzione del concetto di frazione come operatore, frazioni equivalenti, confronto tra frazioni e problemi, tralasciando volutamente la rappresentazione delle frazioni sulla semiretta orientata e le frazioni come numeri misti, anche se affrontati in classe. Questo percorso è strettamente collegato alla documentazione degli stessi docenti dal titolo « Addizioni e sottrazioni con le frazioni: dai problemi geometrici al m.c.m».
Entrambi i percorsi sono caratterizzati da alcuni aspetti significativi:

- costruzione di un modello geometrico per il concetto di frazione come divisione di un intero in parti equivalenti e non semplicemente uguali;
- utilizzo del modello geometrico per la soluzione di problemi, confronto tra frazioni, frazioni equivalenti e per il progressivo apprendimento della procedura di addizione tra frazioni;
- situazioni problematiche reali o problemi del Rally Matematico Transalpino per consolidare concetti già affrontati o per introdurne di nuovi;
- scomposizione in fattori primi e m.c.m. non trattati a priori, né in classe prima, né in classe seconda, ma introdotti soltanto al termine della trattazione di tutte le operazioni tra frazioni;
- *Cooperative-learning* come prassi pressoché quotidiana, per promuovere un apprendimento quanto più attivo e individualizzato possibile;
- verifica scritta formativa di gruppo, seguita da una verifica scritta individuale.

Durante tutto il percorso, è stata adoperata una didattica partecipativa a carattere prevalentemente induttivo, in cui si è cercato costantemente di sollecitare l'autonomia degli allievi nella costruzione delle conoscenze e nella ricostruzione delle sintesi cognitive.

Obiettivi trasversali di apprendimento

- ✓ Sviluppare capacità di osservazione
- ✓ Argomentare e formulare ipotesi
- ✓ Giustificare in modo adeguato enunciazioni, distinguendo tra affermazioni indotte dall’osservazione, intuite ed ipotizzate, argomentate e dimostrate
- ✓ Documentare i procedimenti scelti e applicati nella risoluzione dei problemi
- ✓ Riflettere sul procedimento risolutivo di un problema e confrontarlo con altre soluzioni possibili
- ✓ Documentare i disegni geometrici e rappresentare figure piane con adeguati strumenti (riga, squadre, compasso, goniometro)

Obiettivi specifici di apprendimento

- ✓ Definire, riconoscere e applicare il concetto di frazione, come suddivisione di un intero in parti equivalenti e non semplicemente uguali
- ✓ Costruire un modello geometrico per operare con le frazioni: confronto tra frazioni, frazioni equivalenti e operazioni tra frazioni
- ✓ Scegliere e applicare procedimenti opportuni nella risoluzione di problemi con le frazioni

Prerequisiti

- ✓ Descrivere figure, identificando elementi significativi e simmetrie in particolare di triangoli e quadrilateri
- ✓ Distinguere le trasformazioni geometriche e le diverse figure a cui possono dare origine
- ✓ Distinguere perimetro e area di una figura
- ✓ Calcolare l’area di semplici figure scomponendole in figure elementari
- ✓ Stabilire relazioni di isoperimetria ed equivalenza tra figure geometriche

Fasi del percorso

Il percorso è articolato come segue:

FASE I Le frazioni nel quotidiano
FASE II Piegando il quadrato
FASE III Problemi con frazioni
FASE IV Confrontando frazioni
FASE V Giocando con le frazioni
FASE VI Verifiche sulle frazioni

Materiali

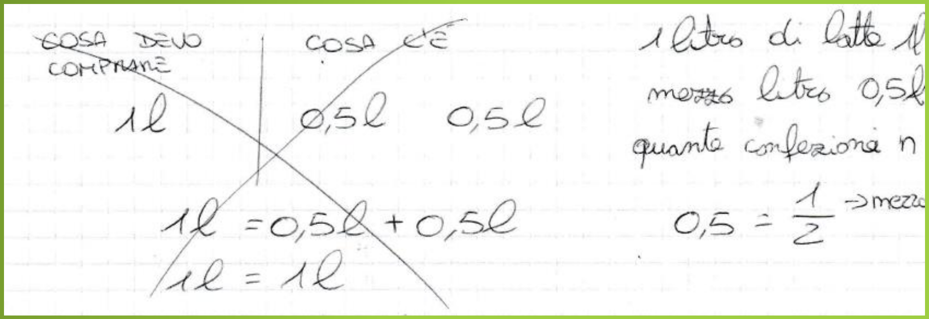
- Foglietti quadrati di carta, dimensioni post-it, ma non adesivi
- Strumenti per disegno geometrico: riga, squadra
- Forbici, colla, scotch, cartoncino, matite colorate
- Carte «Sperlari»
- Problemi RMT, Rally Matematico Transalpino

Tempo impiegato indicativamente

- 6 ore di formazione nel gruppo LSS
- 4 ore di studio e sperimentazione tra docenti in piccolo gruppo
- 2 ore per la progettazione specifica e dettagliata delle prove di verifica
- 20 ore circa per lo svolgimento in classe
- 12 ore circa ore per la documentazione

FASE I Le frazioni nel quotidiano

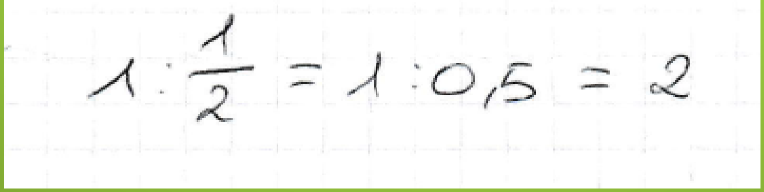
Senza alcuna introduzione, l’insegnante scrive alla LIM un primo problema lasciando il tempo necessario, affinché ogni alunno trovi un suo procedimento risolutivo. I primi tre problemi di questa prima fase sono stati ripresi dal libro di testo Numeri A E.Castelnuovo La Nuova Scuola.



Nell’immagine sopra, l’alunna ha cancellato con una x il procedimento che prevedeva solo numeri decimali, dopo la riflessione guidata dall’insegnante.

La maggior parte degli alunni ha lavorato con 0,5 l, facendo 0,5+0,5=1.
La docente ha quindi chiesto: « In quale altro modo si può altro tradurre mezzo litro?»
Qualcuno ha quindi risposto: ½.
Docente: «Cosa c’entra ½ con 0,5?»
«Come avete ottenuto 0,5?»
«Come fate a sapere che 0,5 è metà di un litro?»
E’ riaffiorato il ricordo che la linea di frazione indica una divisione, quindi 1 fratto 2 significa 1 diviso 2, che ha come risultato 0,5 l.

L’insegnante ha quindi chiesto di tradurre il testo del problema, usando le frazioni e subito gli studenti hanno scritto:



L'insegnante procede scrivendo alla LIM un secondo problema:

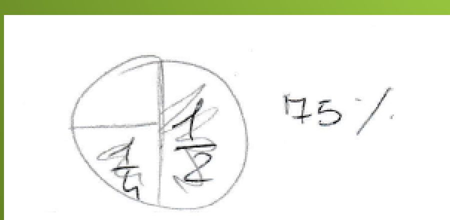
Al banco del pane c'è un bel filone di pane casereccio da 1 Kg, ma è troppo e chiedi alla commessa la metà. Poi ti ricordi che hai un ospite e allora le chiedi un quarto di più. Quanto pane hai comprato?
Traduci e scrivi l'operazione corrispondente.

1 Kg ~~FILONE~~	1 Kg
la metà	$\frac{1}{2}$
un quarto in più	$\frac{1}{4}$
QUANTO PANE ~~COMPRATO~~?	~~hg~~ x

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=x$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}=x$$

Tutti hanno subito tradotto correttamente un mezzo e un quarto, e -come si vede dall'immagine sopra- hanno anche capito che avrebbero comprato meno di 1 Kg di pane, scrivendo hg, che hanno cancellato scrivendo x, ma non sapevano come esprimere la quantità totale. Capiscono intuitivamente che un mezzo sommato a un quarto fa tre quarti, ma non riescono ad andare oltre. Qualcuno ha allora richiamato le percentuali, affrontate in classe prima, trasformando i tre quarti in 75 percento. Per aiutare tutti gli studenti a fare il passaggio definitivo, l'insegnante ha quindi posto una nuova domanda, di seguito riportata, che ha permesso di capire che i tre quarti di un Kg sono 0, 750 Kg.



ABBIAMO COMPRATO $\frac{3}{4}$ DI UN FILONE DA 1Kg DI PANE.
QUANTO PANE ESATTAMENTE?

SE $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}=75\%=0,75$ Kg

QUANDO BUTTI LA PASTA
QUANDO COMPRI IL PANE
QUANDO AL RISTORANTE CHIEDI IL VINO
LA FRUTTA esempio MEZZO CHILO DI MELE
CON I DOLCI

I due problemi appena commentati sono stati fatti svolgere in classe, individualmente, con l'insegnante che guidava il lavoro, aspettando i tempi dovuti. Come compito per casa, è stato chiesto di scrivere in quali situazioni quotidiane vengono adoperate le frazioni
(vedi immagine a fianco).

Sono stati inoltre assegnati altri due problemi, corretti tutti insiemi la lezione successiva. Il primo era legato al numero di scarpe da ginnastica ed è stato svolto con facilità da tutti gli alunni.

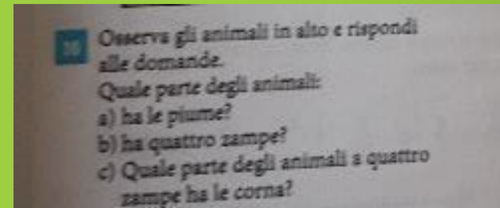
NEL REPARTO DELLE SCARPE, TOMMASO SI PROVA UN PAIO DI SCARPE DA BASKET n° 43. GLI VANNO STRETTE E PROVA QUINDI UN NUMERO IN PIÙ. ORA SONO TROPPO LARGHE E CHIEDE ALLA COMMESSA MEZZO NUMERO IN MENO. QUALE NUMERO DI SCARPE PROVA ALLA FINE?

n° 43	43
UN NUMERO IN PIÙ	$+1$
MEZZO NUMERO IN MENO	$-\frac{1}{2}$
QUALE NUMERO ALLA FINE	n

$$+1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

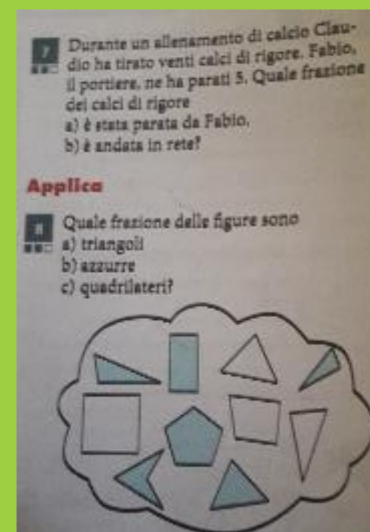
$$43+1-\frac{1}{2}=44-\frac{1}{2}=43\,\frac{1}{2}$$

Il secondo problema assegnato per casa era presente sul libro di testo adottato Contaci! Numeri, relazioni, dati 1 Zanichelli. La correzione in classe è stata rapida, perché tutti gli alunni avevano risolto correttamente, ma ha permesso di riflettere sul significato di frazione come parte di un intero.



20 Osserva gli animali in alto e rispondi alle domande.
Quale parte degli animali:
a) ha le piume?
b) ha quattro zampe?
c) Quale parte degli animali a quattro zampe ha le corna?

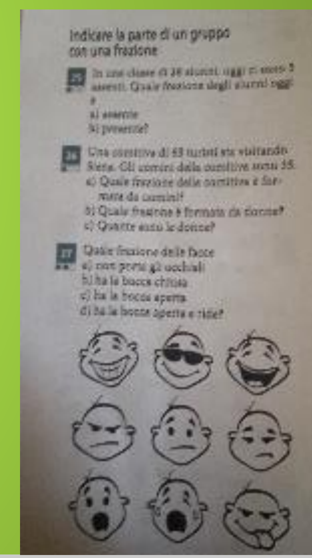
Per aiutarli a comprendere questo concetto siamo quindi passati ad altre semplici situazioni analoghe, da descrivere usando le frazioni.



7 Durante un allenamento di calcio Claudio ha tirato venti calci di rigore. Fabio, il portiere, ne ha parati 5. Quale frazione dei calci di rigore
a) è stata parata da Fabio,
b) è andata in rete?

Applica

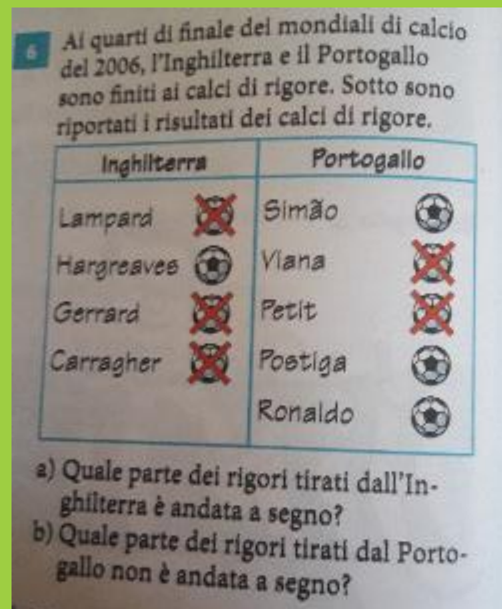
8 Quale frazione delle figure sono
a) triangoli
b) azzurre
c) quadrilateri?



Indicare la parte di un gruppo con una frazione

27 Quale frazione delle facce
a) non porta gli occhiali
b) ha la bocca chiusa
c) ha la bocca aperta
d) ha la bocca aperta e ride?

Per consolidare questo concetto è stato assegnato un altro esercizio del libro di testo, esercizio apparentemente banale, che però ha creato alcune difficoltà agli studenti fragili che non hanno subito tradotto la parte in frazione, poiché la indicavano come numero assoluto.

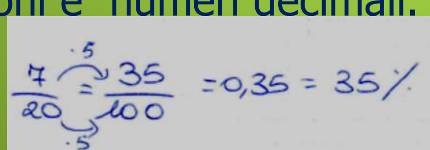


6 Ai quarti di finale dei mondiali di calcio del 2006, l'Inghilterra e il Portogallo sono finiti ai calci di rigore. Sotto sono riportati i risultati dei calci di rigore.

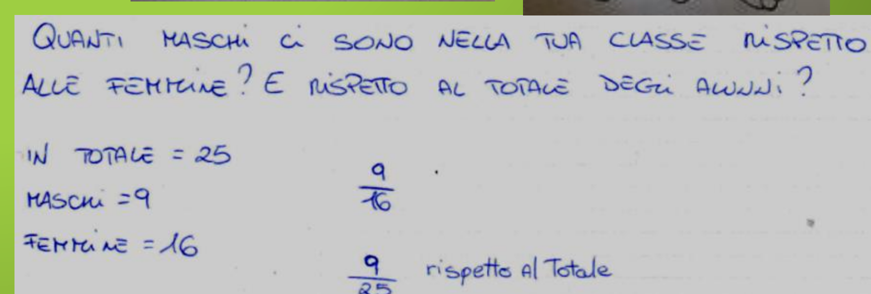
Inghilterra	Portogallo
Lampard	Simão
Hargreaves	Viana
Gerrard	Petit
Carragher	Postiga
	Ronaldo

a) Quale parte dei rigori tirati dall'Inghilterra è andata a segno?
b) Quale parte dei rigori tirati dal Portogallo non è andata a segno?

Questo tipo di esercizi ha permesso di ripassare le percentuali: come passare da una frazione ad una percentuale, uso della proprietà invariantiva della divisione, frazioni e numeri decimali.



$$\frac{7}{20} \overset{\cdot 5}{=} \frac{35}{100} = 0{,}35 = 35\%$$



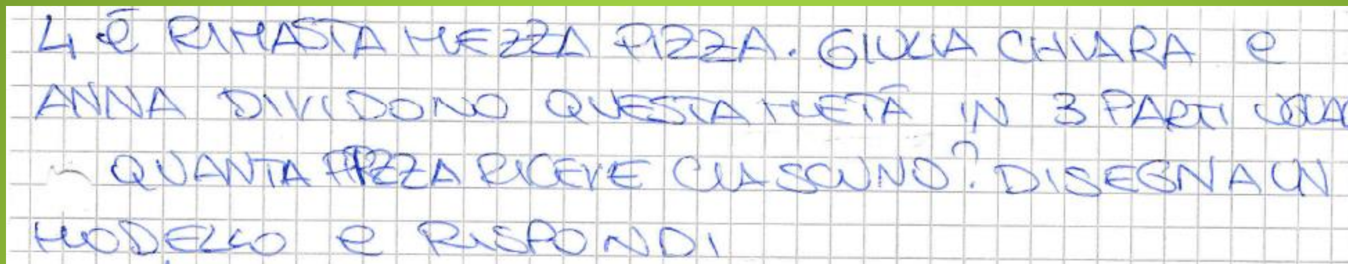
QUANTI MASCHI CI SONO NELLA TUA CLASSE RISPETTO ALLE FEMMINE? E RISPETTO AL TOTALE DEGLI ALUNNI?

IN TOTALE = 25
MASCHI = 9
FEMMINE = 16

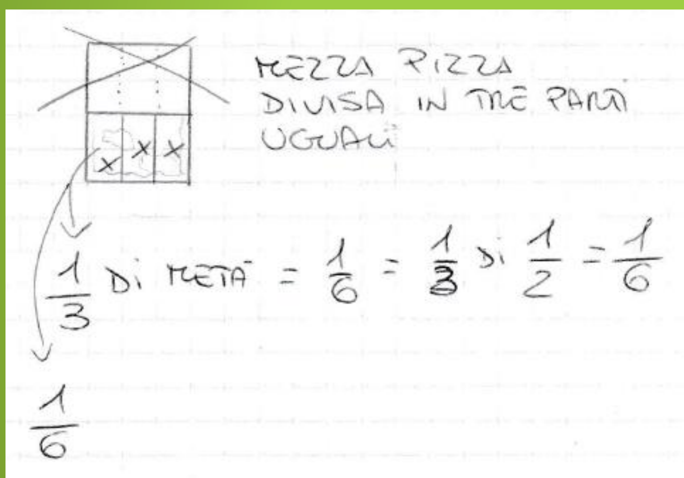
$\frac{9}{16}$

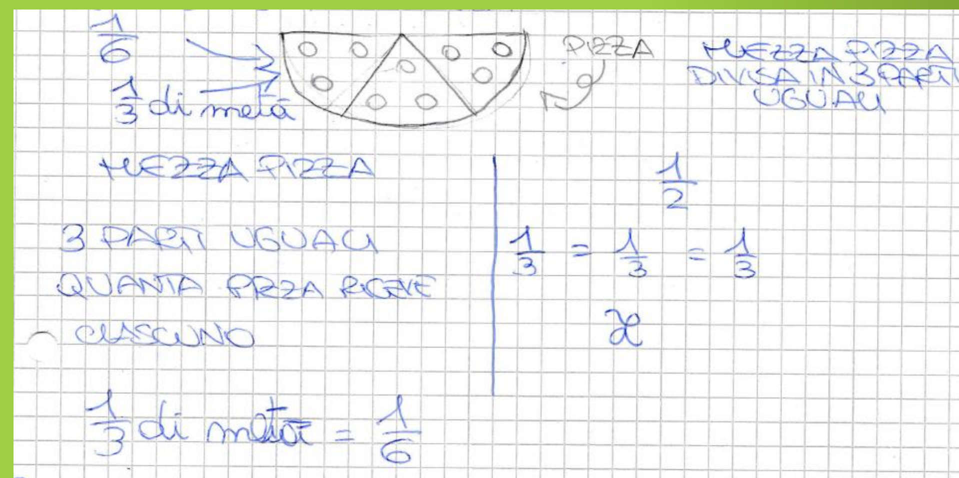
$\frac{9}{25}$ rispetto al Totale

Ispirandosi ad un esercizio del libro di testo Contaci, l’insegnante ha proposto i seguenti quesiti:

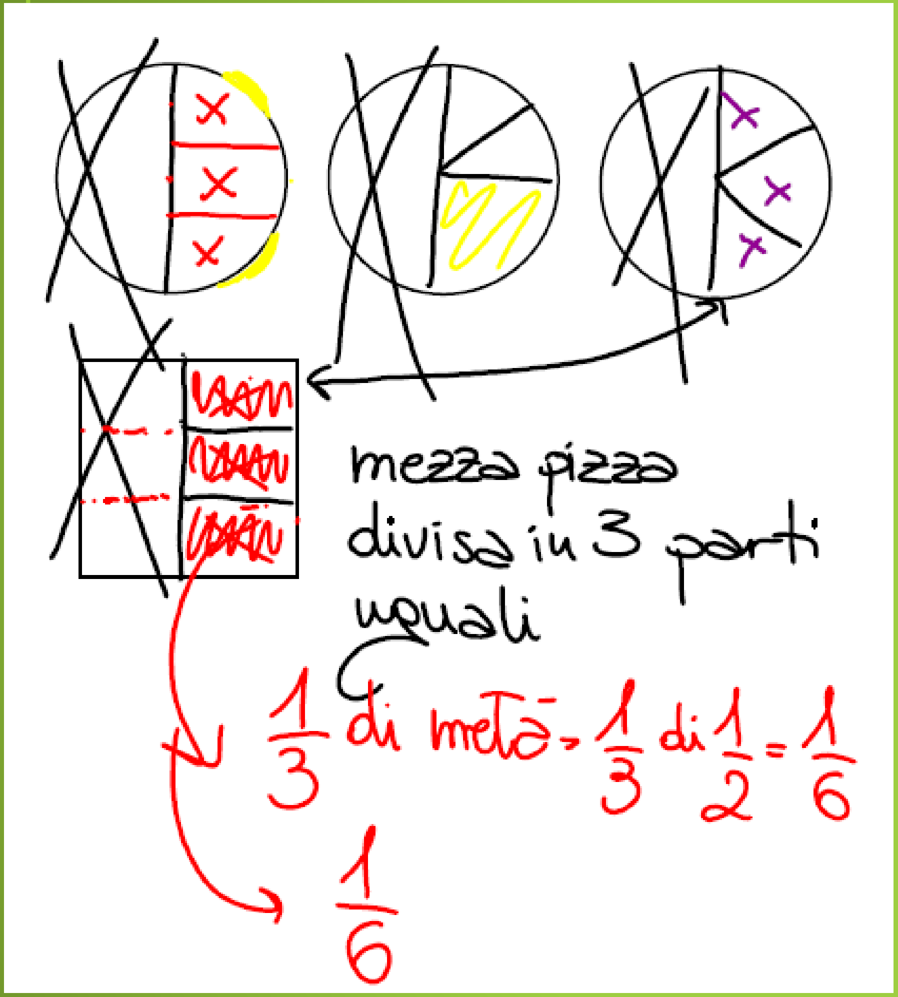

4 È RIMASTA MEZZA PIZZA. GIULIA CHIARA E ANNA DIVIDONO QUESTA METÀ IN 3 PARTI UGUALI
QUANTA PIZZA RICEVE CIASCUNO? DISEGNA UN MODELLO E RISPONDI

Per poter risolvere questo problema hanno realizzato un modello geometrico e tentato successivamente di tradurre in matematichese:





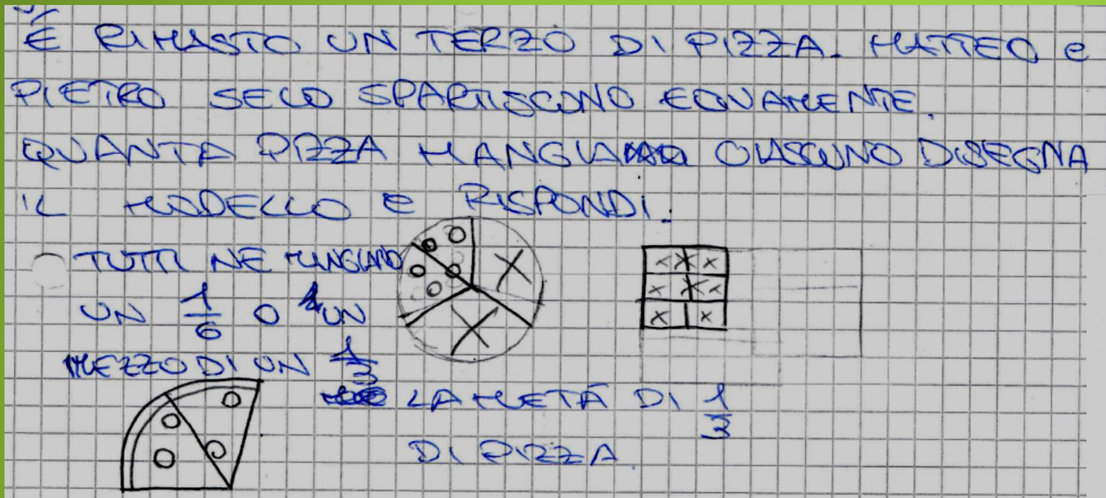
Mentre i singoli alunni svolgono il problema, l’insegnante gira tra i banchi, in modo da riportare le diverse modalità di approccio alla LIM, tramite una discussione, che faccia riflettere ognuno sul modello geometrico più conveniente per operare sul concetto di frazione.

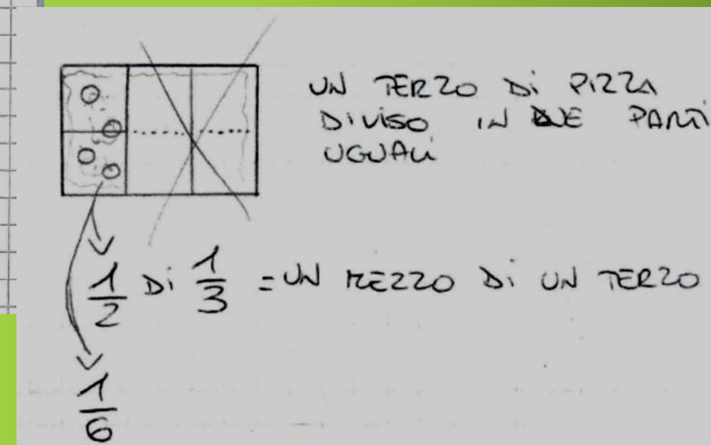


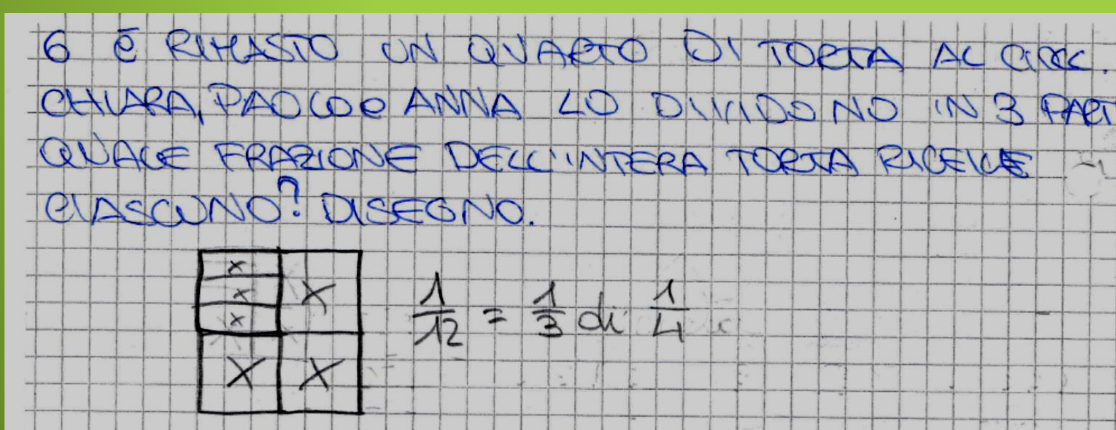
Si sono accorti spontaneamente che il modello cerchio è complicato: alcuni hanno scelto da soli il quadrato e quindi tutti poi lo hanno preferito; un terzo di un mezzo è diventato un sesto subito per buona parte degli alunni, gli altri ci sono arrivati con il modello. Il significato del DI non è stato qui approfondito. Con i modelli hanno svolto moltiplicazioni e divisioni tra frazioni senza accorgersi.

La stessa modalità di lavoro è stata utilizzata per i seguenti due problemi, che hanno permesso di creare i presupposti per iniziare la fase successiva «Piegando il quadrato».

Stesse considerazioni precedenti valgono per i seguenti due quesiti:







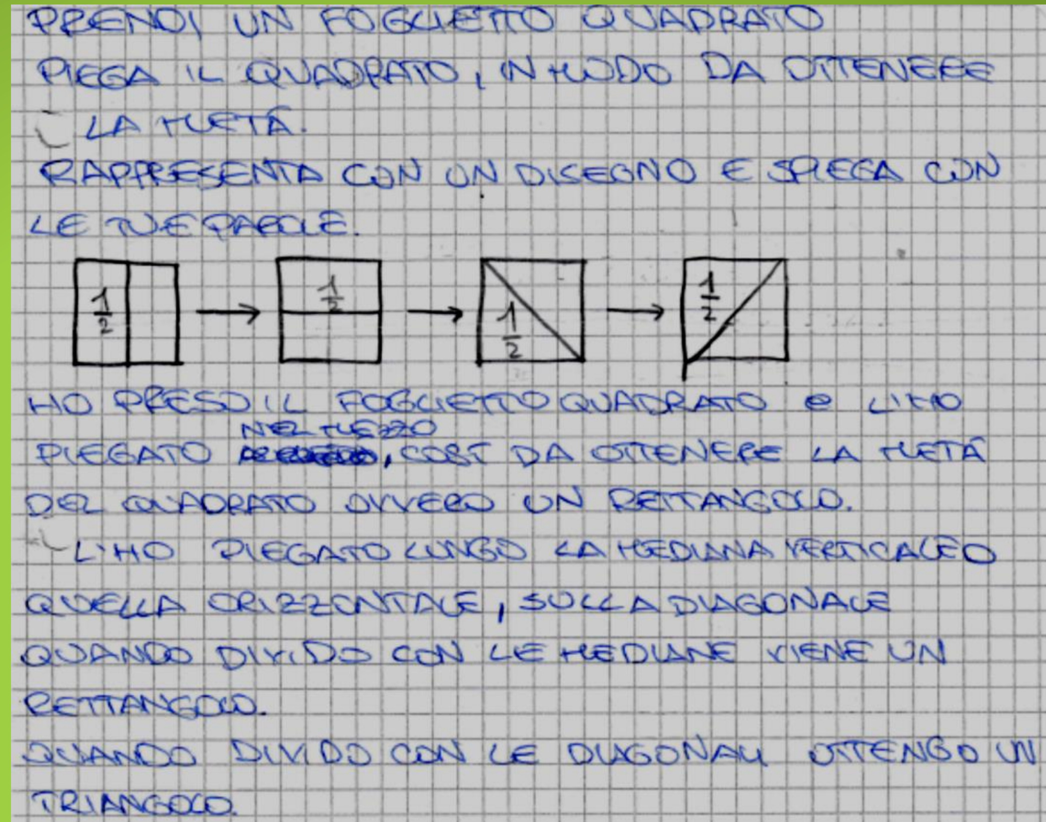
FASE II Piegando il quadrato

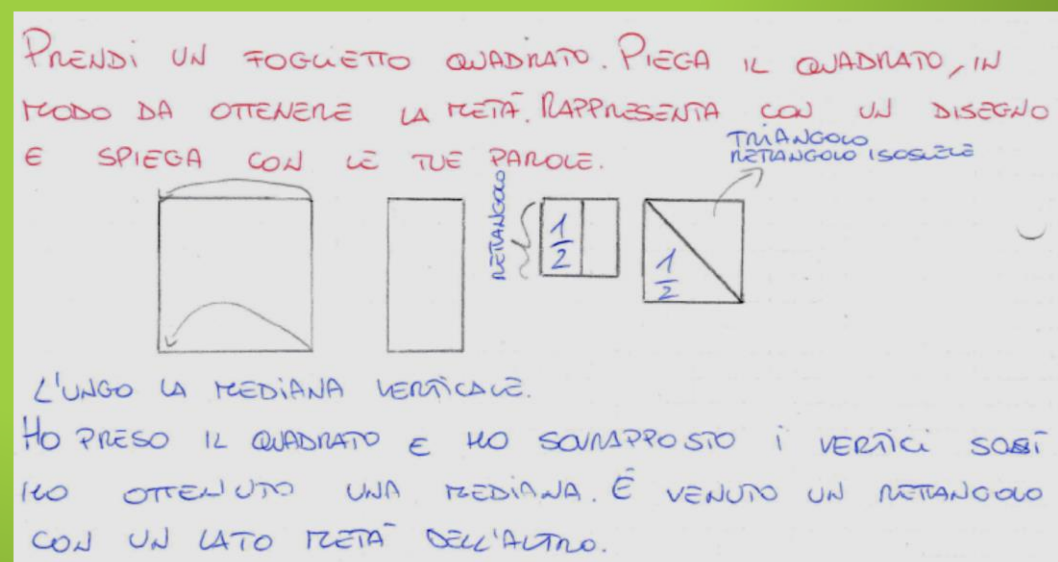
Il lavoro svolto fino a questo punto mostra come il concetto di operatore che divide figure sia presente negli studenti, ma che è importante aiutarli a lavorare su una varietà di rappresentazioni geometriche delle frazioni, creandone una comunque particolarmente forte che consenta loro di affrontare tutte le situazioni problematiche possibili. Abbiamo quindi proposto una attività che coniuga la frazione come operatore alle figure geometriche: «Piegando il quadrato» *Mathesis, Pesaro*. Si tratta di un’attività che si può svolgere fin dalla scuola primaria, sia per la costruzione del concetto di frazione, sia per l’osservazione e la descrizione dei quadrilateri e dei loro elementi geometrici.

In questa fase del percorso gli studenti lavorano in gruppi permanenti eterogenei; il docente passa tra i banchi per osservare le diverse modalità di lavoro e, solo se strettamente necessario, intervenire. E’ importante che gli alunni imparino a lavorare da soli, confrontandosi con i compagni, discutendo sulle diverse opinioni e sui possibili errori che possono emergere. Il docente funziona semplicemente da regista e, terminato il tempo necessario per svolgere il compito assegnato, chiede ad un portavoce del gruppo di presentare al resto della classe il proprio elaborato.

A metà

Ogni gruppo ha a disposizione alcuni foglietti quadrati, da usare per eseguire il comando scritto alla lavagna. Realizzato il lavoro con la piegatura della carta, sul quaderno vengono realizzati i disegni corrispondenti, accompagnati da una verbalizzazione scritta, che descriva le procedure seguite. Ciò permette di recuperare i termini specifici geometrici propri dei quadrilateri.





Dopo che tutti hanno spiegato le diverse modalità ottenute per piegare un quadrato a metà, l’insegnante chiede come sia possibile che rettangolo e triangolo, figure assai diverse tra loro rappresentino la metà dello stesso quadrato.

IL TRIANGOLO E IL RETTANGOLO RAPPRESENTANO
$\frac{1}{2}$ DEL QUADRATO, MA SONO FIGURE DIVERSE
COME È POSSIBILE ALLORA CHE SIANO ENTRAMBI
LA METÀ?
PERCHÉ TUTTE E DUE HANNO L'AREA UGUALE
ANCHE SE IL PERIMETRO È DIVERSO.
LE DUE METÀ HANNO FORMA DIVERSA MA CIÒ
CHE CONTA È L'AREA.

PERCHÉ HANNO LA STESSA SUPERFICIE

Le risposte mostrano che ciò che è importante è l’area delle figure, ma nessuno spontaneamente dimostra l’equivalenza tra le due figure. Il docente chiede quindi di farlo.

I esempio

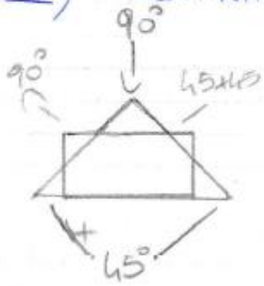
I METODO: TRIANGOLO ~~RETTANGOLO~~ SOVRAPPOSTO
AL RETTANGOLO, FACENDO COINCIDERE SU ANGOLO
RETTO.
II METODO: MEDIANA SOVRAPPOSTA A IPOTENUSA

A e B SONO PIÙ PICCOLI E AGGIUNGENDOLI
HO VISTO CHE A e B FORMAVANO F E C
FORMAVA E
~~HO NOTATO CHE I DUE ANGOLI DELLA BASE SONO~~
~~PIÙ PICCOLI RISPETTO AI DUE DEL RETTANGOLO~~
~~MA NON SAPEVO COSA DIRE PER TROVARE UNA~~
PIEGANDO LE APPENDICI POI RIAPPLICANDO I ~~PEZZI~~/~~SEZIONE~~
O SONO SOVRAPPONIBILI I TRIANGOLI

II esempio

I METODO: TRIANGOLO rettangolo SOVRAPPOSTO AL RETTANGOLO, FACENDO COINCIDERE SU ANGOLO RETTO. ROTAZIONE DI 180° O SIMMETRIA CENTRALE

II) MEDIANA SOVRAPPOSTA A IPOTENUSA



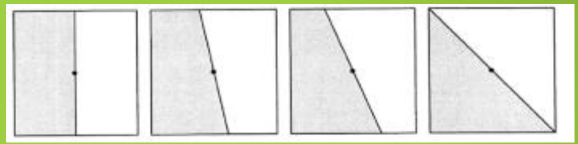
PERCHÉ LA SOMMA DEI 2 ANGOLI DI 45° DEVE ESSERE UGUALE ALL'ANGOLI DI 90° SE IO LE FACCIO METTO 2 TRIANGOLI DA 45° AD UN ANGOLO DEL RETTANGOLO E QUELLO DI 90° DALL'ALTRO

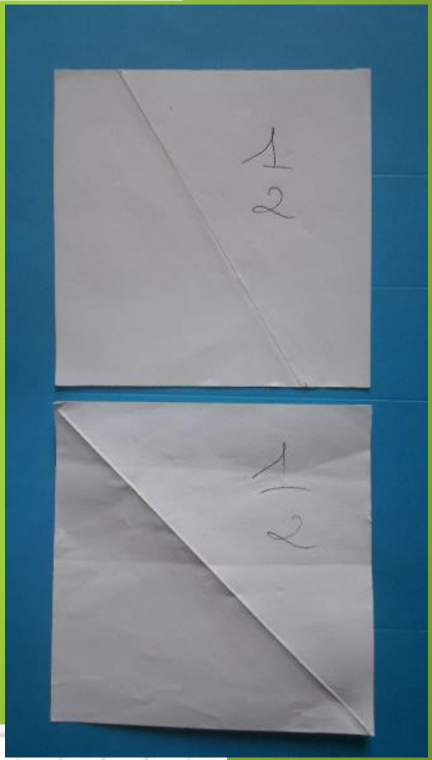
PERCHÉ SE FACCIO LA ROTAZIONE UN PEZZO CHE ESCE FUORI LO METTO NEL LATO OPPOSTO E SI FORMA UN RETTANGOLO

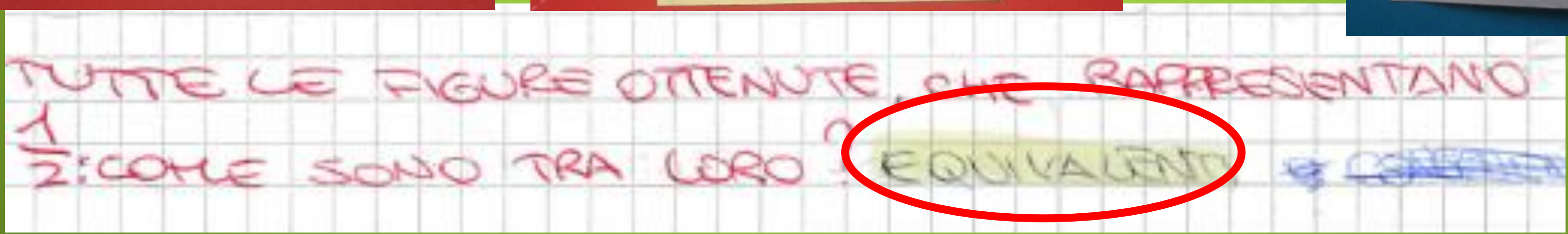
III METODO: HA SOVRAPPOSTO IN TRIANGOLO E IL RETTANGOLO E HA PIEGATO I TRIANGOLINI CHE USCIVANO FUORI CHE ERANO DI TROPPO. POI HA APERTO LE FIGURE E TUTTI I TRIANGOLI SI SOVRAPPONEVANO PERFETTAMENTE FORMANDO UNA SPECIE DI OTTAGONO CON LE PIEGATURE SOVRAPPOSTE PERFETTAMENTE

«E basta? Siamo sicuri….??!!!»

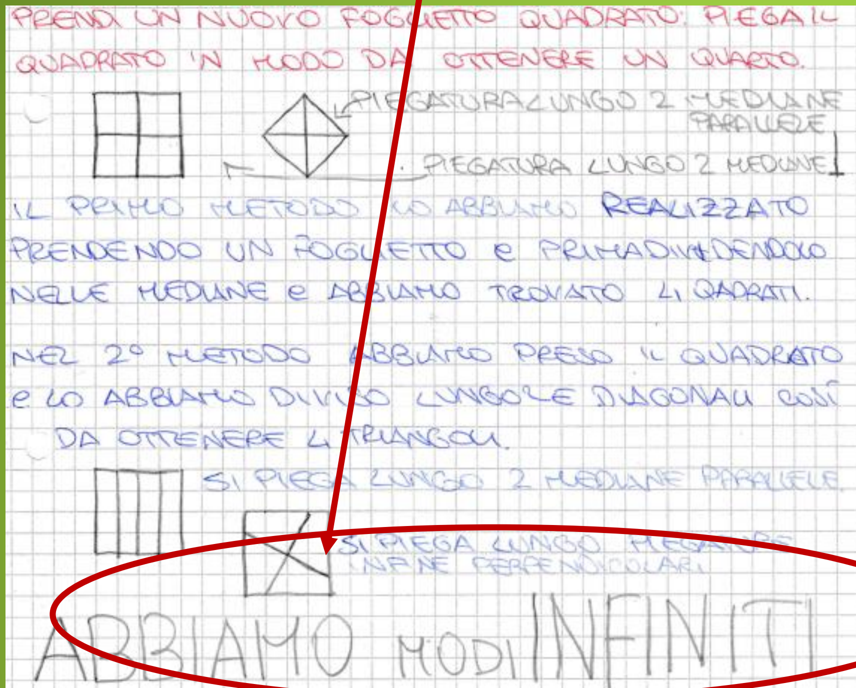
L'insegnante promuove una discussione, che riporta nella mente degli studenti un lavoro precedentemente svolto, sulle possibili metà di un quadrato in un modello dinamico. Lo riproducono quindi con la piegatura della carta, una volta individuato il vincolo centrale, che coincide con il punto di intersezione delle mediane e delle diagonali del quadrato. In questo modo capiscono che esistono infiniti modi per dividere a metà un quadrato.







Si procede con «un quarto», sempre con la stessa modalità di lavoro, arrivando di nuovo all'infinito.



PRENDI UN NUOVO FOGLIETTO QUADRATO: PIEGA IL QUADRATO IN MODO DA OTTENERE UN QUARTO.

PIEGATURA LUNGO 2 MEDIANE PARALLELE

PIEGATURA LUNGO 2 MEDIANE

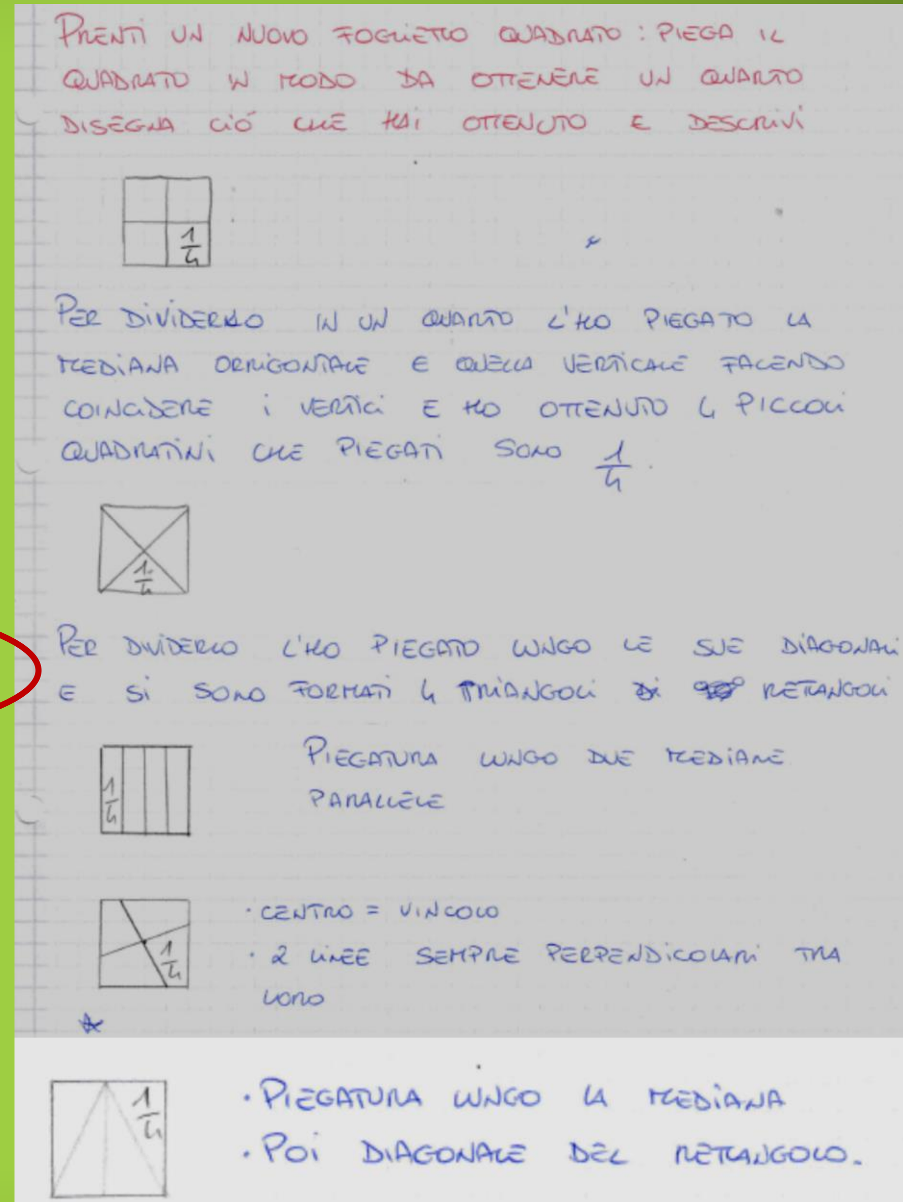
IL PRIMO METODO LO ABBIAMO REALIZZATO PRENDENDO UN FOGLIETTO E PRIMA DIVIDENDOLO NELLE MEDIANE E ABBIAMO TROVATO 4 QADRATI.

NEL 2° METODO ABBIAMO PRESO IL QUADRATO E LO ABBIAMO DIVISO LUNGO LE DIAGONALI COSÌ DA OTTENERE 4 TRIANGOLI.

SI PIEGA LUNGO 2 MEDIANE PARALLELE

SI PIEGA LUNGO MEDIANE INFINE PERPENDICOLARI

ABBIAMO MODI INFINITI



PRENDI UN NUOVO FOGLIETTO QUADRATO: PIEGA IL QUADRATO IN MODO DA OTTENERE UN QUARTO. DISEGNA CIÒ CHE HAI OTTENUTO E DESCRIVI

1/4

PER DIVIDERLO IN UN QUARTO L'HO PIEGATO LA MEDIANA ORIZZONTALE E QUELLA VERTICALE FACENDO COINCIDERE I VERTICI E HO OTTENUTO 4 PICCOLI QUADRATINI CHE PIEGATI SONO 1/4.

1/4

PER DIVIDERLO L'HO PIEGATO LUNGO LE SUE DIAGONALI E SI SONO FORMATI 4 TRIANGOLI ~~DI~~ RETTANGOLI

1/4

PIEGATURA LUNGO DUE MEDIANE PARALLELE

1/4

· CENTRO = VINCOLO

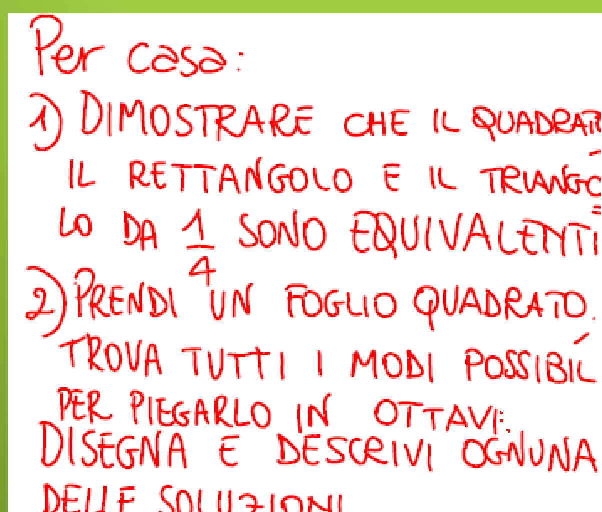
· 2 LINEE SEMPRE PERPENDICOLARI TRA LORO

1/4

· PIEGATURA LUNGO LA MEDIANA

· POI DIAGONALE DEL RETTANGOLO.

Terminate due ore di lavoro, si assegnano per casa i quesiti a fianco:



Per casa:

1) DIMOSTRARE CHE IL QUADRATO IL RETTANGOLO E IL TRIANGOLO DA $\frac{1}{4}$ SONO EQUIVALENTI

2) PRENDI UN FOGLIO QUADRATO. TROVA TUTTI I MODI POSSIBILI PER PIEGARLO IN OTTAVI. DISEGNA E DESCRIVI OGNUNA DELLE SOLUZIONI

1)

LA STRISCINA È ALTA IL DOPPIO DEL QUADRATO MA LARGO LA METÀ PER QUESTO FACENDO LA ROTAZIONE IL PEZZO CHE ESCE FUORI LO METTIAMO ACCANTO.

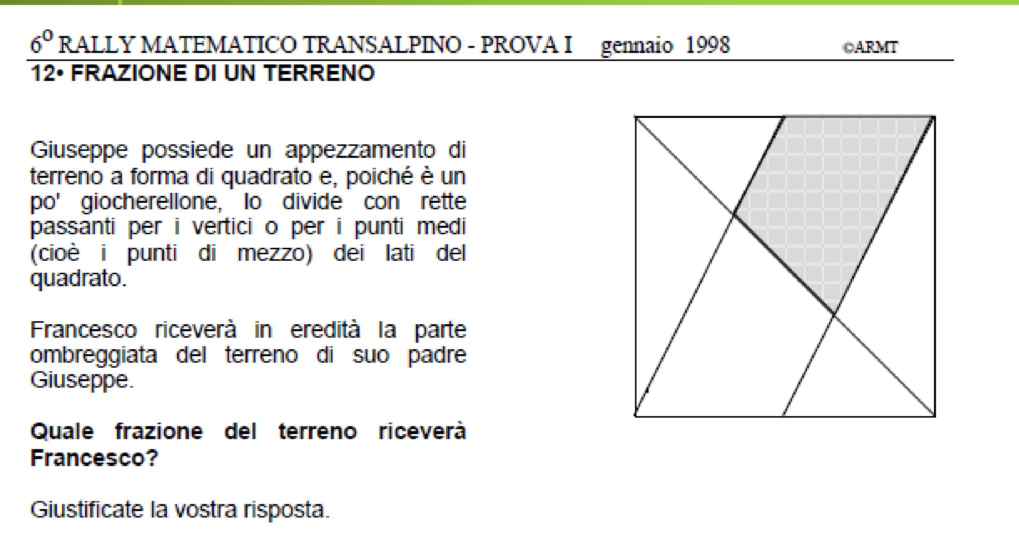
~~POSIZIONA~~ SOVRAPPONENDO L'ANGOLO RETTO DEL TRIANGOLO E UNO DEL QUADRATO. VISTO CHE IL QUADRATO HA 4 ANGOLI RETTI E IN QUESTO CASO IL NOSTRO TRIANGOLO NE HA 2 DA 45°. PRENDIAMO I 2 TRIANGOLI DA 45° LI UNIAMO E FORMIAMO QUELLO DA 90° DEL QUADRATO.

POSIZIONANDO L'ANGOLO RETTO IN COMUNE VISTO CHE DA UN LATO AVANZAVA UN PEZZETTO E DALL'ALTRA MANCAVA FACENDO LA ROTAZIONE SI FORMA UN QUADRATO.

HO POSIZIONATO IL QUADRATO SOVRAPPOSTO ALL'ANGOLO RETTO DEL TRIANGOLO. IL TRIANGOLINO CHE USCIVA FUORI CON LA ROTAZIONE RIENTRA LO SPAZIO IN BASSO E SI FORMA UN PERFETTO QUADRATO.

Esempio di verbalizzazione scritta delle motivazioni sull'equivalenza tra quarti.

Per consolidare quanto appreso con la piegatura della carta su un mezzo e un quarto, vengono assegnati ai gruppi tre problemi RMT: Frazione di un terreno, La torta quadrata e La torta di nonna Lucia.



6° RALLY MATEMATICO TRANSALPINO - PROVA I gennaio 1998 ©ARMT

12• FRAZIONE DI UN TERRENO

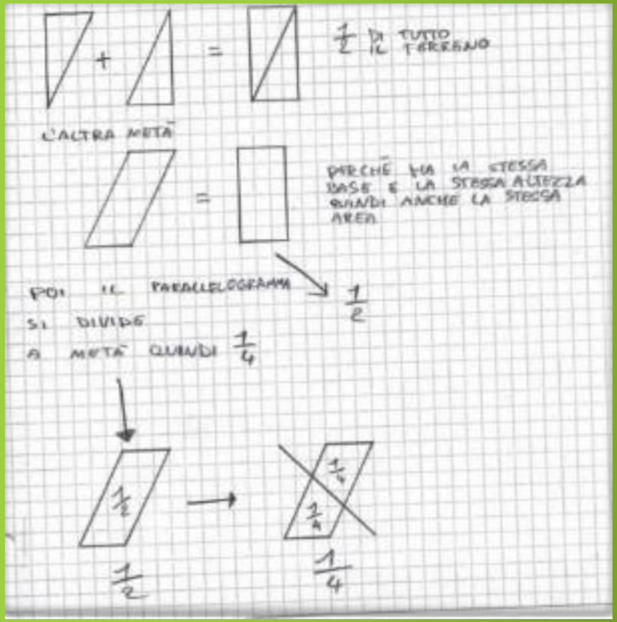
Giuseppe possiede un appezzamento di terreno a forma di quadrato e, poiché è un po' giocherellone, lo divide con rette passanti per i vertici o per i punti medi (cioè i punti di mezzo) dei lati del quadrato.

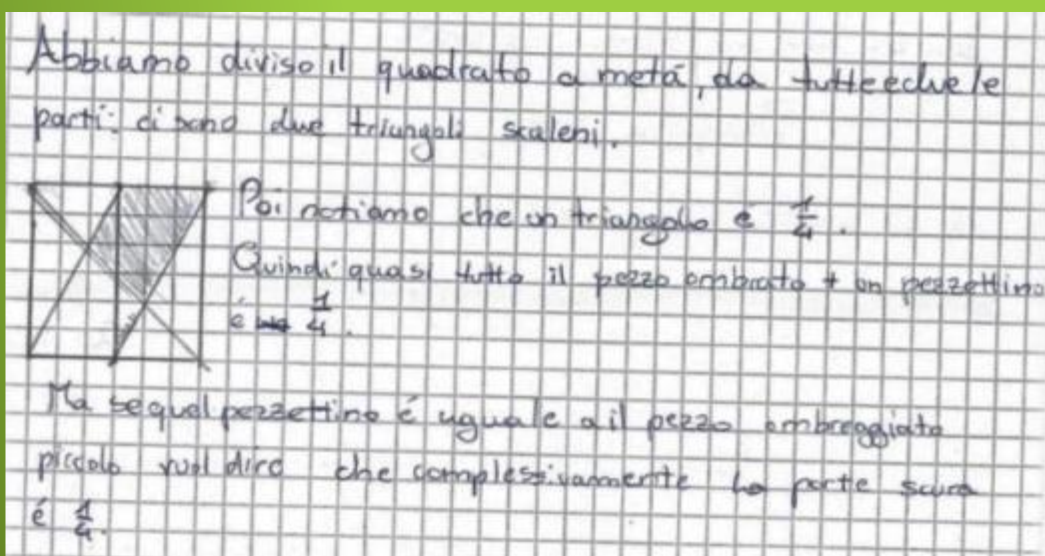
Francesco riceverà in eredità la parte ombreggiata del terreno di suo padre Giuseppe.

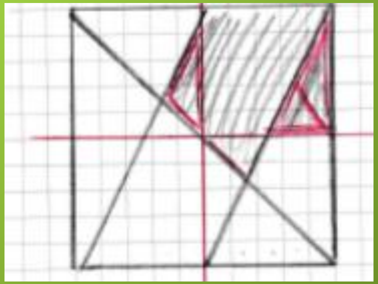
Quale frazione del terreno riceverà Francesco?

Giustificate la vostra risposta.

Terminato ogni problema, con verbalizzazione scritta delle strategie risolutive sui propri quaderni, le diverse soluzioni trovate vengono esposte alla classe dai portavoce dei vari gruppi.



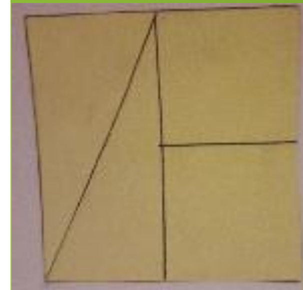


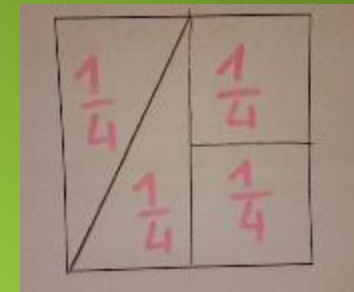


1. LA TORTA QUADRATA (Cat. 3, 4) ©ARMT 2014 - 22° - finale

Quattro bambini si ritrovano per mangiare una torta quadrata.
- Ogni bambino vuole chiaramente avere la stessa quantità di torta degli altri;
- due bambini vogliono una fetta di torta di forma quadrata;
- gli altri due bambini vogliono una fetta di torta di forma triangolare.

Disegnate, su questo quadrato, una suddivisione che possa soddisfare ogni bambino:





n 1 = LA TORTA QUADRATA
noi per soddisfare ogni bambino
abbiamo diviso il quadrato
a metà cioè in 2 parti uguali
$\frac{1}{2}$, in seguito, per una metà
abbiamo ridiviso a metà
in un quadrato, invece l'
altra parte ho diviso per
la diagonale.
ED ALLA FINE LI ABBIAMO SOVRAPPOSTI
ed abbiamo tagliato il pezzo
che rimaneva fuori ed abbiamo
capito che essendo tutti e
due metà del quadrato,
e anche se essendo figure

Abbiamo piegato il foglietto lungo una delle due sue mediane.
In una delle sue metà abbiamo piegato il foglio in modo da ottenere ~~con~~ due quadrati uguali, mentre, nell'altra metà, abbiamo piegato il foglio ottenendo due triangoli scaleni rettangoli uguali perché se facciamo la rotazione di 360° e li sovrapponiamo vediamo che sono uguali. E misurando l'area di tutte le misure abbiamo visto che era uguale per tutte, cioè 25

PROBLEMA N° 1

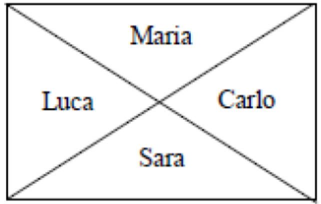
ABBIAMO FATTO COSÌ PERCHÉ 2 BAMB[INI]
VOGLIONO IL QUADRATO.

ABBIAMO FATTO COSÌ PERCHÉ 2 BAMBINI VOGLI[ONO]
IL TRIANGOLO.

SIA QUADRATO CHE TRIANGOLO DIVIDONO IL
RETTANGOLO CHE È IL $\frac{1}{2}$ DEL QUADRATO E SON[O]
EQUIVALENTI PERCHÉ SONO TUTTI E 2 $\frac{1}{2}$
DEL RETTANGOLO

6. LA TORTA DI NONNA LUCIA (Cat. 4, 5, 6) ©ARMT 2014 - 22° - II prova

Nonna Lucia ha preparato una torta rettangolare al cioccolato per la merenda dei suoi nipoti Luca, Carlo, Sara e Maria.
Per darne una fetta ciascuno la divide in questo modo:



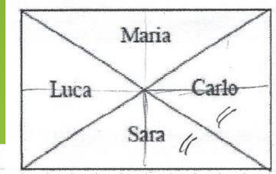
Luca e Carlo non sono contenti perché pensano che Sara e Maria abbiano i due pezzi più grandi.
Sara e Maria sostengono invece che ognuno ha ricevuto la stessa quantità di torta.

Chi ha ragione?

Mostrate come avete trovato la vostra risposta.

La maggior parte dei ragazzi ha tracciato le mediane del rettangolo dividendo la torta in ottavi e arrivando alla conclusione che ognuno ha 2/8 della torta quindi la stessa quantità.

Ad esempio Geremia, Francesco e Oscar scrivono:



HANNO RAGIONE MARIA E SARA PERCHÈ TRACCIANDO LE MEDIANE DEL RETTANGOLO SI NOTA CHE LA METÀ DI UNA FETTA DI MARIA O SARA È UGUALE ALLA METÀ DI UNA FETTA DI CARLO O LUCA

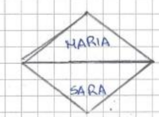
Donatella, Samreen e Matilde scrivono:

Hanno ragione Sara e Maria perchè se divido la torta verso le mediane posso notare che ognuno a $\frac{2}{8}$ di torta quindi $\frac{1}{4}$

Non tutti però seguono la stessa strada; Arianna, Rheman e Thomas scrivono:

HANNO RAGIONE SARA E MARIA.
ABBIAMO UNITO LE PARTI DI LUCA E CARLO,

POI LE PARTI MARIA E SARA,



E INFINE ABBIAMO UNITO TUTTE LE PARTI INSIEME

RIUSCENDO A CAPIRE CHE SI FORMANO DELLE FRAZIONI EQUIVALENTI PER TUTTI.

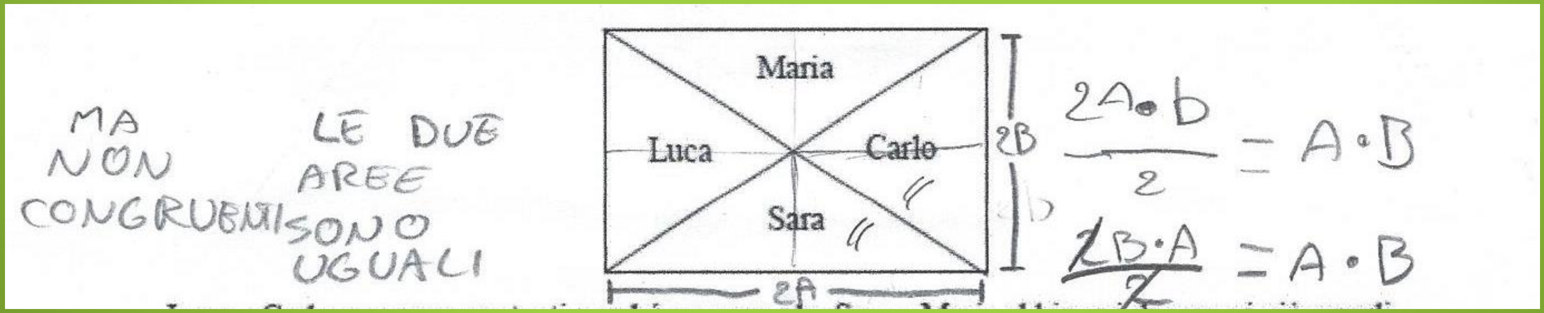
Alcuni alunni (Giulia, Giacomo e Lorenzo) hanno calcolato invece l'area dei triangoli prendendo le misure con il righello:

Sara $= \frac{4{,}3 \cdot 1{,}4}{2} = 3{,}08$ Luca $= \frac{2{,}8 \cdot 2{,}15}{2} = 3{,}01$

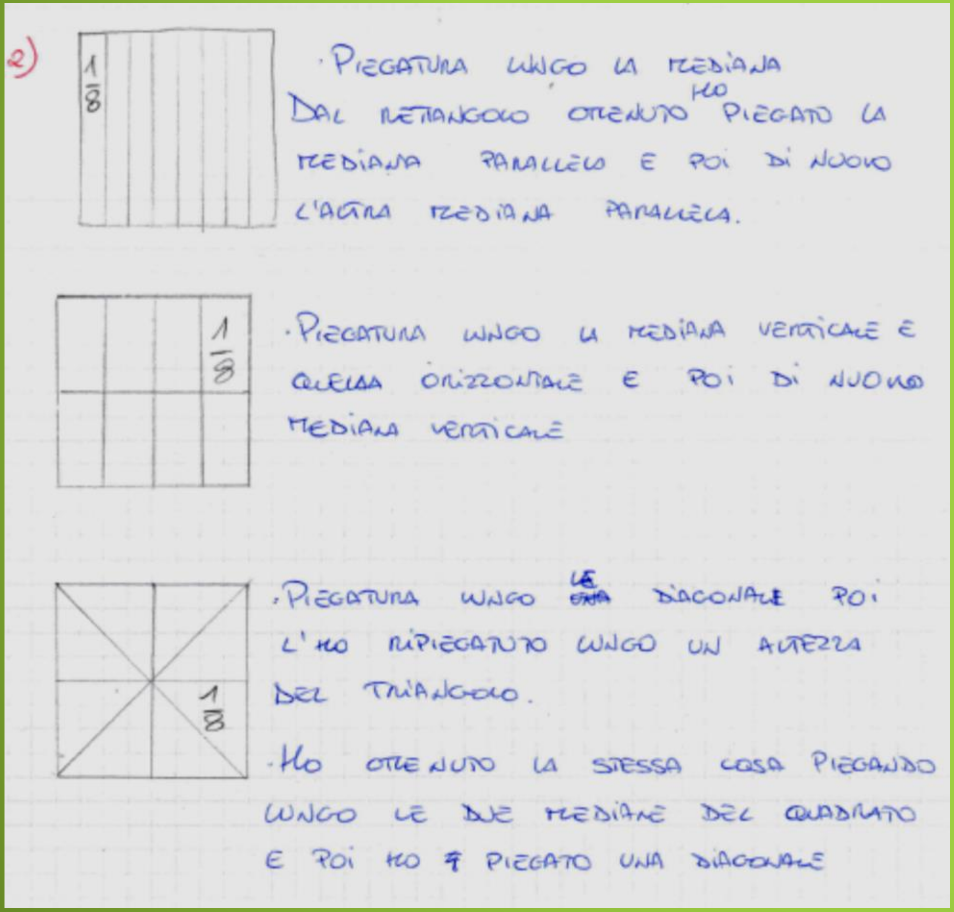
PROCEDIMENTO:
Per sapere che aveva ragione Sara e Maria abbiamo preso la misura della base e dell'altezza, poi abbiamo calcolato l'area e dato che Carlo e Luca hanno la stessa fetta e Sara e Maria la stessa quindi abbiamo visto che erano più o meno uguali.

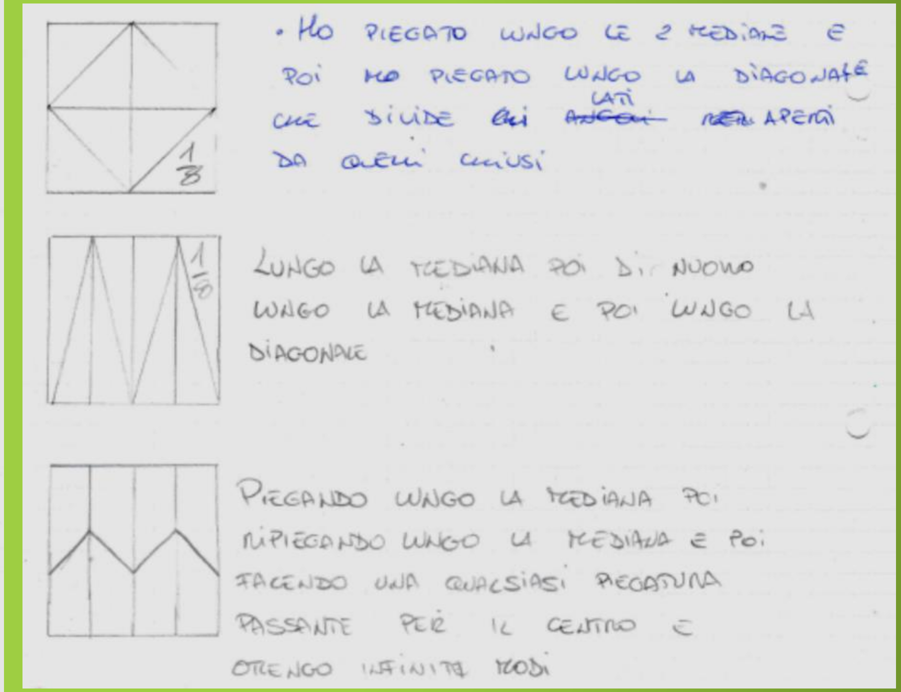
Durante discussione collettiva sulla soluzione del problema, molti ragazzi hanno evidenziato che la fetta di ognuno era 2/8 dell’intero, ma che poteva essere rappresentata anche con la frazione ¼, quindi « la stessa parte di un intero può essere scritta con frazioni diverse».

Riguardo alle risoluzioni proposte dai diversi gruppi, alcuni alunni hanno obiettato al gruppo di Giulia, Giacomo e Lorenzo che in realtà le aree non erano perfettamente uguali. Ci siamo chiesti la motivazione e Giulia ha detto che con il righello non si misura in modo preciso, quindi è normale che ci sia un po’ di differenza. A questo punto l’insegnante ha proposto di generalizzare usando lettere per capire se le due aree fossero effettivamente uguali. L’insegnante ha dovuto guidare gli alunni chiamando i lati del rettangolo 2a e 2b chiedendo poi di trovare le aree delle fette di torta. Quasi tutti sono arrivati alla seguente conclusione:



Si procede con «un ottavo», raccogliendo le varie strategie trovate dai singoli alunni come compiti per casa, che leggono a voce alta le proprie verbalizzazioni e mostrano le piegature ai compagni, mentre il docente riporta le diverse rappresentazioni grafiche sulla LIM, in modo che tutti abbiano chiare le diverse modalità e le riproducano sul proprio quaderno, oltre che con i foglietti quadrati.





Per soffermarsi ulteriormente sul significato di frazionare un intero, l'insegnante pone alcune domande (*in rosso nella prima immagine, in verde nella seconda*), a cui facilmente tutti rispondono più o meno allo stesso modo.

COME ABBIAMO FATTO A OTTENERE OGNI FRAZIONE?
es. $\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{4}$ o $\frac{1}{8}$

PIEGANDO LA CARTA FACENDO UNA PIEGATURA E POI RIPIEGANDO LA CARTA CHE AVEVO OTTENUTO. E TUTTE LE VOLTE AVEVO LE FIGURE CONGRUENTI.
ALL'INTERNO DI OGNI SUDDIVISIONE SONO TUTTI CONGRUENTI.

Obiettivo è far scrivere ad ognuno che frazionare l'intero, significa dividere in parti uguali nella quantità e non nella forma: alcuni hanno risposte imprecise o generiche *(sotto)*, altri gruppi molto più puntuali *(a fianco)*.

LA METÀ, IL QUARTO, L'OTTAVO E IL SEDICESIMO TRA LORO SONO EQUIVALENTI ~~CONGRUENTI~~ PERCHÉ SE LI SOVRAPPONIA = MO SONO UGUALI.

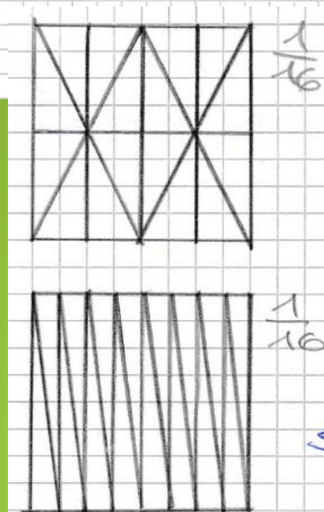
1 CONFRONTA I $\frac{1}{2}$ TRA LORO: COME SONO?
2 CONFRONTA I QUARTI TRA LORO: COME SONO? PERCHÉ?
3 CONFRONTA GLI OTTAVI TRA LORO: COME SONO?

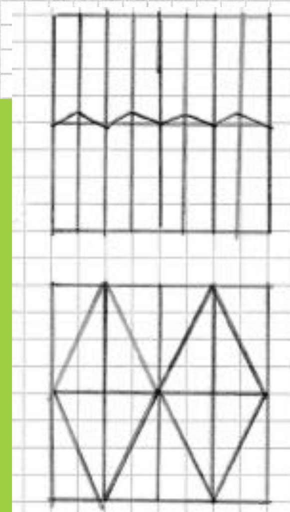
1 TRA LORO SONO EQUIVALENTI MA NON CONGRUENTI PERCHÉ HANNO TUTTE LA STESSA AREA PERCHÉ OGNUNA È METÀ DEL QUADRATO. LE DUE FIGURE CHE OTTENGO NEL QUADRATO SONO EQUIVALENTI E CONGRUENTI.

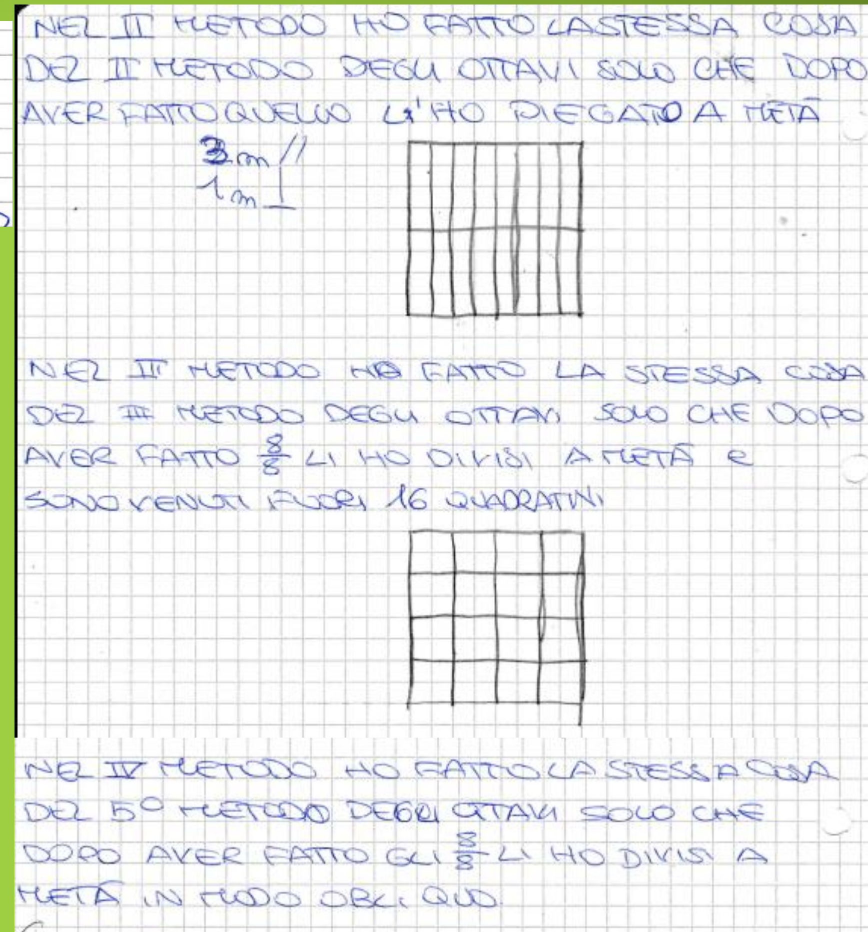
2 TRA LORO SONO TUTTI EQUIVALENTI PERCHÉ IN UN MODO O IN UN ALTRO TUTTE DIVIDONO LO STESSO QUADRATO IN 4 PARTI IDENTICHE

3 CONFRONTANDO TUTTI GLI OTTAGONI SONO TUTTI EQUIVALENTI PER FARLI DIVENTARE LA STESSA FIGURA O MIAGGIANDO ALCUNI PEZZI E METTENDOLI NELLE PARTI VUOTE O CON LA ROTAZIONE DI 180° SI OTTIENE SEMPRE LA STESSA FIGURA E ANCHE SE APRIAMO OTTENIAMO SEMPRE LO STESSO QUADRATO GRANDE UGUALE.

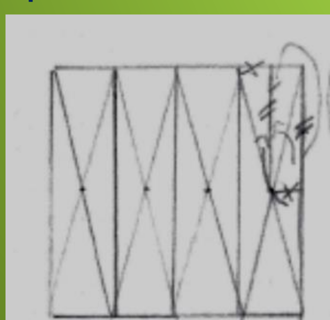
Si procede con «un sedicesimo», svolto per casa e discusso in classe, come nelle suddivisioni precedenti.

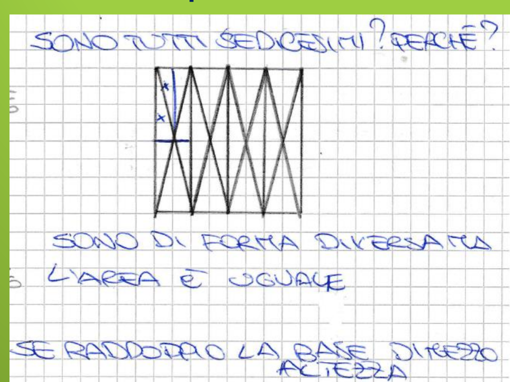






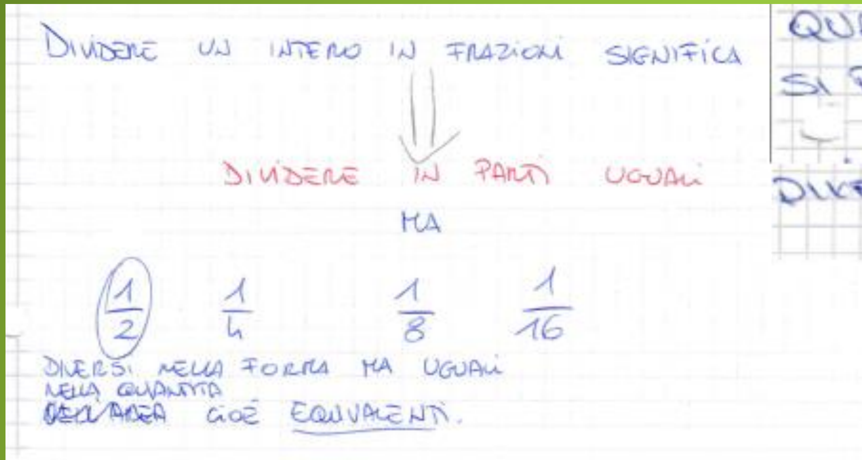
Particolarmente interessante risulta la «suddivisone Matilde», dal nome dell'ideatrice, che propone una soluzione basata sul problema TORTA DI NONNA LUCIA: «Professoressa, ho trovato una soluzione in cui divido in sedicesimi diversi in forma, ma uguali in quantità anche nello stesso quadrato».

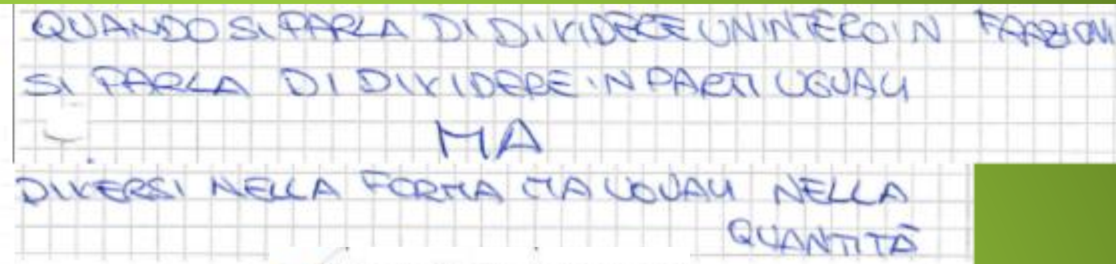




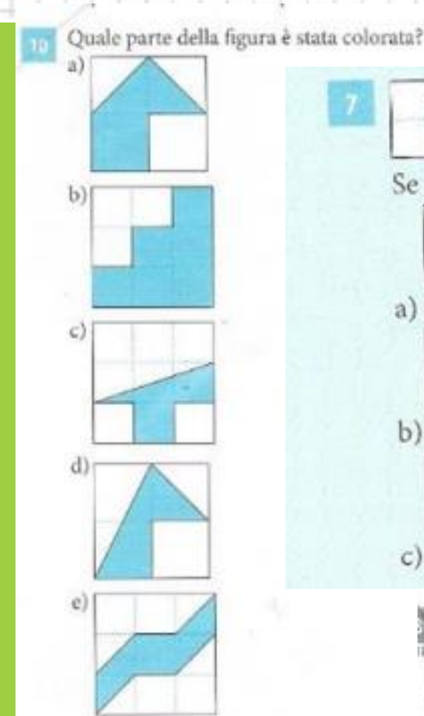
In generale, la classe ha lavorato molto bene, individuando una varietà significativa di divisione in sedicesimi, anche basata sul centro del rettangolo e quindi sulla possibilità di dividere in sedicesimi in infiniti metodi. Hanno trasferito cioè in altro contesto, quanto appreso con mezzi e quarti.

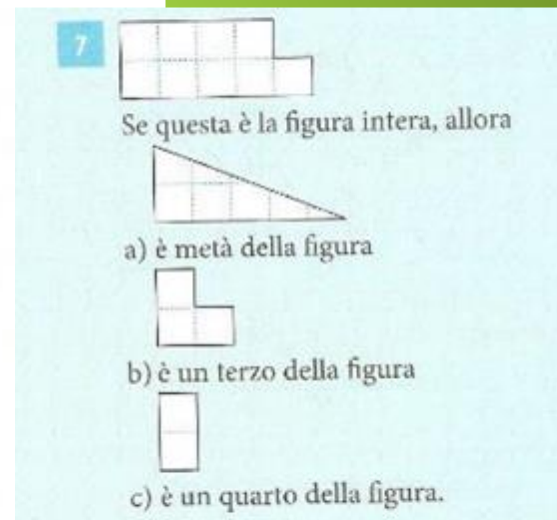
A conclusione di questa fase, sui quaderni dei vari gruppi, sono annotate frasi come seguono….

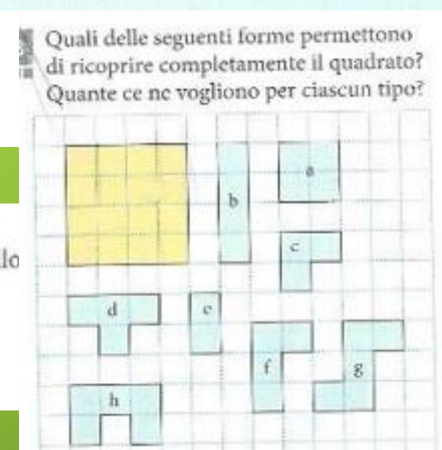


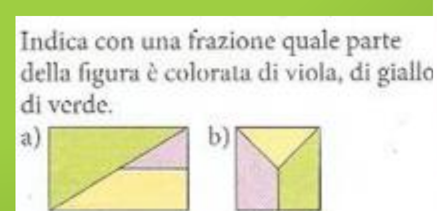


«Piegando il quadrato» è un percorso piuttosto lungo e talora complesso, che si offre ad ulteriori sviluppi, ma risulta significativo soprattutto per la capacità di far riflettere gli studenti sul significato di uguale riguardo la dizione più comune di frazionare=dividere in parti uguali. Permette inoltre di costruire un concetto di frazione fondato sull'area, piuttosto che su uguaglianza di forme o su quantità discrete, che aiuta notevolmente gli studenti a risolvere situazioni problematiche sulle frazioni, come si può osservare nelle fasi successive. E' importante infatti creare situazioni in cui la ricerca di una frazione avvenga anche in figure non standard. A fianco alcuni esercizi svolti, tratti dal libro di testo in uso.



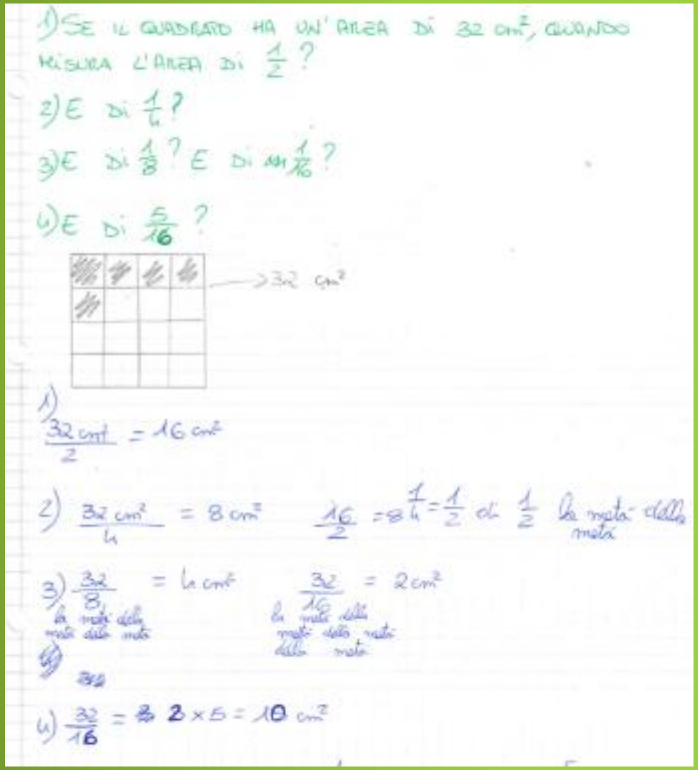






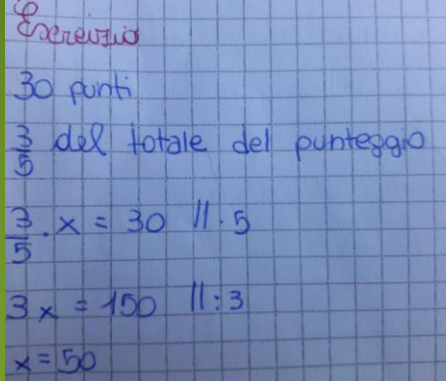
FASE III Problemi con frazioni, «cosiddetti diretti e inversi»

L'insegnante propone vari problemi di tipo diretto o inverso indistintamente, facendo lavorare la classe negli stessi gruppi e discutendo al termine di ogni problema il tipo di procedimento risolutivo adoperato. Non vengono mai classificati i problemi nelle due categorie, che sono qui citate solo per facilità di comunicazione.
Il primo problema posto chiede di determinare l'area di ognuna delle parti in cui un quadrato viene suddiviso, in modo da promuovere l'uso del modello del quadrato.



Visto il tipo di richiesta ai quesiti 2, 3, 4, i diversi gruppi hanno risolto in modo differente: alcuni partendo sempre da 32-dato iniziale, altri procedendo in modo sequenziale, sfruttando il risultato del quesito precedente.
Questo ha permesso di riflettere sul significato di un quarto rispetto a un mezzo (le metà della metà), un ottavo rispetto a un quarto e a un mezzo e così via. Ciò prepara al concetto di frazioni equivalenti, come descritto nella fase successiva, ma anche al significato del DI tra frazione, quindi alla moltiplicazione tra frazioni.

Vengono quindi proposti altri problemi via via più complessi, sempre da risolvere in gruppo. Per non restare legati esclusivamente al modello del quadrato, si propongono anche problemi con quantità discrete.



Esercizio

30 punti

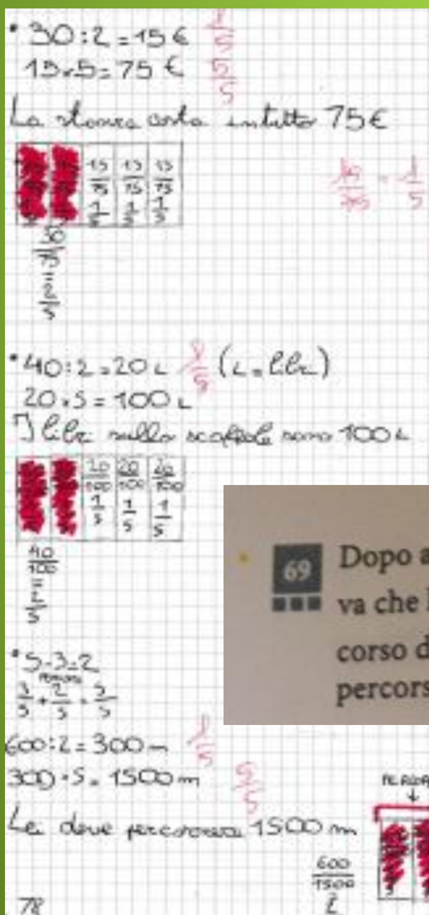
$\frac{3}{5}$ del totale del punteggio

$\frac{3}{5} \cdot x = 30 \quad // \cdot 5$

$3x = 150 \quad // : 3$

$x = 50$

Qualche gruppo capisce che dividere per il denominatore e moltiplicare per il numeratore, in modo da trovare il valore della frazione di un intero, corrisponde a moltiplicare il valore dell'intero per la frazione stessa. Ciò è stato possibile poiché gli studenti hanno affrontato in via prealgebrica fin dalla prima le più semplici equazioni quindi traducono con tre quinti x la frazione di x, come scritto accanto nell'immagine accanto.



• $30 : 2 = 15$ € $\frac{1}{5}$

$15 \cdot 5 = 75$ € $\frac{5}{5}$

La stanza costa in tutto 75€

$\frac{30}{75} = \frac{2}{5}$

• $40 : 2 = 20$ L $\frac{1}{5}$ (L = libri)

$20 \cdot 5 = 100$ L

I libri sullo scaffale sono 100 L

$\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

• $5 - 3 = 2$

$\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5}$

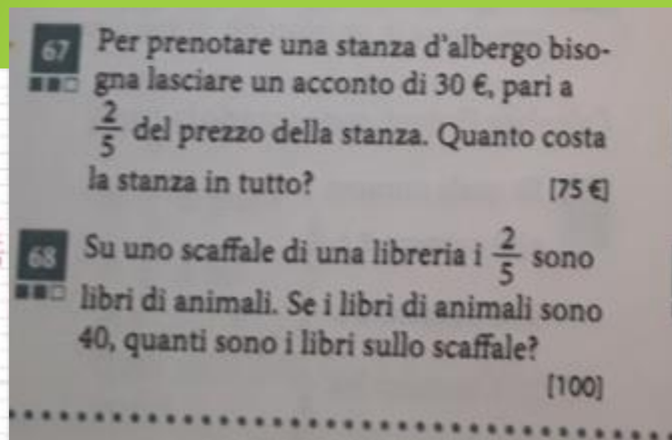
$600 : 2 = 300$ m $\frac{1}{5}$

$300 \cdot 5 = 1500$ m $\frac{5}{5}$

La due percorsa 1500 m

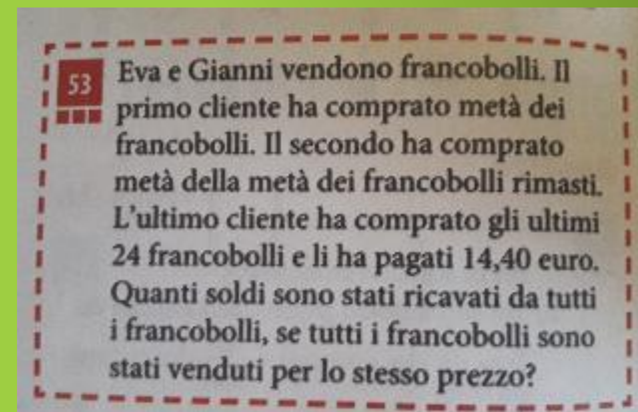
$\frac{600}{1500} = \frac{2}{5}$

78

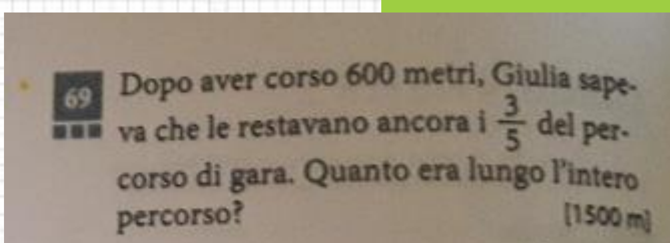


67 Per prenotare una stanza d'albergo bisogna lasciare un acconto di 30 €, pari a $\frac{2}{5}$ del prezzo della stanza. Quanto costa la stanza in tutto? [75 €]

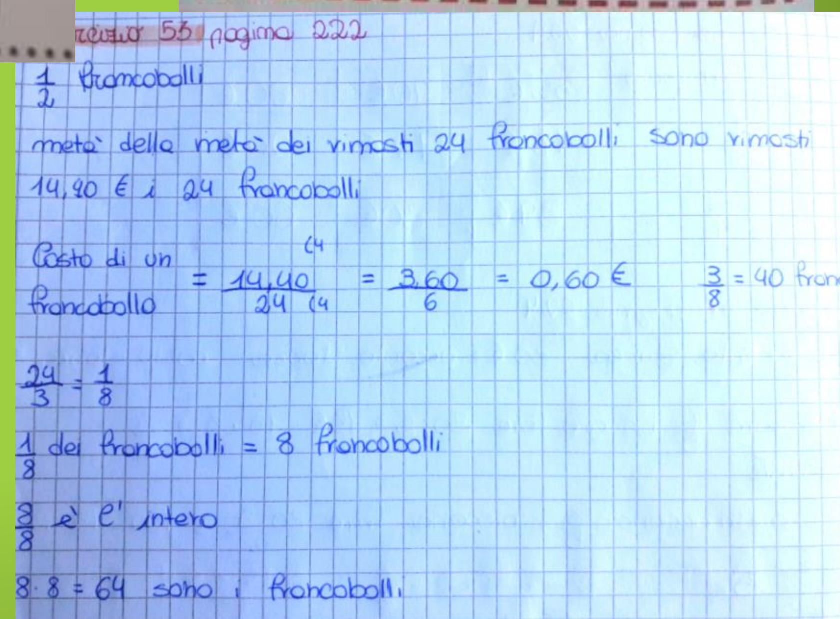
68 Su uno scaffale di una libreria i $\frac{2}{5}$ sono libri di animali. Se i libri di animali sono 40, quanti sono i libri sullo scaffale? [100]



53 Eva e Gianni vendono francobolli. Il primo cliente ha comprato metà dei francobolli. Il secondo ha comprato metà della metà dei francobolli rimasti. L'ultimo cliente ha comprato gli ultimi 24 francobolli e li ha pagati 14,40 euro. Quanti soldi sono stati ricavati da tutti i francobolli, se tutti i francobolli sono stati venduti per lo stesso prezzo?



69 Dopo aver corso 600 metri, Giulia sapeva che le restavano ancora i $\frac{3}{5}$ del percorso di gara. Quanto era lungo l'intero percorso? [1500 m]



Esercizio 53 pagina 222

$\frac{1}{2}$ francobolli

metà della metà dei rimasti 24 francobolli sono rimasti

14,40 € i 24 francobolli

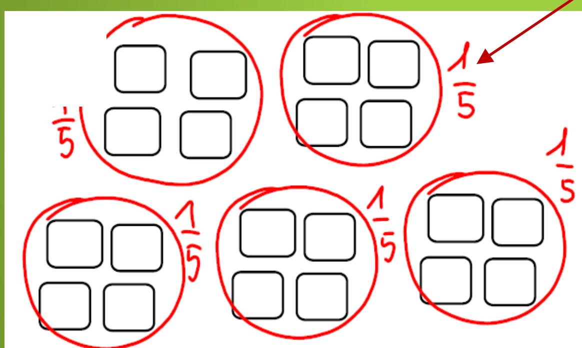
Costo di un francobollo $= \frac{14,40}{24} = \frac{3,60}{6} = 0,60$ € $\qquad \frac{3}{8} = 40$ franc

$\frac{24}{3} = \frac{1}{8}$

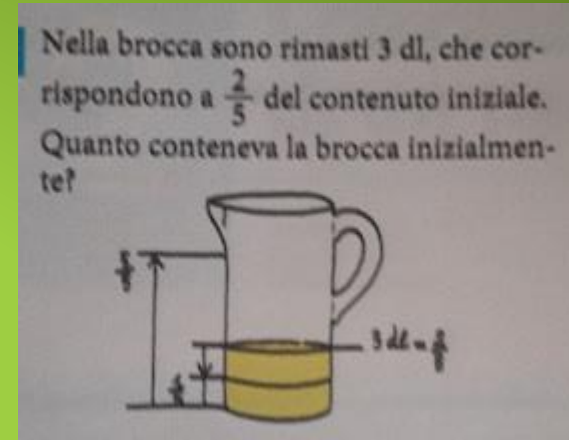
$\frac{1}{8}$ dei francobolli = 8 francobolli

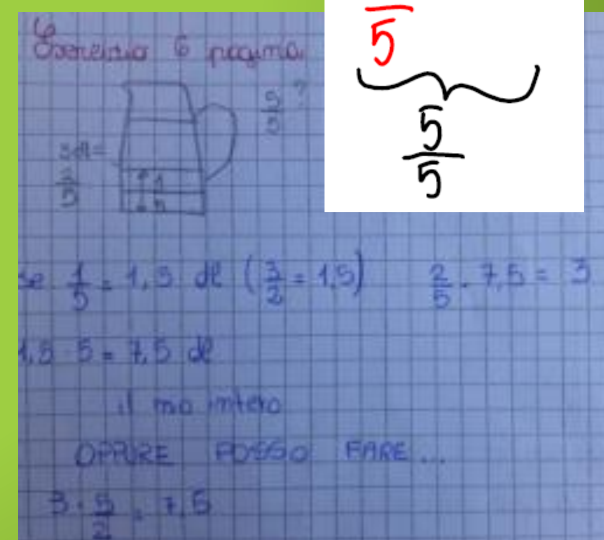
$\frac{8}{8}$ è l'intero

$8 \cdot 8 = 64$ sono i francobolli



Anche per risolvere problemi di tipo inverso, sono stati adoperati vari approcci. Prendendo ad esempio il problema sui francobolli accanto riportato, un approccio è stata la rappresentazione con un disegno per quantità discrete; usato anche il modello geometrico del quadrato diviso in cinque parti; un altro gruppo ha invece ragionato con il metodo additivo, lavorando con un quinto aggiunto a un quinto poi un quinto fino a cinque quinti. Solo dopo aver risolto vari problemi, gli studenti si sono accorti che esistevano principalmente due tipologie di problemi «l'uno diciamo l'inverso dell'altro».

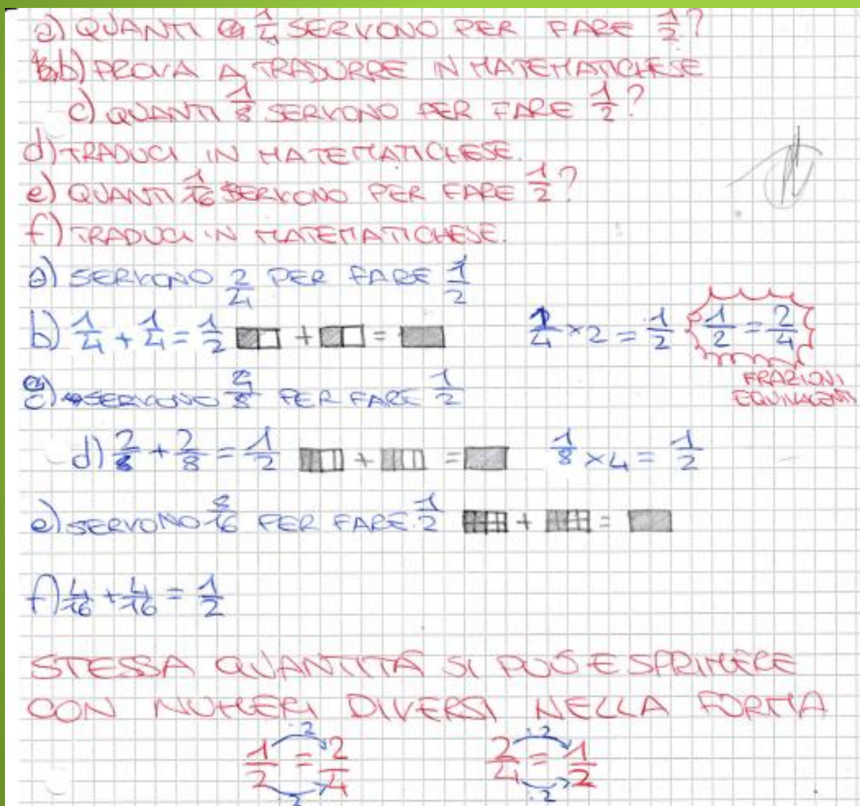


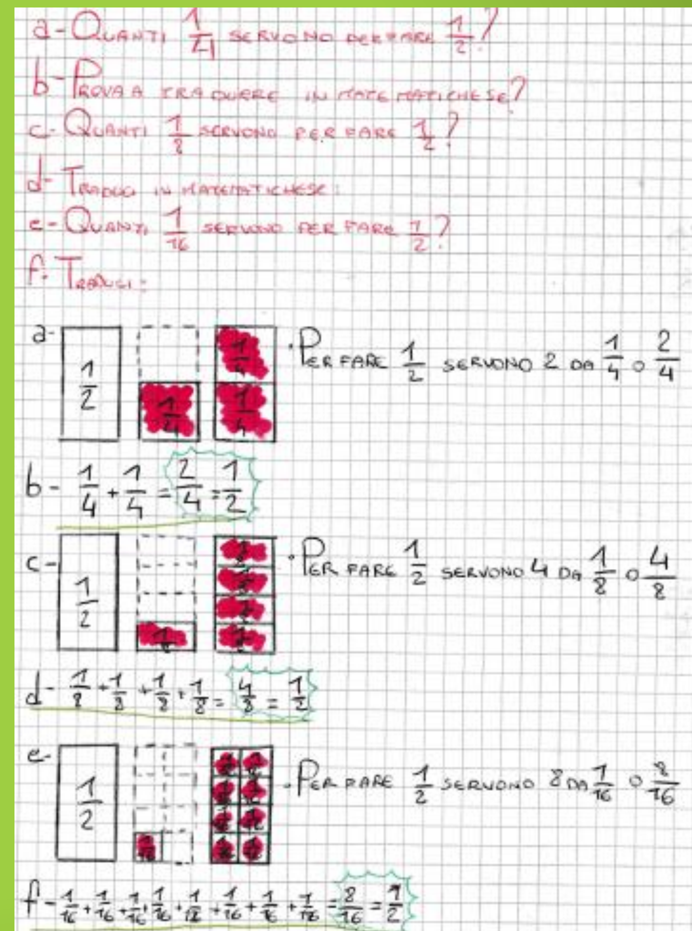


Diverse rappresentazioni risolutive per lo stesso problema.

FASE IV Confrontando frazioni

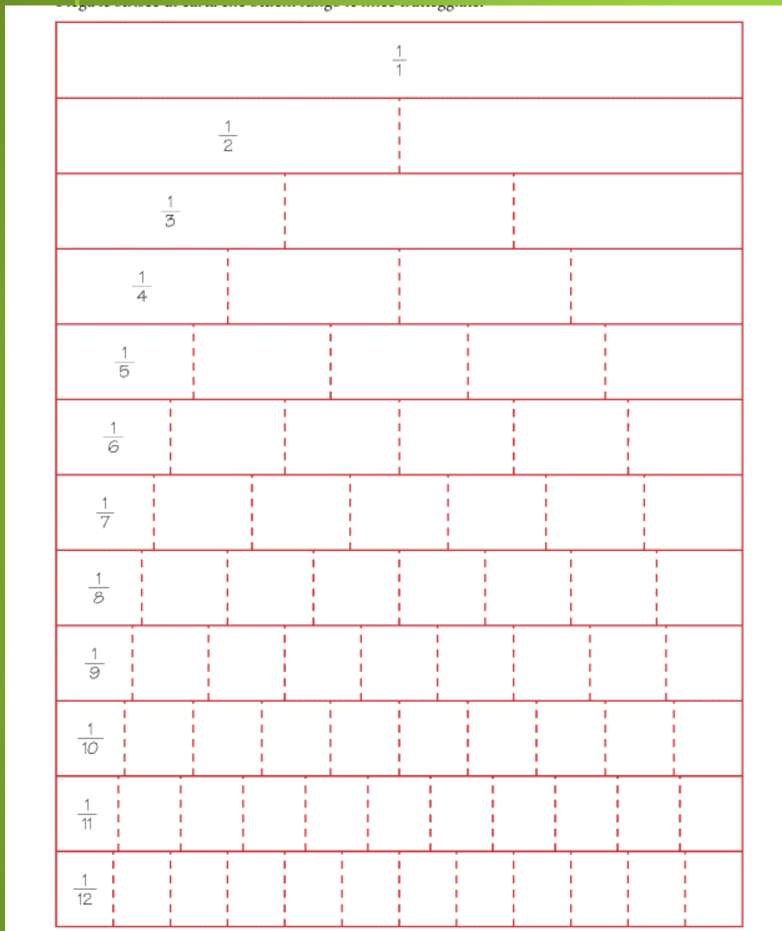
Prima di procedere con il confronto tra frazioni propriamente detto, si recupera quanto emerso sulle frazioni equivalenti durante la fase II delle piegature del quadrato, in modo da formalizzare il passaggio da una frazione ad una equivalente, applicando la proprietà invariantiva. Come già spiegato comunque, si tratta di una ripresa di quanto già affrontato in prima e di aspetti emersi durante la piegatura del quadrato, anche se non esplicitati.





Se si osservano i diversi quaderni, è possibile notare come vengano usati sia il linguaggio dell'addizione che quello della moltiplicazione con frazioni, anche se non formalmente trattati.

Per lavorare sul confronto tra frazioni, è stato adoperato il metodo delle strisce presente sul libro di testo. Ogni alunno ha preparato autonomamente le strisce dell'immagine sottostante su cartoncino.



Ad ogni gruppo è stata assegnata la seguente consegna: «Usando le strisce di carta, confrontate le frazioni degli esercizi assegnati; scrivete le vostre osservazioni».

1 Ordina le frazioni dalla più piccola alla più grande. Usa le strisce di carta.

a) $\frac{2}{8}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{4}{8}$

b) $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$

2 Inserisci <, = o >. Usa le strisce.

a) $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{4}$ d) $\frac{2}{4}$ ☐ $\frac{5}{10}$

b) $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{1}{6}$ e) $\frac{5}{9}$ ☐ $\frac{5}{8}$

c) $\frac{3}{5}$ ☐ $\frac{3}{6}$ f) $\frac{7}{7}$ ☐ $\frac{2}{2}$

In questa fase, l'insegnante ha fatto particolare attenzione che tutte le strategie trovate dai singoli gruppi venissero discusse, ma soprattutto annotate sul proprio quaderno. Al termine della fase, è stato anche chiarito che ogni strategia è valida che, in ogni situazione, ognuno può valutare quale sia la più opportuna.

Esercizio 1

① ES N° 1

a) $\frac{1}{8} - \frac{2}{8} - \frac{3}{8} - \frac{4}{8} - \frac{5}{8} - \frac{7}{8}$

b) $\frac{1}{10} - \frac{1}{6} - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$

Per capirlo abbiamo usato le strisce e abbiamo visto che, se il numeratore è uguale e il denominatore diverso è più grande la frazione con il denominatore più piccolo, se il denominatore è uguale è più grande la frazione con il numeratore più grande.

a) $\frac{1}{8} - \frac{2}{8} - \frac{3}{8} - \frac{4}{8} - \frac{5}{8} - \frac{6}{8} - \frac{7}{6}$

PERCHÉ IN BASE AL NUMERATORE, ~~DAL~~ GLI METTO DAL PIÙ PICCOLO AL PIÙ GRANDE.

b) $\frac{1}{10} - \frac{1}{6} - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$

PERCHÉ IN BASE AL DENOMINATORE IL 10 É PIÙ PICCOLO DI 2 PERCHÉ É DIVISO IN PARTI PIÙ PICCOLE.

Usando le strisce, a tutti risulta evidente che se le frazioni hanno lo stesso denominatore l'unità frazionaria è la stessa e quindi il valore della frazione dipende dal valore del numeratore; se invece hanno lo stesso numeratore, le parti considerate sono le stesse ma non hanno la stessa area: quelle con il numeratore più piccolo sono più grandi.

a) $\frac{1}{8} - \frac{2}{8} - \frac{3}{8} - \frac{4}{8} - \frac{5}{8} - \frac{7}{8}$

Abbiamo preso la striscia divisa in 8 parti e abbiamo iniziato a togliere i pezzetti

Senza striscie (sapendo che il denominatore è uguale per tutti) potevo fare semplicemente la scala da 1 a 8.

b) $\frac{1}{10} - \frac{1}{6} - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ ← QUESTO VALE SOLO SE HO LO STESSO INTERO.

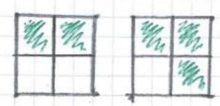
Ho confrontato le striscie e ho visto che quella con il numeratore più piccolo era la più grande.

Senza striscie posso provare a immaginare $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ ... ec.

Così mi accorgo che lo spazio di $\frac{1}{2}$ è più grande.

Alcuni inventano esempi per spiegare graficamente le due situazioni:

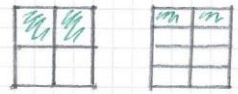
①



$\frac{2}{4} < \frac{3}{4}$

PERCHÉ LE PARTI COLORATE SONO DI PIÙ NEL SECONDO CASO E VISTO CHE IL DENOMINATORE È UGUALE È PIÙ GRANDE LA FRAZIONE $\frac{3}{4}$.

②

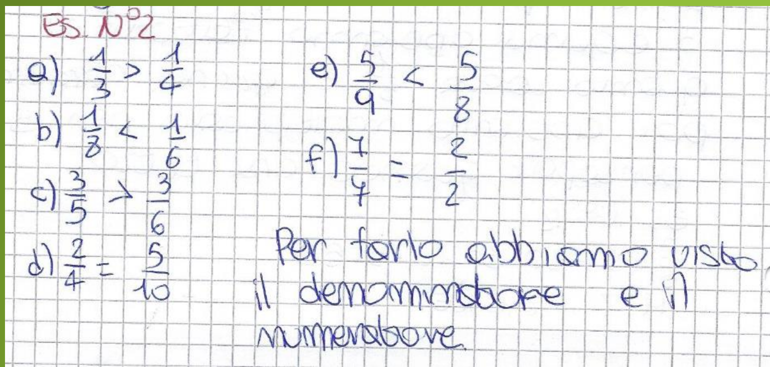


$\frac{2}{4} > \frac{2}{8}$

PERCHÉ I PEZZI DELLA FRAZIONE $\frac{2}{8}$ SONO PIÙ PICCOLI E ANCHE SE COLORO 2 PARTI IN TUTTE DUE I CASI, NEL 2° CASO I PEZZI SONO LA METÀ DEL 1° CASO QUINDI LA FRAZIONE $\frac{2}{4}$ È PIÙ GRANDE

Da un gruppo emerge che nel confronto tra frazioni è necessario riferirsi sempre allo stesso intero.

Esercizio 2



Es. N°2

a) $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{8} < \frac{1}{6}$

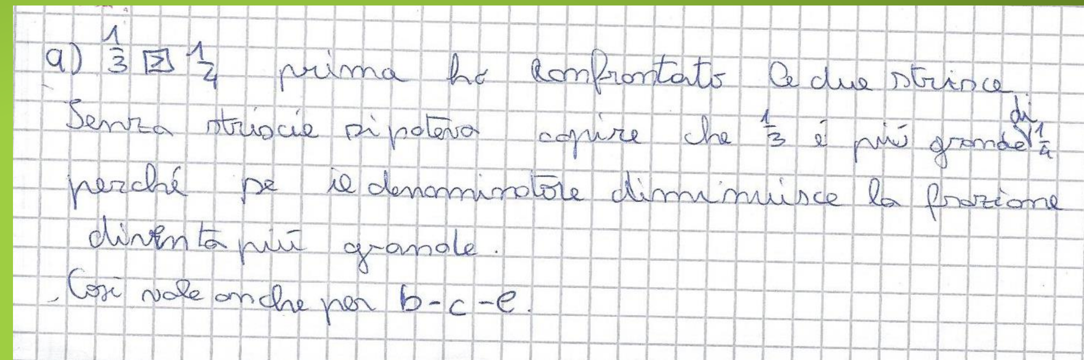
c) $\frac{3}{5} > \frac{3}{6}$

d) $\frac{2}{4} = \frac{5}{10}$

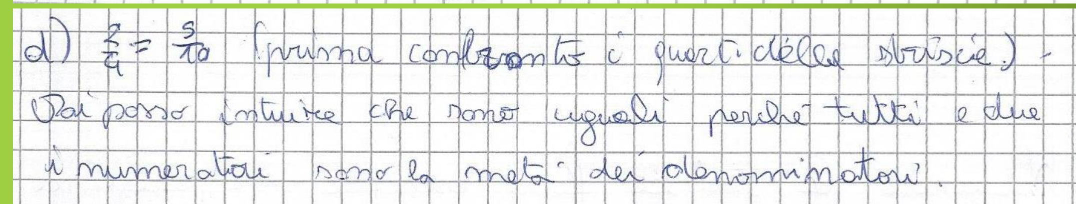
e) $\frac{5}{9} < \frac{5}{8}$

f) $\frac{7}{7} = \frac{2}{2}$

Per farlo abbiamo visto il denominatore e il numeratore.



a) $\frac{1}{3} \boxed{>} \frac{1}{4}$ prima ho confrontato le due strisce. Senza strisce si poteva capire che $\frac{1}{3}$ è più grande di $\frac{1}{4}$ perché se il denominatore diminuisce la frazione diventa più grande.
Così vale anche per b-c-e.



d) $\frac{2}{4} = \frac{5}{10}$ (prima confronto i quarti delle strisce) - Poi posso intuire che sono uguali perché tutti e due i numeratori sono la metà dei denominatori.

La maggior parte dei gruppi risolve l’esercizio 2 sulla base di quanto osservato nell’esercizio 1; nessun gruppo ha difficoltà a riconoscere le frazioni equivalenti.

Dopo aver svolto gli esercizi, attraverso una discussione guidata dall’insegnante, vengono messe in evidenza le osservazioni fatte dai ragazzi e formalizzate le strategie scoperte fino ad adesso per il confronto delle frazioni. Come già messo in evidenza nella diapositiva precedente, un gruppo ha sottolineato che nel confronto è necessario far riferimento sempre allo stesso intero; l’insegnante quindi chiede ai ragazzi qualche esempio:

«1/10 di 1000 € sono 100 € mentre ½ di 50 € sono 25 euro»

«1/10 è più piccolo di ½ ma 1/10 di 1000 è più grande di ½ di 50!».

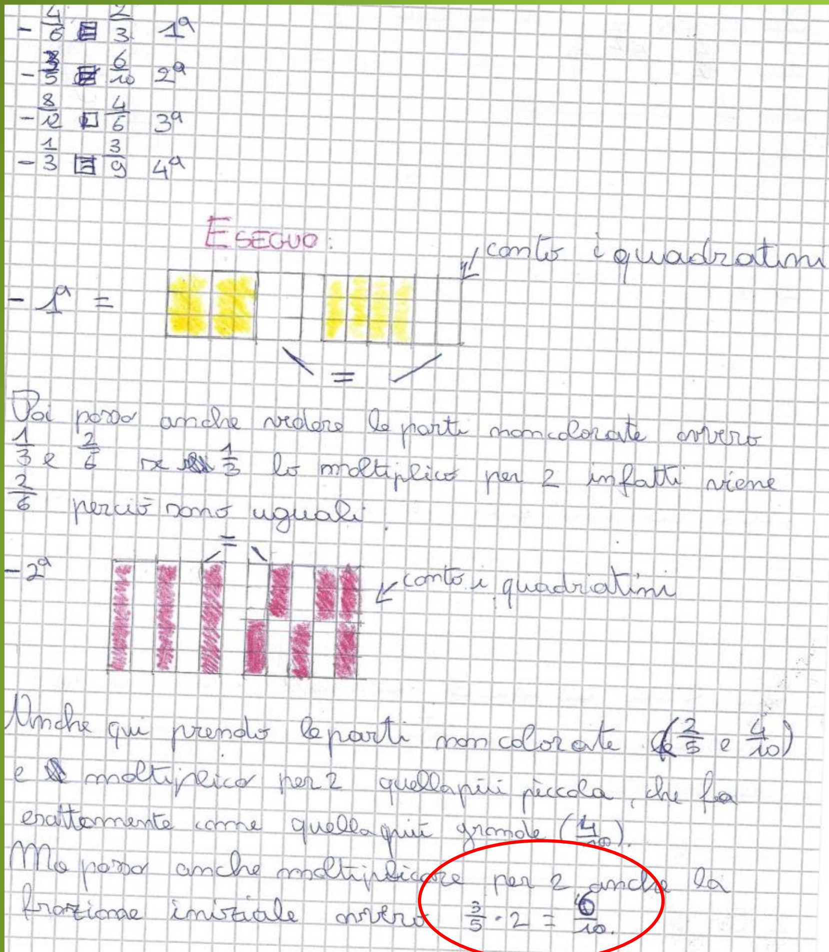
Durante la discussione riguardante il secondo esercizio, qualcuno si sofferma sulle frazioni equivalenti: osservando le strisce è facile notare che frazioni diverse rappresentavano la stessa parte dell’intero.

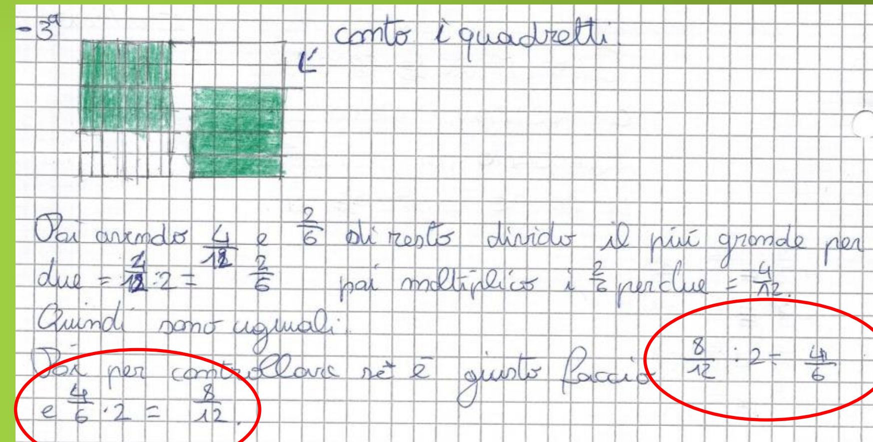
Un gruppo inoltre osserva che:

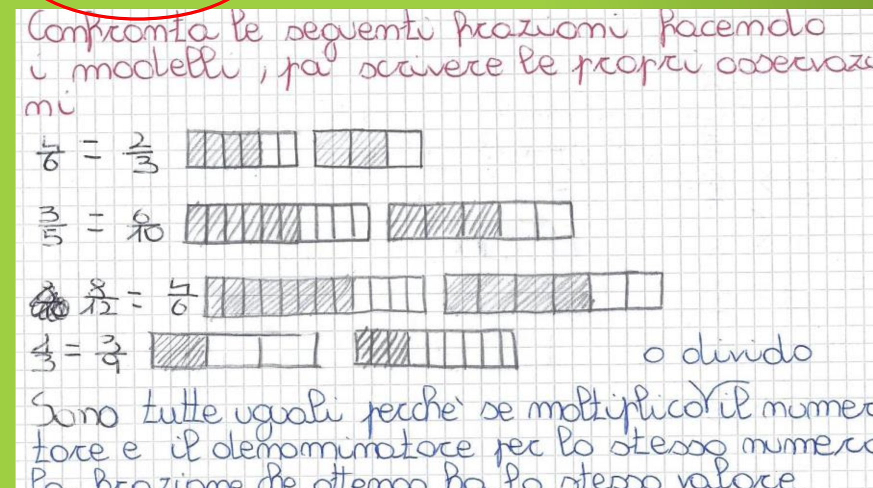
- nel caso di 2/4 e 5/10, il numeratore è in entrambi i casi la metà del denominatore;
- nel caso di 7/7 e 2/2, si prende entrambi i casi tutto l’intero.

L’insegnante propone quindi un nuovo esercizio.

«Confrontare le seguenti frazioni utilizzando modelli; poi scrivere le proprie osservazioni.
a) 4/6 e 2/3 b) 3/5 e 6/10 c) 8/12 e 4/6 d) 1/3 e 3/9







Da notare principalmente due aspetti:

- la maggior parte dei gruppi disegna correttamente i modelli prendendo, in modo inconsapevole, ogni volta un intero che ha un numero di quadretti multiplo dei due denominatori;
- la scrittura errata usata per passare da una frazione ad un'altra ad essa equivalente, nonostante l'uso della proprietà invariantiva sia stato affrontato in classe prima e ripreso prima del confronto; ciò offre lo spunto per una breve discussione sulla differenza tra la moltiplicazione di una frazione per un numero e l'uso della proprietà invariantiva che prevede di moltiplicare per uno stesso numero sia numeratore che denominatore.

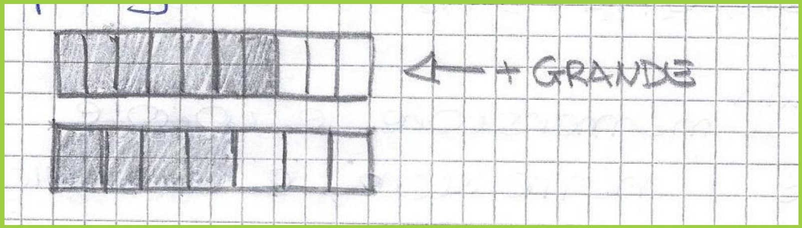
A questo punto viene proposto un esercizio in cui è necessario confrontare due frazioni che non hanno né stesso denominatore né stesso numeratore.

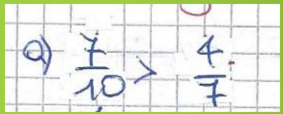
«Usando le strisce e disegnando i modelli sul quaderno confrontare le seguenti frazioni:

a) 4/7 e 7/10 b) 7/8 e 9/10 c) 3/8 e 4/10»

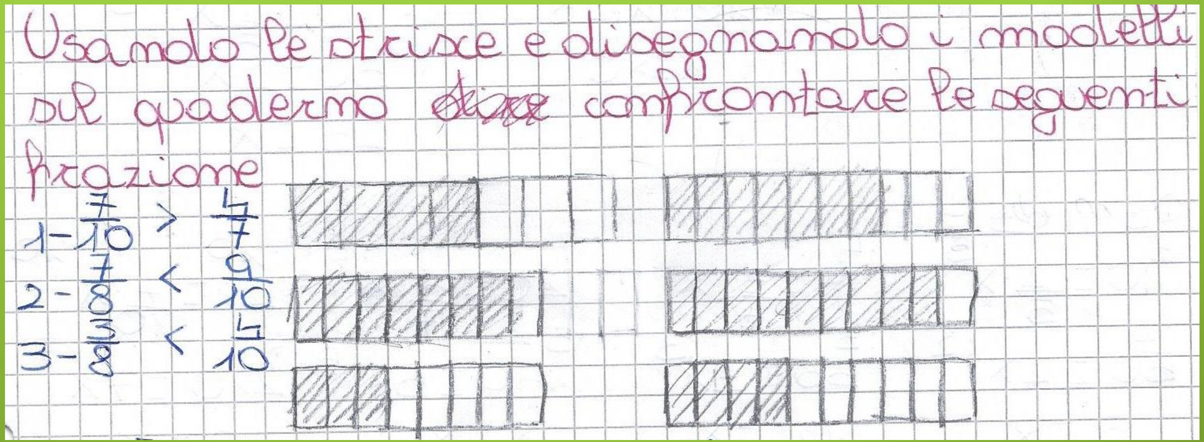
In tutti i gruppi è emersa la difficoltà di rappresentazione delle frazioni usando lo stesso intero: «come facciamo a dividere lo stesso intero in 10 parti e poi in 7?»

1. Molti gruppi scelgono un intero «comodo» per una delle due frazioni e suddividono poi lo stesso intero in modo approssimativo per rappresentare l'altra frazione; poi stabiliscono la frazione maggiore.

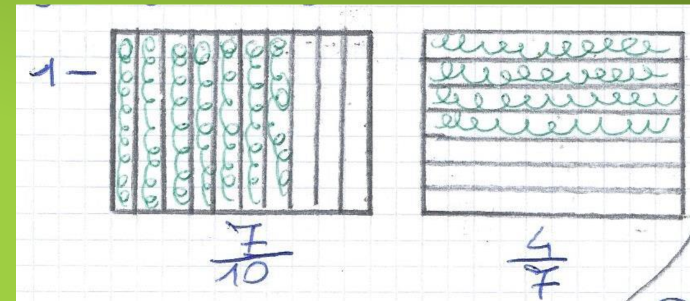




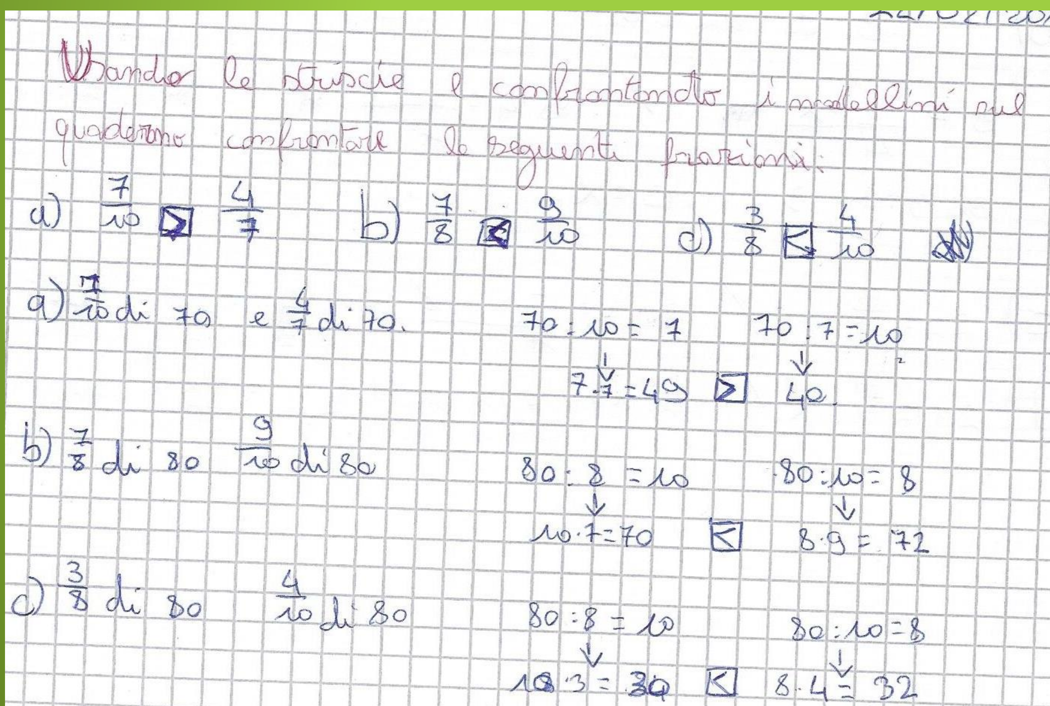
2. Un gruppo invece, probabilmente per la difficoltà di costruire un modello, prende interi diversi e non riesce a trovare una strategia comune per confrontare le frazioni.



3. In un gruppo invece nasce l'idea di disegnare un rettangolo formato da un numero di quadretti multiplo dei denominatori; ogni rettangolo viene poi suddiviso nel numero di parti indicate dal denominatore corrispondente, colorando quelle designate dal numeratore.

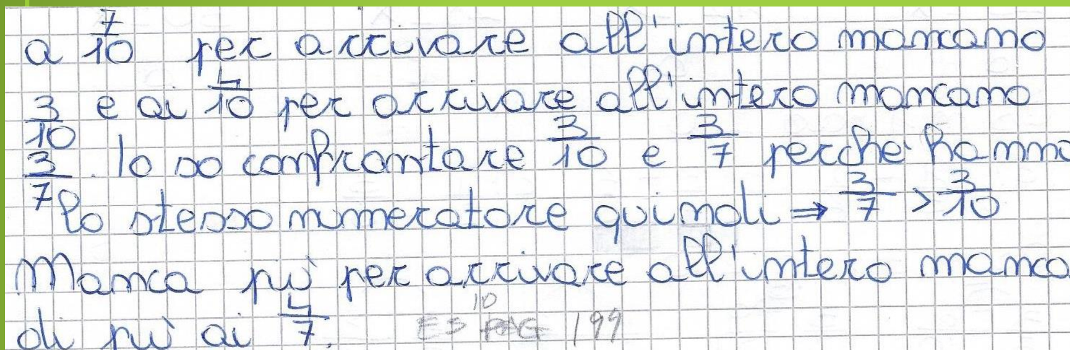


4. Un altro gruppo, infine, non usa modelli grafici, ma cerca comunque un intero numerico che sia un multiplo di entrambi i denominatori, calcolando poi le due quantità al numeratore rispetto all'intero scelto.

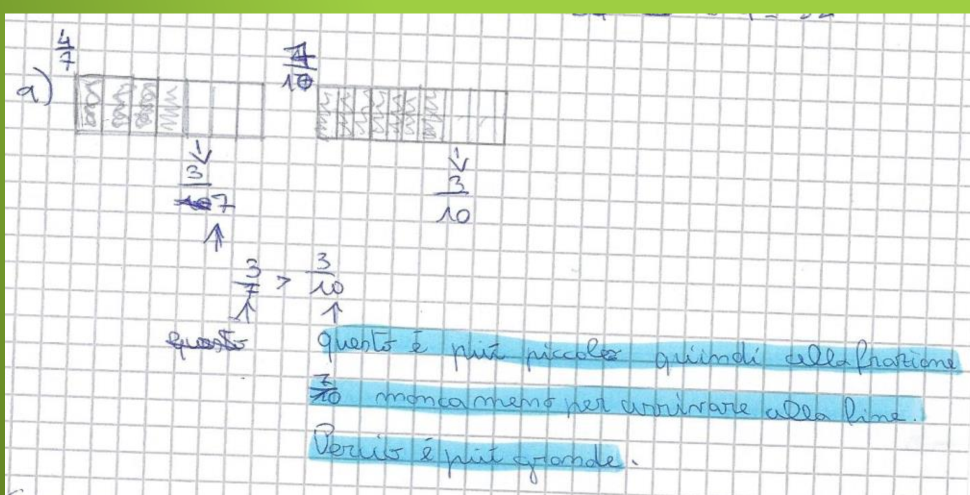


E' evidente in questo gruppo quindi l'esigenza di trovare un multiplo comune, concetto non affrontato in precedenza, persino abbandonando il modello geometrico.

5. Un gruppo propone una strategia ulteriore: confrontare la frazione con la metà corrispondente, stabilendo cioè se una frazione è maggiore o minore della metà, ma non è possibile adoperare questa procedura per le due frazioni 7/10 e 4/7. Il problema diventa quindi di estremo interesse per tutta la classe, che cerca una strategia alternativa ulteriore rispetto a quelle già descritte. Non emerge alcuna idea, quindi l'insegnante suggerisce di osservare nei modelli geometrici quanto manca per completare l'intero.


a $\frac{7}{10}$ per arrivare all'intero mancano $\frac{3}{10}$ e ai $\frac{4}{10}$ per arrivare all'intero mancano $\frac{3}{7}$ lo so confrontare $\frac{3}{10}$ e $\frac{3}{7}$ perché hanno lo stesso numeratore quindi $\Rightarrow \frac{3}{7} > \frac{3}{10}$ Manca più per arrivare all'intero manca di più ai $\frac{4}{7}$. ES 10 PAG 199

A questo punto qualche alunno decide di lavorare sulle frazioni complementari, così da ottenere due frazioni aventi stesso numeratore e facili da confrontare. La sua spiegazione permette a tutta la classe di capire che la frazione in cui manca di più per arrivare all'intero è la frazione minore.



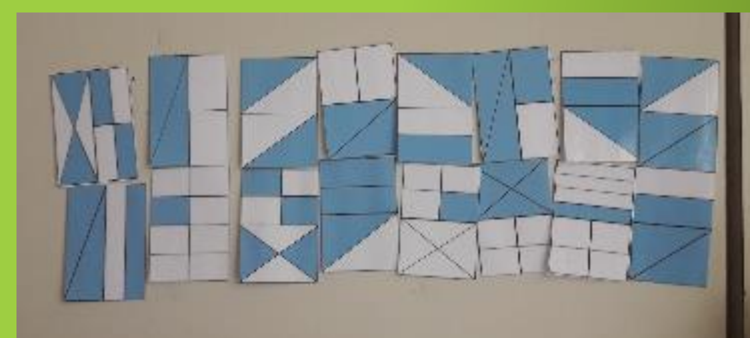
Da un'analisi successiva riguardo alle modalità di confronto preferite dagli alunni nel caso generico (numeratori e denominatori diversi), è risultato che la maggior parte preferisce portare le frazioni allo stesso denominatore, mentre pochi usano e hanno fatto proprie le strategie del confronto con la metà o con la frazione complementare, che non sono state scoperte in modo spontaneo da loro stessi.

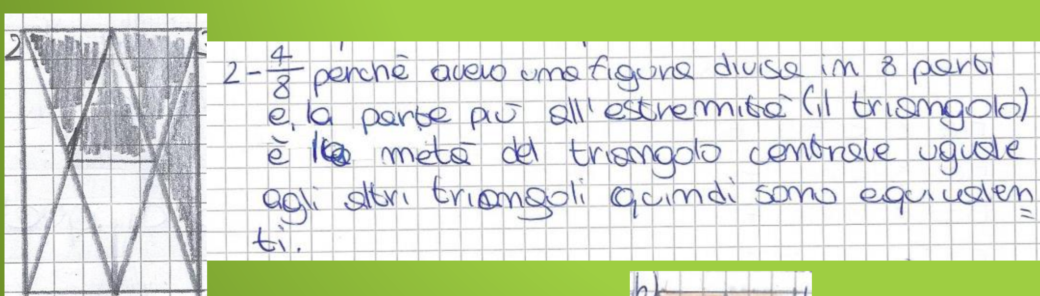
FASE V Giocando con le frazioni

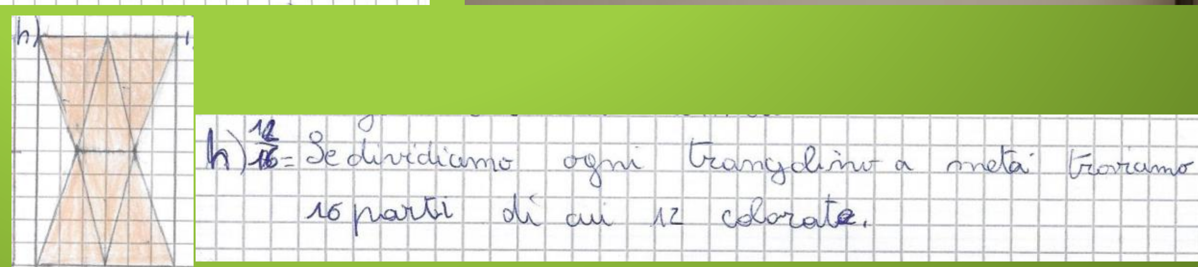
Come attività di consolidamento del concetto di frazione, come divisione in parti equivalenti e quindi di frazioni equivalenti, è stato proposto un gioco, che comporta l'uso delle carte Sperlari, scaricabili dal sito http://www.maestramarta.it/frazioni-classe-4a-carte-frazionate-gioco/.

Ad ogni gruppo di studenti è stato consegnato un mazzo di carte, con diverse rappresentazioni di frazioni equivalenti e con immagini di frazioni non equivalenti.

a) Associare ad ogni carta una frazione corrispondente
b) Verbalizzazione scritta della scelta, anche tramite un disegno.
c) Raggruppare le carte di frazioni equivalenti.







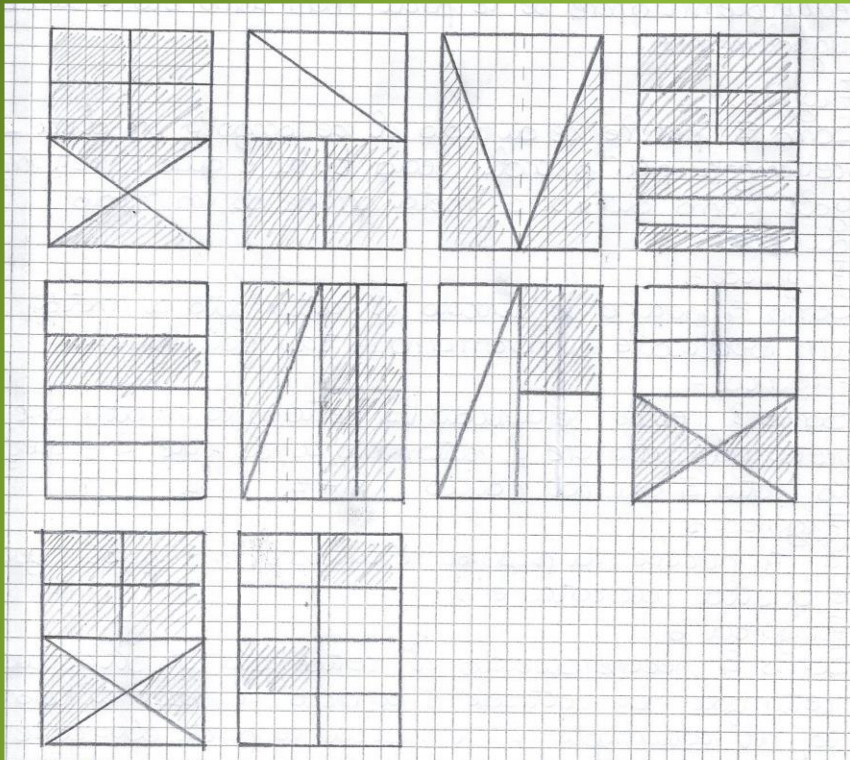
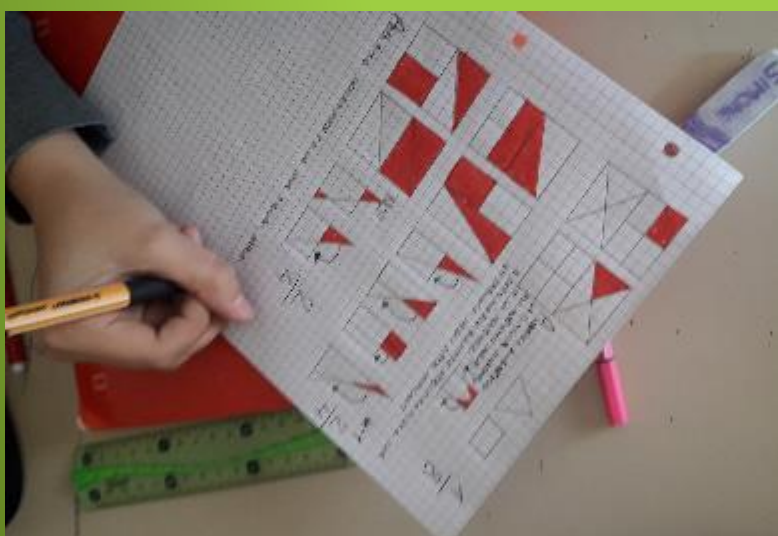


Figura 2:
Sono $\frac{2}{4}$ perchè se divido il rettangolo in altri 2 rettangoli più piccoli vedo tutti e due i rettangoli sono divisi a metà anche se in modo diverso.

Figura 3
Sono $\frac{2}{4}$ perchè se divido il rettangolo a metà, in verticale, si formano 4 triangoli uguali.

Figura 6
Sono $\frac{3}{4}$ perchè divido il rettangolo in altri due rettangoli, per verticale, e riporto il pezzo di triangolo nel rettangolo a sinistra le parti colorate diventano 3.

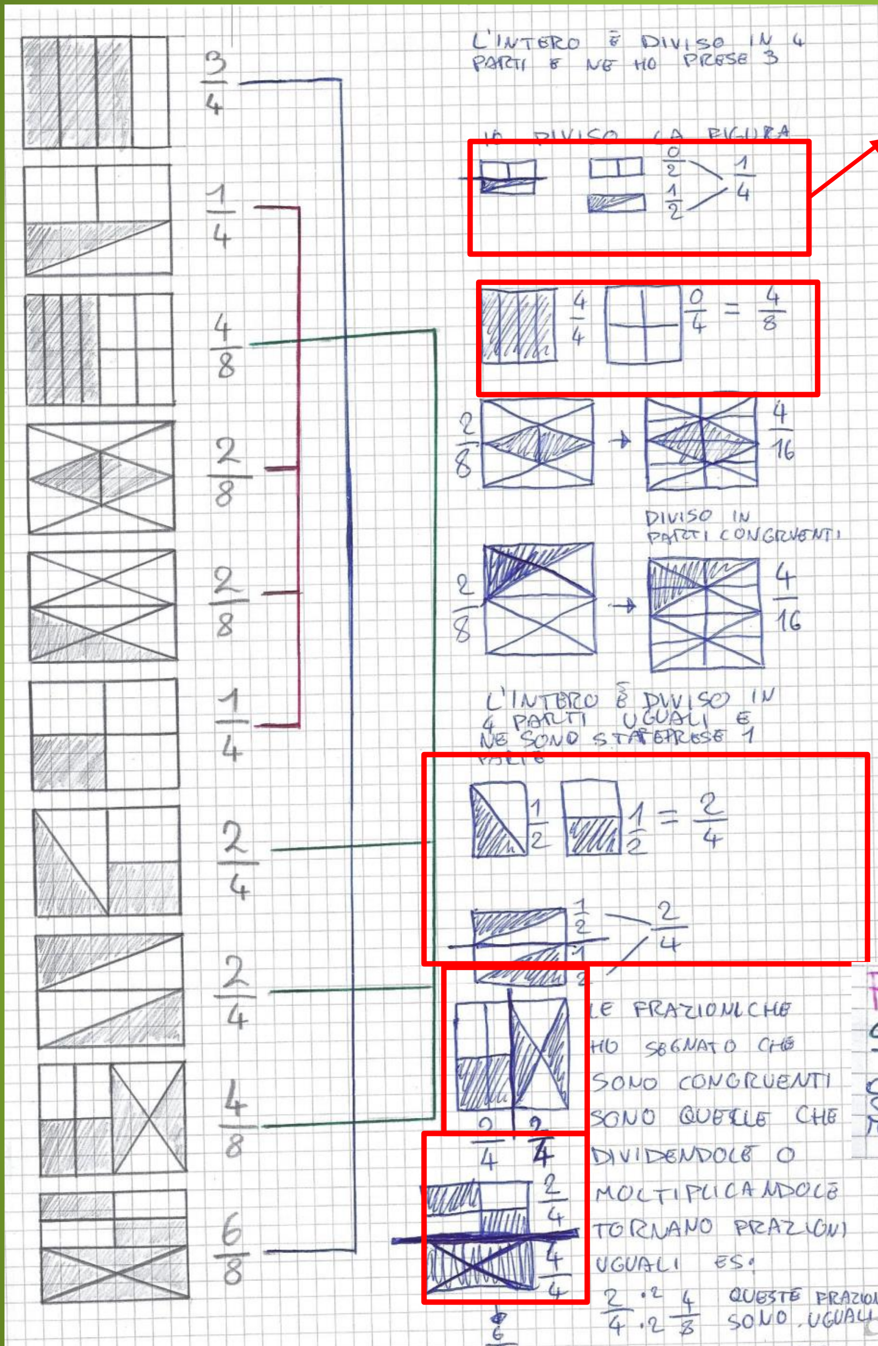
Figura 8
Sono $\frac{2}{8}$ perchè se divido il rettangolo in due rettangoli vedo che in quello sopra non è colorato nulla in quello in basso 2.



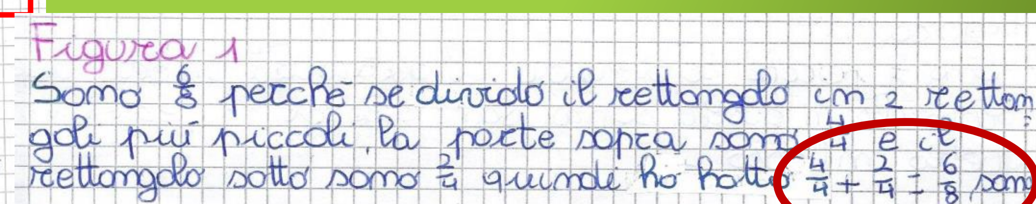
1- $\frac{6}{8}$ 2- $\frac{2}{4}$ 3- $\frac{2}{4}$ 4- $\frac{6}{8}$ 5- $\frac{1}{4}$ 6- $\frac{3}{4}$ 7- $\frac{1}{4}$
8- $\frac{2}{8}$ 9- $\frac{6}{8}$ 10- $\frac{2}{8}$

Le frazioni equivalenti sono:

1-4-9-6 2-3, 5-7, , 8-10
sono equivalenti perchè hanno lo stesso valore anche se alcune non hanno lo stesso denominatore o numeratore.



In alcuni gruppi gli alunni commettono errori nella spiegazione; in particolare, questo gruppo lavora separatamente sulle due metà della carta, trattandole come fossero interi e associando ad ognuna delle parti la frazione errata 0/2 e ½ invece di 0/4 e 1/4 . Questo errore è da evitare e da discutere nel dettaglio, perché potrebbe indurre all'errore che il risultato di 0/2+1/2 sia ¼. Discutendo con gli alunni di questo gruppo è stato chiaro che l'errore fosse formale e non concettuale: hanno chiamato in modo errato le parti, ma sono consapevoli che rispetto alla carta intera quelle parti siano quarti, ma, per ragionare, si sono riferiti ad un intero diverso. Discutendo invece con l'intera classe è emerso che alcuni avevano fatto l'errore concettuale di modificare l'intero, concludendo ad esempio che la somma di 4/4 e ¾ fosse 6/8. Per questo motivo la discussione con la classe ha preso molto tempo.



L'esercizio con le carte, nonostante fosse un esercizio di rinforzo di concetti già affrontati, si è rivelato quindi utile a far emergere e correggere alcuni errori concettuali.

Valutazione

Durante tutto il percorso, è stata condotta una valutazione *in itinere* di ogni singolo alunno, tramite registrazione di osservazioni del docente su: partecipazione al lavoro di gruppo, partecipazione alla lezione collettiva, collaborazione con i compagni, capacità di formulare ipotesi, argomentazione.

Anche le strategie risolutive e le verbalizzazioni assegnate per casa o realizzate in classe sono state oggetto di valutazione durante la condivisione in classe, ma anche nel controllo dei quaderni da parte del docente.

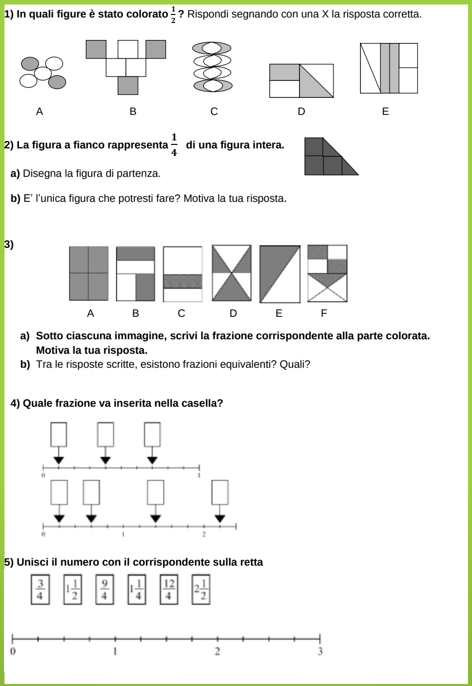
Al termine di tutto il percorso sono state inoltre realizzate due diversi tipi di verifiche:

- una verifica di gruppo
- una verifica individuale.

FASE VI Verifica di gruppo

E’ stata svolta mantenendo i gruppi di lavoro di tutto il percorso: si è trattata di una vera e propria verifica formativa, che ha permesso agli alunni più forti di consolidare le proprie capacità di argomentazione, sostenendo gli alunni più deboli, che hanno avuto invece un’ulteriore possibilità di ripassare ed eventualmente di recuperare alcuni dubbi. Il docente ha verificato che nessuno studente si limitasse a copiare pedissequamente dal compagno più bravo del gruppo. La verifica è stata svolta collettivamente, ma ognuno ha consegnato il proprio lavoro personale: anche all’interno dello stesso gruppo ci sono state infatti piccole differenze es. dati dei problemi scritti e non, diverse soluzioni ad alcuni quesiti. La lezione successiva la verifica è stata consegnata corretta ad ogni alunno, facendo lavorare ogni singolo gruppo su eventuali difficoltà emerse nella prova, creando quindi un’ultima occasione formativa prima della verifica finale. Ad ogni prova è stato assegnato un voto, generalmente uguale per tutti i componenti del gruppo, salvo alcune situazioni che hanno comportato talora minime differenze nella valutazione finale.

Nelle immagini a fianco sono riportati gli esercizi di tutta la verifica, compresi anche numeri misti e frazioni sulla semiretta, che, come precedentemente spiegato, non sono stati documentati. Sono stati comunque proposti esercizi simili alle attività svolte in classe.


1) In quali figure è stato colorato $\frac{1}{2}$? Rispondi segnando con una X la risposta corretta.

A B C D E

2) La figura a fianco rappresenta $\frac{1}{4}$ di una figura intera.

a) Disegna la figura di partenza.

b) E’ l’unica figura che potresti fare? Motiva la tua risposta.

3)

A B C D E F

a) **Sotto ciascuna immagine, scrivi la frazione corrispondente alla parte colorata. Motiva la tua risposta.**
b) Tra le risposte scritte, esistono frazioni equivalenti? Quali?

4) Quale frazione va inserita nella casella?

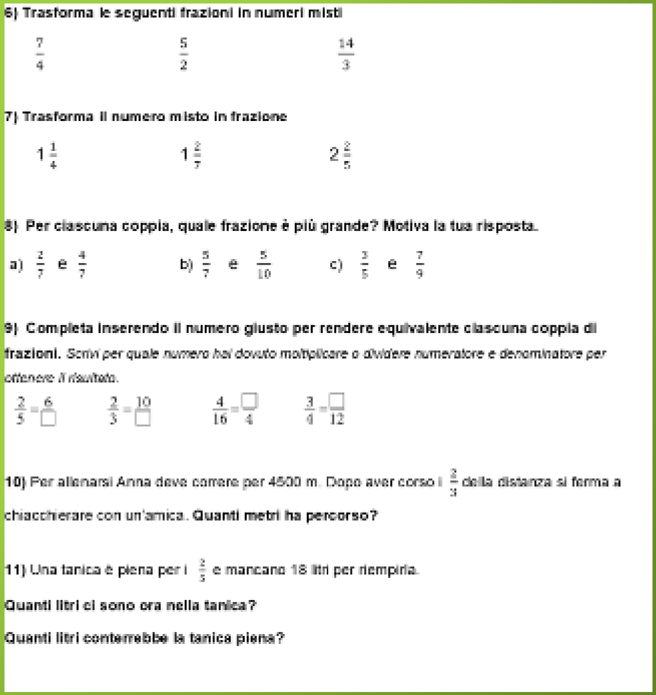
0 1

0 1 2

5) Unisci il numero con il corrispondente sulla retta

$\frac{3}{4}$ $1\frac{1}{2}$ $\frac{9}{4}$ $1\frac{1}{4}$ $\frac{12}{4}$ $2\frac{1}{2}$

0 1 2 3


6) Trasforma le seguenti frazioni in numeri misti

$\frac{7}{4}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{14}{3}$

7) Trasforma il numero misto in frazione

$1\frac{1}{4}$ $1\frac{2}{7}$ $2\frac{2}{5}$

8) Per ciascuna coppia, quale frazione è più grande? Motiva la tua risposta.

a) $\frac{2}{7}$ e $\frac{4}{7}$ b) $\frac{5}{7}$ e $\frac{5}{10}$ c) $\frac{3}{5}$ e $\frac{7}{9}$

9) Completa inserendo il numero giusto per rendere equivalente ciascuna coppia di frazioni. *Scrivi per quale numero hai dovuto moltiplicare o dividere numeratore e denominatore per ottenere il risultato.*

$\frac{2}{5}=\frac{6}{\square}$ $\frac{2}{3}=\frac{10}{\square}$ $\frac{4}{16}=\frac{\square}{4}$ $\frac{3}{4}=\frac{\square}{12}$

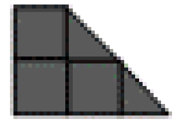
10) Per allenarsi Anna deve correre per 4500 m. Dopo aver corso i $\frac{2}{3}$ della distanza si ferma a chiacchierare con un’amica. **Quanti metri ha percorso?**

11) Una tanica è piena per i $\frac{2}{5}$ e mancano 18 litri per riempirla.

Quanti litri ci sono ora nella tanica?

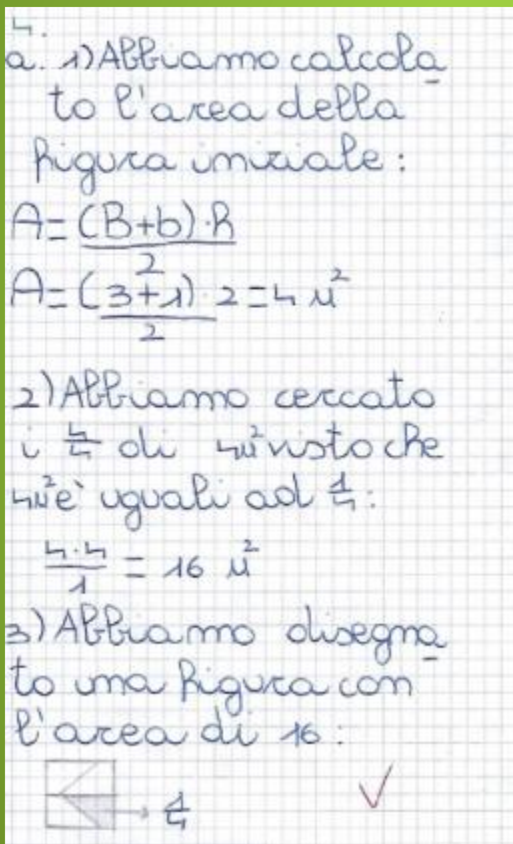
Quanti litri conterrebbe la tanica piena?

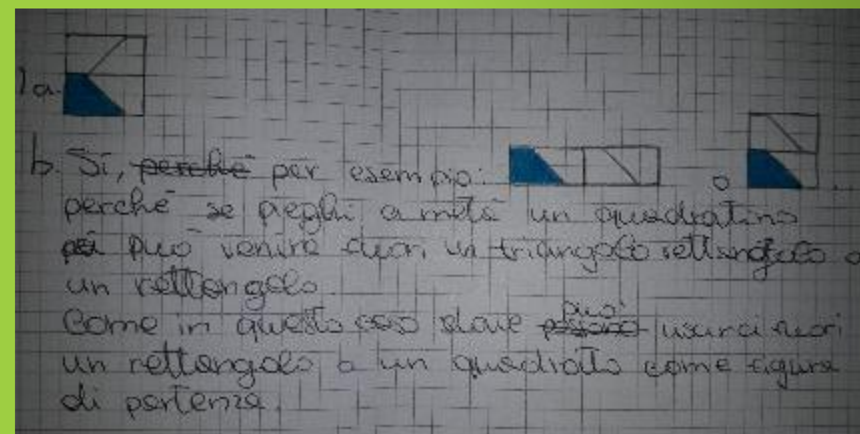
2) La figura a fianco rappresenta $\frac{1}{4}$ di una figura intera.

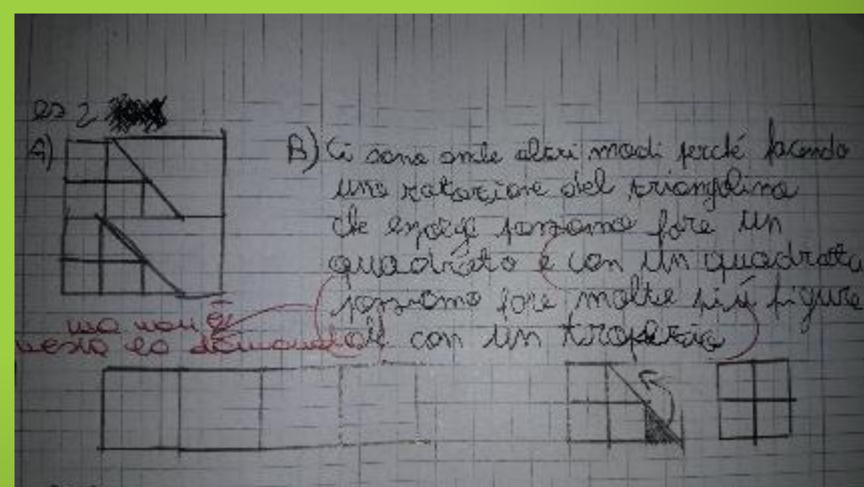


a) Disegna la figura di partenza.

b) E' l'unica figura che potresti fare? Motiva la tua risposta.

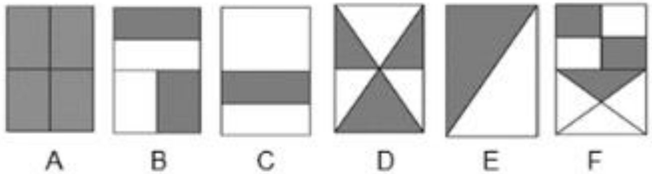






Unico gruppo che ha proceduto in modo aritmetico; tutti gli altri hanno seguito la procedura grafica.

3)



a) Sotto ciascuna immagine, scrivi la frazione corrispondente alla parte colorata. Motiva la tua risposta.

b) Tra le risposte scritte, esistono frazioni equivalenti? Quali?

a) $A = \frac{4}{4}$

PERCHÉ TUTTE E QUATTRO LE PARTI PRESENTI SONO COLORATE.

$B = \frac{2}{4}$ PERCHÉ LA FIGURA É DIVISA IN 4 PARTI (EQUIVALENTI M DIVERSE) PER CAPIRE CHE SONO UGUALI BASTA NOTARE CH TUTTE E 4 LE PARTI RAPPRESENTANO $\frac{1}{2}$ DELLA METÁ DEL RETTANGOLO (PERCHÉ IL RETTANGOLO É DIVISO IN 2 RETTANGOL UGUALI).

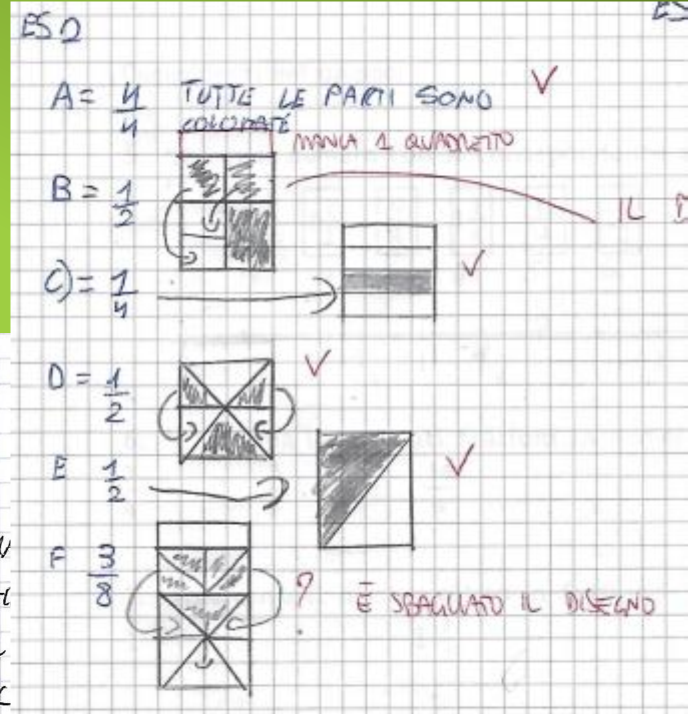
$C = \frac{1}{4}$ PERCHÉ LA PARTE COLORATA NEL RETTANGOLO CI S 4 VOLTE.

$D = \frac{4}{8}$ PERCHÉ UN TRIANGOLINO NEL RETTANGOLO CI STÁ 8 VOLTE, SE METTIAMO TUTTE LE PARTI COLORATE INSIEME VEDIAM CHE SONO LA METÁ OVVERO $\frac{4}{8}$.

$E = \frac{1}{2}$ PERCHÉ LA PARTE COLORATA COPRE METÁ DELLA FIGURA.

$F = \frac{3}{8}$ PERCHÉ IL RETTANGOLO INIZIALE É DIVISO IN 2 RETTANGOL QUESTI ULTIMI A LORO VOLTA SONO DIVISI IN 4 PARTI CIASCUNO E SOLO 3 SONO COLORATE.

b) LE FRAZIONI EQUIVALENTI SONO B-D-E PERCHÉ IN TUTTE IL NOMINATORE É LA METÁ DEL DENOMINATORE



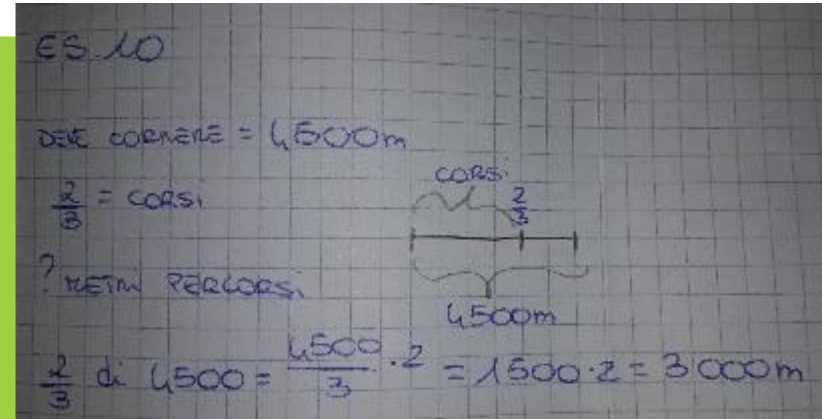
Sopra: procedura grafica realizzata da un alunno DSA grave, che ha preferito lavorare da solo per questo esercizio.

Accanto: verbalizzazione scritta di un altro componente del gruppo.

Pur con metodi diversi, ma riescono a risolvere il problema.

10) Per allenarsi Anna deve correre per 4500 m. Dopo aver corso i $\frac{2}{3}$ della distanza si ferma a chiacchierare con un'amica. **Quanti metri ha percorso?**

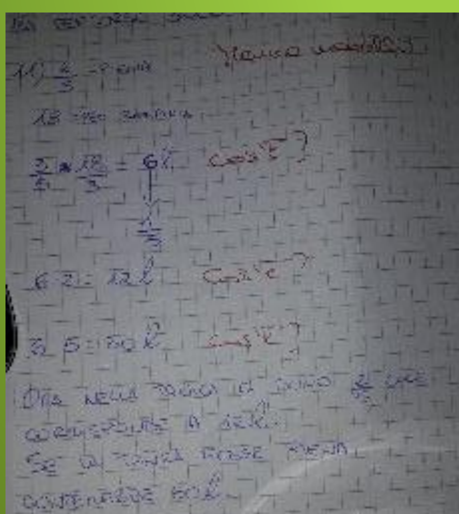
Alunna H che nell'esercizio sul confronto adopera le strisce.

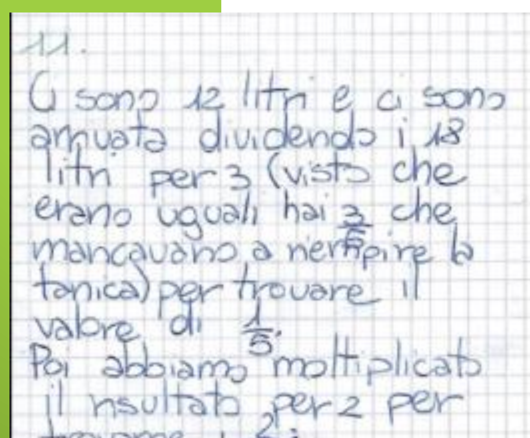


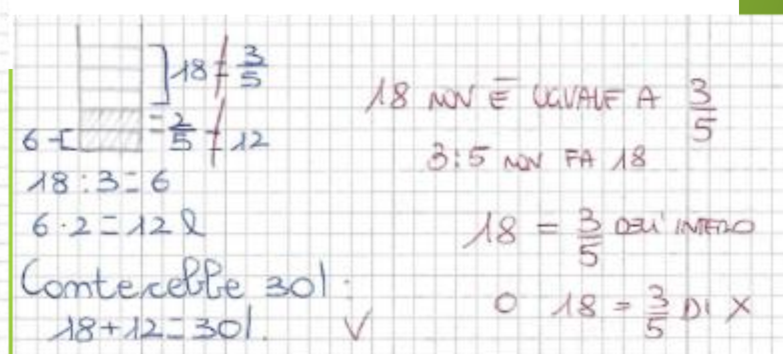
11) Una tanica è piena per i $\frac{2}{5}$ e mancano 18 litri per riempirla.

Quanti litri ci sono ora nella tanica?

Quanti litri conterrebbe la tanica piena?







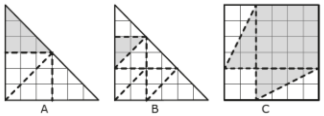
FASE VI Verifica individuale

I contenuti restano identici rispetto alla verifica di gruppo. Sono proposti tuttavia esercizi diversi: es. riduzione ai minimi termini di una frazione, piuttosto che passaggio da una frazione all'altra equivalente; determinazione del valore frazionario di un'immagine, senza usare esattamente le Carte Sperlari; ordinare frazioni in ordine crescente, piuttosto che confrontarne due.

I risultati della verifica individuale sono stati positivi, sicuramente migliori rispetto all'andamento generale della classe. Ciò dimostra l'efficacia di:

- *Cooperative learning,* come strategia didattica per promuovere l'autonomia nell'apprendimento;
- verifica di gruppo, come attività di consolidamento e recupero, ma anche come momento preparatorio per aumentare la consapevolezza del tipo di prova da affrontare individualmente, diminuendo così l'ansia da prestazione per la verifica finale. Il confronto dei risultati con quelli della verifica di gruppo ha permesso inoltre di constatare quali alunni hanno contribuito maggiormente al lavoro di gruppo di tutto il percorso, quali sono migliorati gradualmente mettendosi in gioco personalmente, quali sono stati più passivi.

1) Osserva le figure: associa ad ogni figura la frazione che rappresenta la parte colorata e motiva la tua risposta.



$\frac{1}{9}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$

2)

a) Colora le palline, secondo le seguenti indicazioni:

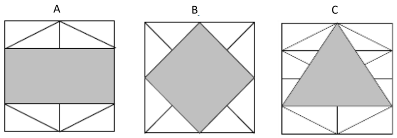
I) Le palline nere sono $\frac{2}{5}$ di tutte le palline.

II) C'è una pallina rossa, le altre sono bianche.

b) Osservando il disegno colorato, scrivi vero o falso accanto ad ognuna delle seguenti frasi:

Le palline nere sono nella stessa quantità di quelle bianche		
Le palline rosse sono ½ delle bianche		
Le palline bianche sono 3/5 di tutte le palline		
La pallina rossa è 1/5 delle palline		
Le palline bianche sono 3		
La pallina rossa è il 20% delle palline totali		

3) Osserva le seguenti immagini



_________ _________ _________

a) Sotto ciascuna immagine scrivi quale frazione del quadrato è rappresentata dalla parte colorata.

b) Ci sono frazioni equivalenti? Motiva la tua risposta.

4) Riduci le seguenti frazioni ai minimi termini

a. $\frac{12}{32}$

b. $\frac{15}{45}$

5) Ordina le seguenti frazioni dalla più piccola alla più grande:

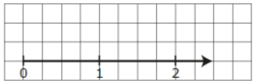
a. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{8}$

b. $\frac{7}{13}$ $\frac{11}{13}$ $\frac{8}{13}$ $\frac{4}{13}$ $\frac{12}{13}$

c. $\frac{3}{5}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{13}{26}$ $\frac{3}{15}$

6) Inserisci sulla semiretta i seguenti numeri:

$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{3}{2}$



7) Completa la tabella.

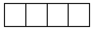
Frazione	Numero misto
$\frac{4}{3}$	
$\frac{17}{4}$	
	$2\frac{1}{9}$
	$3\frac{3}{8}$

8) Ogni anno 48 amici si riuniscono al rifugio Locatelli sulle Dolomiti: un terzo degli amici prenota per e-mail; un mezzo degli amici prenota per SMS; i rimanenti non prenotano.

Quanti prenotano tramite e-mail e quanti tramite SMS?

Quanti non prenotano?

9) Quello rappresentato in figura è $\frac{1}{3}$ di cioccolata:



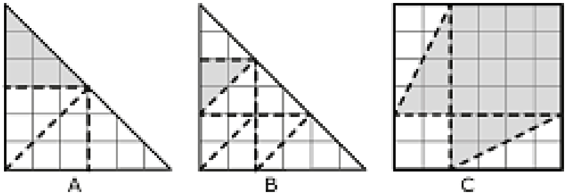
a. Disegna la figura intera.

b. E' l'unica figura che potresti fare? Motiva la tua risposta

10) Sul tavolo ci sono due tipi di bottoni. **Quanti bottoni con due buchi bisogna togliere perché la frazione di bottoni con quattro buchi diventi:**

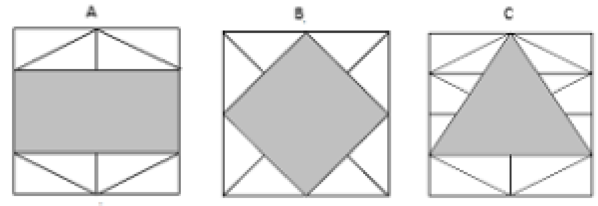
a) un quarto del totale b) un terzo del totale?

1) Osserva le figure: associa ad ogni figura la frazione che rappresenta la parte colorata e motiva la tua risposta.



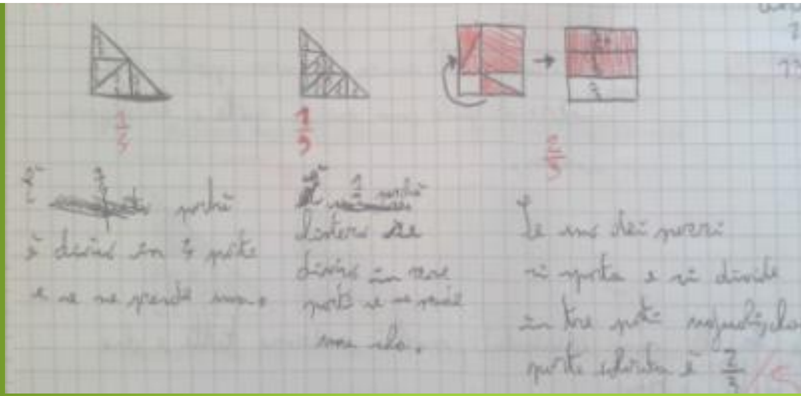
$\frac{1}{9}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$

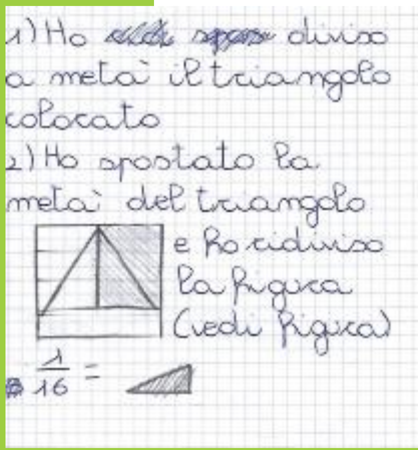
3) Osserva le seguenti immagini

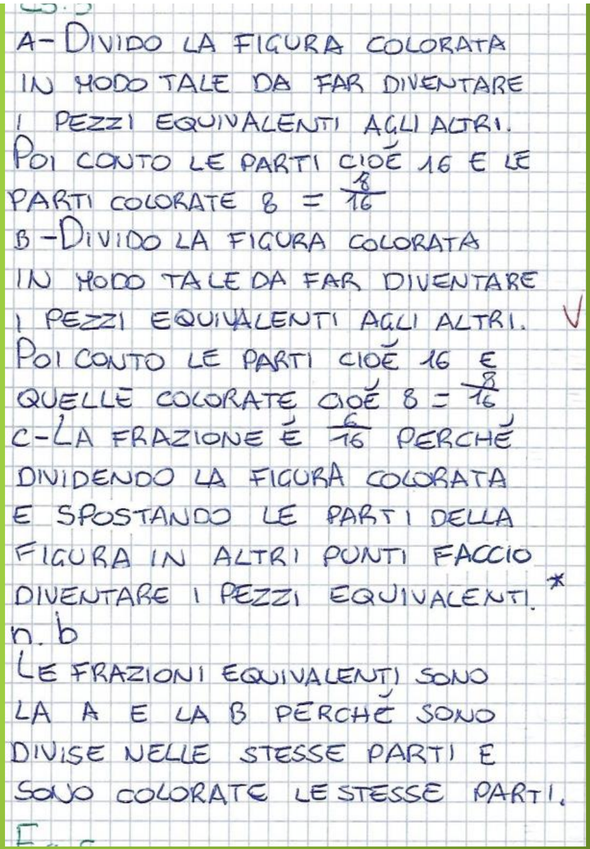


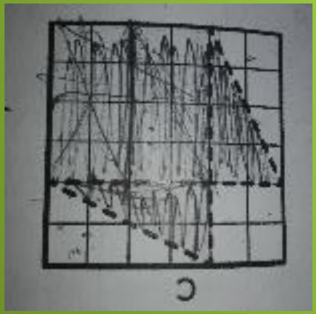
a) Sotto ciascuna immagine scrivi quale frazione del quadrato è rappresentata dalla parte colorata.

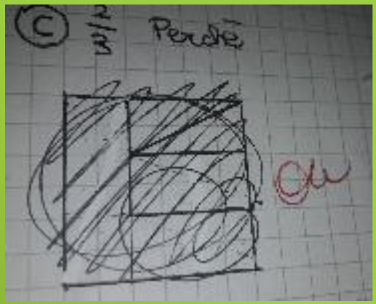
b) Ci sono frazioni equivalenti? Motiva la tua risposta.

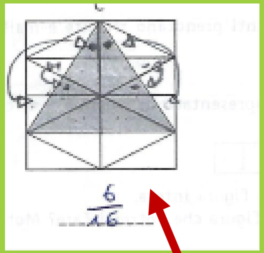












Esercizio di un’alunna con importanti difficoltà in matematica; ha cancellato, causa insicurezza, ma ci ha provato, senza arrendersi.

Chi non riesce a scrivere, si limita a disegnare per far capire il ragionamento seguito.

5) Ordina le seguenti frazioni dalla più piccola alla più grande:

a. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{8}$

b. $\frac{7}{13}$ $\frac{11}{13}$ $\frac{8}{13}$ $\frac{4}{13}$ $\frac{12}{13}$

c. $\frac{3}{5}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{13}{26}$ $\frac{3}{15}$

a) $\frac{1}{12} - \frac{1}{8} - \frac{1}{6} - \frac{1}{5} - \frac{1}{2}$ ✓

b) $\frac{4}{13} - \frac{7}{13} - \frac{8}{13} - \frac{11}{13} - \frac{12}{13}$ ✓

c) $\frac{3}{15} - \frac{2}{5} - \frac{13}{26} - \frac{3}{5} - \frac{5}{7}$ ✓

PORTO LE FRAZIONI A I MINI MI TERMINI E 3 FRAZIONI ORA HANNO IL DENOMINATORE UGUALE ~~QUELL~~ QUINDI LE POSSO METTERE IN ORDINE POI METTO LA METÀ DELL'INTERO E POI LA FRAZIONE CHE SUPERA LA METÀ. CI SONO 2 FRAZIONI CHE SUPERANO LA METÀ QUINDI TROVO UN MULTIPLO DI TUTTE E DUE (35

c) PER FARLO HO MOLTIPLICATO (SI PUÒ ANCHE DIVIDERE) NUMERATORE E DENOMINATORE PER LO STESSO NUMERO IN MODO CHE RAGGIUNGANO LO STESSO NUMERATORE (OPPURE DENOMINATORE) PER POI CONFRONTARLE (SE SI RAGGIUNGONO NUMERI TROPPO ALTI ALLORA CONVIENE PORTARE LE FRAZIONI AI MINIMI TERMINI)

$\frac{3}{5}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{13}{26}$ $\frac{3}{15}$

MINIMI TERMINI

$\frac{3}{5}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$

STESSO NUMERATORE

$\frac{30}{50}$ $\frac{30}{42}$ $\frac{30}{75}$ $\frac{30}{60}$ $\frac{30}{150}$

ORA CI POSSO CONFRONTARE

$\frac{30}{150}$ $\frac{30}{75}$ $\frac{30}{60}$ $\frac{30}{50}$ $\frac{30}{42}$

FRAZIONI ORIGINALI

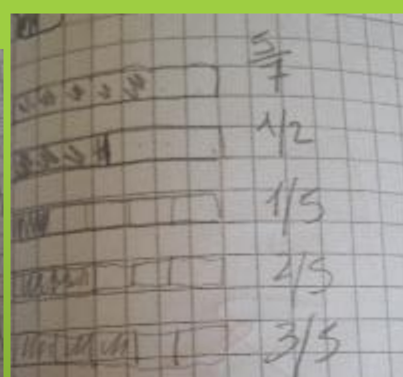
$\frac{3}{15}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{13}{26}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{5}{7}$ ✓

7) $\frac{4}{3}$ HO VISTO QUANTE VOLTE IL DENOMINATORE STA NEL NUMERATORE (1), CON RESTO $\frac{1}{3}$

INTERI

1 $\frac{1}{3}$

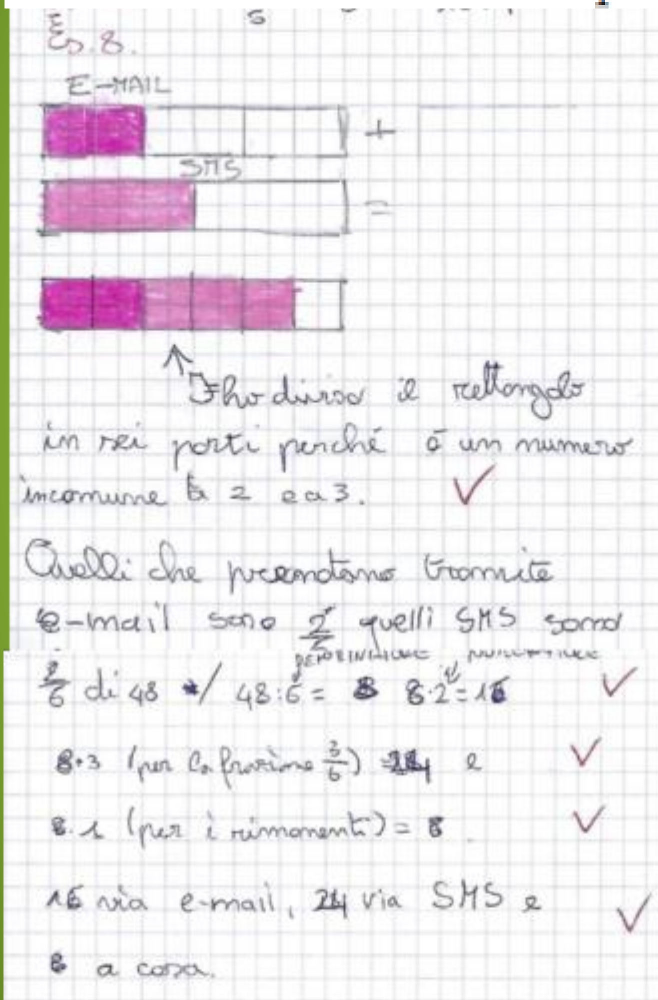
Gli studenti che hanno difficoltà a trovare un multiplo comune tra i denominatori, preferiscono il metodo grafico, che permette anche agli alunni H di svolgere correttamente l'esercizio 5c.

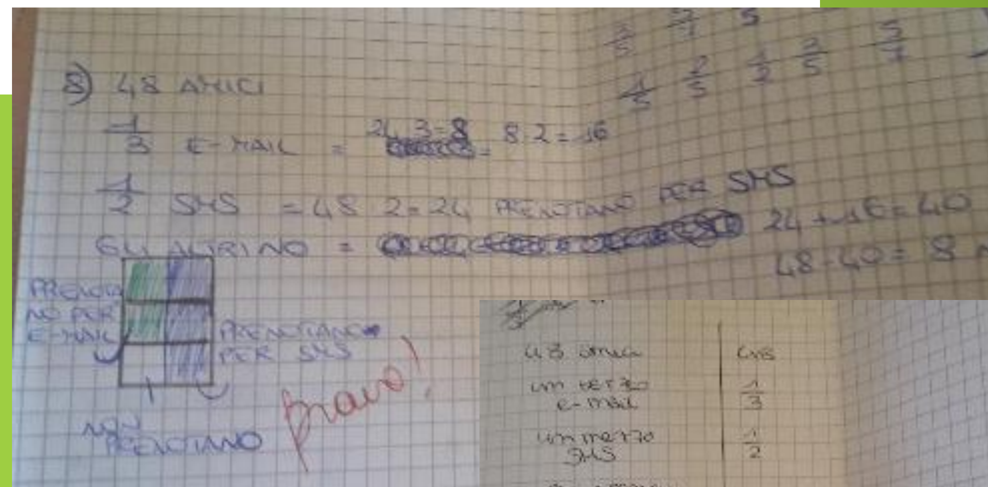


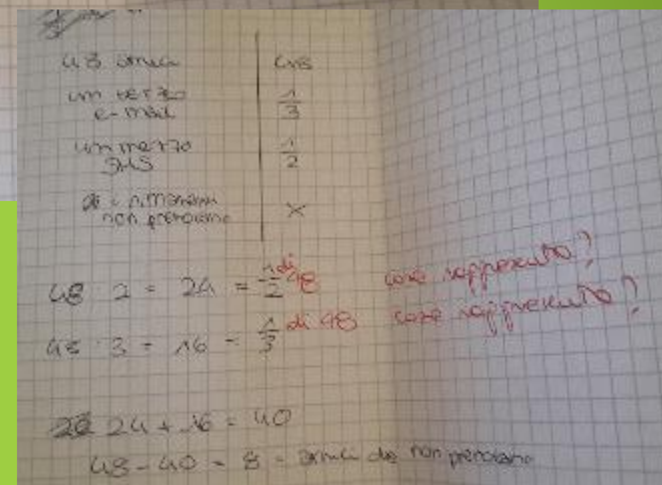
8) Ogni anno 48 amici si riuniscono al rifugio Locatelli sulle Dolomiti: un terzo degli amici prenota per e-mail; un mezzo degli amici prenota per SMS; i rimanenti non prenotano.

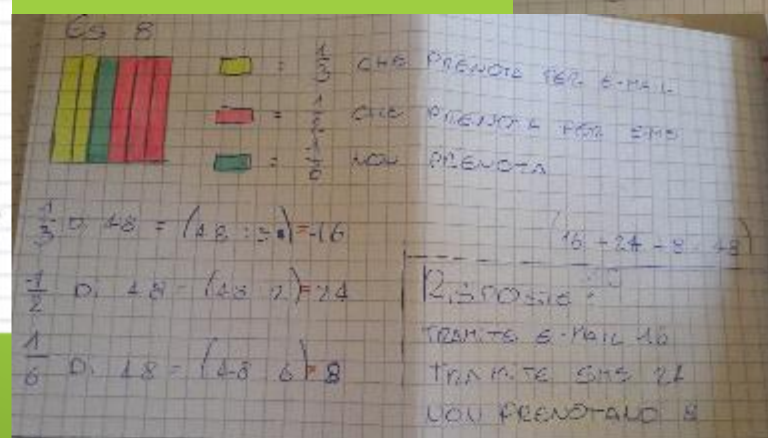
Quanti prenotano tramite e-mail e quanti tramite SMS?

Quanti non prenotano?





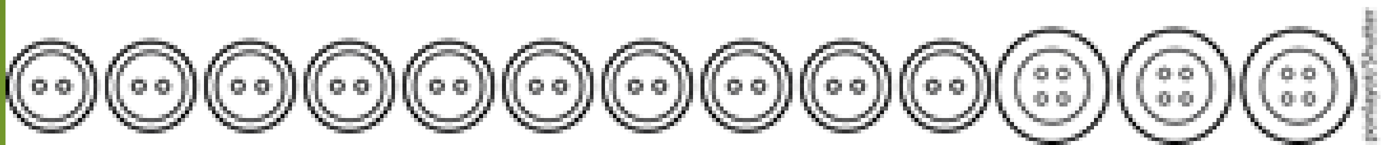




10) Sul tavolo ci sono due tipi di bottoni. Quanti bottoni con due buchi bisogna togliere perché la frazione di bottoni con quattro buchi diventi:

a) un quarto del totale

b) un terzo del totale?



a) 1 bottone a due buchi bisogna togliere, perché se in tutto i bottoni sono 13, ~~e~~ devo trovare un numero in cui il tre (B. con 4 buchi) ci stia 4 volte.

Questo numero è il 12 e quindi ~~X~~ bisogna toglierne uno.

b). Se voglio che i bottoni con 4 buchi siano $\frac{1}{3}$ devo ~~trovare~~ fare 3·3 = 9 ~~quindi~~ ~~un numero che moltiplicato~~

~~Quindi~~ Quindi devo togliere 4 bottoni con due buchi.

ES. 10

10 = CON 2 BUCHI

3 = CON 4 BUCHI

13 = TOTALE

13:4 = 3 r 1

a) ~~1~~ BISOGNA TOGLIERE 1

FACCIO GRUPPI DA 3

4 GRUPPI DA 3

b) TOLGO 4 BOTTONI

E FACCIO 3 GRUPPI DA 3. perché? 13:3=4 r 1

Punti di criticità

- ✓In questo percorso non sono state rilevate particolari criticità. Importante affiancare le attività di *cooperative learning* con momenti di condivisione con docente e momenti di lavoro individuale, affinché ognuno si senta adeguatamente responsabile del proprio apprendimento e di quello del resto del gruppo; il lavoro di gruppo non è stato assolutamente una criticità in sé, ma risulta fondamentale il ruolo del docente, che deve gestire adeguatamente gli studenti, anche riguardo il comportamento; va comunque detto che dopo le prime ore di lezione, gli alunni acquisiscono sempre più autonomia anche nell'allestire l'aula con i banchi a isole, affinché il lavoro inizi: grande soddisfazione è entrare in classe e vedere gli alunni già pronti in gruppo in attesa di lavorare.

Punti di forza

- ✓Partire dal quotidiano con i problemi della prima fase ha mostrato: agli studenti che le frazioni non sono un concetto matematico di cui aver paura, ma qualcosa di comune alla portata di tutti; ai docenti, che frazione come divisione in parti uguali e semplici operazioni tra frazioni sono già presenti tra le conoscenze degli alunni, che talora hanno proceduto intuitivamente, rifacendosi semplicemente al vissuto quotidiano;

- ✓«Piegando il quadrato» è un esempio di vera e propria didattica per competenze, dove i saperi sono integrati, oltre che esempio di attività pratica motivante;

- ✓I problemi del Rally Matematico Transalpino hanno confermato la loro validità didattica, per creare affiatamento, per integrare i saperi, per promuovere la formulazione e la verifica di ipotesi oltre che la verbalizzazione scritta del pensiero logico-procedurale;

- ✓Al termine dei percorsi svolti, è emersa una maggiore capacità di verbalizzazione scritta degli alunni, a tal punto che nella verifica alcuni studenti hanno spiegato i procedimenti svolti anche se non esplicitamente richiesto;

- ✓ Ogni attività ha messo in atto molteplici competenze matematiche, creando costantemente continui collegamenti concettuali tra congruenza, simmetria, equivalenza, area, frazioni, figure geometriche, individuazione di regolarità e generalizzazione;

- ✓Il m.c.m non affrontato in precedenza non ha creato alcun ostacolo per gli obiettivi previsti: alcune classi hanno manifestato esigenza di parlare di multiplo comune tra denominatori per il confronto, altre hanno attuato strategie molteplici, senza alcuna difficoltà.

Bibliografia

✓Le frazioni: aspetti concettuali e didattici Martha Isabel Fandinõ Pinilla, Danila Maori Pitagora Editrice

✓Frazioni Lorella Campolucci, Martha Isabel Fandinõ Pinilla, Danila Maori Pitagora Editrice

✓Numeri A E.Castelnuovo, La Nuova Italia

✓Contaci 1 C.Bertinetto, Zanichelli

✓L'insegnamneto delle frazioni di E.Castelnuovo in La SCUOLA SECONDARIA e i suoi problemi 2, CENTRO DIDATTICO NAZIONALE PER LA SCUOLA SECONDARIA, 1952

✓Piegando il quadrato Sezione Mathesis, Pesaro

Sitografia

✓http://www.maestramarta.it/frazioni-classe-4a-carte-frazionate-gioco

✓http://www.projet-ermitage.org/ARMT/doc/bp-rmt-acces-ctrb-it.html, banca problemi RMT