A tutto tondo!

Percorso didattico su circonferenza e cerchio

Scuola secondaria di primo grado

Area disciplinare: Matematica

Insegnante: Lucia Ciabini

Classe 3B

I.C. Rignano-Incisa Valdarno

Realizzato con il contributo della Regione Toscana nell’ambito del progetto

Rete Scuole LSS a.s. 2019/2020

Collocazione del percorso effettuato nel curricolo verticale d'Istituto

Il percorso è stato svolto tra la metà di dicembre e gli inizi del mese di marzo del terzo anno della scuola secondaria di primo grado.

La programmazione curricolare di geometria del terzo anno prevede i seguenti argomenti:

- Geometria sul piano cartesiano: punti, segmenti e figure piane
- Rette sul piano cartesiano: rappresentazione della proporzionalità diretta e inversa
- **Circonferenza e cerchio**
- Geometria solida

La proporzionalità diretta e la sua rappresentazione, fondamentale prerequisito per affrontare il percorso su circonferenza e cerchio, è un elemento ricorrente nella programmazione di aritmetica, geometria e scienze del terzo anno, in cui queste tre parti si intersecano continuamente consentendo un efficace consolidamento del concetto.

Altrettanto importanti sono l'utilizzo sicuro del piano cartesiano, la conoscenza delle proprietà fondamentali dei poligoni e del Teorema di Pitagora.

Obiettivi essenziali di apprendimento

Dalle Indicazioni nazionali del 2012:

- *Conoscere il numero π, e alcuni modi per approssimarlo.*
- *Calcolare l'area del cerchio e la lunghezza della circonferenza, conoscendo il raggio, e viceversa.*
- *Risolvere problemi utilizzando le proprietà geometriche delle figure.*
- *Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, goniometro, software di geometria).*

Altri obiettivi:

- Utilizzare in modo appropriato i termini che descrivono parti e proprietà della circonferenza e del cerchio.
- Conoscere ed utilizzare le relazioni tra le parti della circonferenza e del cerchio per risolvere problemi, anche legati alla quotidianità.
- Conoscere il significato di «trascendente» applicato al numero π, stimare e calcolare correttamente quantità esatte e quantità approssimate.
- Collegare la formula dell'area del cerchio a quella dell'area dei poligoni regolari.

Elementi salienti dell'approccio metodologico

Il percorso è stato proposto a classi abituate a lavorare secondo la didattica laboratoriale in cinque fasi.

I concetti sono stati costruiti dopo una fase di riflessione e verbalizzazione scritta individuale, spesso attraverso esercitazioni grafiche, rispondendo a quesiti posti dall'insegnante. La docente ha poi moderato la discussione con la trascrizione sulla LIM degli interventi e delle ipotesi (corrette e non) degli alunni per arrivare, dopo una discussione collettiva, alle conclusioni, alle definizioni, alle proprietà corrette e alle leggi matematiche.

Le conclusioni raggiunte, condivise da tutti, sono state trascritte ed evidenziate sul quaderno di ogni ragazzo.

Materiali, apparecchi e strumenti utilizzati:

Materiali
Oggetti di uso comune a forma circolare o con sezioni circolari
Spago
Cartoncino colorato
Carta millimetrata
Righelli, squadre e goniometro

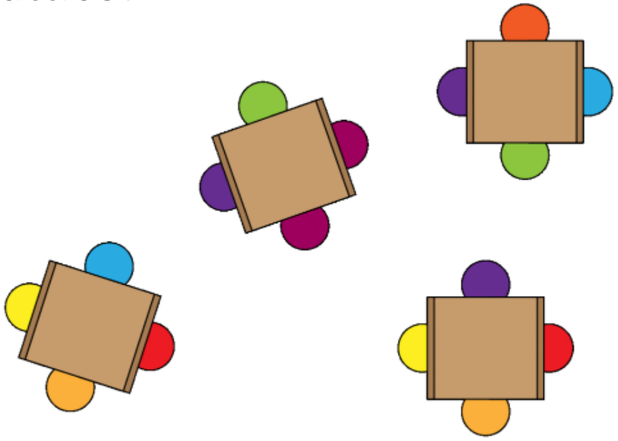
Strumenti
LIM per presentazione di materiale multimediale e per la discussione collettiva
Software di geometria dinamica (Geogebra)

Ambiente/i in cui è stato sviluppato il percorso:

Aula

Il percorso si è svolto interamente nell'aula della classe, con un uso continuo della LIM.

Per le esercitazioni pratiche da svolgere a piccoli gruppi i banchi sono stati disposti a isole in modo da favorire l'interazione tra i ragazzi e la condivisione del materiale didattico.



Tempo impiegato:

All’interno del gruppo LSS e durante il corso per formatori LSS
4 h complessive per la progettazione del percorso e per la condivisione delle attività, soprattutto con il docente tutor e con le colleghe che frequentavano il corso per formatori LSS.

Attività in aula
15 h circa per le attività laboratoriali, per le discussioni collettive e per le esercitazioni
1 h per la verifica intermedia
1 h per la verifica finale

Sitografia e bibliografia

Contaci!, Vol. 3, di C. Bertinetto, A. Metiäinen, J. Paasonen, E. Voutilainen, Ed. Zanichelli

Dizionario di Matematica elementare, di S. Baruk, Ed. Zanichelli

La ruota: 6000 anni e non sentirli: http://win.storiain.net/arret/num180/artic6.asp

Gli Inkas conoscevano la ruota… :
https://turistipercaso.it/peru/56548/gli-inkas-conoscevano-la-ruota-e-non-solo.html

Storia e curiosità su pi greco:
https://www.focus.it/scienza/scienze/storia-e-curiosita-su-pi-greco

Altre informazioni

Per facilitare lo studio, in particolare degli studenti che hanno ancora difficoltà a scrivere e copiare dalla lavagna, l'insegnante ha realizzato dispense (aggiornate dopo ogni lezione e condivise attraverso la bacheca del registro elettronico) in cui sono state riportate le conclusioni, le definizioni ottenute e alcune immagini significative relative alla discussione in classe.

Descrizione del percorso didattico

Il percorso su circonferenza e cerchio è stato svolto attraverso le seguenti fasi essenziali:

1. **Iniziamo dal titolo…**
2. **Che cosa mi ricordo?**
3. **Costruiamo la definizione di circonferenza**
4. **Le tangenti: dalla storia, all'esperienza alle regole matematiche**
5. **Angoli al centro e angoli alla circonferenza**
6. **Quadrati e rettangoli inscritti e circoscritti**
7. **Significato e storia di π**
8. **Dai poligoni regolari all'area del cerchio**

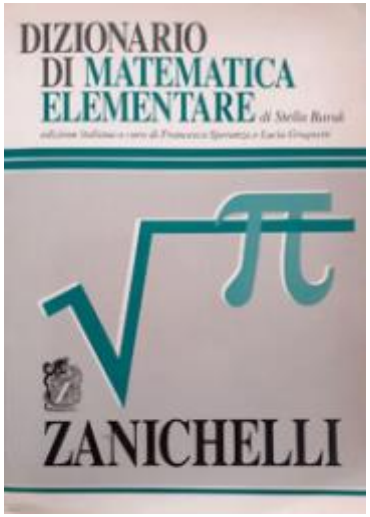
La parte relativa agli archi e ai settori circolari, con particolare riferimento agli esercizi delle prove Invalsi e all'utilizzo nella rappresentazione di dati statistici, è stata trattata in buona parte durante il periodo di didattica a distanza e non è stata qui documentata.

1. Iniziamo dal titolo…

CIRCONFERENZA e CERCHIO

Riflettiamo sul titolo: perché due termini?

- *Domanda: le due parole hanno lo stesso significato?*



Leo: circonferenza è il perimetro, cerchio è una figura geometrica.

Matteo: circonferenza è il perimetro, cerchio è la figura tonda

Gaia: circonferenza è il perimetro del cerchio.

Samuele: … cerchio è la forma.

Ismail: la circonferenza è 2D, il cerchio è 3D (la prof. ci convince che non è così!)

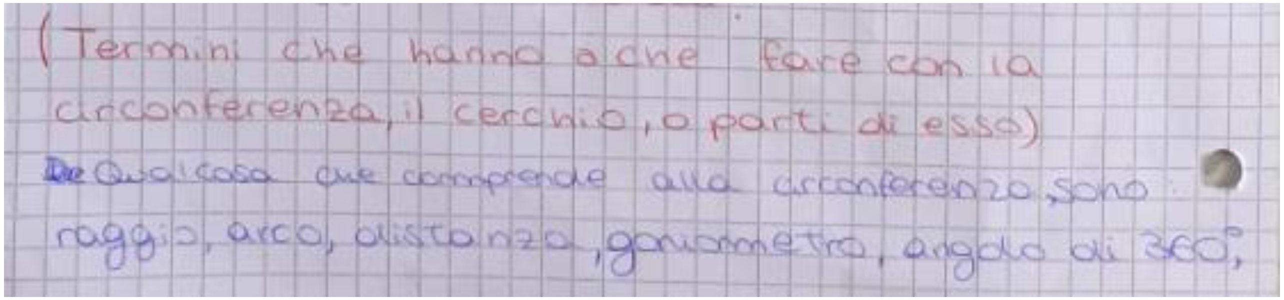
Con l'aiuto del dizionario:

Circonferenza → linea di contorno (1D)

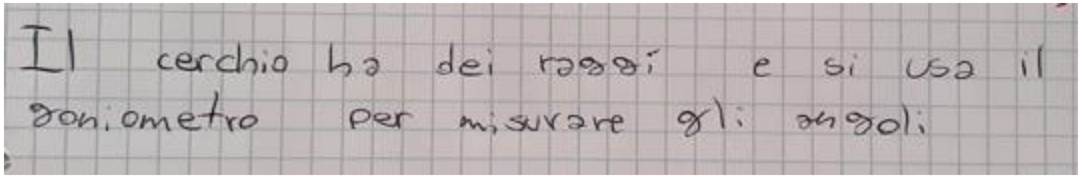
Cerchio → superficie, figura piana (2D)

Dopo aver fatto scrivere il titolo del nuovo argomento, il percorso è iniziato facendo riflettere gli alunni sul significato delle parole *circonferenza* e *cerchio*.
Sorprendentemente la differenza non era nota a molti ragazzi, e anche per quelli che l'avevano chiara è stato difficile trovare le parole per esprimerla in forma scritta. L'attribuzione del significato corretto alle due parole è avvenuto durante la discussione collettiva, grazie anche all'utilizzo del dizionario di matematica che viene tenuto in classe e consultato ogni volta che si devono ricavare e imparare delle definizioni matematiche.
La discussione è stata l'occasione per parlare anche delle dimensioni degli oggetti geometrici, in particolare delle linee (in questo caso la circonferenza) che sono oggetti ad una sola dimensione e delle figure piane (in questo caso il cerchio) che hanno due dimensioni. Discussioni di questo tipo sono abbastanza frequenti in questa classe, dove sono presenti diversi ragazzi interessati ad approfondire gli aspetti più astratti della matematica.

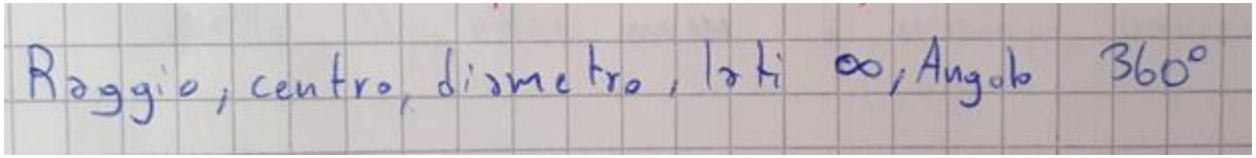
2. Che cosa mi ricordo?



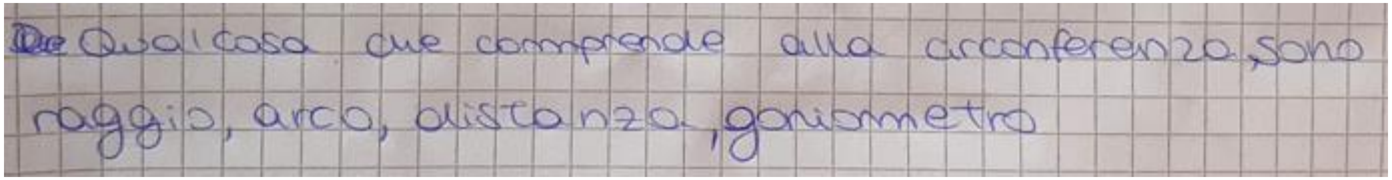
(Termini che hanno a che fare con la circonferenza, il cerchio, o parti di esso)
~~De~~ Qualcosa che comprende alla circonferenza, sono raggio, arco, distanza, goniometro, angolo di 360°,



Il cerchio ha dei raggi e si usa il goniometro per misurare gli angoli



Raggio, centro, diametro, lati ∞, Angolo 360°

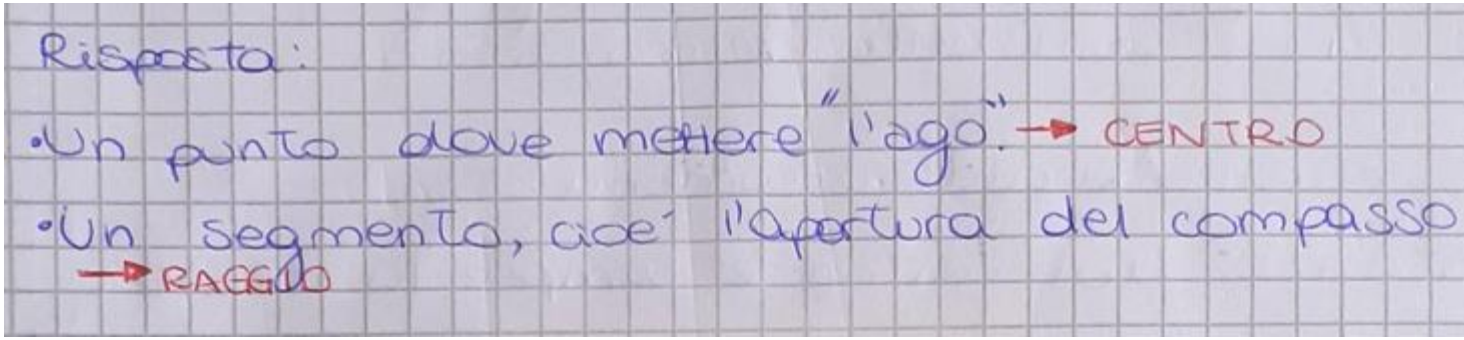


~~De~~ Qualcosa che comprende alla circonferenza, sono raggio, arco, distanza, goniometro

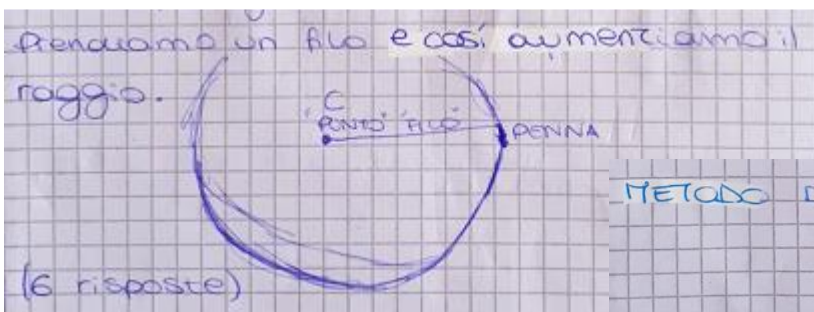
Come già fatto altre volte all'inizio di un nuovo percorso di geometria, al fine di far emergere le preconoscenze è stato chiesto di scrivere tutto ciò che gli alunni ricordavano su circonferenza e cerchio, in particolare le parole chiave che hanno a che fare con l'argomento. Gli alunni conoscono già il nome di molti elementi geometrici, anche se dalla discussione emerge ancora una volta una grande difficoltà nel dare definizioni e descrizioni corrette.

3. Costruiamo la definizione di circonferenza

- *Domanda: Quali elementi geometrici dobbiamo fissare per disegnare una circonferenza?*

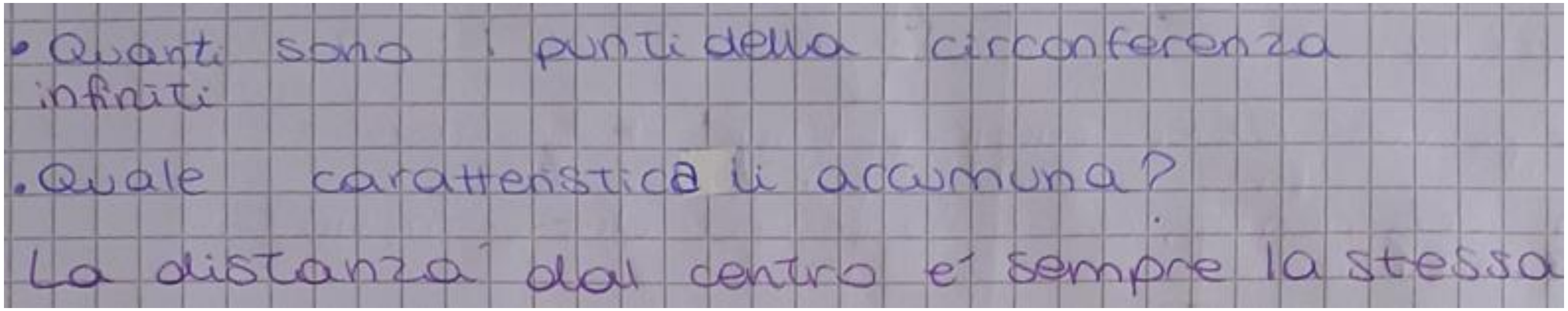


- *E se volessimo tracciare una circonferenza molto più grande, tipo una rotonda stradale?*

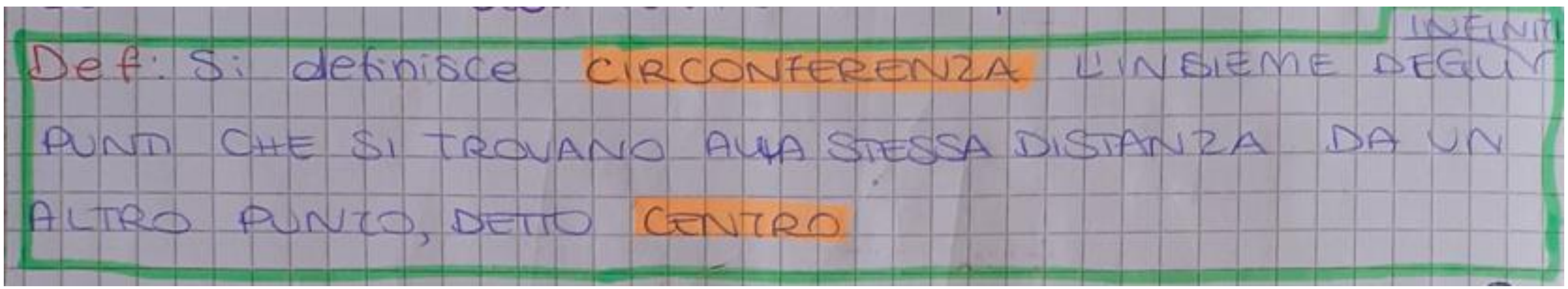


Molti alunni hanno ricordato il "metodo del giardiniere" con cui abbiamo disegnato una circonferenza molto grande nel percorso sull'angolo, durante il primo anno…

- *Quanti sono i punti di una circonferenza?*
- *Quale caratteristica li accomuna?*



Si arriva, quindi, alla definizione:



La definizione di circonferenza è stata quindi ottenuta pensando a come questa si costruisce utilizzando il compasso oppure lo spago e il chiodo nel caso di circonferenze più grandi. Riflettendo sull'utilizzo degli strumenti, gli alunni hanno facilmente dedotto che la linea è caratterizzata da infiniti punti a distanza costante dal centro. La definizione operativa così ottenuta è stata confrontata con quella del dizionario matematico.

Si chiede, quindi, di scrivere il nome di almeno cinque oggetti di uso comune di forma circolare o contenenti parti circolari.

piatto piano, Scoche, goniometro 360°, tubo, il tappo della colla, barattolo, la sezione dei pali, pizza, cestino, l'emoji, ruota della macchina, sterso/manubrio, ulaop, dischi/CD, ruote della bici, i pallini dei semafori, pois, ecc...

Alla LIM abbiamo costruito un elenco comune e suddiviso gli oggetti in due gruppi a seconda che ricordassero di più la circonferenza (linea di contorno) o il cerchio (oggetti pieni).

cerchio → pizza, biscotti, cartelli stradali, coperchi, lenti di ingrandimento, ruota (cerchioni)

circonferenza → Hula hoop, anelli, bordo delle pentole, bicchieri, ruota (pneomatico)
si può gonfiare

Tra gli oggetti più ricorrenti c'è la ruota nelle sue varie forme e utilizzi, per cui la discussione ha fornito lo spunto per parlare di questo oggetto che ha cambiato la storia dell'uomo…

La lezione successiva, infatti, si è aperta con una presentazione sulla storia della ruota.

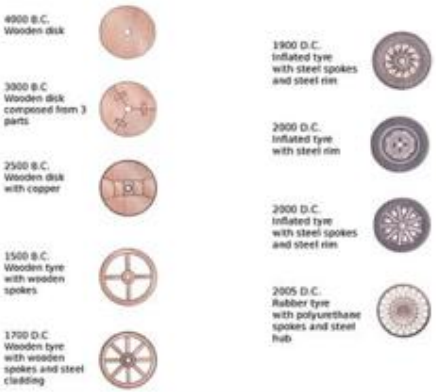
4. Le tangenti: dalla storia, all’esperienza alle regole matematiche

Le testimonianze archeologiche dell’era paleolitica, risalenti a circa 750.000 anni fa, suggeriscono che i primi ominidi avevano già capito che era possibile spostare facilmente gli oggetti pesanti facendoli rotolare.

Il primo utilizzo della ruota risale al 3500 a.C.

I Sumeri furono i primi ad utilizzarla per i trasporti, dopo l’invenzione del tornio per la lavorazione della creta.

La struttura della ruota si è evoluta nel tempo, di pari passo con le necessità umane e con la disponibilità di nuovi materiali:



La ruota: una delle più grandi invenzioni della storia!

Gli Incas (1450 - 1532) non utilizzavano la ruota!

Forse anche a causa dell’impervio territorio andino, gli Incas non utilizzavano la ruota per il trasporto.

Disponevano, comunque di una **efficientissima rete stradale e di grandi ponti di corda** che collegavano città e grandi villaggi in modo da favorire i commerci e la diffusione di notizie anche da grandi distanze: **5500 km di strade** permettevano ai messaggeri, seppur solo correndo e con un’organizzazione “a staffetta”, di coprire ampi percorsi in poche settimane.

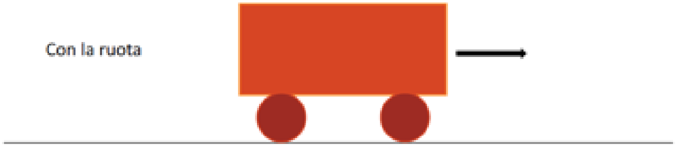
Per trasportare, ad esempio, i grandi blocchi di pietra per la costruzione dei loro grandiosi edifici li facevano scivolare su un sistema di tronchi o, in salita, li trasportavano a spalla con un sistema di corde. Del resto, gli unici animali domestici disponibili erano i lama, poco adatti al traino di carri (e le invenzioni del motore e dei freni erano lontane).

Insomma… probabilmente non usavano la ruota perché per loro era inutile!

Ma, terreno permettendo, perché l’utilizzo della ruota è vantaggioso?

Senza ruota

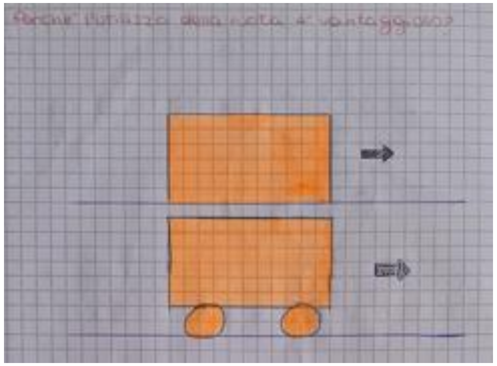
Con la ruota



Con queste poche diapositive si ripercorre a grandi linee la storia millenaria della ruota. La sua evoluzione ha accompagnato l'evoluzione dell'uomo, del suo modo di muoversi e di lavorare. Ancora oggi, come hanno ben spiegato i ragazzi appassionati di ciclismo e di automobilismo, si hanno continue sperimentazioni di materiali e ingranaggi per rendere più rapido il movimento dei mezzi di trasporto.
Il riferimento agli Incas ha destato particolare interesse; è cosa nota che questa popolazione andina non utilizzasse la ruota, ma dalla lettura di alcuni articoli in rete è emerso che il motivo sia da ricercare soprattutto nelle caratteristiche geomorfologiche del territorio. Gli Incas conoscevano la ruota, ma non la utilizzavano per i trasporti.

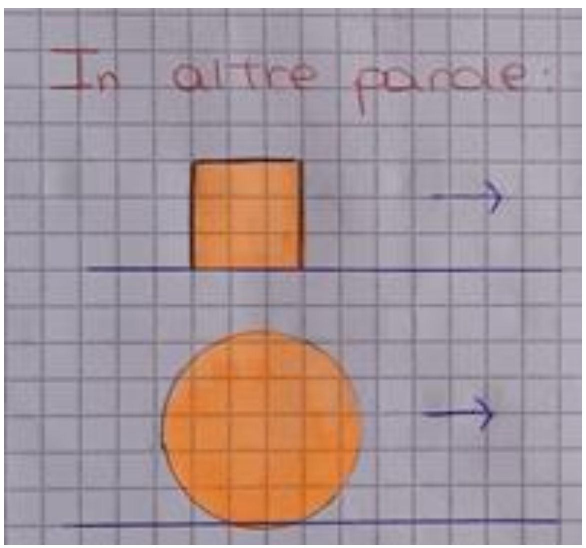
Si ritiene importante, quando possibile, fare riferimenti storici: questo consente di uscire dall'ambito strettamente matematico, di collegare la matematica alla realtà e alle necessità, ed è fondamentale per stimolare l'attenzione di alunni poco motivati e più portati per altre discipline.

Ovviamente la storia dell'utilizzo della ruota è stato funzionale all'introduzione della riflessione successiva…



Nell'ultima diapositiva si chiede di spiegare, pensando al movimento di oggetti con o senza ruote, perché l'utilizzo della ruota sia così vantaggioso.
I ragazzi hanno avuto difficoltà a rispondere, e forse anche a capire la domanda.

Questa è stata formulata in un altro modo, con l'aiuto di oggetti presenti in classe (un barattolo, una scatola a forma di parallelepipedo e un'altra scatola a base esagonale):



- *Perché la ruota "rotola" facilmente e le altre forme no?*

Le ipotesi (giuste!) dei ragazzi:

Non si appoggia direttamente con il terreno, a differenza del quadrato e poi rigirandolo si sfonda.

Non avendo lati o meglio avendone infiniti non ha un contatto con il terreno che sia abbastanza potente da fermarsi

Perchè non avendo spigoli, è più "liscia" e quindi avendo meno attrito ruota meglio

Una forma poligonale appoggia infiniti punti a terra la ruota tocca terra in un solo punto!

Si accenna qui all'idea del cerchio come figura «priva di lati» o come «poligono di infiniti lati» che è stata abbondantemente discussa e utilizzata in seguito

Conclusioni:

1) E' una questione di attrito

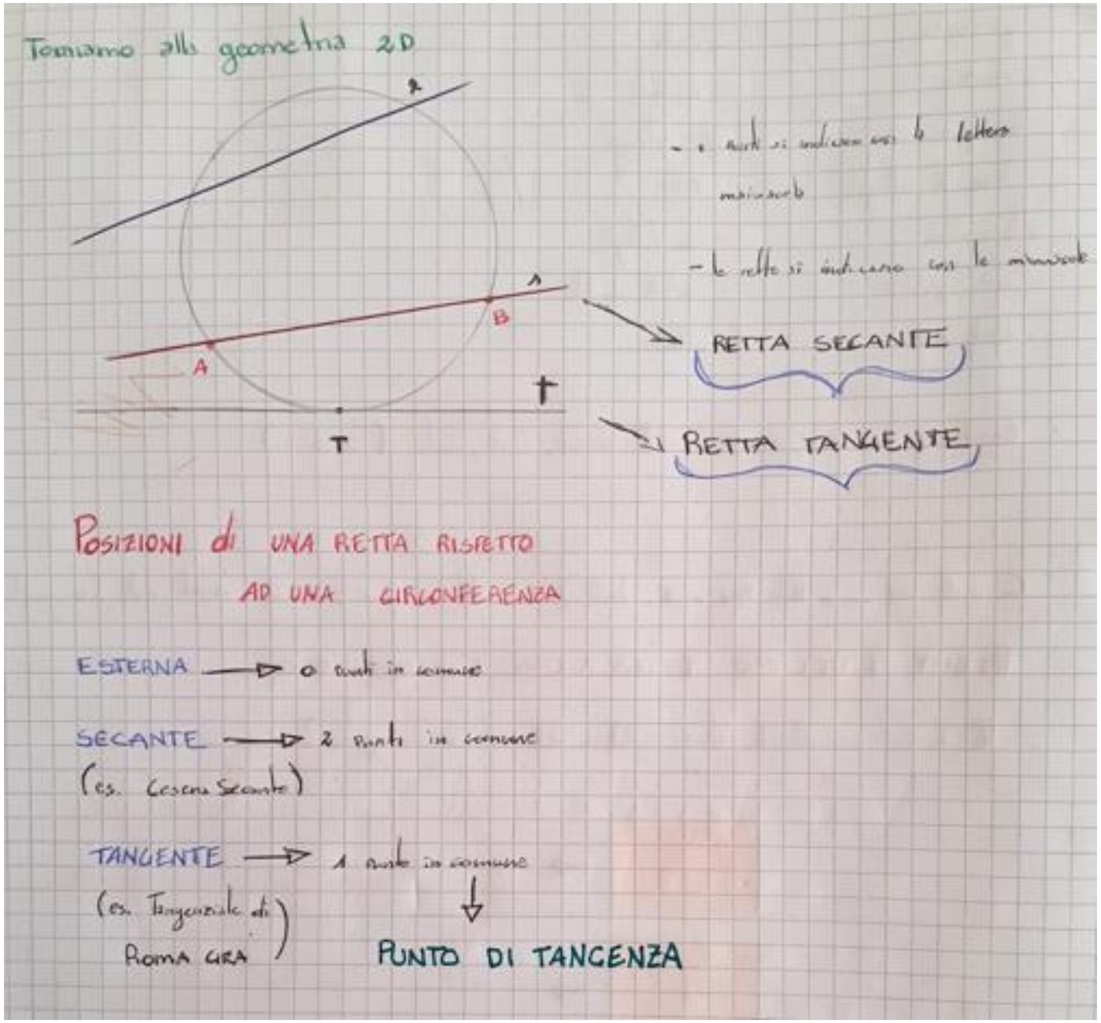
2) Senza lati e senza angoli va meglio (o forse di lati ne ha infiniti?)

3)

CONCLUSIONE CONDIVISA

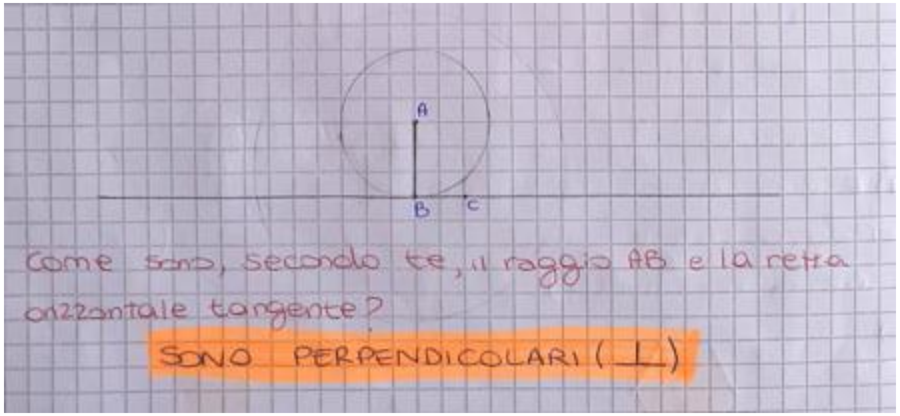
E' una questione di attrito: la ruota rotola facilmente perché in ogni momento tocca il suolo in un punto solo!

Qualche parola poco comune…



… con qualche riferimento al linguaggio di tutti i giorni…

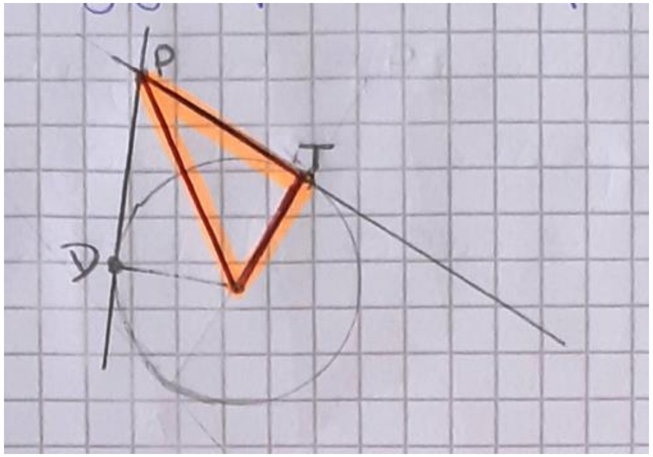
Si definiscono le posizioni di una retta rispetto ad una circonferenza specificando, per ogni caso, il numero di punti di intersezione.



Ripensando alla ruota è per tutti evidente che quando la retta tangente è orizzontale il raggio che unisce il centro con il punto di tangenza debba essere perpendicolare.

Per generalizzare si propone il seguente esercizio grafico:

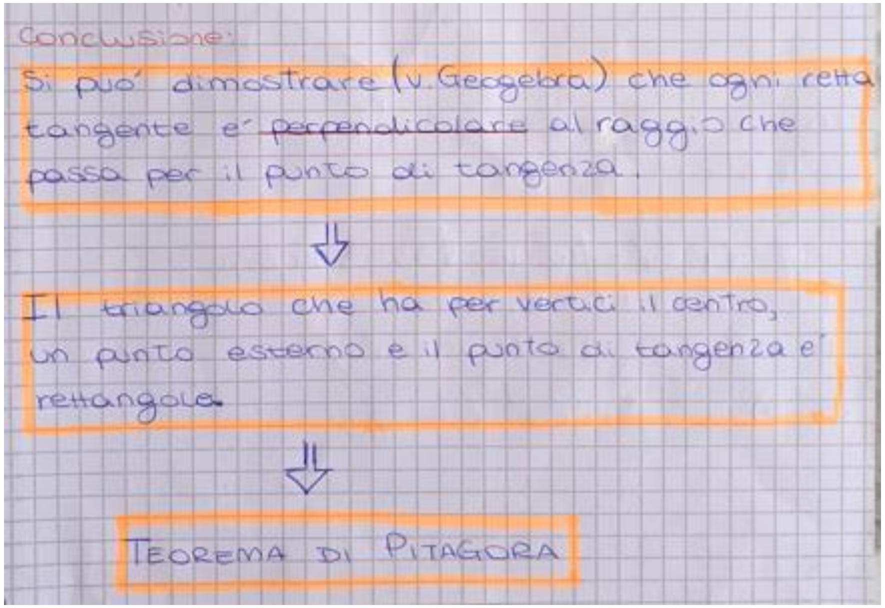
- *Disegna una circonferenza; prendi un punto P esterno ad essa; conduci la tangente passante per P; indica con T il punto di tangenza; disegna il raggio passante per T*

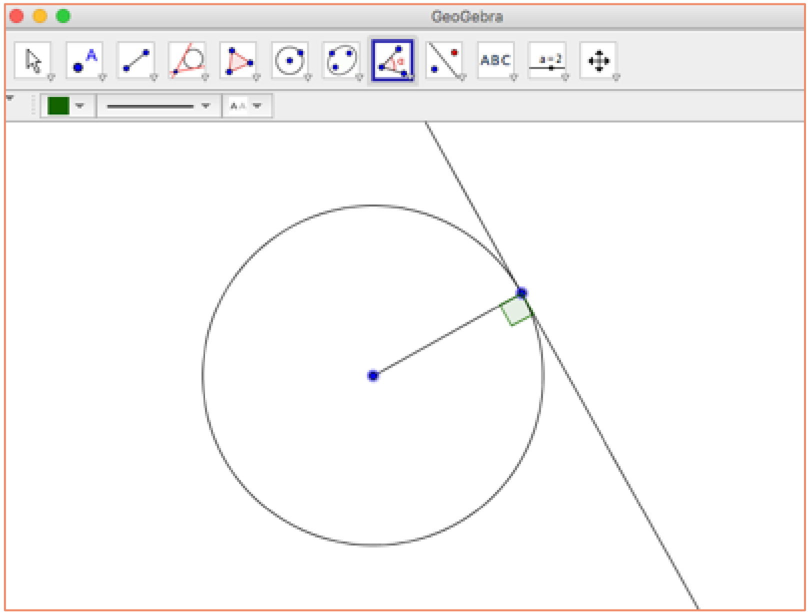


L'esercizio è stato svolto individualmente. Ancora una volta è emersa, per diversi alunni, la difficoltà di interpretazione della consegna.

Dalla correzione e discussione alla LIM si è concluso che per ogni punto P le soluzioni possibili sono 2.

- *Vale ancora la relazione di perpendicolarità tra la retta tangente e il raggio passante per il punto di tangenza?*

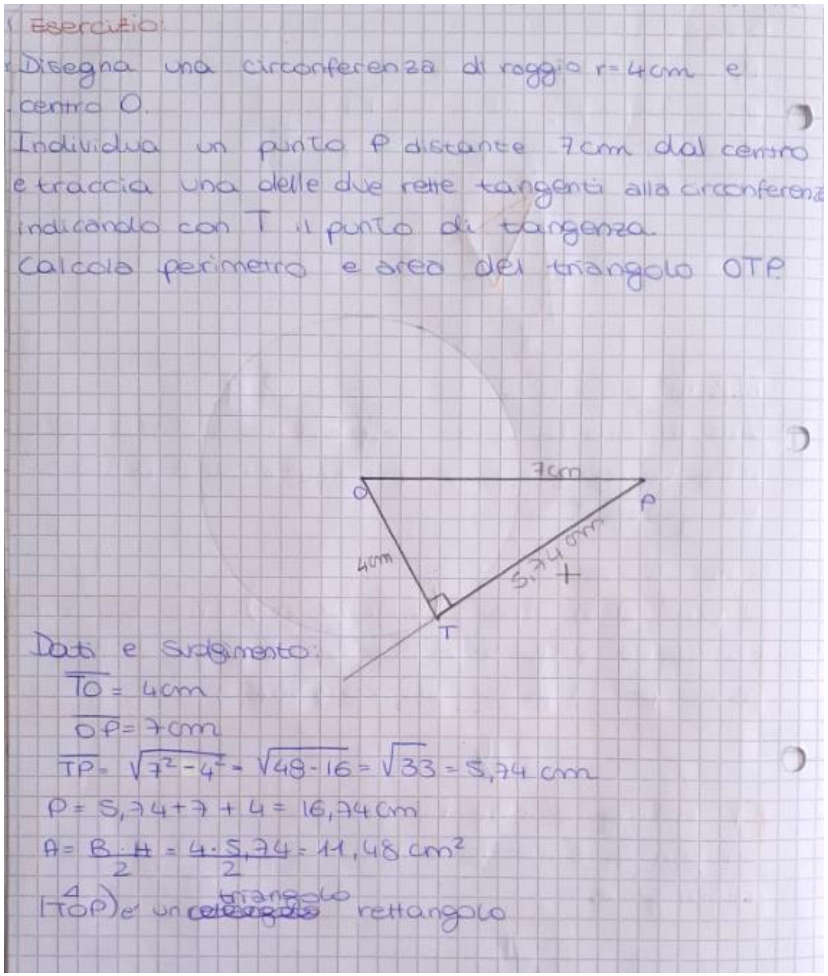




Misurando con il goniometro, e con l'aiuto di Geogebra (disegno di rette tangenti e misura degli angoli), si dimostra, anche se in modo non rigoroso, che raggio e retta tangente sono sempre perpendicolari. Quindi un triangolo che ha per vertici il centro, un punto esterno e il punto di tangenza, è rettangolo. Anzi, per lo stesso punto esterno P si possono ottenere due triangoli rettangoli congruenti.

Non possono mancare esercizi con il Teorema di Pitagora…

Applichiamo dopo aver disegnato con precisione, secondo le indicazioni del testo:



Esercizio:

Disegna una circonferenza di raggio r = 4cm e centro O.

Individua un punto P distante 7cm dal centro e traccia una delle due rette tangenti alla circonferenza indicando con T il punto di tangenza.

Calcola perimetro e area del triangolo OTP

Dati e svolgimento:

$\overline{TO} = 4cm$

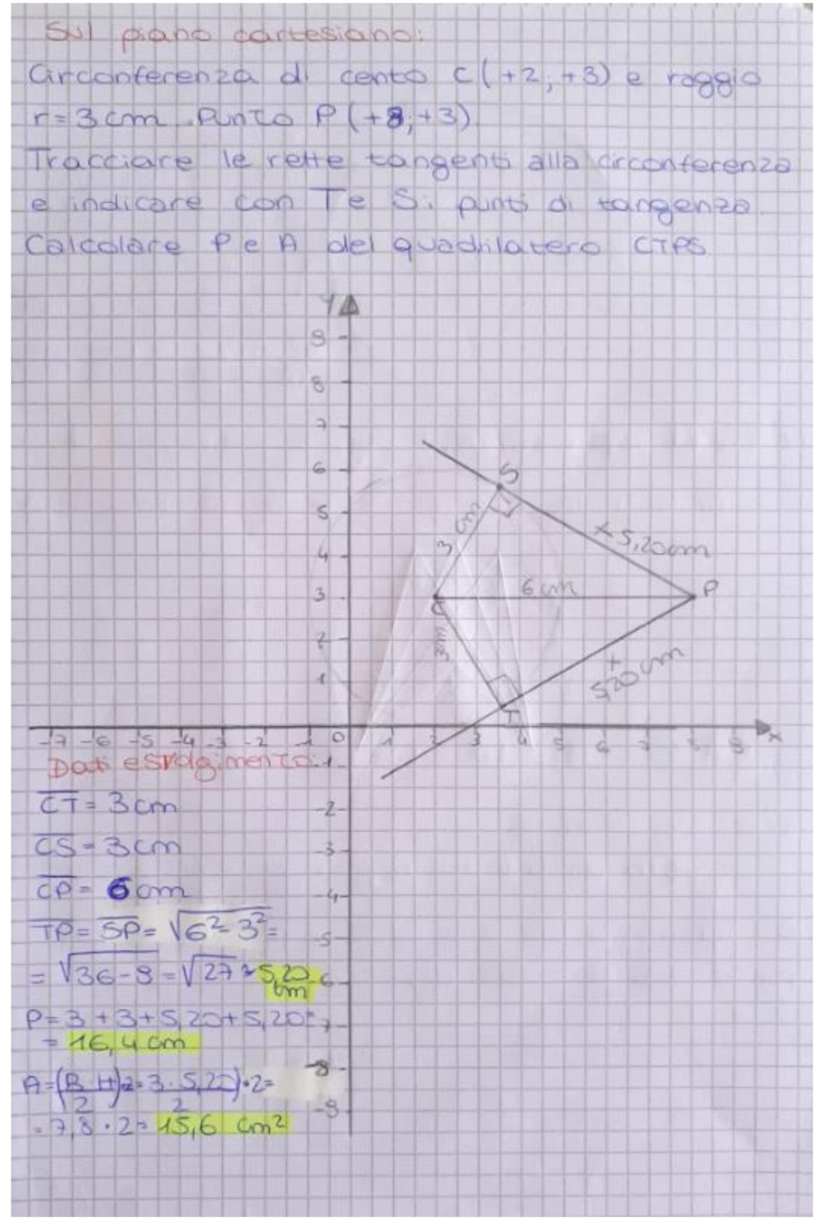
$\overline{OP} = 7cm$

$\overline{TP} = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{48 - 16} = \sqrt{33} = 5,74\ cm$

$P = 5,74 + 7 + 4 = 16,74\ cm$

$A = \frac{B \cdot H}{2} = \frac{4 \cdot 5,74}{2} = 11,48\ cm^2$

$\triangle(TOP)$ e' un ~~cateto~~ triangolo rettangolo



Sul piano cartesiano:

Circonferenza di centro C(+2, +3) e raggio r = 3cm. Punto P(+8, +3).

Tracciare le rette tangenti alla circonferenza e indicare con T e S i punti di tangenza.

Calcolare P e A del quadrilatero CTPS

Dati e svolgimento:

$\overline{CT} = 3cm$

$\overline{CS} = 3cm$

$\overline{CP} = 6cm$

$\overline{TP} = \overline{SP} = \sqrt{6^2\ 3^2} =$

$= \sqrt{36 - 8} = \sqrt{27} = 5,20\ cm$

$P = 3 + 3 + 5,20 + 5,20 =$
$= 16,4\ cm$

$A = \left(\frac{B \cdot H}{2}\right) \cdot 2 = \left(\frac{3 \cdot 5,20}{2}\right) \cdot 2 =$
$= 7,8 \cdot 2 = 15,6\ cm^2$

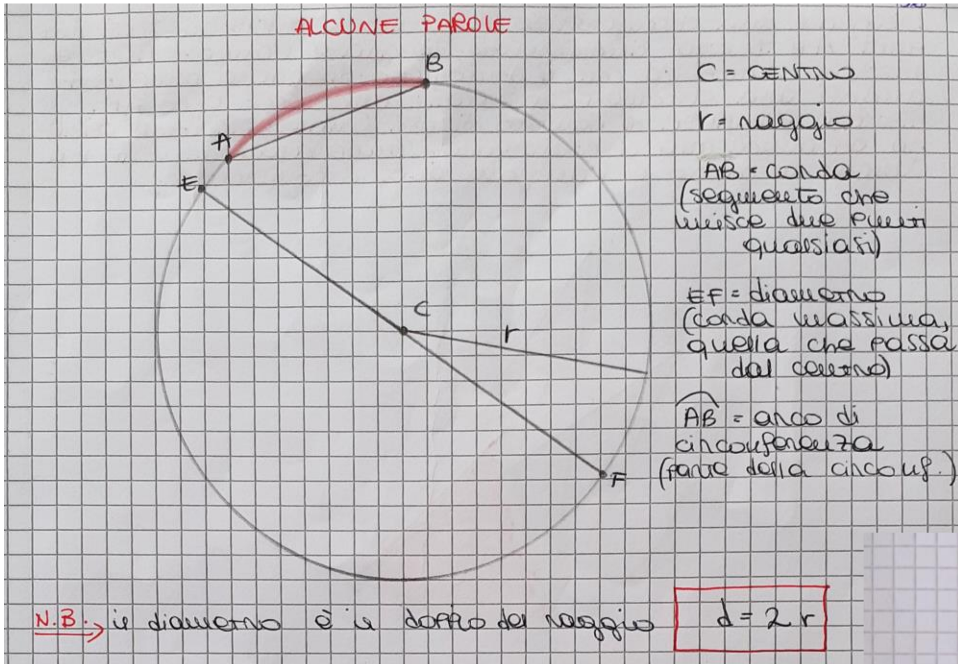
Riflessione:

In questo passaggio la perpendicolarità tra raggio e segmento di tangenza, l'uguaglianza dei due segmenti di tangenza condotti da un punto esterno, e quindi l'uguaglianza dei triangoli rettangoli, vengono verificate sperimentalmente condividendo le osservazioni dei ragazzi sulla propria esercitazione grafica e con l'aiuto di Geogebra.

Queste proprietà potrebbero essere dimostrate in modo più rigoroso, ma si ritiene che a questo livello scolare le dimostrazioni induttive, basate sull'esperienza, siano da preferire alle dimostrazioni deduttive. Le capacità di astrazione dei ragazzi sono limitate e molti hanno fatto fatica anche a seguire i passaggi appena illustrati, dove una proprietà dipende da un'altra appena dimostrata.

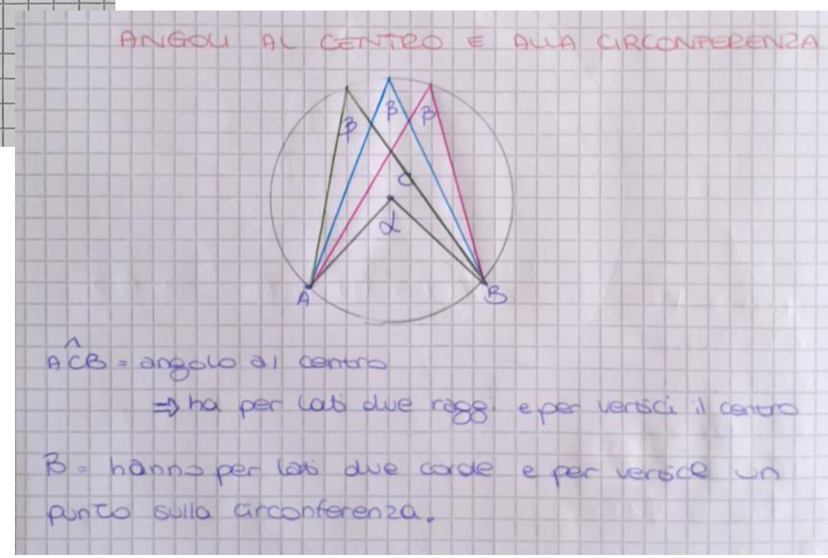
L'utilizzo di un software di geometria dinamica, che consente di prendere rapidamente in considerazione un numero pressochè illimitato di configurazioni, conferma le conclusioni raggiunte e ne favorisce la visualizzazione e la memorizzazione.

5. Angoli al centro e angoli alla circonferenza



Un po' di nomenclatura…

Si introducono e si definiscono alcune parti della circonferenza e la relazione, già nota, tra raggio e diametro.



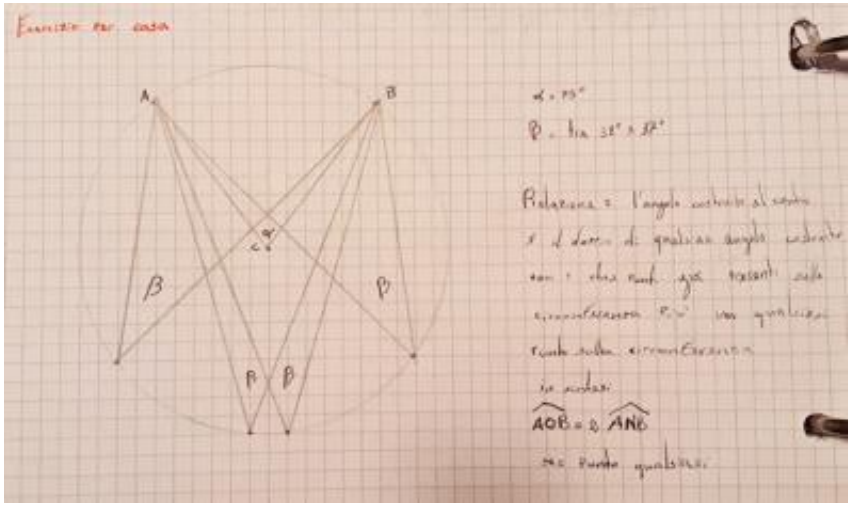
Si definiscono anche l'angolo al centro e alla circonferenza. Con una breve discussione si evidenzia che, fissati due punti qualsiasi sulla circonferenza, si può individuare *un solo angolo al centro* e *infiniti angoli alla circonferenza*.

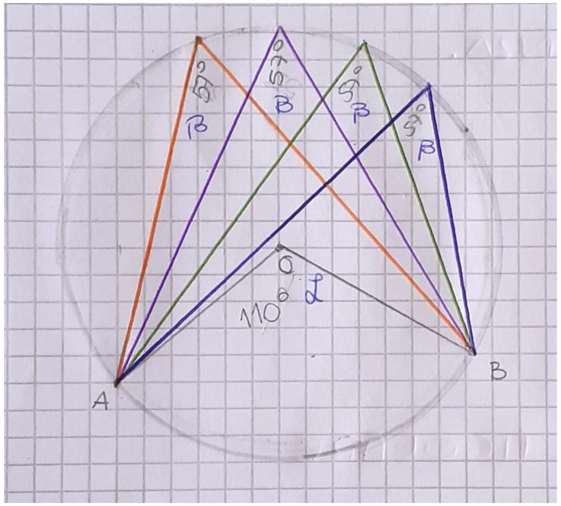
Si chiede agli alunni di disegnare e misurare un angolo al centro qualsiasi e almeno quattro angoli alla circonferenza. Si chiede anche di ipotizzare la relazione tra angoli al centro e corrispondenti angoli alla circonferenza.

I dati vengono, poi, condivisi e raccolti in una tabella.

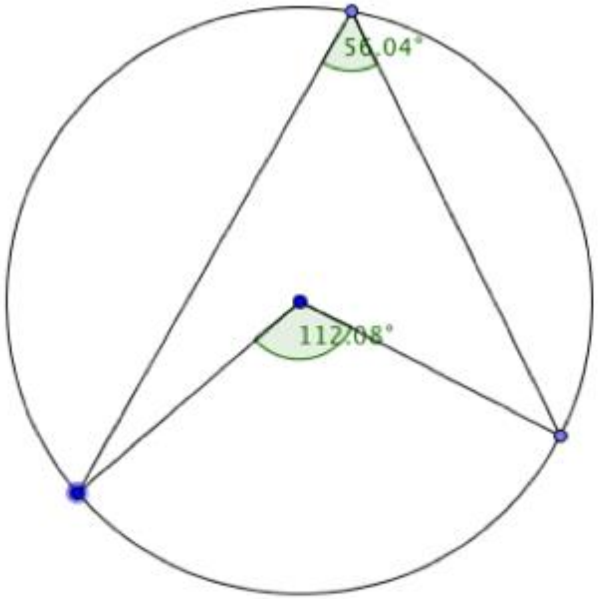
Alunno	Angolo al centro (α)	Angolo alla circonferenza (β)	Angolo alla circonferenza (β)	Angolo alla circonferenza (β)	Angolo alla circonferenza (β)
Marco	75°	37°	37,5°	37,5°	37,5°
Ismail –Maimouna - Irene	80°	40°	40°	40°	40°
Gaia - Matteo	60°	30°	30°	30°	30°
Samuele	96°	49°	49°	49°	49°
Zakaria	81°	41°	41°	41°	41°
Sara M.	110°	55°	55°	55°	55°
Leonardo	52°	26°	26°	26°	26°
Cosimo	68°	33°	33°	33°	33°
Sara B.	58°	29°	29°	29°	29°
Mira	59°	30°	30°	30°	30°
Emanuele	72°	36°	36°	36°	36°

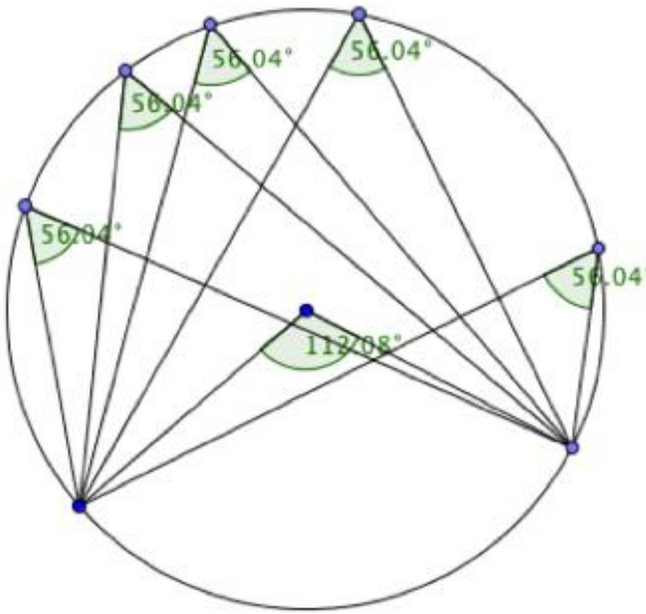
$$\alpha = 2\,\beta$$





Anche in questo caso le conclusioni sono basate sui “grandi numeri” e vengono rafforzate con l’utilizzo di Geogebra:

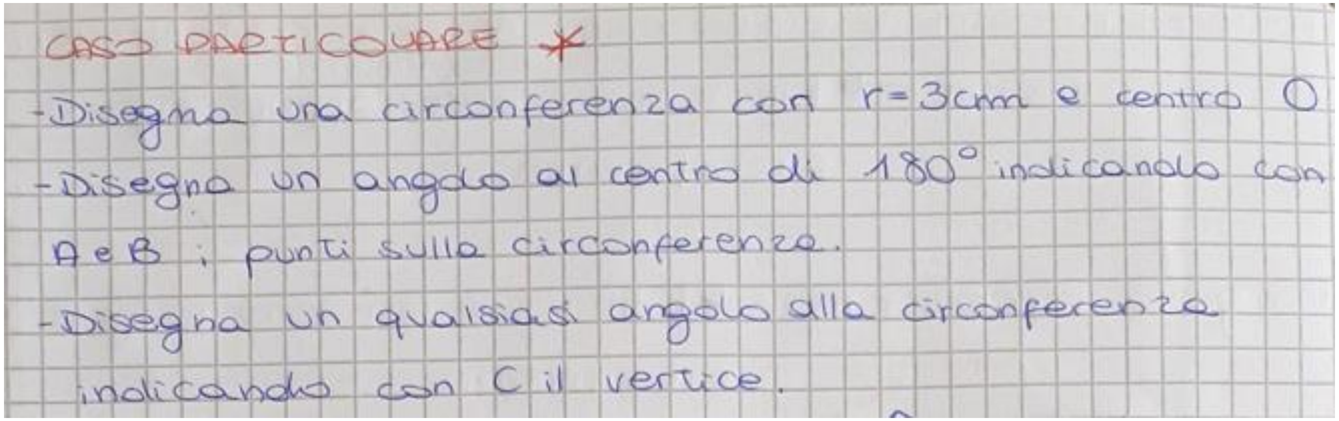


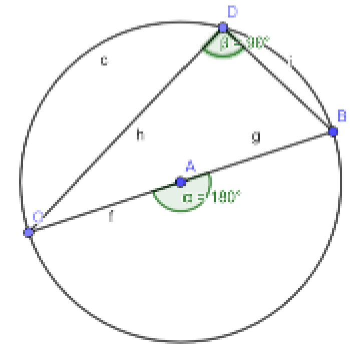


Il programma consente di variare in modo continuo:

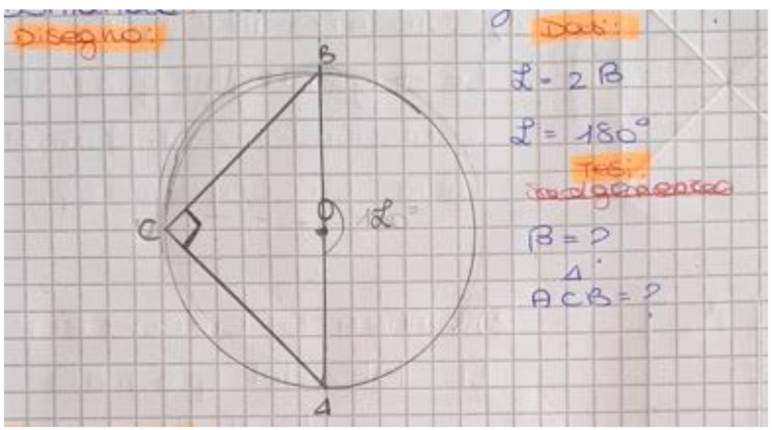
- la posizione del punto sulla circonferenza, mostrando come per uno stesso angolo al centro esistano infiniti angoli alla circonferenza di uguale ampiezza;
- l’ampiezza dell’angolo al centro, facendo vedere che la relazione tra angoli al centro e alla circonferenza rimane sempre verificata.

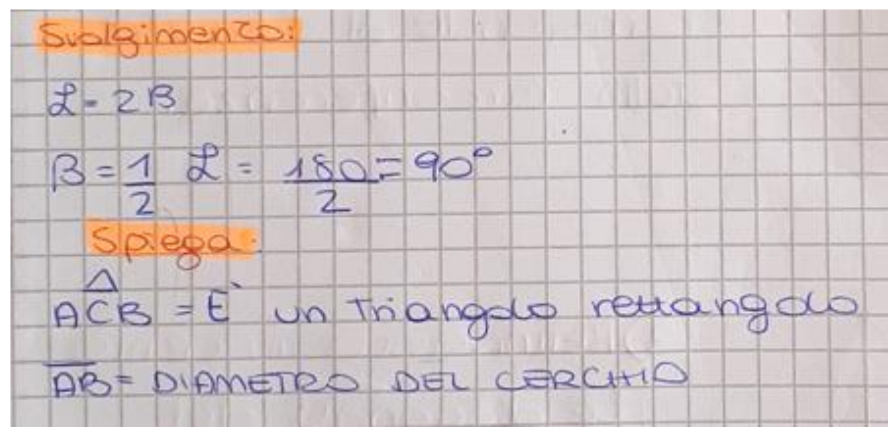
A questo punto si forniscono ai ragazzi le istruzioni per disegnare gli angoli nel caso particolare in cui l'angolo al centro sia piatto:





- *Com'è il triangolo ACB? Spiega.*





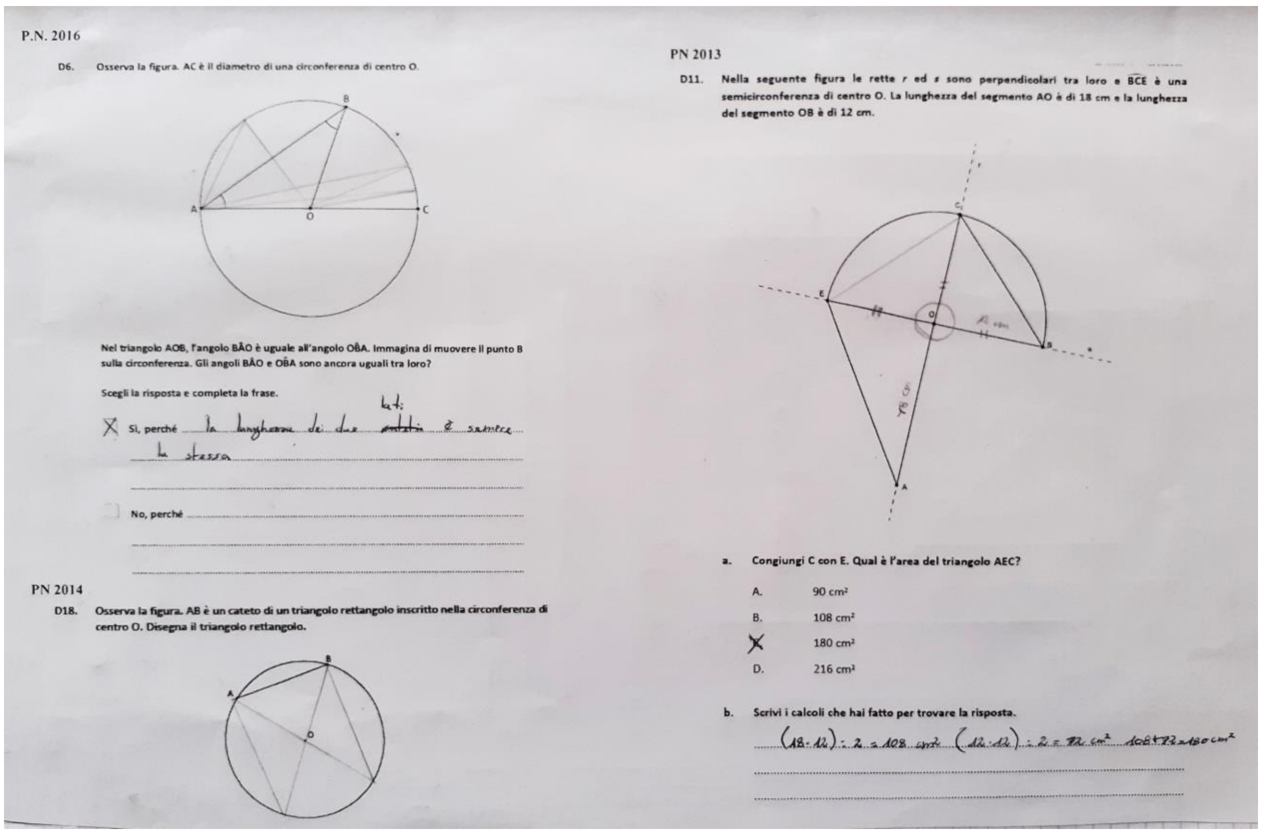
Ancora una volta verifichiamo in modo dinamico, con Geogebra, che cambiando la posizione del punto sulla circonferenza, l'angolo β rimane retto.

E concludiamo che:

Un triangolo rettangolo si può sempre inscrivere in una semicirconferenza il cui diametro coincide con l'ipotenusa.

⇕

Un triangolo inscritto in una semicirconferenza è sempre rettangolo.



P.N. 2016

D6. Osserva la figura. AC è il diametro di una circonferenza di centro O.

Nel triangolo AOB, l'angolo BÂO è uguale all'angolo OB̂A. Immagina di muovere il punto B sulla circonferenza. Gli angoli BÂO e OB̂A sono ancora uguali tra loro?

Scegli la risposta e completa la frase.

☒ Sì, perché la lunghezza dei due ~~cateti~~ lati è sempre la stessa

☐ No, perché

PN 2014

D18. Osserva la figura. AB è un cateto di un triangolo rettangolo inscritto nella circonferenza di centro O. Disegna il triangolo rettangolo.

PN 2013

D11. Nella seguente figura le rette r ed s sono perpendicolari tra loro e $\widehat{BCE}$ è una semicirconferenza di centro O. La lunghezza del segmento AO è di 18 cm e la lunghezza del segmento OB è di 12 cm.

a. Congiungi C con E. Qual è l'area del triangolo AEC?

A. 90 cm²

B. 108 cm²

☒ C. 180 cm²

D. 216 cm²

b. Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta.

$(18 \cdot 12) : 2 = 108$ cm² $(12 \cdot 12) : 2 = 72$ cm² $108 + 72 = 180$ cm²

Risolviamo individualmente e discutiamo insieme alcuni quesiti Invalsi sugli angoli al centro e alla circonferenza.

6. Quadrati e rettangoli inscritti e circoscritti

Poligono inscritto → tutti i suoi vertici appartengono alla circonferenza.

Poligono circoscritto → tutti i suoi lati sono tangenti alla circonferenza.

QUADRATI E RETTANGOLI ISCRITTI E CIRCOSCRITTI

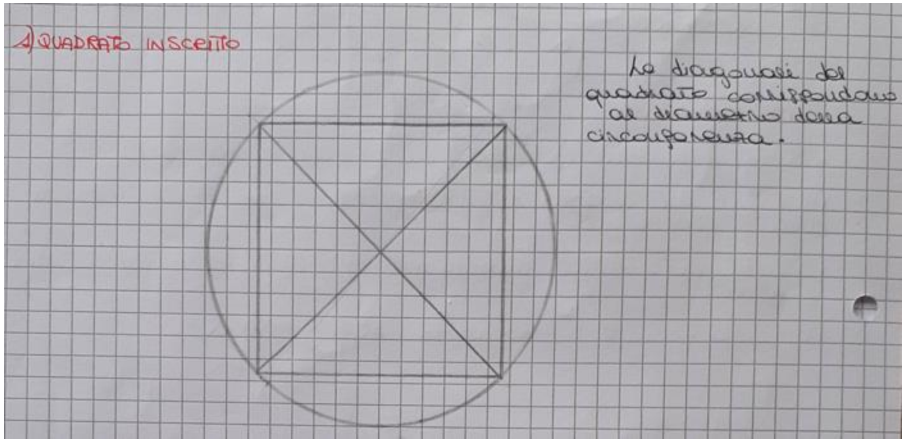
1. E' possibile inscrivere un quadrato in una circonferenza?
   Prova a fare il disegno scrivendo come hai fatto.
   Determina, se possibile, la relazione tra gli elementi geometrici del quadrato e quelli della circonferenza (es. la diagonale del cerchio corrisponde al ... della circonferenza).

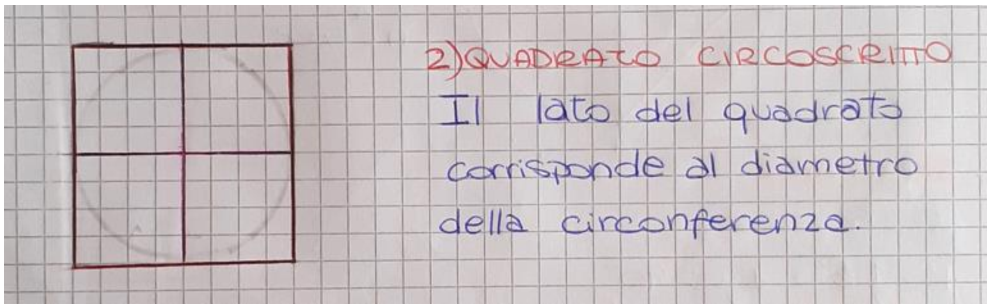
2. E' possibile circoscrivere un quadrato ad una circonferenza?
   Prova a fare il disegno scrivendo come hai fatto.
   Determina, se possibile, la relazione tra gli elementi geometrici del quadrato e quelli della circonferenza.

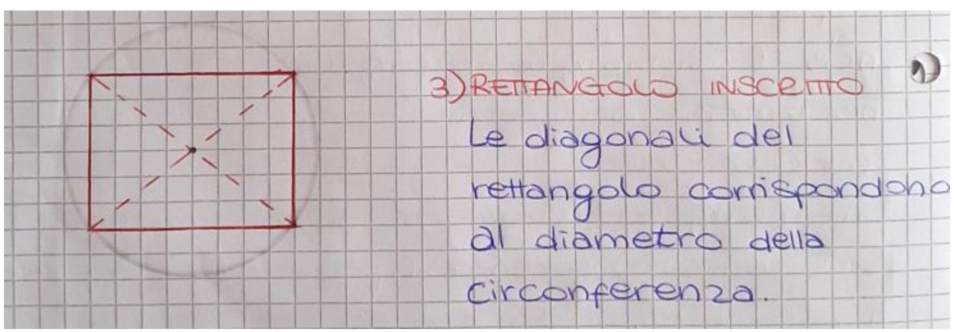
3. E' possibile inscrivere un rettangolo in una circonferenza?
   Prova a fare il disegno scrivendo come hai fatto.
   Determina, se possibile, la relazione tra gli elementi geometrici del rettangolo e quelli della circonferenza.

4. E' possibile circoscrivere un rettangolo ad una circonferenza?
   Prova a fare il disegno scrivendo come hai fatto.
   Determina, se possibile, la relazione tra gli elementi geometrici del rettangolo e quelli della circonferenza.

Dopo aver ricordato il significato degli aggettivi «inscritto» e «circoscritto» si chiede agli alunni di verificare se è possibile inscrivere e circoscrivere rettangoli e quadrati in e a circonferenze

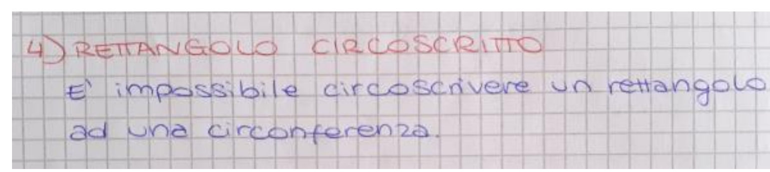


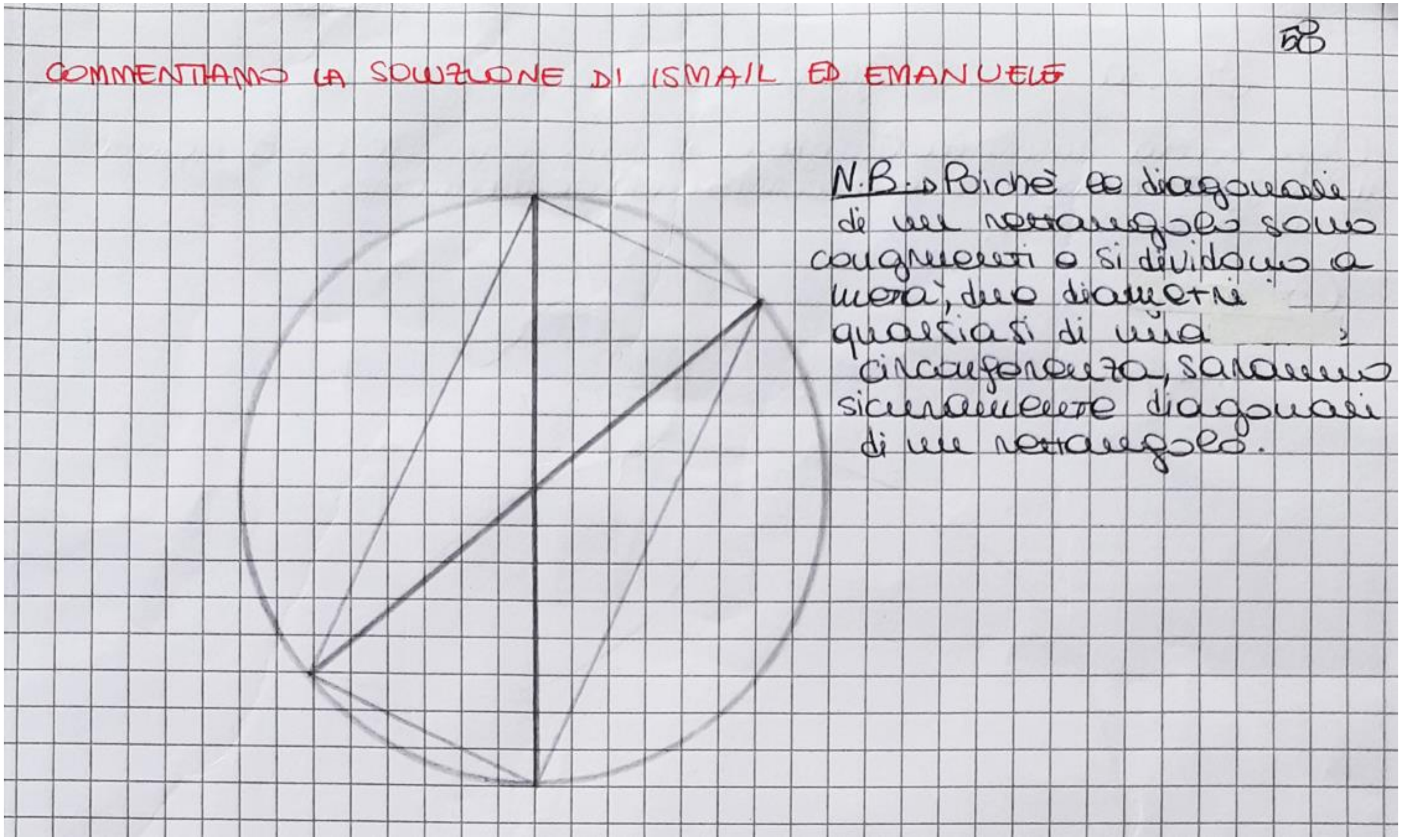




Le figure sono state disegnate correttamente, anche se con procedure diverse che è stato utile illustrare e discutere alla Lim. Anche le relazioni tra elementi dei quadrilateri e della circonferenza sono state ricavate senza trope difficoltà.

Sono bastati pochi tentativi per concludere che non è possibile circoscrivere un rettangolo ad una circonferenza.





Particolarmente interessante è stata la discussione sulla soluzione proposta da due alunni per disegnare un rettangolo inscritto: poiché le diagonali di un rettangolo sono sempre congruenti e si dividono reciprocamente a metà, se si disegnano due diametri qualsiasi e si uniscono gli estremi, si ottiene sempre un rettangolo!

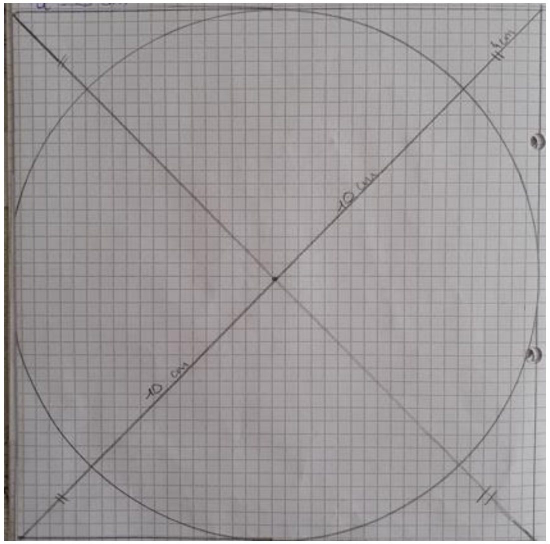
7. Significato e storia di π

- *Lavorando a coppie, si misuri la lunghezza di una circonferenza presente nell'oggetto assegnato e il corrispondente diametro. Come si può fare?*

Molti alunni propongono di percorrere la circonferenza con un righello. Un alunno suggerisce di ritagliare una striscia di carta per poterla piegare e poi distendere. L'insegnante propone di fare la stessa cosa con uno spago, più facile da maneggiare.

→ **Rettificazione della circonferenza**

Ogni coppia ha spiegato a voce, dopo aver verbalizzato sul quaderno, in che modo ha ottenuto la misura della lunghezza del diametro.



Sono stati proposti diversi metodi:

1) Misura diretta con il righello cercando la corda massima.
2) Utilizzo del filo su cui segnare gli estremi per poi misurarne la distanza con un righello.
3) Riportare la circonferenza sul foglio e misurare il diametro dopo averlo disegnato.
4) Dopo aver riportato la circonferenza sul foglio, ricavare la lunghezza come lato del quadrato circoscritto.

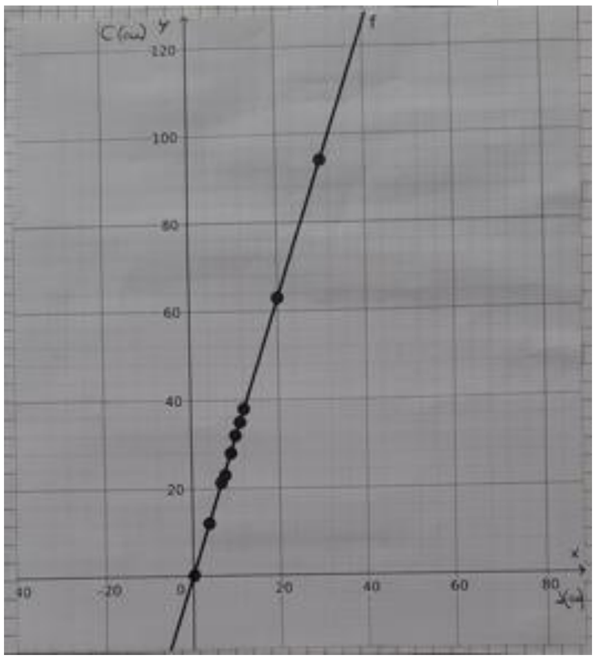
Le misure ottenute da tutte le coppie vengono raccolte in una tabella e trascritte alla LIM. Qualcuno già intuisce la relazione approssimata, e avendo già lavorato molto sulla proporzionalità diretta, si ipotizza che lunghezza della circonferenza e diametro possano essere direttamente proporzionali.

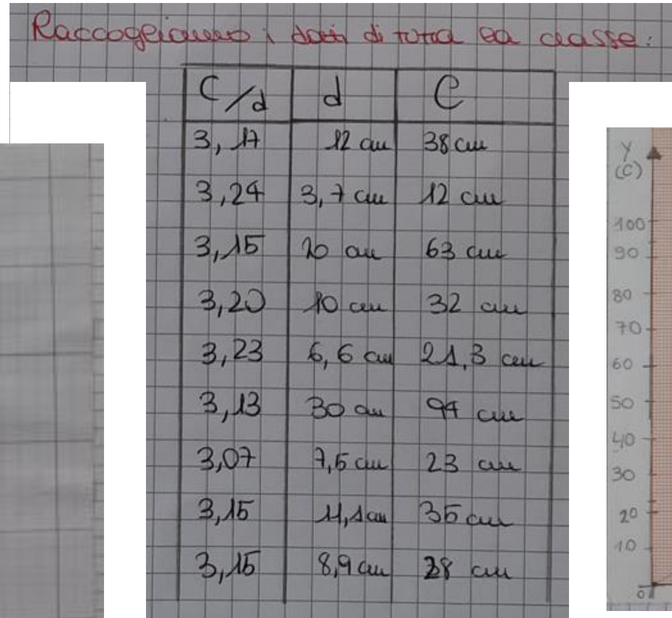
d	C
12 cm	38 cm
3,7 cm	12 cm
20 cm	63 cm
10 cm	32 cm
6,6 cm	21,3 cm
30 cm	94 cm
7,5 cm	23 cm
11,1 cm	35 cm
8,9 cm	28 cm

Prime osservazioni:

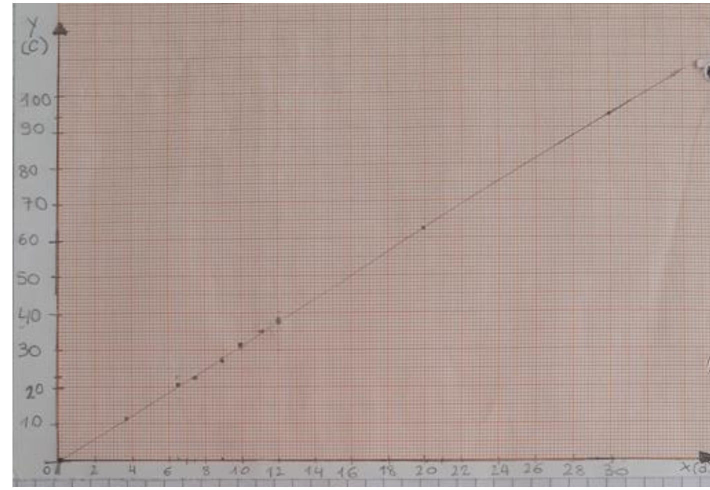
Bigatti-Lini: la circonferenza è un po' più del triplo del diametro.

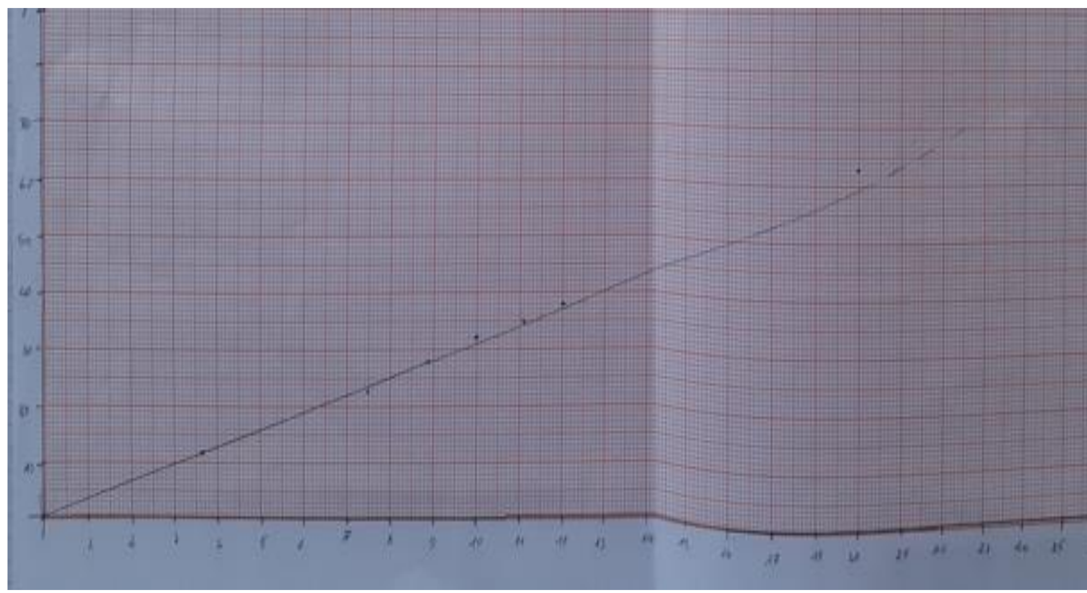
Si suggerisce, quindi, di costruire il grafico cartesiano di C vs d.
I ragazzi possono scegliere se utilizzare la carta millimetrata o un programma per la costruzione di grafici.



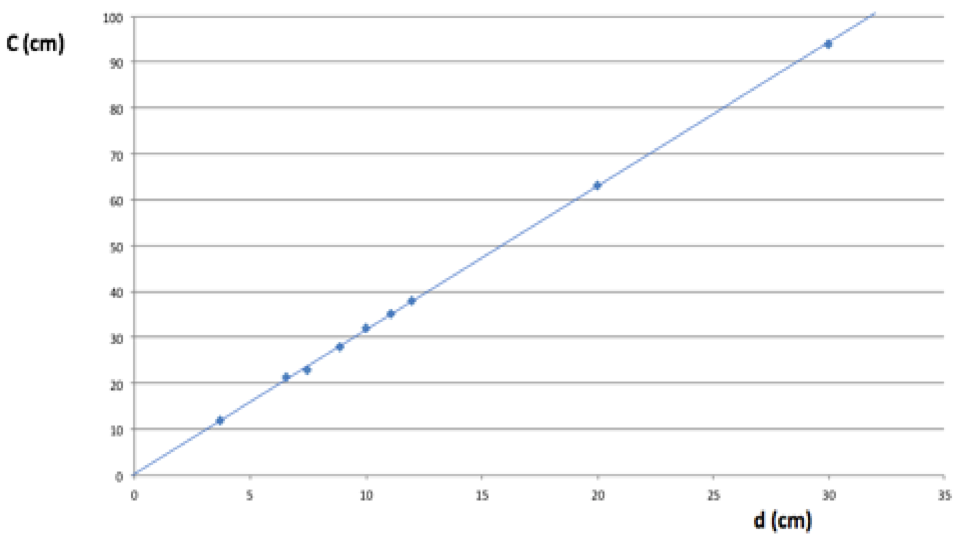

Raccogliamo i dati di tutta la classe:

C/d	d	C
3,17	12 cm	38 cm
3,24	3,7 cm	12 cm
3,15	20 cm	63 cm
3,20	10 cm	32 cm
3,23	6,6 cm	21,3 cm
3,13	30 cm	94 cm
3,07	7,5 cm	23 cm
3,15	11,1 cm	35 cm
3,15	8,9 cm	28 cm





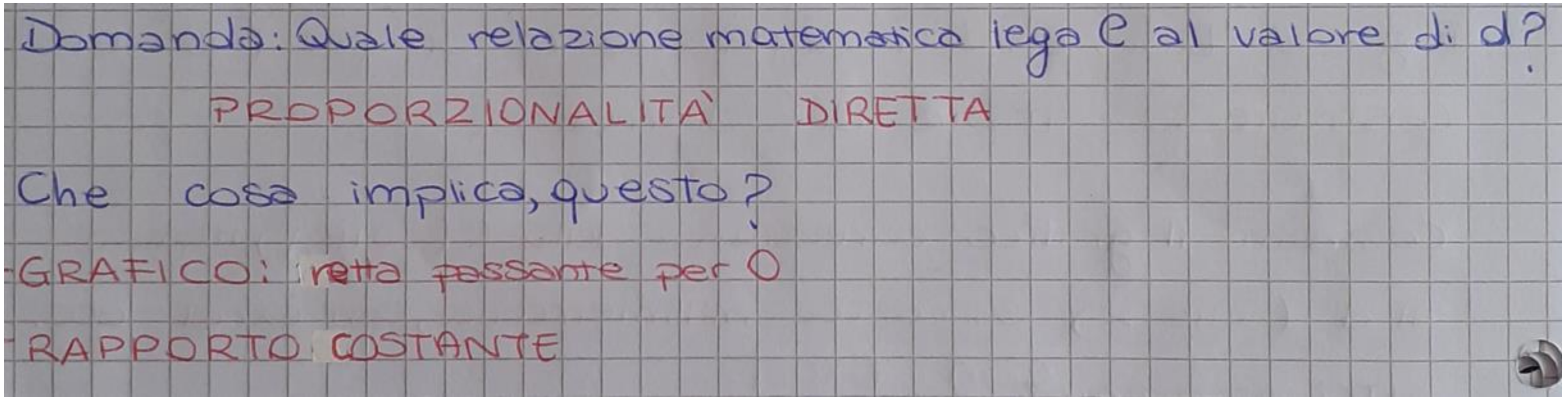
I grafici, effettivamente, confermano la relazione lineare tra le due quantità!



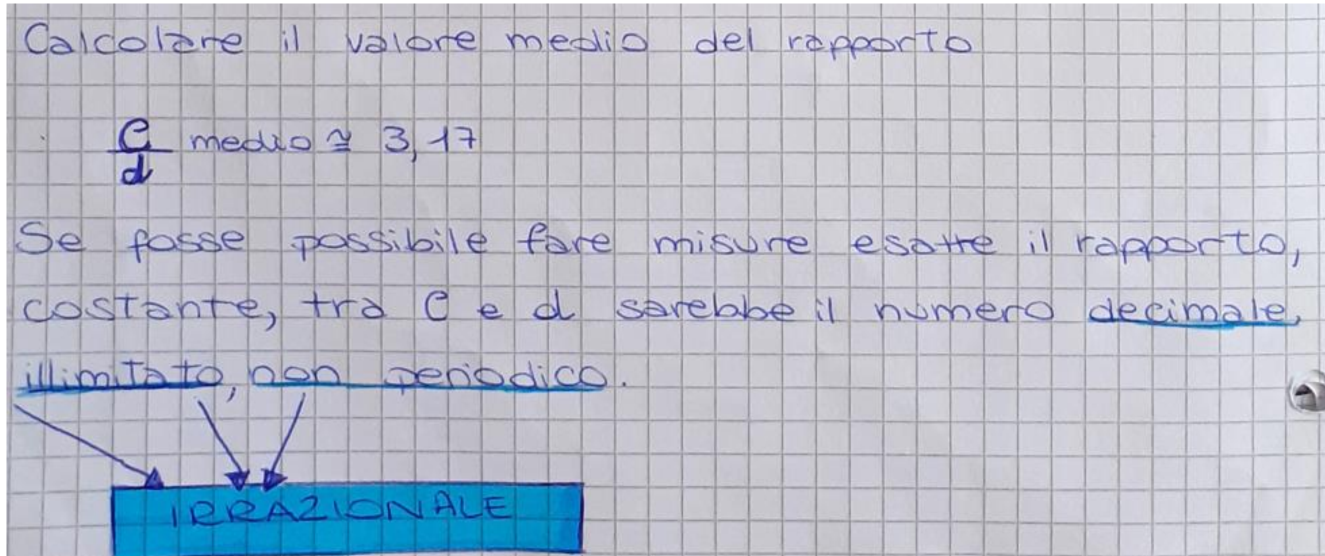
Non tutti gli alunni riescono a costruire un grafico corretto, per cui l'insegnante fornisce a tutti un grafico fatto con Excel

Quindi si chiede:

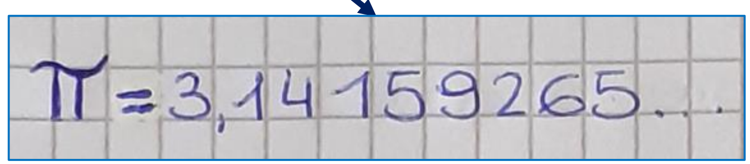
- *Quale tipo di relazione matematica lega C e d?*
- *Che cosa implica questa?*



Dopo aver discusso le molte possibili fonti di errore nella misura della lunghezza della circonferenza e del diametro, si chiede di calcolare tutti i rapporti C/d e di fare la media aritmetica quale miglior stima della costante di proporzionalità:



o meglio



trascendente

Si definisce π come il valore del rapporto costante tra *C* e *d :*

Questo è uno dei numeri, più importanti della Matematica, e ha un simbolo tutto suo:

$\pi = 3,14159265...$

Per i nostri usi e consumi:

$$\boxed{\pi \simeq 3,14}$$

Concludendo:

- π è il valore del rapporto, costante, tra la lunghezza della circonferenza e quella del diametro:

$$\boxed{\frac{C}{d} = \pi}$$

E si ricava la formula per il calcolo della lunghezza della circonferenza, dato il diametro o il raggio:

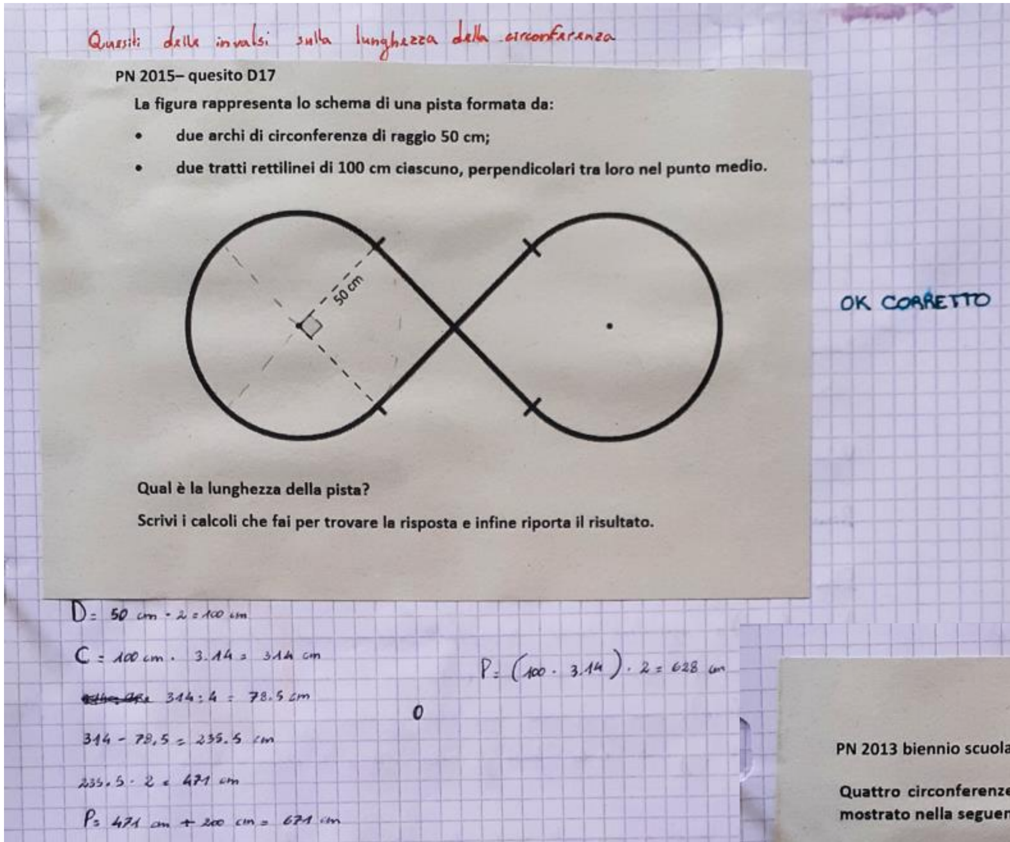
- Quindi:

$$C = \boxed{\pi \cdot d} = \boxed{\underbrace{2 \cdot \pi}_{\text{due volte pi greco}} \cdot r}$$

- Formule inverse:

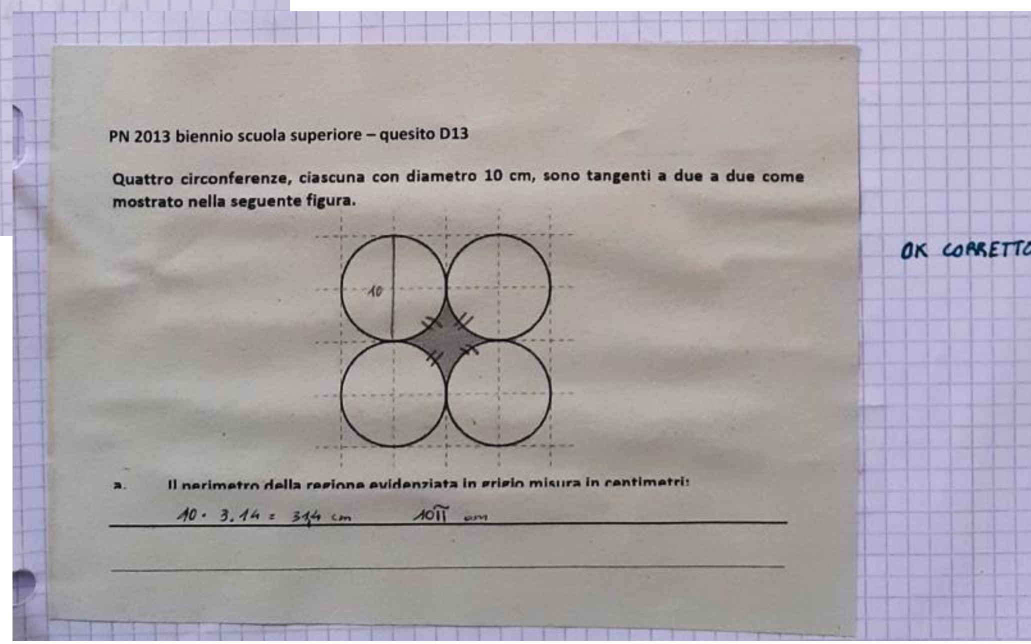
$$\boxed{d = \frac{C}{\pi}}$$

$$\boxed{r = \frac{C}{2 \cdot \pi}}$$

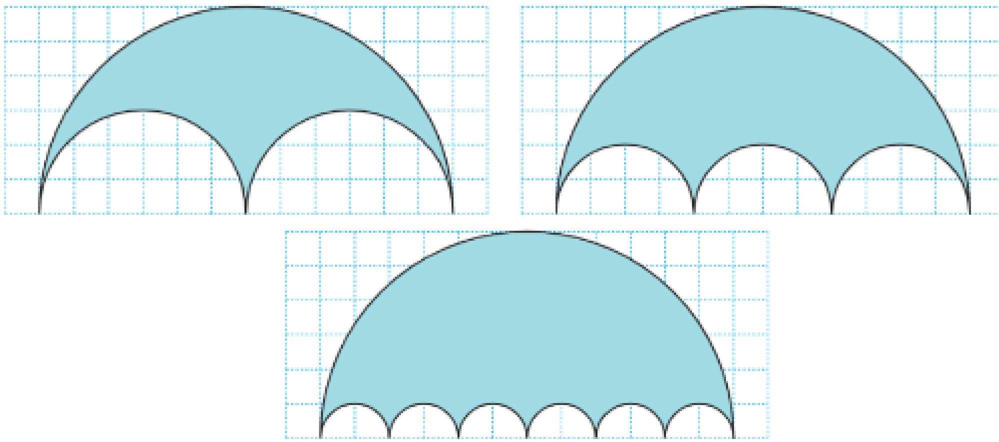


Con la formula che lega il diametro (il raggio) alla circonferenza risolviamo alcuni esercizi delle prove Invalsi, anche del biennio della scuola superiore:

Solo pochi ragazzi sono riusciti a risolvere il problema sulla lunghezza della pista…



111 Calcola il valore esatto del perimetro della figura colorata.

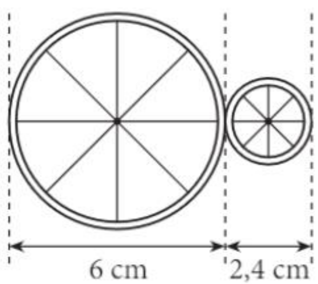


A titolo esemplificativo si riportano alcuni esercizi del libro di testo che sono stati assegnati e poi corretti in classe. Si è cercato di selezionare quesiti in cui le formule matematiche imparate fossero da collegare a contesti concreti.
Molta importanza è stata data anche alla riproduzione del disegno, a grandezza reale o con un'opportuna scala.

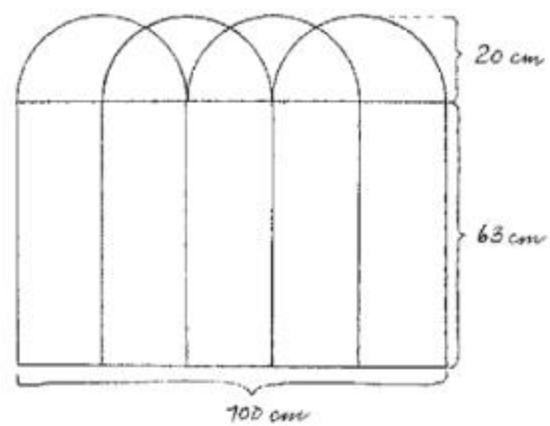
21 La ruota più piccola di questo ingranaggio fa girare la più grande.

a) Quanti giri fa la ruota più grande, quando la più piccola compie 100 giri?

b) Quanti giri fa la ruota più piccola se la più grande compie 100 giri? [40; 250]



24



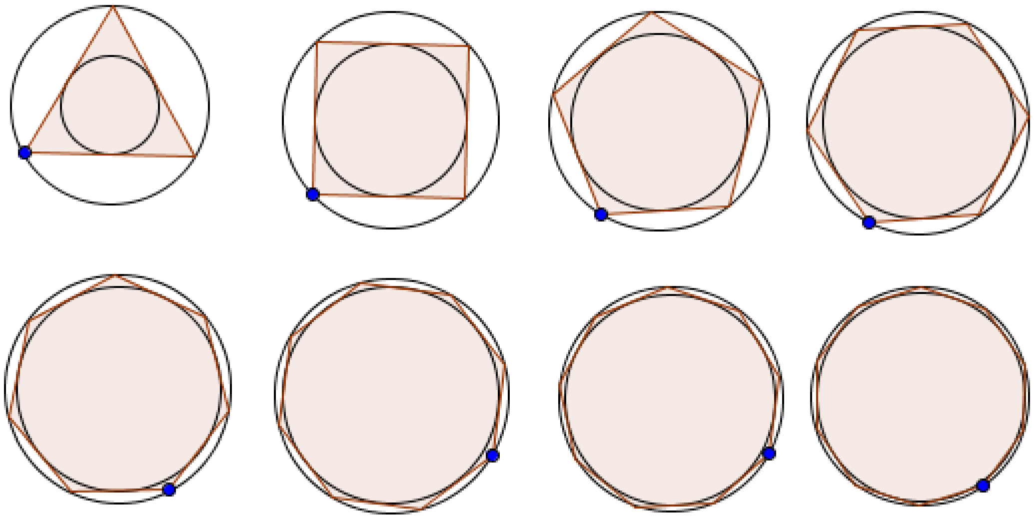
Un cancelletto viene realizzato con del filo metallico. Quanto ne occorre? (Gli archi sono delle semicirconferenze). [8,3 m]

Dal libro di testo «Contaci!», Vol. 3, Ed. Zanichelli

La storia del π, così come quella della ruota, è millenaria, e piena di aspetti curiosi e interessanti.

A questo punto del percorso è stata proposta, quindi, una lezione mediante una presentazione power point in cui sono state riassunte le informazioni storiche più rilevanti e alcune curiosità legate anche ai giorni nostri.

Ci si è soffermati soprattutto sul metodo di approssimazione degli antichi greci, basato sul calcolo della media tra il perimetro dei poligoni inscritti e circoscritti: effettivamente dall'immagine si vede bene come, all'aumentare del numero dei lati del poligono, la linea di contorno tenda sempre di più a coincidere con la circonferenza.



Il metodo di Archimede

Storia e curiosità sul π

Da Focus
https://www.focus.it/scienza/scienze/pi-day-6-fatti-sorprendenti-pi-greco-costante-matematica?gimg=5#storia-e-curiosita-su-pi-greco&img5

Il Pi greco permea la nostra esistenza, ben oltre i problemi di geometria a scuola, dove è conosciuto come **il rapporto fra la circonferenza e il diametro della circonferenza.**

Non è sempre stato π. Il simbolo che conosciamo fu usato per la prima volta circa 250 anni fa, dal matematico gallese William Jones nel trattato *A New Introduction to Mathematics* (1706). π è l'iniziale dei termini greci περιφέρεια, "periferia", e περίμετρος, "perimetro", con riferimento alla circonferenza; ma anche del filosofo e matematico Pitagora.
Prima di allora per riferirsi alla costante si ricorreva a complesse perifrasi come: "la quantità che quando si moltiplica per il diametro, dà la circonferenza".

Ma la storia del Pi greco ha circa 4mila anni. Furono i Babilonesi, grandi matematici e architetti, i primi a impiegarlo, interpretandolo come **3,125**.

Poi vennero gli Egizi. In un papiro egizio del XVII sec. a. C. era approssimato a **3,1605**.

I Greci usavano poligoni tangenti internamente ed esternamente a un cerchio, ovvero rispettivamente inscritti e circoscritti (vedi grafico sopra). La lunghezza di una circonferenza è infatti necessariamente compresa fra un limite superiore e uno inferiore, rappresentati rispettivamente dal perimetro del poligono esterno, leggermente maggiore, e quello interno, di poco minore. Quanti più lati ha un poligono, tanto più precisa è la sua approssimazione al cerchio, e di conseguenza tanto maggiore è la precisione con cui si può ricavare il numero che lega la circonferenza al suo diametro. Archimede di Siracusa (287- 212 a.C.) usò poligoni con 96 lati. La sua conclusione fu che il numero del cerchio doveva essere **più piccolo di 3+(1/7) ma più grande di 3+(10/71).**

Nei secoli successivi i miglioramenti nell'approssimazione non furono particolarmente significativi.
Un grande balzo riuscì a due astronomi cinesi del V secolo, Tsu Chung Chi (nel francobollo della foto in alto) e suo figlio Tsu Keng Chi, i quali trovarono come valore approssimato di Pi greco la frazione 355/113, da cui si ottiene il risultato arrotondato 3,1415929. Tramite poligoni con oltre 20mila lati giunsero a una valutazione di π che si discosta solo di una parte su un miliardo dal valore corretto: un record destinato a rimanere insuperato per quasi mille anni.

A partire dal XVI secolo anche molti matematici europei moltiplicarono i propri sforzi per meglio approssimare il Pi greco. Ludolph van Ceulen (1539-1610, nella foto) vi dedicò 30 anni della sua vita. Calcolò il perimetro di poligoni con ben 4,6 miliardi di miliardi di lati e in tal modo riuscì a determinare 35 cifre decimali di π.

Il record di calcolo manuale fu però stabilito nel 1946 da un tal D. F. Ferguson, che arrivò a 620 cifre decimali. Poi arrivarono i computer.

Ma perché tanto accanimento per un calcolo del genere? «La matematica è il modo perfetto per prendersi in giro» ha detto Albert Einstein. Dieci cifre di π dopo la virgola sono già sufficienti a determinare il raggio terrestre con la precisione di un millimetro.

Il record mondiale (non ufficiale) della "disciplina" di ricordare a memoria e declamare a voce alta i numeri decimali del Pi greco è stato raggiunto al giapponese Akira Haraguchi, nella foto, che ha recitato 100mila cifre in 16 ore.

Un giorno speciale...

Nel 1938 venne istituito il suo giorno di festa, il Pi day, il 14 marzo, grazie al fisico Larry Shaw e al matematico e musicista Jim Horton, che lo decisero davanti ad un bicchiere di birra.

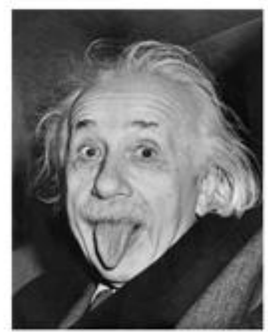
Nel 2009 il Congresso degli Stati Uniti ha istituito il National Pi Day come festa nazionale.

Prevedeva, tra le altre cose, di preparare torte a tema, per l'assonanza del termine "pie" (torta) con "pi".

Da allora, quella di sfornare cerchi perfetti (soprattutto crostate) e commestibili il 14 marzo è diventata una tradizione.

Per essere pignoli occorrerebbe celebrarlo alle 1:59 antimeridiane, così da raggiungere le prime cinque cifre decimali: ***3,14159***.

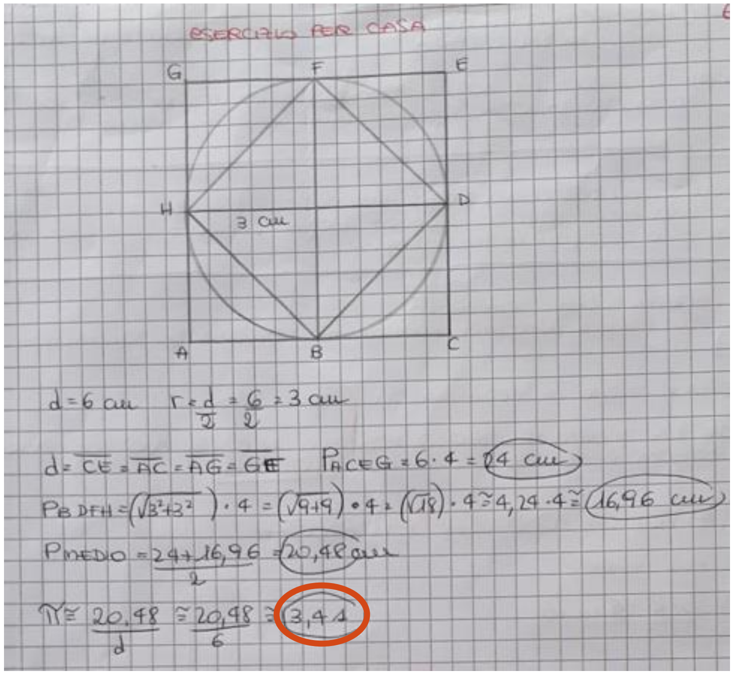
In questo stesso giorno...

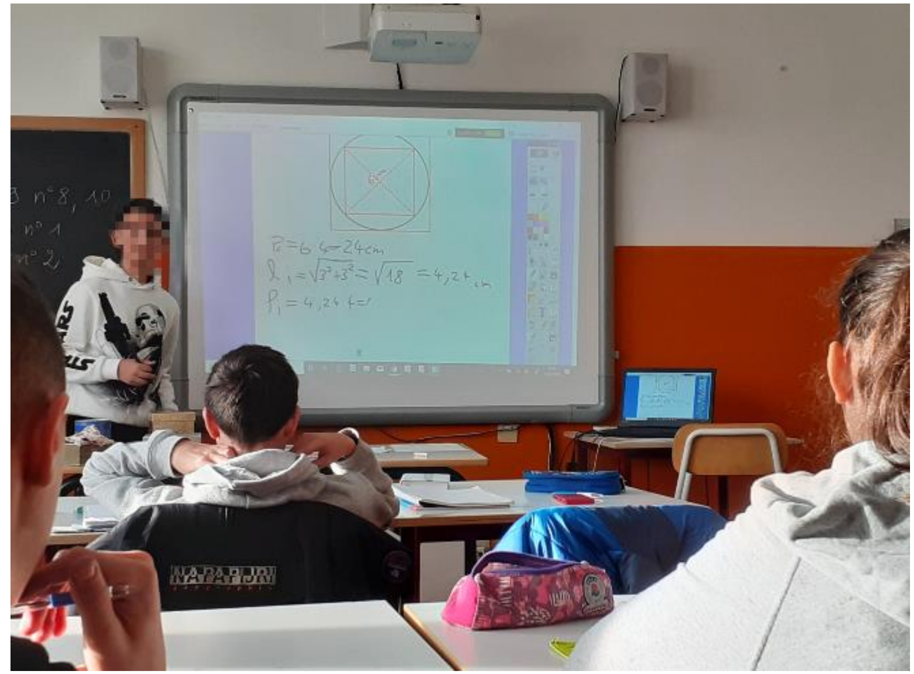


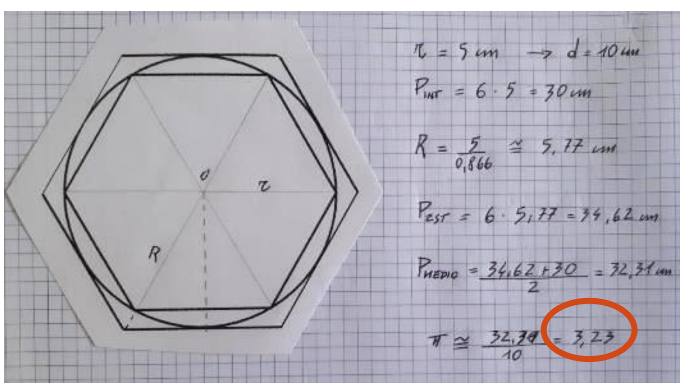
Nasceva Albert Einstein
(1879)

Moriva Stephen Hawking
(2018)

Ai ragazzi è stato chiesto, per casa, di calcolare il valore approssimato di π per un poligono di quattro lati. Un alunno ha fatto il calcolo anche con gli esagoni.
Il procedimento e le soluzioni sono stati discussi in classe.







π (4) ≈ 3,41

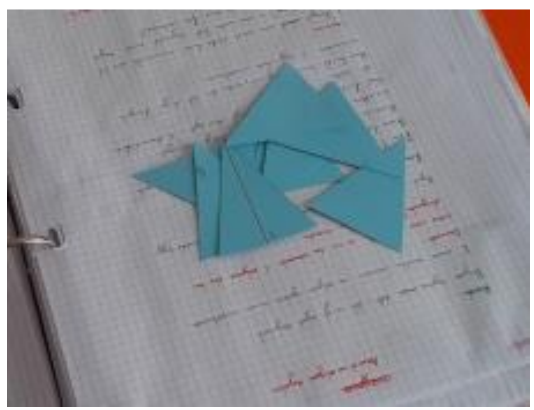
π (6) ≈ 3,23

……..

π (∞) ≈ 3,14

8. Dai poligoni regolari all'area del cerchio

A questo punto del percorso è stato chiesto di costruire dei poligoni regolari con un diverso numero di lati (n).
E' stato scelto di non ricorrere alle costruzioni geometriche imparate a tecnologia, ma di utilizzare il goniometro dividendo il cerchio in n «spicchi» di ampiezza 360°/n.



In questo modo la tecnica di costruzione è stata uguale per tutti, e ha introdotto il settore circolare come elemento parte del cerchio. I punti in cui le linee radiali intersecano la circonferenza sono i vertici del poligono regolare, e i raggi dividono già il cerchio in n triangoli.
I ragazzi hanno poi ritagliato questi triangoli sulle cui caratteristiche abbiamo riflettuto insieme.

Domanda: Come sono i triangoli in cui hai scomposto il poligono che hai disegnato? Motiva la tua risposta.

Sono triangoli isosceli - equilateri, cioè 45° ogni angolo.

Discussione:

Elisa (n°=10) = isoscele, perché hanno due lati uguali.

Andrea (n°=6) = equivalenti perché per costruirli abbiamo ripetuto l'angolo.

Emanuele (n°=8) = equivalenti e isoscele perché sono tutti uguali.

Leo e Noemi (n°=6) = sono uguali perché hanno tutti gli stessi angoli di 60°.

Ismail (n°=8) = congruenti perché hanno gli stessi angoli e la stessa distanza dal centro.

Marco (n°=8) = isoscele e congruenti, perché due lati di ogni triangolo corrispondono al raggio della circonferenza.

E' stato chiesto di rispondere individualmente alla domanda:

- *Come sono i triangoli in cui hai scomposto il poligono che hai disegnato? Motiva la tua risposta.*

Nella discussione gli alunni che sono intervenuti hanno precisato il numero di lati del proprio poligono e spiegato le conclusioni a cui sono arrivati.

Conclusione:

I triangoli sono isosceli perché hanno sicura-
mente due lati congruenti (raggi) e sono
anche tutti congruenti perché l'angolo
compreso tra i due raggi é lo stesso (per
costruzione).

Traccia l'altezza di ogni triangolo
(come si può fare a tracciare facilmente
l'altezza di un triangolo isoscele)

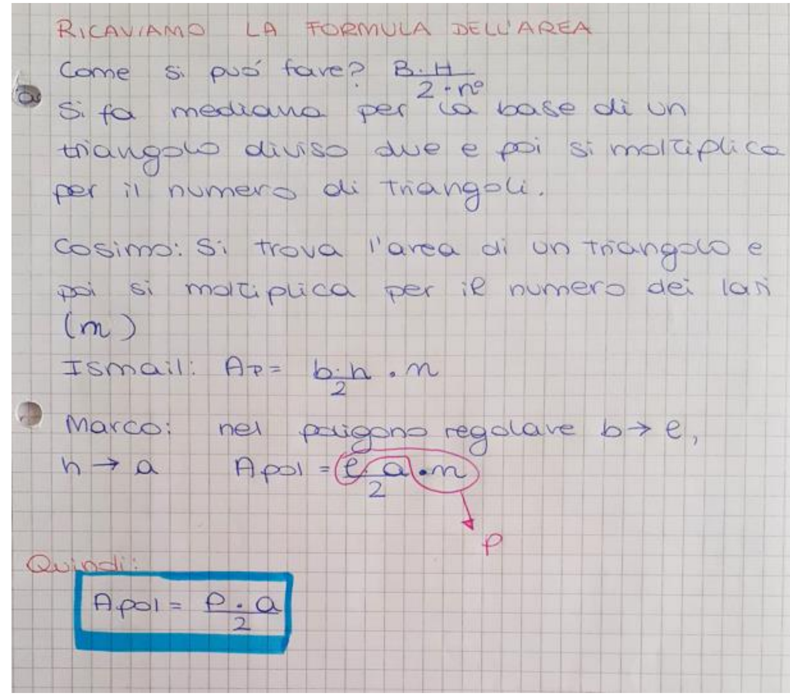
→ l'altezza é anche la mediana del lato diverso.

Def: L'altezza di ogni triangolo isoscele in cui si
può scomporre un poligono regolare si
chiama APOTEMA.

E’ stato poi chiesto di tracciare in rosso l’altezza di uno di questi triangoli isosceli e di chiamarla APOTEMA.

Nel dimostrare la congruenza dei triangoli in cui ogni poligono può essere scomposto è stato richiamato il primo criterio di congruenza.

Siamo passati, poi, alla manipolazione dei triangoli e alla costruzione del modello dinamico del «poligono srotolabile». Discutendo le proposte dei ragazzi per il calcolo dell'area dei poligoni regolari, è stata facilmente ricavata la formula generica.


RICAVIAMO LA FORMULA DELL'AREA

Come si può fare? $\frac{B \cdot H}{2 \cdot n°}$

Si fa mediana per la base di un triangolo diviso due e poi si moltiplica per il numero di triangoli.

Cosimo: Si trova l'area di un triangolo e poi si moltiplica per il numero dei lati (n)

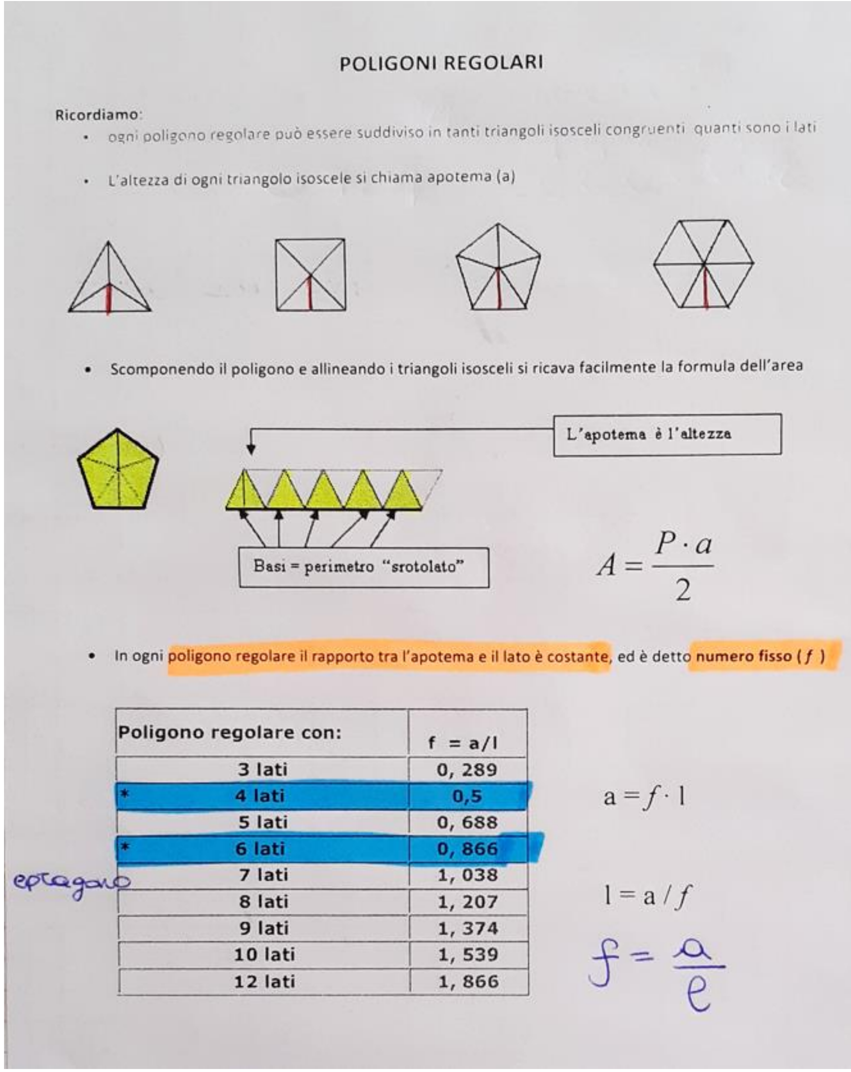
Ismail: $A_P = \frac{b \cdot h}{2} \cdot n$

Marco: nel poligono regolare $b \to \ell$, $h \to a$ $\quad A_{pol} = \frac{\ell \cdot a}{2} \cdot n$

p

Quindi:

$$\boxed{A_{pol} = \frac{p \cdot a}{2}}$$



POLIGONI REGOLARI

Ricordiamo:

- ogni poligono regolare può essere suddiviso in tanti triangoli isosceli congruenti quanti sono i lati
- L'altezza di ogni triangolo isoscele si chiama apotema (a)
- Scomponendo il poligono e allineando i triangoli isosceli si ricava facilmente la formula dell'area

L'apotema è l'altezza

Basi = perimetro "srotolato"

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

- In ogni poligono regolare il rapporto tra l'apotema e il lato è costante, ed è detto numero fisso (f)

Poligono regolare con:	f = a/l
3 lati	0, 289
* 4 lati	0,5
5 lati	0, 688
* 6 lati	0, 866
eptagono 7 lati	1, 038
8 lati	1, 207
9 lati	1, 374
10 lati	1, 539
12 lati	1, 866

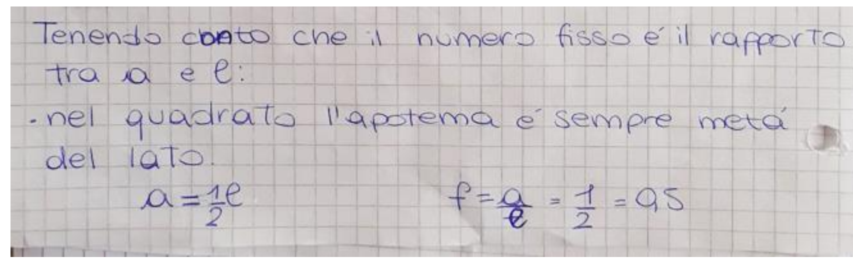
$a = f \cdot l$

$l = a / f$

$f = \frac{a}{l}$

Solo un rapido cenno, con l'aiuto di una piccola dispensa fornita dall'insegnante, al numero fisso quale valore, costante, del rapporto tra apotema e lato.

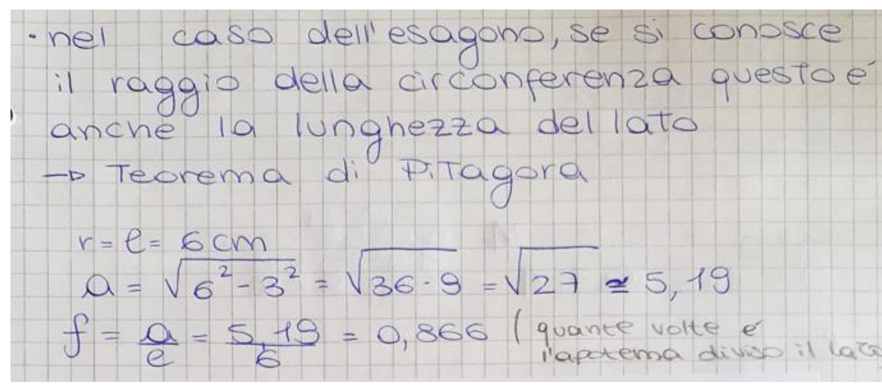
Abbiamo ragionato, però, sul quadrato e sull'esagono giustificando il relativo valore di *f*.



Tenendo conto che il numero fisso è il rapporto tra a e l:

- nel quadrato l'apotema è sempre metà del lato.

$a = \frac{1}{2} l \qquad f = \frac{a}{l} = \frac{1}{2} = 0,5$



- nel caso dell'esagono, se si conosce il raggio della circonferenza questo è anche la lunghezza del lato

→ Teorema di Pitagora

$r = l = 6\,cm$

$a = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} \cong 5,19$

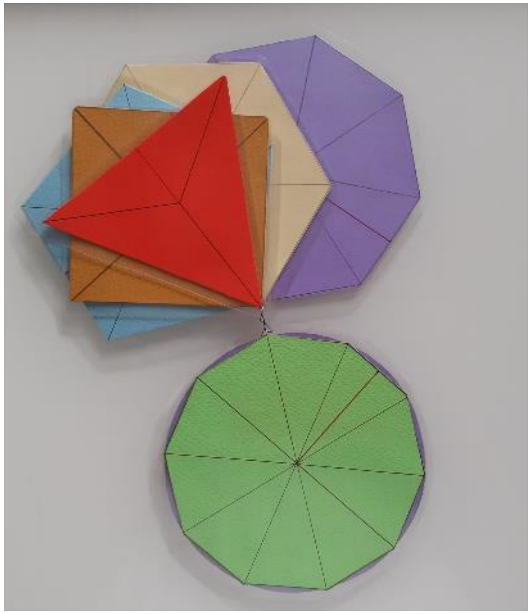
$f = \frac{a}{l} = \frac{5,19}{6} = 0,866$ (quante volte è l'apotema diviso il lato)

Per passare dalla formula dell’area dei poligoni regolari alla formula per il calcolo dell’area del cerchio, i ragazzi hanno costruito e ritagliato un altro cerchio e poligoni inscritti con n = 3, 4, 5, 6, 8, 10.

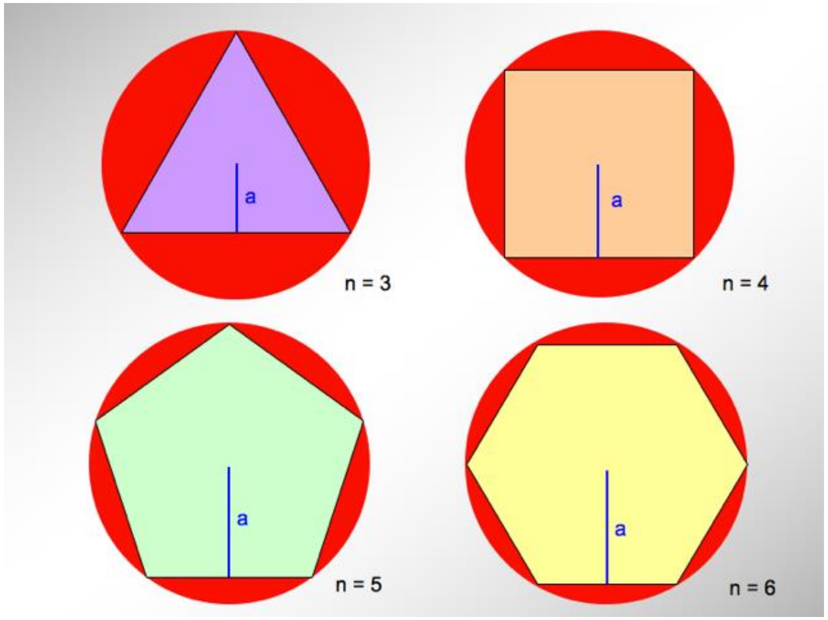
La costruzione di poligoni regolari con il cartoncino ha favorito anche la partecipazione di A., alunno certificato che non ama particolarmente la matematica, ma lavora volentieri con i cartoncini colorati.

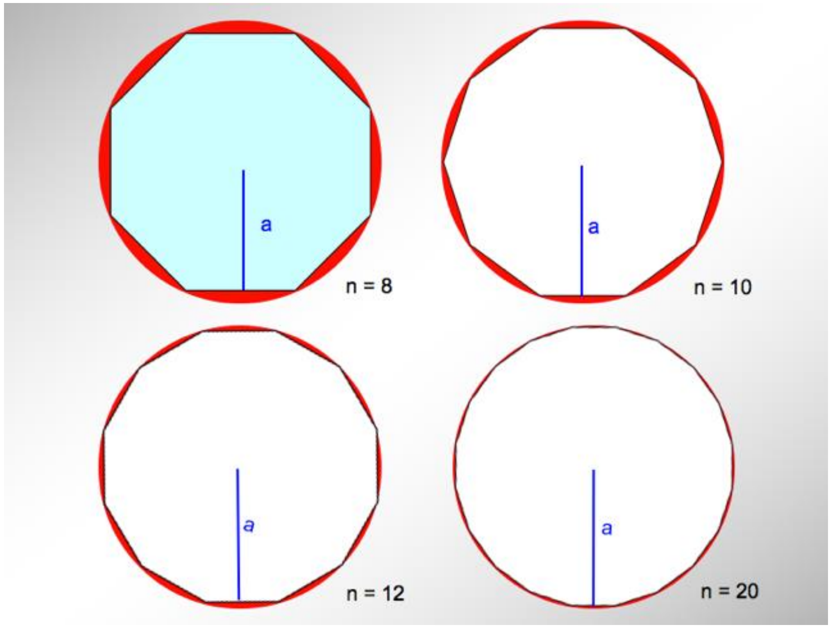
Insieme ai compagni ha disegnato le figure che sono state poi plastificate e unite in modo da ottenere un utile strumento didattico.

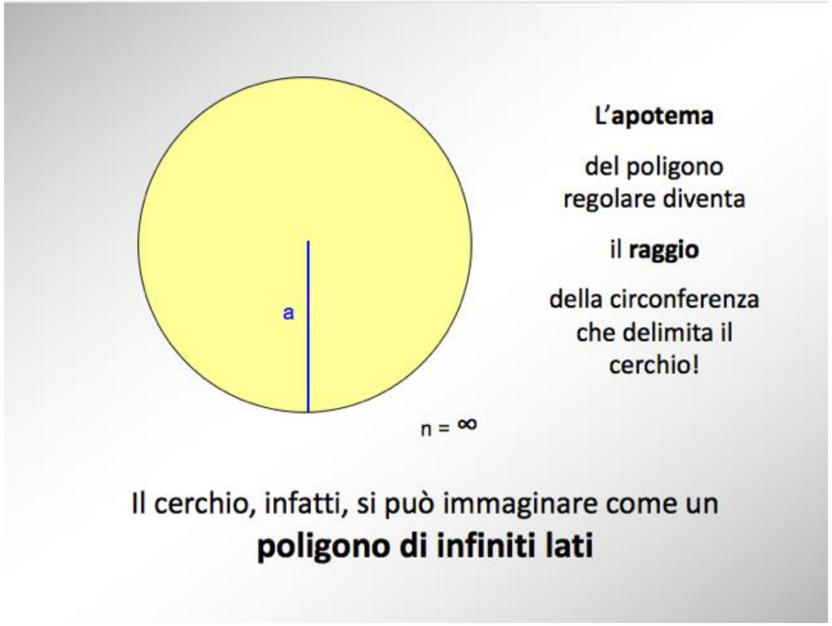
Il modello mostra come, all’aumentare del numero dei lati, la superficie del poligono occupi una parte sempre maggiore di quella del cerchio circoscritto, e l’apotema si allunghi tendendo a coincidere con il raggio del cerchio.
Gli alunni notano che già con un poligono di 10 lati si copre una buona porzione della superficie del cerchio, e intuiscono che «per un numero infinito di lati» il poligono «diventa il cerchio».
Da cui la possibilità di definire **il cerchio come un poligono di infiniti lati**.
Il modello e i passaggi per ricavare la formula dell’area sono stati riportati in una presentazione power point.




Da poligoni regolari a…
r
Consideriamo un cerchio di raggio r e inscriviamo in esso poligoni regolari con un numero di lati progressivamente maggiore


a
n = 3
a
n = 4
a
n = 5
a
n = 6


a
n = 8
a
n = 10
a
n = 12
a
n = 20


a
n = ∞
L'apotema
del poligono regolare diventa
il raggio
della circonferenza che delimita il cerchio!
Il cerchio, infatti, si può immaginare come un
poligono di infiniti lati

Dalla formula dell'area dei poligoni regolari…

$$\boxed{A = \frac{P \cdot a}{2}}$$

Alla formula dell'area del cerchio…

$$P \longrightarrow C = 2\pi r$$

$$a \longrightarrow r$$

$$A_C = \frac{\cancel{2}\pi r \cdot r}{\cancel{2}} \longrightarrow \boxed{A_C = \pi \cdot r^2}$$

Gli alunni hanno partecipato attivamente alla semplificazione dei passaggi, che hanno riportato sul quaderno dove hanno ricavato anche le formule inverse per il calcolo del raggio.

54 Completa la tabella.

r	r^2	Area del cerchio (dm^2)
10 dm		
	25 dm^2	
12 dm		
	49 m^2	

108

Raggio	Area del cerchio
	64π
	400π
	121π
	169π
	225π

28

Raggio	Diametro	Circonferenza
50 cm		
	6 cm	
		36π cm
		22π cm
	35 cm	

Dal libro di testo «Contaci!», Vol. 3, Ed. Zanichelli

Tra gli esercizi a cui si è dato più spazio ci sono, per l'area del cerchio come per la lunghezza della circonferenza, quelli in cui le quantità richieste si devono calcolare rapidamente, anche a mente.

Confrontando esempi numerici con il π (valore esatto) con la formula, gli alunni devono capire che il numero scritto davanti a π è il quadrato (area) o il doppio del raggio (circonferenza) :

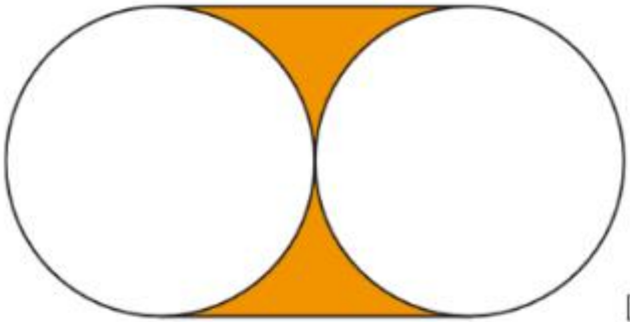
$$C = 2r \cdot \pi \qquad A = r^2 \cdot \pi$$

$$C = 36 \cdot \pi \qquad A = 64 \cdot \pi$$

Allo stesso tempo, per far capire che π è un fattore moltiplicativo che vale «circa 3», si è chiesto di esprimere i valori arrotondati grossolanamente e attraverso un calcolo mentale (es. 400π è «circa 1200»).

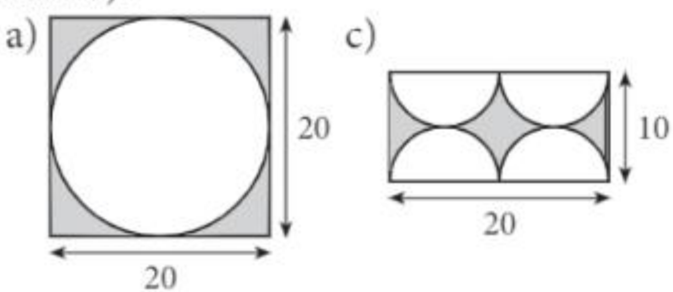
Un’altra tipologia di esercizi affrontati, sul modello di diversi quesiti delle prove Invalsi, è quella del calcolo delle aree per somma o differenza. E’ stato richiesto anche di riprodurre le figure, raddoppiando le lunghezze ove necessario. Riprodurre una figura composta mette in atto abilità importanti, e consente un maggior coinvolgimento di alunni che hanno qualche difficoltà nel ragionamento, ma buone abilità grafiche.

87 Calcola l’area della parte colorata (in cm^2), quando il raggio dei due cerchi è 4 cm.

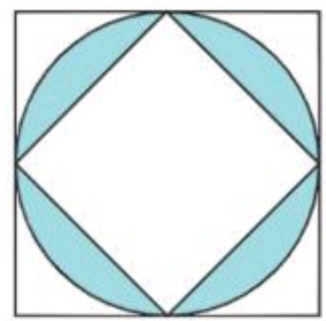


[14 cm^2]

99 Scrivi e semplifica l’espressione dell’area della parte in grigio della figura (valore esatto).



171 L’area del quadrato più grande è 144 cm^2. Calcola la lunghezza del contorno (in cm) e l’area della figura colorata (in cm^2).



[72 cm ; 41 cm^2]

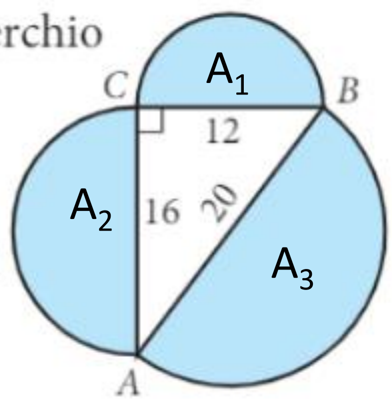
Dal libro di testo «Contaci!», Vol. 3, Ed. Zanichelli

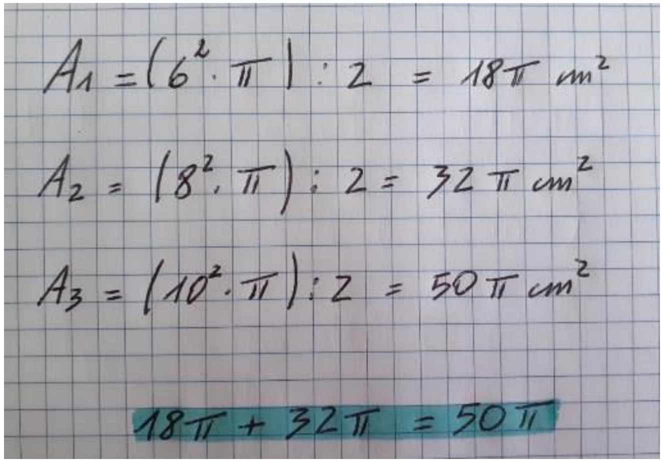
Lo svolgimento del seguente esercizio ha consentito di ampliare il percorso sul teorema di Pitagora, svolto durante il secondo anno, in cui si era già accennato alla possibilità di estendere la relazione tra le aree sui cateti e sull'ipotenusa a figure regolari diverse dal quadrato (lo avevamo visto per gli esagoni regolari e per le stelle):

117 Sui lati di un triangolo rettangolo sono stati disegnati dei semicerchi. Calcola il valore esatto

a) dell'area del semicerchio costruito sull'ipotenusa

b) della somma delle aree dei semicerchi costruiti sui cateti. Cosa noti?





«la somma dei semicerchi costruiti sui cateti è equivalente al semicerchio costruito sull'ipotenusa»

Verifiche degli apprendimenti

Durante il percorso sono state somministrate due prove di verifica: la prima (Verifica 1) per accertare l'acquisizione di competenze e conoscenze relative alla parte su rette tangenti, angoli al centro e alla circonferenza e poligoni inscritti e circoscritti; la seconda (Verifica 2) relativa al calcolo della lunghezza della circonferenza e dell'area del cerchio.
In entrambi i casi, e in modo coerente con lo sviluppo del percorso, si è dato molto spazio al disegno, che costituisce sempre la prima indispensabile parte dell'esercizio. Questo anche per favorire gli alunni più deboli nel ragionamento.

L'unica alunna con DSA lieve ha buone abilità grafiche, e ha svolto le prove utilizzando il materiale compensativo per lei predisposto.
In classe è presente anche un alunno con grosse difficoltà nel disegno, anche se non ha una disgrafia certificata; a lui sono state fornite le figure da completare o su cui ragionare.

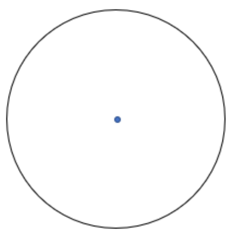
In ogni esercizio sono state chiaramente indicate le richieste, e quando possibile è stato chiesto di motivare le risposte per verificare anche l'acquisizione di competenze lessicali e la consapevolezza degli apprendimenti.

VERIFICA DI GEOMETRIA

Nome e Cognome	
Classe	Data

1. **Disegna una circonferenza circoscritta ad un quadrato**.
   - Spiega come hai realizzato il disegno.
   - Scrivi la corrispondenza tra gli elementi della circonferenza e quelli del quadrato (lato, diagonale, raggio, …).

2. **Nella circonferenza sottostante:**



   - Disegna due diametri qualsiasi
   - Unisci gli estremi dei diametri in modo da ottenere un poligono con quattro lati.
   - Quale quadrilatero ottieni? Motiva la tua risposta.

3. **Risolvi dopo aver disegnato accuratamente la figura**
   - Sapendo che il diametro AB di una semicirconferenza è 34 cm, e che il lato AC del triangolo ABC inscritto nella semicirconferenza misura 15 cm, calcola la lunghezza del lato BC.
   - Traccia la retta *t* tangente alla circonferenza nel punto C.

     Unisci il punto C con il centro O della semicirconferenza.

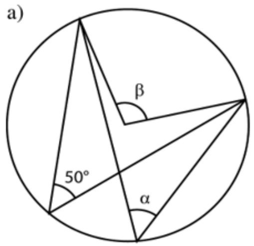
     Come sono la retta *t* ed il segmento OC? Motiva la tua risposta.

4. **Disegna un piano cartesiano completo e corretto con u = 1 cm**
   - Disegna una circonferenza con il raggio di 4 cm (unità) e centro nel punto C (+2; +5).
   - Dal punto A (-6; +5) conduci le tangenti alla circonferenza indicando con T e P i punti di tangenza.

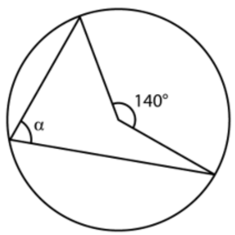
     Com'è il triangolo ATC? Motiva la tua risposta.
   - Calcola perimetro e area del triangolo ATC.

5. **Calcola l'ampiezza degli angoli α e β. Motiva i tuoi calcoli.**

a)



b)



Verifica 1

1. Risolvi i seguenti problemi (occhio al π):

1.1 Disegna una circonferenza di raggio 4 cm. calcola la lunghezza della circonferenza e l'area del cerchio.

1.2 Calcola la lunghezza di una circonferenza **circoscritta ad un quadrato** di lato pari a 7 cm. Calcola l'area della regione di piano compresa tra il quadrato e il cerchio (colorala).

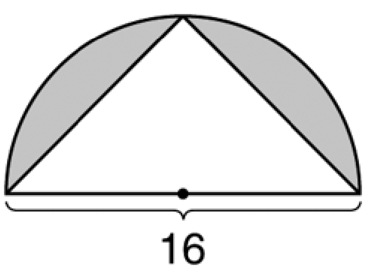
1.3 Considera un cerchio di area **400 π** cm^2.
Quanto è lungo il raggio del cerchio? Scrivi calcoli e/o ragionamento

____

Quanto è lunga la circonferenza?

____

2. All'interno del semicerchio è stato disegnato un triangolo isoscele. Calcola l'area della parte colorata:



SCHEDA A

1. Risolvi i seguenti problemi (occhio al π):

1.1 Disegna una circonferenza di raggio 3 cm. calcola la lunghezza della circonferenza e l'area del cerchio.

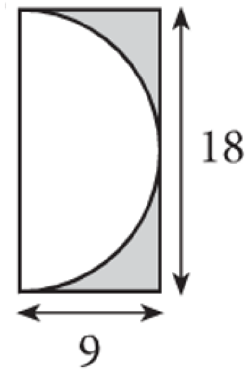
1.2 Calcola la lunghezza di una circonferenza **circoscritta ad un quadrato** di lato pari a 8 cm. Calcola l'area della regione di piano compresa tra il quadrato e il cerchio (colorala).

1.3 Considera un cerchio di area **900 π** cm^2.
Quanto è lungo il raggio del cerchio? Scrivi calcoli e/o ragionamento.

____

Quanto è lunga la circonferenza? __________________________

2. Calcola l'area della parte colorata.



SCHEDA B

Verifica 2

Risultati ottenuti

Le verifiche hanno avuto un esito abbastanza positivo. Su 19 alunni tre hanno riportato un’insufficienza lieve (5+) e un solo alunno un’insufficienza più grave (4 ½). Con poche eccezioni, i ragazzi hanno partecipato attivamente alle lezioni in classe, soprattutto alle esercitazioni grafiche e alle esperienze pratiche con gli oggetti e con il cartoncino, dove si sono messi in evidenza alunni che, pur non avendo un buon rapporto con la matematica, sono dotati di buone capacità manuali. Un numero significativo di alunni ha avuto valutazioni buone (8) o molto buone (9, 9½), dimostrando di aver consolidato il lavoro a scuola con uno studio serio a casa.

Valutazione dell’efficacia del percorso didattico sperimentato

Tutte le fasi del percorso sono state costruite prendendo spunto da contesti di realtà o dalla riflessione dei singoli alunni sui risultati di esercitazioni pratiche e grafiche. Procedere per domande, anche attraverso spunti storici, seguite da discussioni collettive moderate dall’insegnante, ha numerosi vantaggi:

- si registra un significativo coinvolgimento di <u>tutti</u> i ragazzi;
- la matematica risulta una disciplina legata alla realtà, utile per interpretare il mondo che ci circonda;
- vengono stimolate le abilità pratiche degli alunni e allo stesso tempo si facilita la memorizzazione e si rendono più duraturi gli apprendimenti;
- l’apprendimento di termini nuovi e specifici risulta più naturale.