

REGIONE  
TOSCANA



**Prodotto realizzato con il contributo della Regione  
Toscana nell'ambito dell'azione regionale di sistema**

# **Laboratori del Sapere Scientifico**

# Tassellazioni con Geogebra

*Familiarizzare con le isometrie  
nella scuola secondaria di I Grado*

# Collocazione nel curricolo

Il percorso, inteso per una classe seconda della scuola secondaria di primo grado, inizia la formalizzazione dei concetti di traslazione, rotazione, simmetria introdotti operativamente fin dalla scuola dell'infanzia.

# Obiettivi di apprendimento

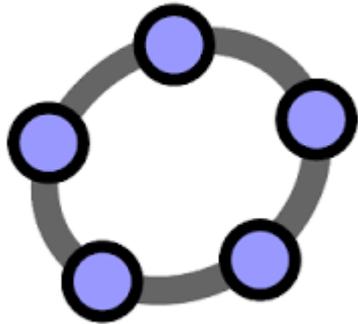
- Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, goniometro, software di geometria).
- Conoscere definizioni e proprietà (angoli, assi di simmetria, diagonali, ...) delle principali figure piane (triangoli, quadrilateri, poligoni regolari, cerchio).
- Conoscere e utilizzare le principali trasformazioni geometriche e i loro invarianti.

# Approccio metodologico

Si intende utilizzare un software di geometria dinamica per semplificare la costruzione ripetitiva di figure isometriche. L'osservazione dei risultati porta gli alunni a utili considerazioni.

# Materiali, apparecchi e strumenti impiegati

Computer con Geogebra e Google apps per la  
condivisione dei risultati.



# Ambiente

L'attività è stata svolta nel Laboratorio di informatica, dove il rapporto studenti e computer è 1 : 1.



# Tempo impiegato

1. Per la messa a punto preliminare nel Gruppo LSS (12 ore)
2. Per la progettazione specifica e dettagliata nella classe (2 ore)
3. Tempo-scuola di sviluppo del percorso (6 ore)
4. Per uscite esterne (non previste)
5. Per documentazione (4 ore)

# Altre informazioni

Il percorso è stato indirizzato a una classe che avrebbe partecipato a un progetto 2.0.

Scopo trasversale dell'attività era anche quello di consolidare le abilità informatiche degli alunni.

# Percorso didattico

Il percorso intende continuare l'esplorazione delle tassellazioni del piano iniziato negli anni precedenti con la tassellazione del piano con le figure regolari, sia con figure materiali che con altri software di geometria.

# Percorso didattico

Anche i movimenti delle figure geometriche sono stati introdotti negli anni precedenti operativamente, senza alcuna definizione matematica.

# Percorso didattico

Nel curriculum di matematica della seconda classe della secondaria di I grado si affrontano le isometrie del piano formalizzando:

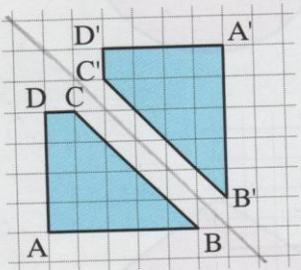
- rotazione
- traslazione
- simmetria assiale
- simmetria centrale

# Percorso didattico

Gli alunni hanno già speso diverse lezioni applicando le isometrie con squadre e compasso e riconoscendone le caratteristiche.

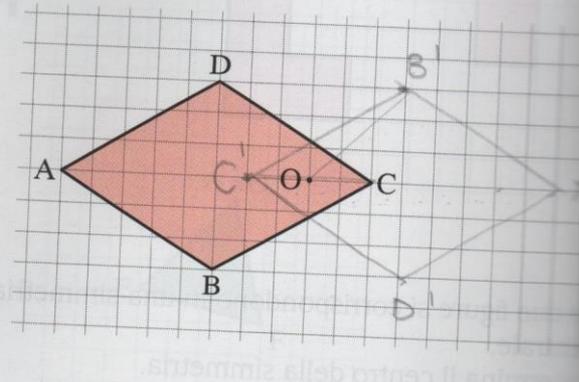
115

I due trapezi sono simmetrici. Determina il loro asse di simmetria.



97

Trova il simmetrico del rombo ABCD rispetto al centro O.



# Percorso didattico (5)

## Rotazione

- dal movimento libero delle figure ritagliate nella Scuola Primaria;
- alla rotazione libera dei software di grafica (es. inkscape);
- alla definizione di centro di rotazione ed angolo di rotazione (es. Geogebra).

# Percorso didattico

## Traslazione

- dallo spostamento delle figure ritagliate;
- al trascinamento libero col mouse (Inkscape);
- alla definizione di vettore (es. Geogebra).

# Percorso didattico

## Simmetria

- dallo specchio della Primaria;
- al tasto “Rifletti orizzontalmente” e “Rifletti verticalmente” dei software di grafica (inkscape);
- alla definizione di asse e centro di simmetria (necessari in Geogebra).

# Percorso didattico

Conseguire l'automatismo operativo con squadre e compasso permette di comprendere meglio i concetti di base.

Sfruttare la facilità di utilizzo di un software di geometria permette utili considerazioni.

# Percorso didattico

Ricordiamo agli alunni la definizione di Tassellazione

In geometria piana, si dicono **tassellature** (talvolta **tassellazioni** o **pavimentazioni**) i modi di ricoprire il piano con una o più figure geometriche ripetute all'infinito senza sovrapposizioni. (da Wikipedia)

e la spiegazione di Emma Castelnuovo:

*Pavimentare* nella lingua latina vuol dire “battere, spianare il suolo”; una pavimientazione è quindi un rivestimento di una superficie orizzontale con materiali di vario tipo, tali da agevolare il passaggio di persone, animali e veicoli.

(*La Matematica - Figure Piane B*, La Nuova Italia)

# Percorso didattico

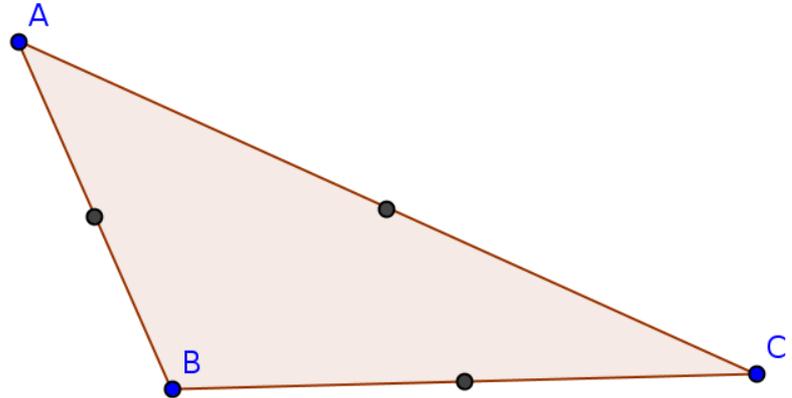
Chiediamoci se figure geometriche non regolari possono tassellare il piano.

A ogni studente è stato chiesto di eseguire una costruzione con Geogebra, poi descriverla e commentarla con un Documento di Google apps.

# Percorso didattico

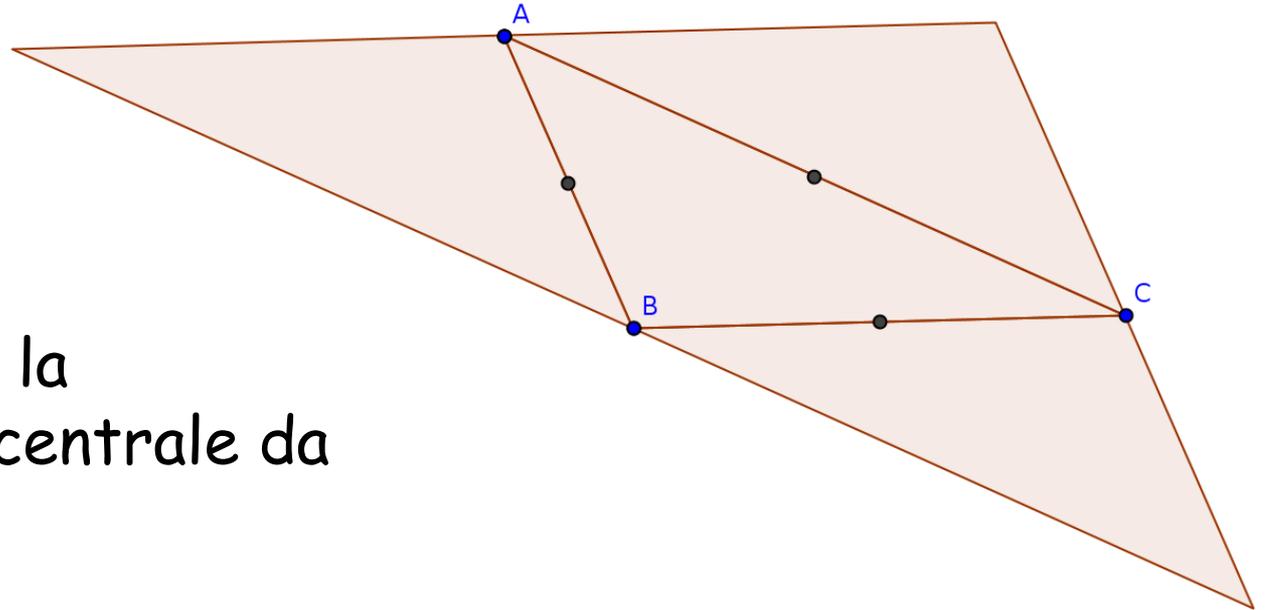
Ecco il testo di Simone:

... per formare una tassellazione, dobbiamo costruire un poligono poi segnare il punto medio dei tre lati con un punto,



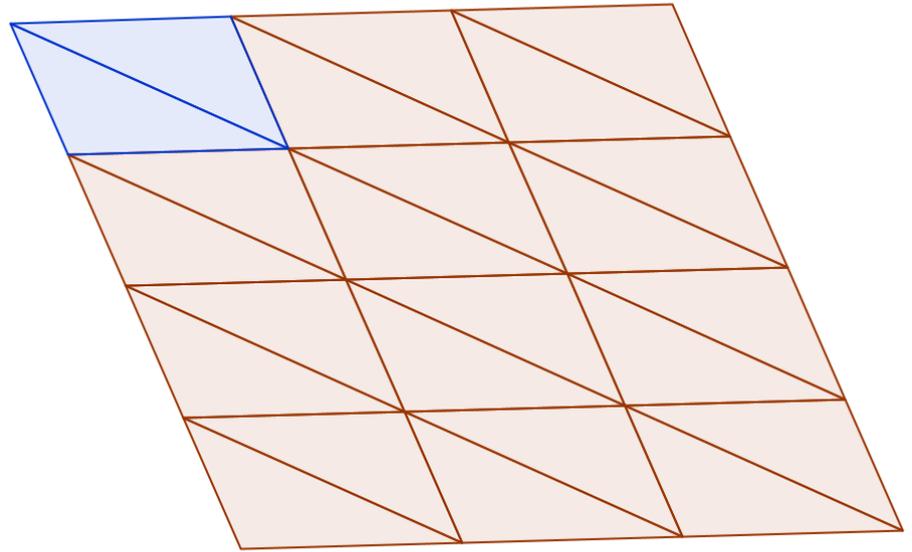
# Percorso didattico

e applicare la  
simmetria centrale da  
essi.



# Percorso didattico

Dopo averlo fatto per una decina di volte, notiamo che  $c'$  è un tassello che si ripete tante volte. Poi abbiamo colorato il tassello per evidenziarlo.



# Percorso didattico

L'attività è stata ripetuta da ogni alunno individualmente, con triangoli, quadrilateri concavi e quadrilateri convessi.

# Percorso didattico

Blerina spiega meglio il significato di tassello:

## TASSELLAZIONE

La tassellazione consiste nel ripetere una figura più volte con una delle isometrie fino ad ottenere un piano coperto dalla stessa figura disegnata più volte.

### Come abbiamo fatto?

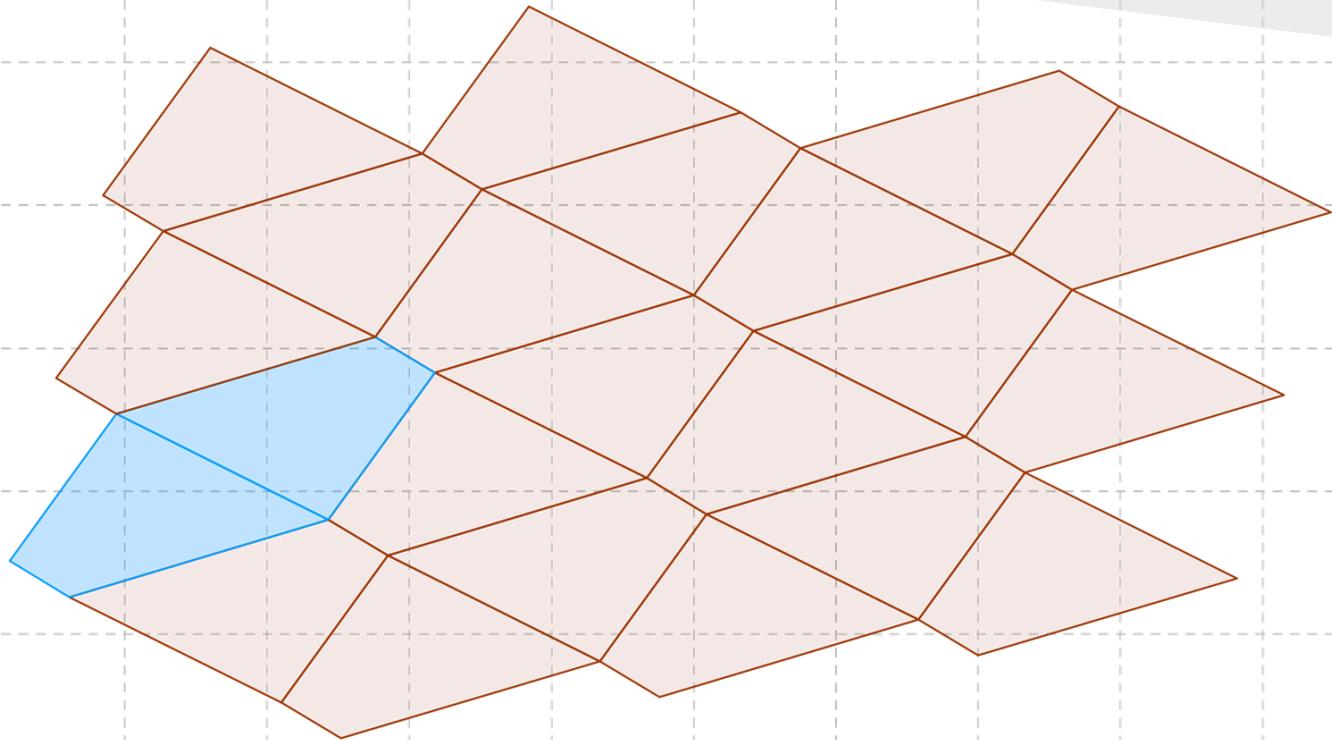
Per prima cosa abbiamo costruito un quadrilatero convesso e poi, con centro in ognuno dei suoi lati, abbiamo applicato la simmetria centrale alla figura.

Abbiamo eseguito quest'operazione più volte: fino a quando non abbiamo ricoperto un'intera parte di piano di questa figura ripetuta più volte.

Così facendo abbiamo ottenuto una **TASSELLAZIONE**.

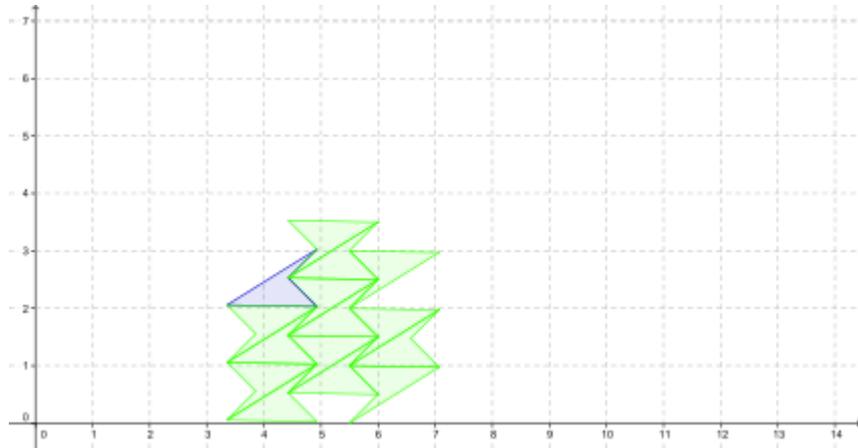
# Percorso didattico

Ecco la  
tassellazione  
con i  
quadrilateri  
convessi di  
Iacopo



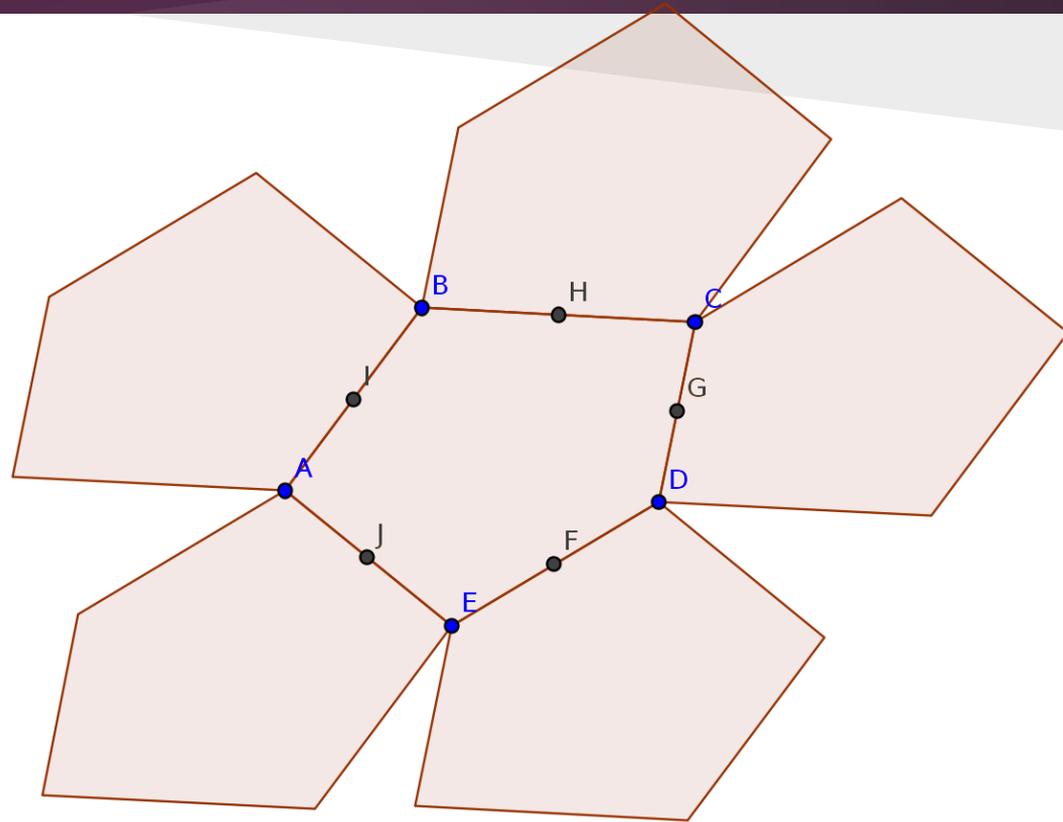
# Percorso didattico

Anche con i quadrilateri concavi si tassella il piano, come ci mostra Laura:



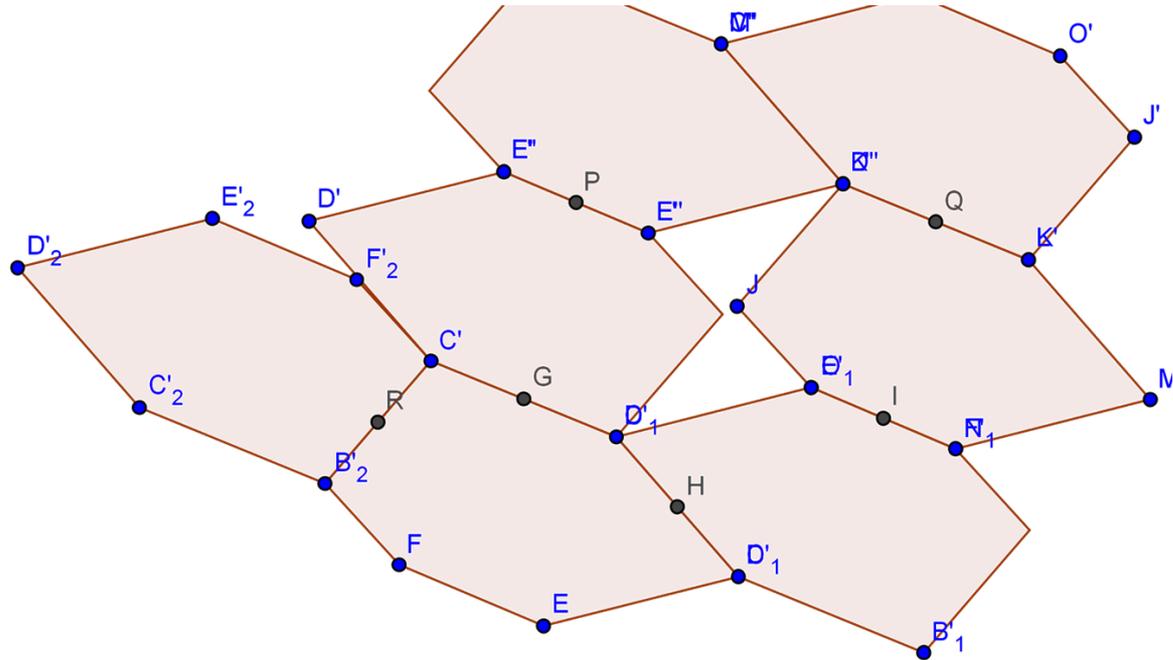
# Percorso didattico

Mentre non ci si riesce con i pentagoni:



# Percorso didattico

Né con gli esagoni non regolari:



# Percorso didattico

Per i ragazzi che si sono occupati di quadrilateri non è difficile capire perché. Lo spiega bene Blerina.

**E' stato possibile eseguire questa tassellazione perchè la somma degli angoli del quadrilatero è  $360^\circ$  (gradi), e quindi unendo le figure si sarebbe formato un angolo giro senza che rimangano spazi vuoti.**

# Percorso didattico

...ma un po' tutti arrivano alla stessa conclusione:

Con la mia figura si può fare le tassellazioni perché gli angoli interni misurano  $360^\circ$ . (Alessandro)

Abbiamo capito che con un quadrilatero si può tassellare un piano perché la somma degli angoli interni di un quadrilatero è  $360^\circ$ . (Matteo M.)

Con questo quadrilatero sono riuscita a fare la tassellazione perché la somma degli angoli del quadrilatero forma un angolo di  $360^\circ$ .

Se volevo fare una tassellazione con un pentagono non ci riuscivo, perché la somma degli angoli non fa  $360^\circ$ . (Laura)

# Percorso didattico

Si ritrova una regola già affrontata, in altro contesto.

Il gruppo che opera sui triangoli non verbalizza l'affermazione ma riconosce, comunque, che a formare l'angolo di  $360^\circ$  concorrono tutti gli angoli del triangolo due volte.

# Percorso didattico

Dall'osservazione, però, scopriamo anche una regola che, con carta e matita, ci ha dato non pochi grattacapi nelle settimane precedenti: la composizione di due simmetrie centrali equivale a una traslazione.

# Percorso didattico

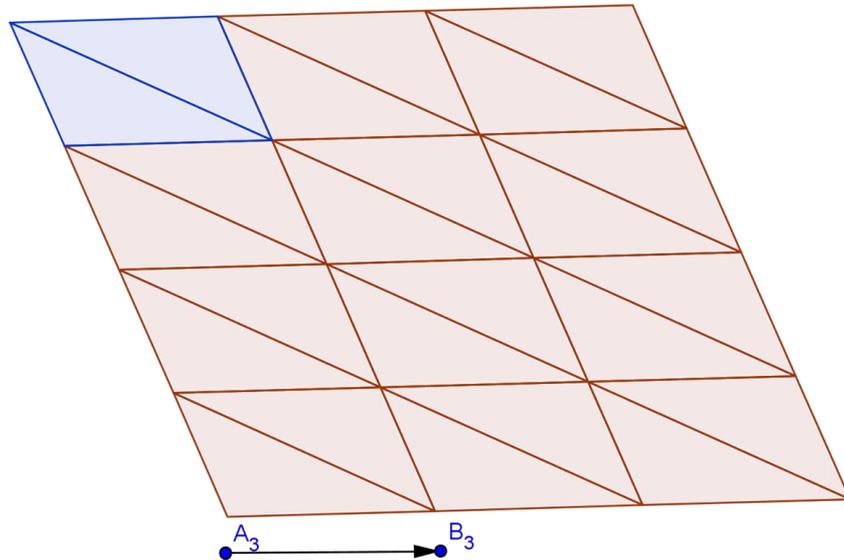
Una volta costruite diverse figure le abbiamo colorate, così abbiamo disegnato il vettore. Per rappresentare che la figura sottoposta alla simmetria centrale combacia con la figura principale. Così abbiamo disegnato il vettore. (Matteo M.)

Dopo abbiamo selezionato il *vettore* : la caratteristica della *traslazione* che permette di spostare la figura in una certa direzione. (Tessa)

**Anche se abbiamo applicato la simmetria centrale si può individuare un tassello che si ripete più volte per effetto della traslazione. (Blerina)**

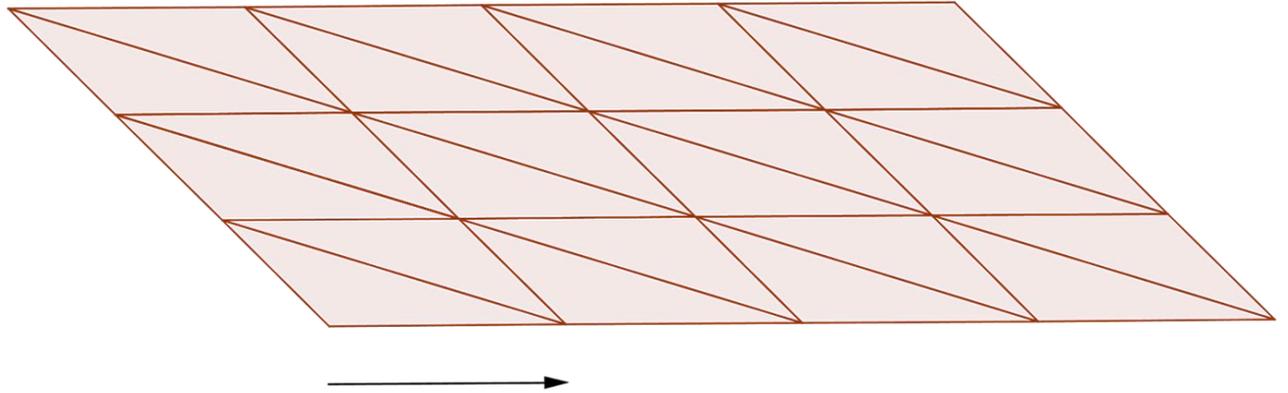
# Percorso didattico

Ecco il disegno completo di Emy



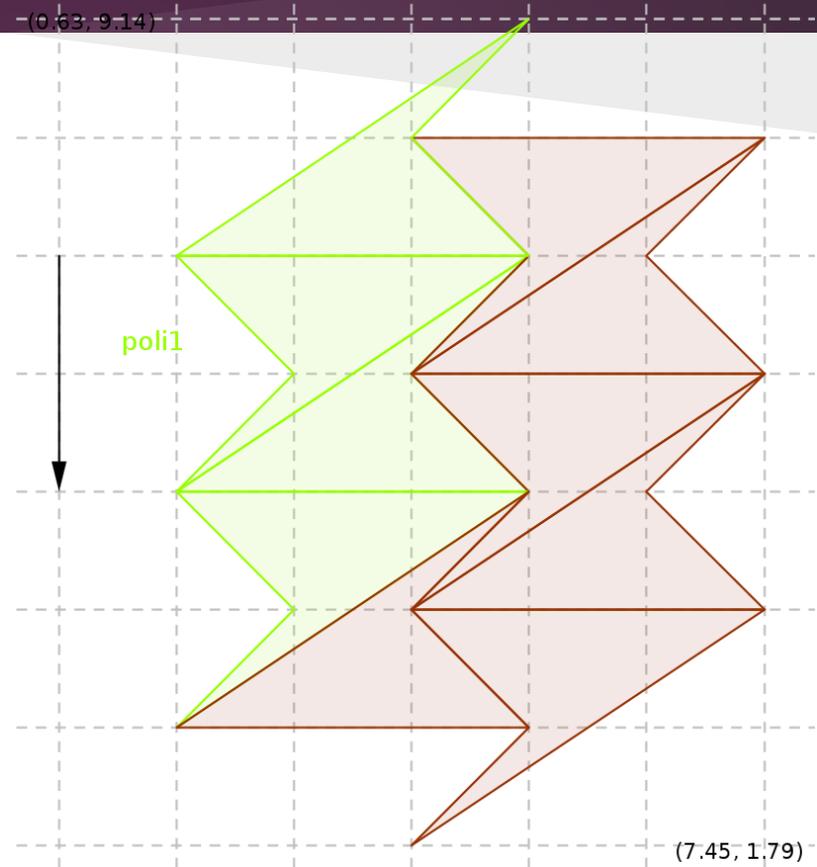
# Percorso didattico

... e quello di Virginia, anche lei con i triangoli ottusi.

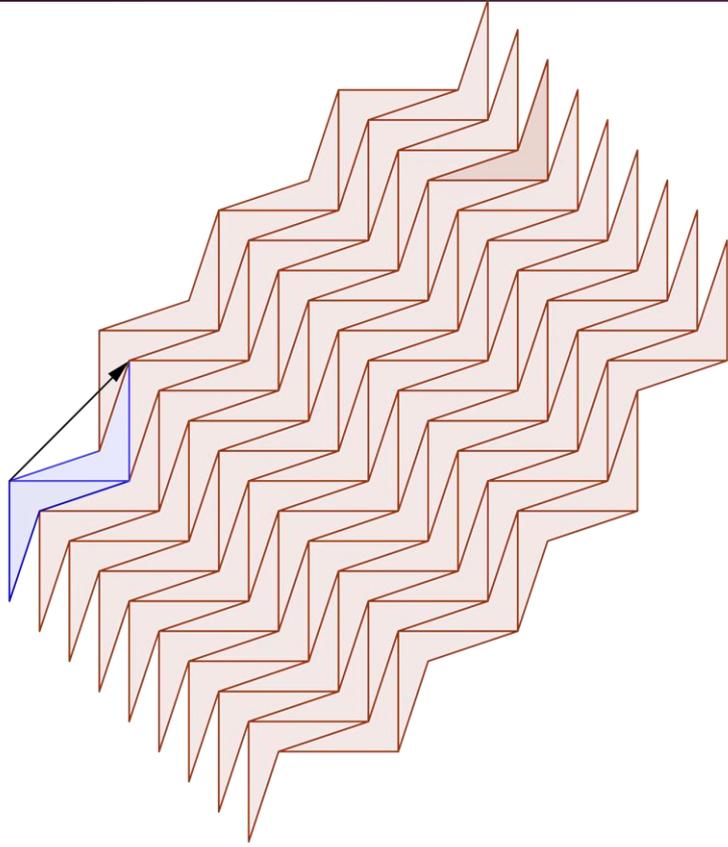


# Percorso didattico

Yvonne si  
confronta con i  
quadrilateri  
concavi

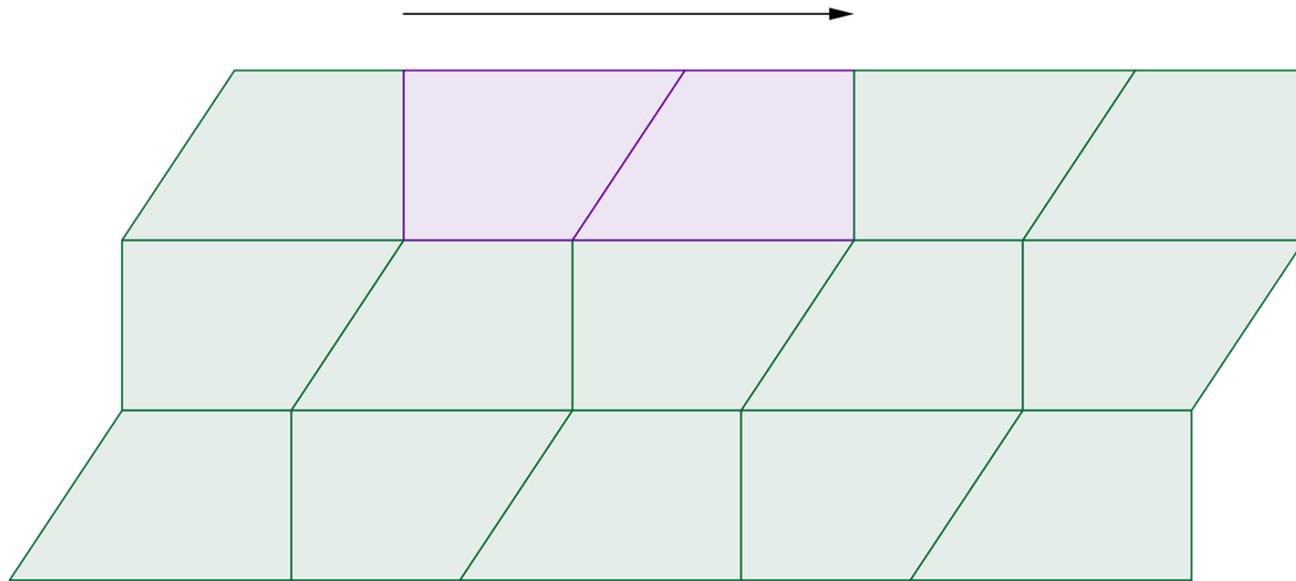


# Percorso didattico



La costruzione di  
Marinella tradisce la  
sua soddisfazione nel  
vedere il piano che  
lentamente si riempiva.

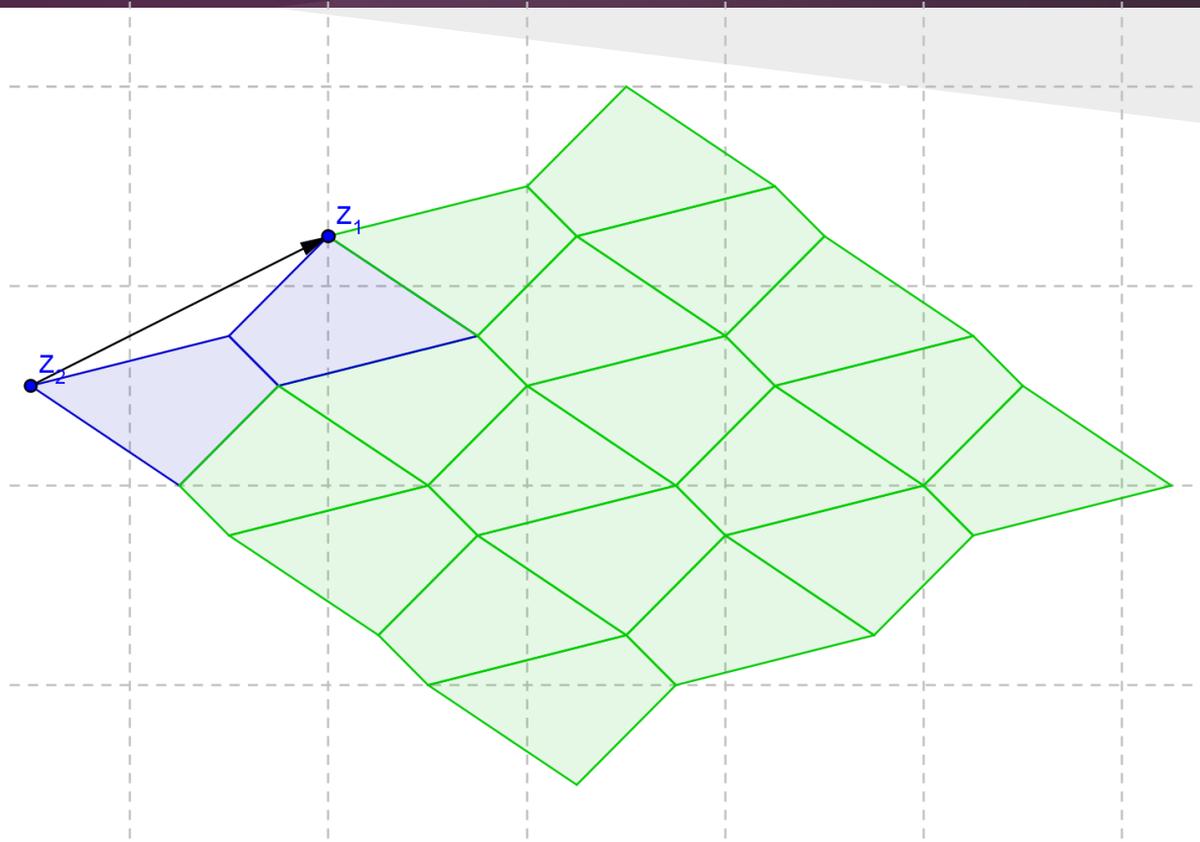
# Percorso didattico



Alessandro, prudente, si è cimentato con una figura che conosce bene, il trapezio rettangolo.

# Percorso didattico

Anche Matteo  
M. ha lavorato  
con i  
quadrilateri  
convessi.



# Verifiche degli apprendimenti

La verifica degli apprendimenti avviene attraverso l'analisi delle costruzioni salvate, la correzione e analisi dei testi prodotti, la discussione.

Ecco i testi più articolati proposti da due alunne particolarmente interessate

# Verifiche degli apprendimenti

## TASSELLAZIONE

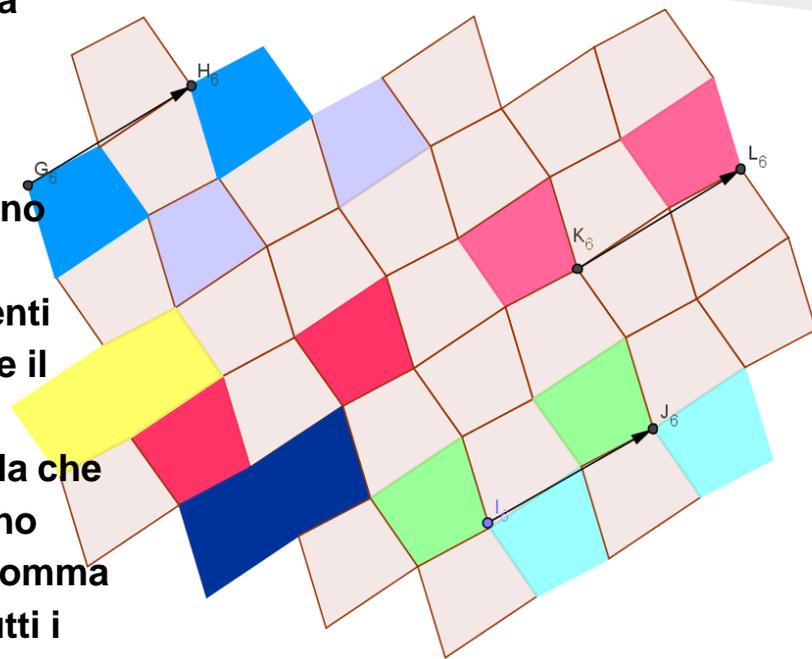
**DEFINIZIONE:** La tassellazione è la ripetizione di una figura geometrica qualunque fino al riempimento di un piano.

### COME SI COSTRUISCE?

Si ottiene sottoponendo il poligono alle diverse isometrie ( **rotazione, traslazione, simetria centrale e assiale** ). Si creano quindi copie del poligono originale con lati in comune. [...]

Ho colorato numerosi poligoni a due a due di colori differenti per segnalare una traslazione, per alcuni ho segnato anche il vettore.

Le figure colorate in **giallo** o **blu** rappresentano la mattonella che si ripete per tutta la riga. In questa tassellazione non ci sono spazi vuoti, infatti la figura **CONVESSA** ha solo 4 lati e la somma interna degli angoli è  $360^\circ$  ciò permette di far coincidere tutti i vertici.



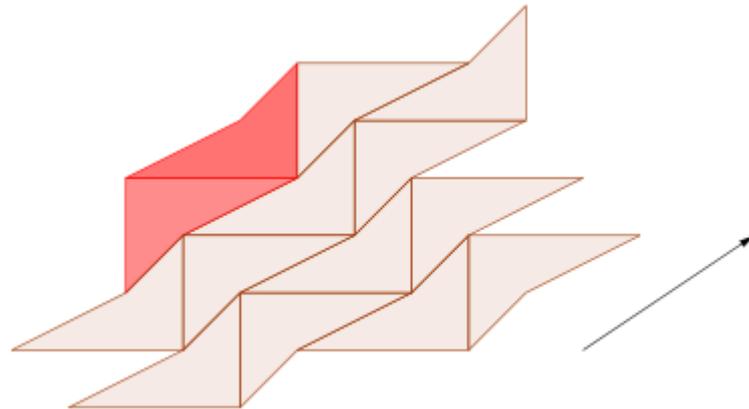
# Verifiche degli apprendimenti

## LE TASSELLAZIONI O PAVIMENTAZIONI

A geometria io e la nostra classe abbiamo affrontato l'argomento della tassellazione ( o pavimentazione ) . La pavimentazione avviene quando rivestiamo un piano di una stessa figura tipo quando ricopriamo un piano rettangolare con una figura quadrata. In questo modo pavimentiamo un piano.



Selene ha  
riconosciuto  
una  
tasselazione  
a casa sua!



Fare una tassellazione vuol dire riempire con una stessa figura un piano .

noi lo abbiamo fatto su geogebra con un quadrilatero concavo .

Abbiamo trovato il punto medio di ogni lato e facendo la simmetria centrale abbiamo fatto la tassellazione .In questo modo abbiamo trovato la figura che si ripete e l'abbiamo colorata di colori diversi dal resto della figura (io l'ho colorata di **rosso**).

# Risultati ottenuti

Si sono ottenuti ottimi risultati nella partecipazione degli alunni alla lezione: tutti si sono messi in gioco, hanno affrontato uno strumento poco utilizzato (il software di geometria dinamica), si sono sforzati di rispondere alle richieste dell'insegnante.

# Risultati ottenuti

La costruzione, manipolazione, gestione degli oggetti geometrici è stata agevole anche quando lo strumento informatico poneva dei limiti, principalmente per le limitate dimensioni dello schermo dei netbook utilizzati, dimostrando l'effettiva comprensione dell'attività svolta.

# Risultati ottenuti

Non tutti, ma una buona maggioranza degli alunni, ha ritrovato la regola di composizione di due simmetrie centrali che risultano in una traslazione, individuando il vettore caratteristica.

# Efficacia del percorso

Lo scopo del percorso era quello di indurre gli alunni a mettersi alla prova, riflettere, ragionare sulle proprietà delle figure geometriche, senza dover ricorrere al dato numerico.

L'uso di un programma guida gli alunni a formalizzare correttamente l'azione da compiere (scelgo lo strumento giusto, gli do le corrette informazioni in modo formalmente esatto) mentre lo libera dalle azioni ripetitive permettendogli di ragionare agevolmente sul risultato.

# Efficacia del percorso

Invitare gli alunni a “scrivere di matematica”, potendo controllare facilmente il risultato anche da casa con le Google apps, è stato molto positivo.

In realtà è su questo punto, sia sulla correttezza del testo in sé che sulla formattazione, che sarà doveroso intervenire meglio quando questo percorso sarà riproposto, dedicando il tempo necessario perché ognuno fornisca un lavoro apprezzabile non solo dal punto di vista matematico.