



Il cerchio e dintorni

Scuola Secondaria di primo grado

Area disciplinare: Matematica

I.C. «RITA LEVI-MONTALCINI» LUCIGNANO

Scuola "G. Rigutini" - sez. Marciano della Chiana

Realizzato con il contributo della Regione Toscana nell'ambito del progetto

Rete Scuole LSS a.s. 2020/2021



Il cerchio e dintorni

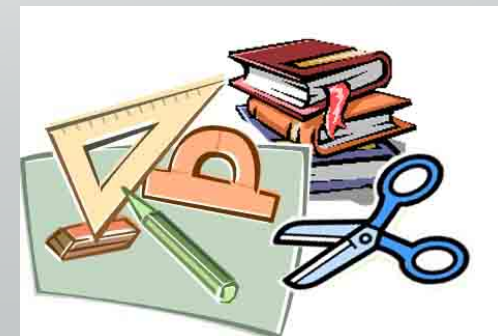
I.C. «RITA LEVI-MONTALCINI» LUCIGNANO

Scuola Secondaria di primo grado

G. Rigutini - Marciano

Classe III C e III D

Insegnanti : Barbini Federica, Lazzerini Elena, Meucci Andrea



Dal curriculum verticale

SPAZIO E FIGURE	ABILITA' e CONOSCENZE	TRAGUARDI di COMPETENZA
	<ul style="list-style-type: none">• Individuare le proprietà essenziali delle figure e riconoscerle in situazioni concrete.• Rappresentare sul piano punti, rette, semirette, segmenti.• Rappresentare, confrontare angoli• Disegnare figure geometriche con semplici tecniche grafiche e operative.	Riconoscere le forme nel piano e le loro rappresentazioni, individuare le loro caratteristiche
RISOLVERE I PROBLEMI	<ul style="list-style-type: none">• Formulare ipotesi.• Risolvere il problema.• Verificare il risultato.	Spiegare il procedimento seguito, Saper confrontare procedimenti diversi.

**ACQUISIRE E
INTERPRETARE LE
INFORMAZIONI**

- **Orientarsi sul piano cartesiano e suo utilizzo per la costruzione di semplici figure geometriche.**
- **Riconoscere le conseguenze di un'argomentazione corretta.**

APPROCCIO METODOLOGICO

Nel percorso didattico è stato privilegiato il lavoro manuale, utilizzando in modo sistematico la modalità didattica del laboratorio. Le attività hanno previsto un lavoro individuale per permettere una riflessione personale sulle scoperte avvenute durante il laboratorio. Sarebbe stato auspicabile un lavoro di gruppo ma la situazione emergenza COVID, non ha permesso questa modalità

Si è voluto valorizzare l'esperienza, la discussione fra pari e l'apprendimento collaborativo, confluiti poi in una formalizzazione delle regole apprese

MATERIALI

- Cancelleria varia
- Cartoncini di vario spessore
- Spugne
- Scotch
- Ferma campioni
- Stelle filanti
- Pentole, coperchi, hula hoop

STRUMENTI

- Goniometro
- Calcolatrice
- Compasso



AMBIENTE



- Aula: purtroppo non è stato possibile organizzarsi in maniera tale da permettere il lavoro di gruppo e la consultazione condivisa dei materiali. E' comunque stata favorita la discussione di gruppo.

Tempi

Il percorso si è svolto durante all'inizio del primo quadrimestre ed ha previsto un monte ore di 10 ore, circa due ore per laboratorio



ORGANIZZAZIONE GENERALE DEL LAVORO

Il progetto prevede 5 momenti diversi, strutturati in cinque diversi laboratori atti a scoprire caratteristiche e generalità sul cerchio.

LAB 1 - LEGAME TRA CIRCONFERENZA e DIAMETRO

LAB 2 - IL π

LAB 3 - AREA DEL CERCHIO

LAB 4 - IL CERCHIO IN MUSICA e COSTRUZIONE DEL DISCO ORARIO

LAB 5 - IL CERCHIO IN MUSICA E COSTRUZIONE DI UN PICCOLO TAMBURO

SCELTE DIDATTICHE:

L'argomento, in generale, risulta ostico e spesso gli alunni lo imparano le formule a memoria senza rifletterci.

La scelta di scoprire alcune delle caratteristiche del cerchio mediante laboratori ha permesso:

Apprendimenti disciplinari:

- Comprendere le relazioni che intercorrono tra le parti del cerchio
- Capire semplici dimostrazioni pratiche delle caratteristiche delle figure piane
- Riflettere sui concetti di direttamente proporzionale, rapporto.
- Collegare materie anche molto diverse tra loro

Competenze trasversali

- Capacità di generalizzare una regola partendo dal particolare
- comprendere che percorsi diversi possono arrivare ad uno stesso risultato
- Condivisione dei risultati
- Collegare tra materie diverse

“più tempo i nostri ragazzi avranno dato allo studio del concreto, quanto più tempo avranno perduto nell'osservare, tanto meglio passeranno dopo alla comprensione delle forme astratte”.

Emma Castelnuovo



Laboratorio 1

Legame tra circonferenza e diametro

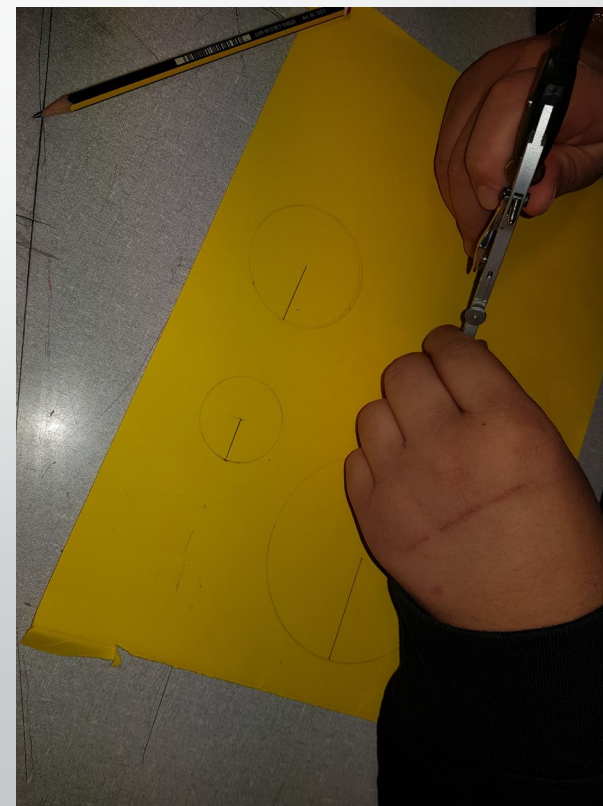
ORGANIZZAZIONE:

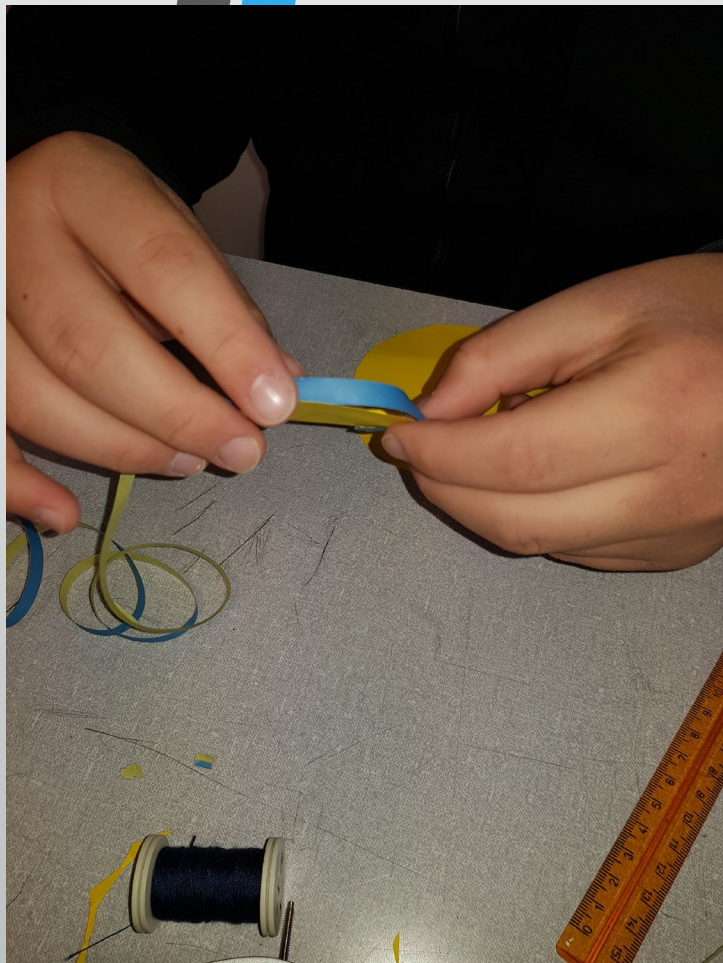
- lavoro individuale e riflessione collettiva per formalizzare le «scoperte»
- I ragazzi sono stati stimolati da una serie di domande guida
- Lavoro con cartoncini colorati



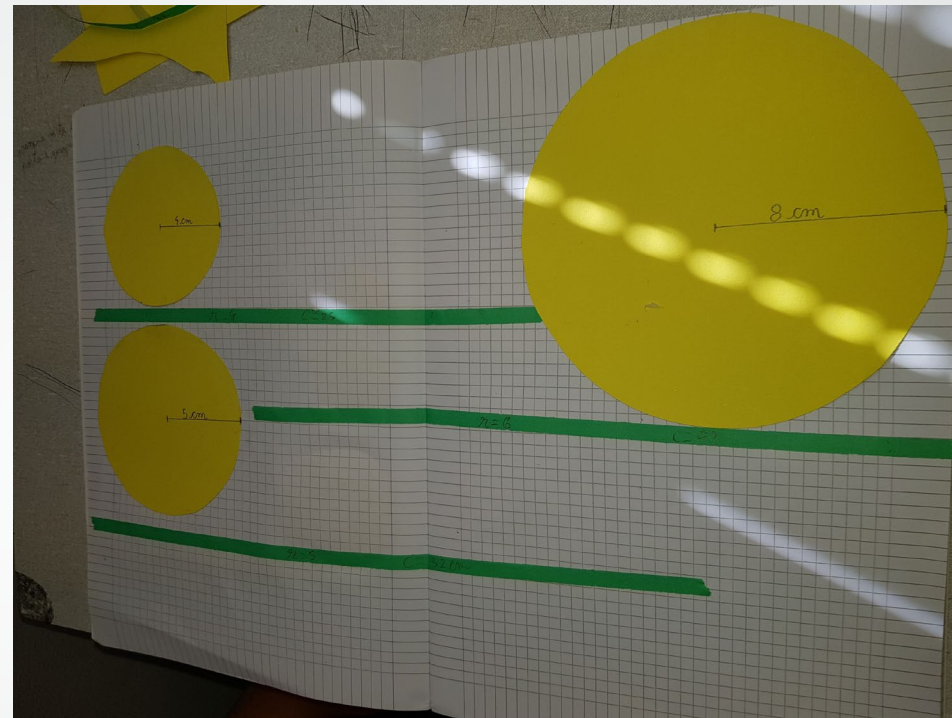
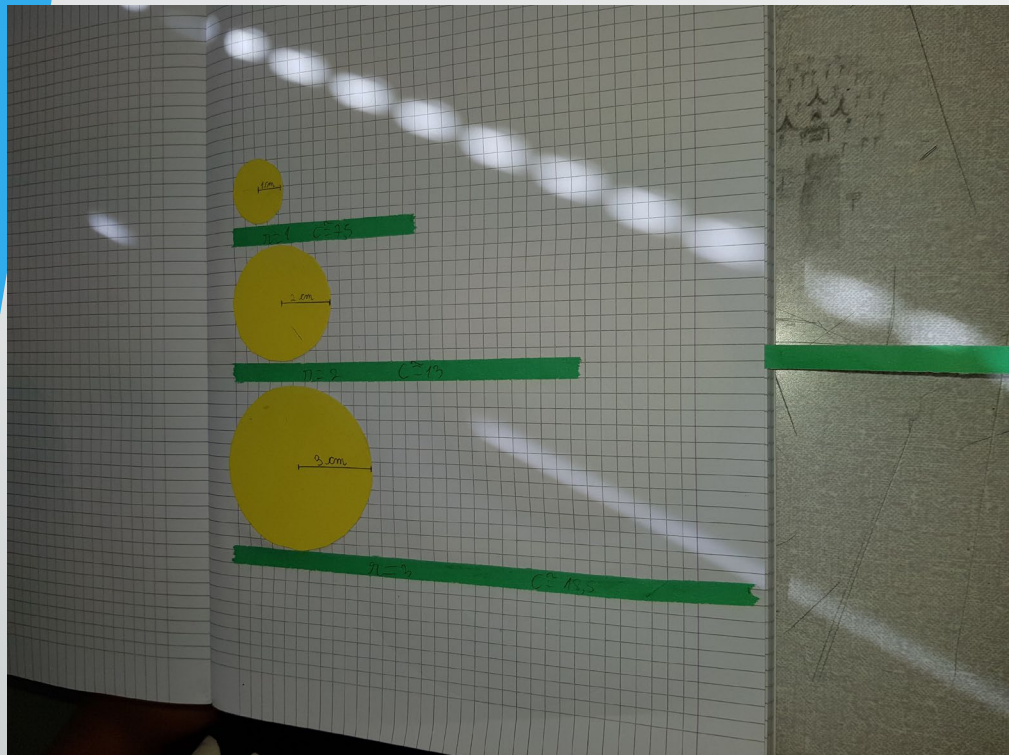
Ogni ragazzo ha costruito 5
circonferenze di raggio multiplo

Durante la costruzione delle circonferenze è stato
fatto anche un ripasso della definizione di
circonferenza, cerchio, raggio e diametro





I ragazzi avvolgono dei dischi di raggio multiplo con delle corde di carta (= stelle filanti) per ricavarne delle strisce di carta lunghe quanto la lunghezza della circonferenza

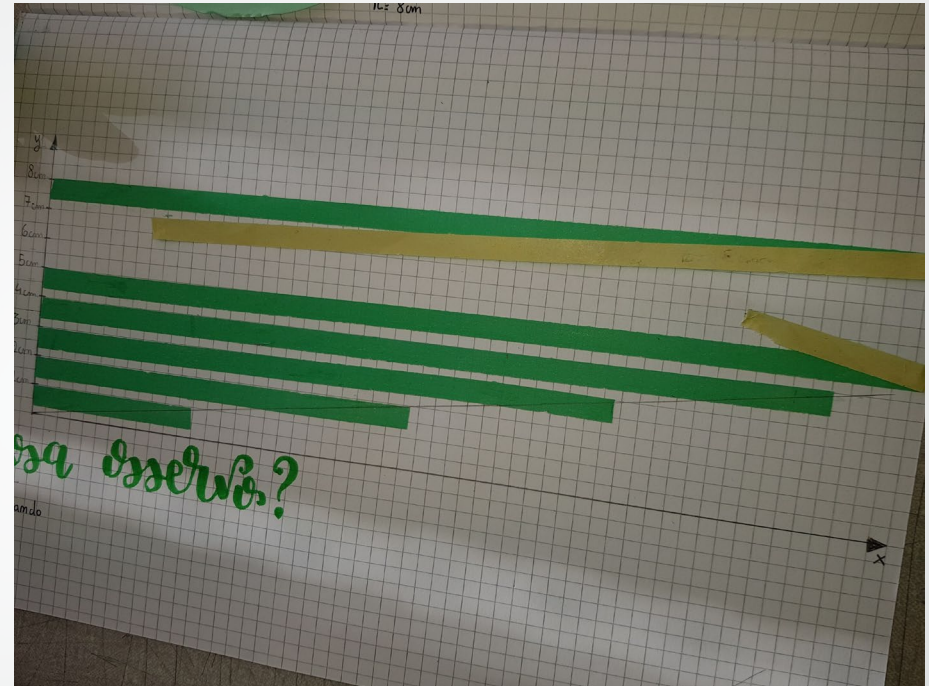
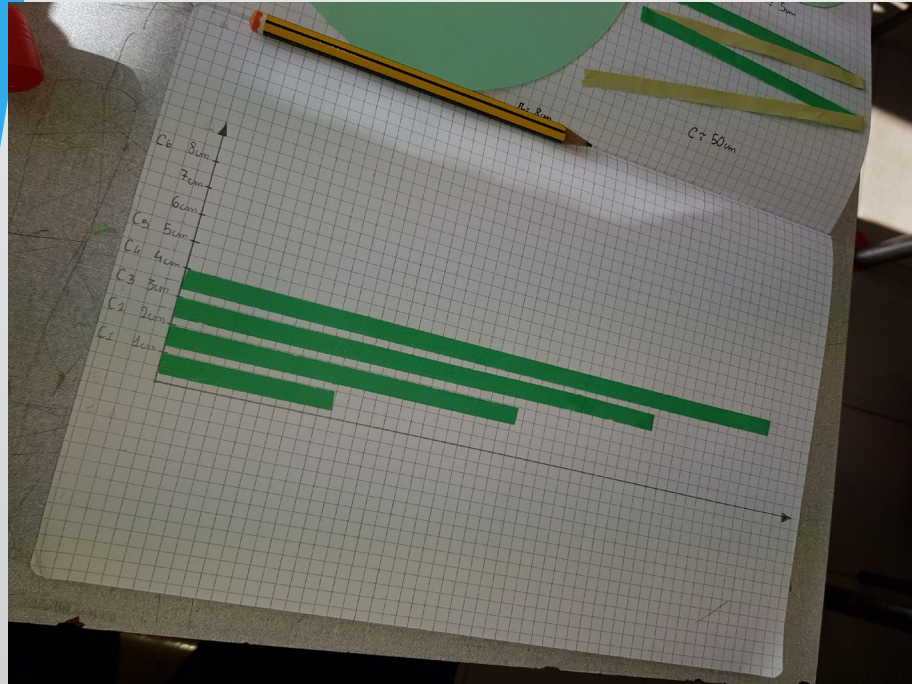


I ragazzi hanno incollato le «strisce circonferenza» accanto alla propria circonferenza

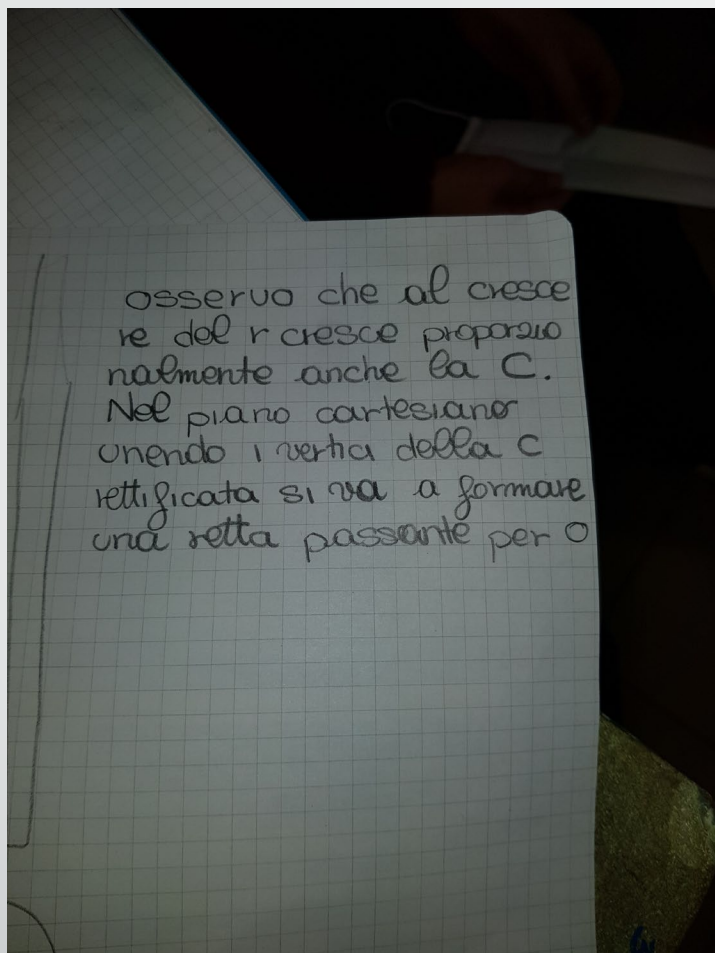
COSA NOTATE?

Più è grande la
circonferenza più è lunga la
striscia

Le strisce sono una il
doppio dell'altra, le
circonferenze no



I ragazzi hanno incollato le «strisce circonferenza» in un piano cartesiano e si sono resi conto della relazione che intercorre tra diametro e circonferenza



LA MISURA DEL DIAMETRO è
DIRETTAMENTE
PROPORZIONALE ALLA
LUNGHEZZA DELLA
CIRCONFERENZA

Laboratorio 2

Scopriamo il π greco

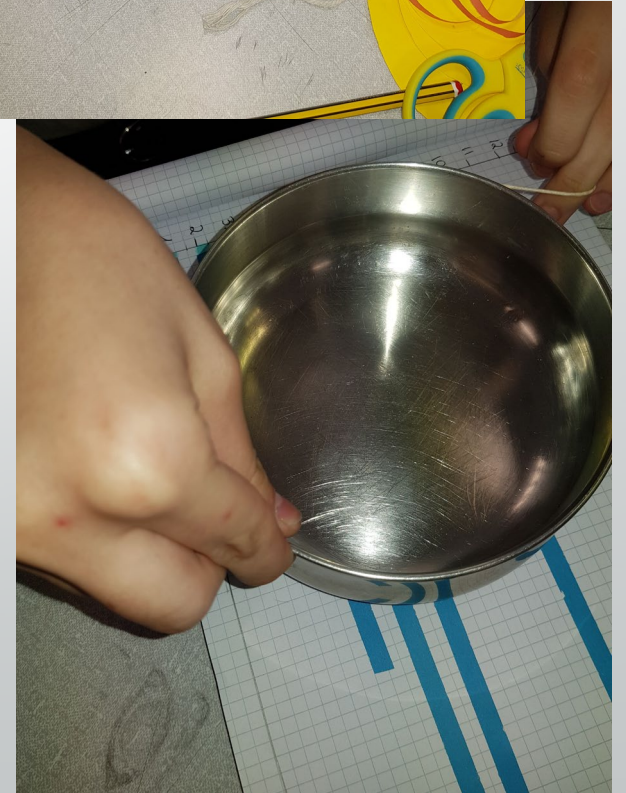
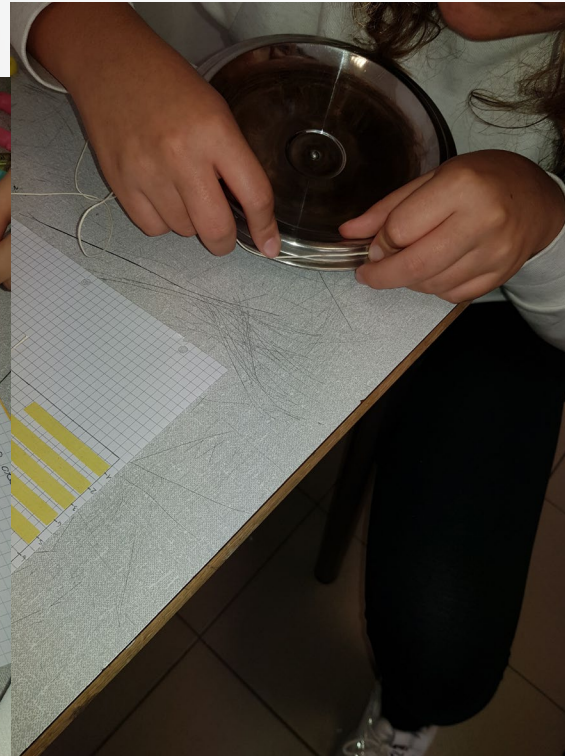
ORGANIZZAZIONE:

- lavoro individuale e riflessione collettiva per formalizzare le «scoperte»
- I ragazzi sono stati stimolati da una serie di domande guida e dall'osservazione dei risultati
- Lavoro con oggetti circolari, spago e metro

Ogni ragazzo ha portato un oggetto rotondo

- pentole,
- Coperchi di varie misure
- Hula hoop

E con lo spago avvolgono la circonferenza



NOME	C	d
AURORA	49,5	15,6
FLAVIO	31,7	10
MARTY	48	15
RICCHI	37	11,8
FILY	60,5	19,5
DEBY	46,7	14,5
NOE C	37	11,7
SIMONE	38	11,2
EDO	37	11,3
GIANLUCA	24	7
NOEMI F.	75	21,5
SIMO	45	15
AURORA	266	75
CHIARA	276,5	82

MEDIA $\approx 3,24$
 QUESTO RAPPORTO SI CHIAMA PI GRECO
 $\pi = \frac{C}{d} \approx 3,14$
 FORMULA X CALCOLARE LA CIRCONFERENZA

NOME	CIRCONFERENZA	DIAMETRO	c/d
Simone	38cm	11,8cm	3,22cm
Noemi S.	37cm	11,7cm	3,16cm
Rebecca	46,7cm	14,5cm	3,22cm
Filippo	60,5cm	19,5cm	3,10cm
Riccardo	37cm	11,9cm	3,11cm
Martina	48cm	15cm	3,20cm
Flavio	31,7cm	10cm	3,17cm
Aurora C.	49,5cm	15,6cm	3,17cm
Edoardo	37cm	11,9cm	3,11cm
Gianluca	24cm	7cm	3,42cm
Noemi F.	75cm	21,5cm	3,50cm
Simone	45cm	15cm	3cm
Aurora	266cm	75cm	3,55cm
Chiara	276,5cm	82cm	3,37cm

MEDIA del RAPPORTO tra circonferenza e diametro $\approx 3,24$
 Questo rapporto si chiama **PI GRECO**
 $\pi = 3,14$
 $\pi = \frac{C}{d} = \frac{C}{2r}$
 $C = 2r \cdot \pi = d \cdot \pi$
 formula per calcolare la circonferenza

NOME	CIRC.	DIAMETRO
SIMONE	38	
NOEMI S.	37	
REBY	46,7	
FILY	60,5	
RICKY	37	
MARTY	48	
FLAVIO	31,7	
AURORA C.	49,5	
EDO	37	
GIANLUCA	24	
NOEMI F.	75	
SIMO	45	
AURORA B.	266	
CHIARA	276,5	

- questo rapporto si chiama **PI GRECO** π e vale 3,14
 $\pi = \frac{C}{d} = \frac{C}{2r}$
 $C = 2r \cdot \pi \rightarrow$ formula x calcolare la CIRCONFERENZA

Abbiamo costruito una tabella dove è stata riportata la misura de diametro e la misura della circonferenza

Ognuno ha calcolato il rapporto tra la circonferenza e il diametro.....

MA PROF...VIENE SEMPRE CIRCA 3

.....



NOME	CIRCONFERENZA	DIAMETRO	c/d
Simren	38cm	11,8cm	3,22cm
Noemi S.	37cm	11,7cm	3,16cm
Rebecca	46,7cm	14,5cm	3,22cm
Filippo	60,5cm	19,5cm	3,10cm
Riccardo	37cm	11,9cm	3,11cm
Martina	48cm	15cm	3,20cm
Flavio	31,7cm	10cm	3,17cm
Aurora C.	49,5cm	15,6cm	3,17cm
Edoardo	37cm	11,9cm	3,11cm
Gianluca	24cm	7cm	3,42cm
Noemi F.	75cm	21,5cm	3,50cm
Simone	45cm	15cm	3cm
Aurora	266cm	75cm	3,55cm
Chiara	276,5cm	82cm	3,37cm

MEDIA del RAPPORTO tra circonferenza e diametro
= 3,24cm

Questo rapporto si chiama
PI GRECO
= π
= 3,14

$\pi = \frac{c}{d} = \frac{c}{2r}$

$C = 2r \cdot \pi = d \cdot \pi$

formula per calcolare la circonferenza

$d = \frac{c}{\pi} \quad r = \frac{c}{2\pi}$

Discutendo insieme abbiamo scoperto che il rapporto tra diametro e circonferenza è sempre 3,14... e che questo numero è il π

	c	d	c/d
SIMONE	38	11,8	3,22
NOEMI S.	37	11,7	3,16
REBECCA	46,7	14,5	3,22
FILIPPO	60,5	19,5	3,10
RICCARDO	37	11,9	3,11
MARTINA	48	15	3,20
FLAVIO	31,7	10	3,17
AURORA C.	49,5	15,6	3,17
EDOARDO	37	11,9	3,10
GIANLUCA	24	7	3,42
NOEMI F.	75	21,5	3,50
SIMONE	45	15	3
AURORA	266	75	3,55
CHIARA	276,5	82	3,37

Media del rapporto tra circonferenza e diametro = 3,14

QUESTO RAPPORTO SI CHIAMA PI GRECO = π e vale 3,14

$\pi = \frac{c}{d} = \frac{c}{2r}$

$C = 2r \cdot \pi = d \cdot \pi$

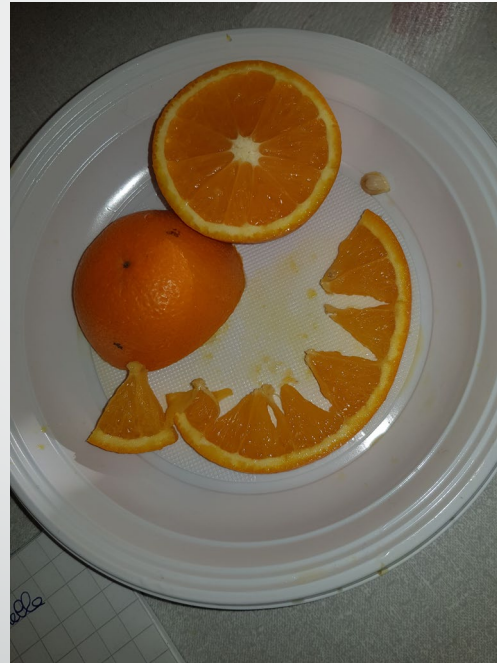
ALLORA SE CONOSCO IL π E IL RAGGIO POSSO CALCOLARE LA CIRCONFERENZA

Laboratorio 3

Area del cerchio

ORGANIZZAZIONE:

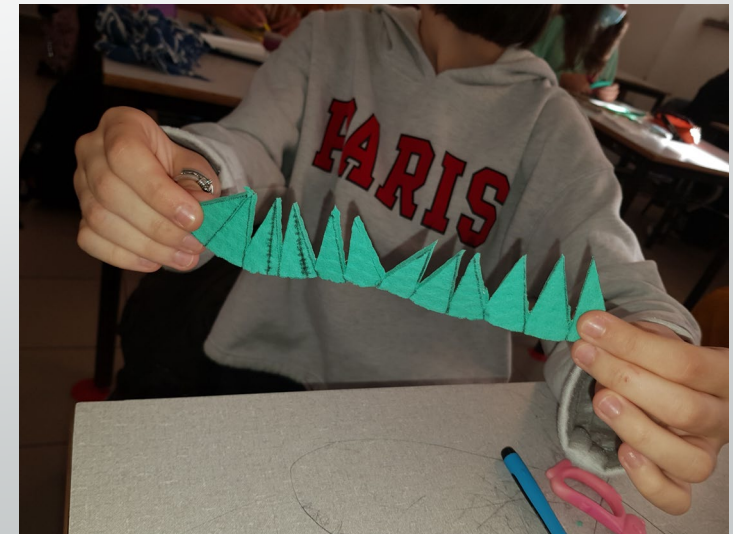
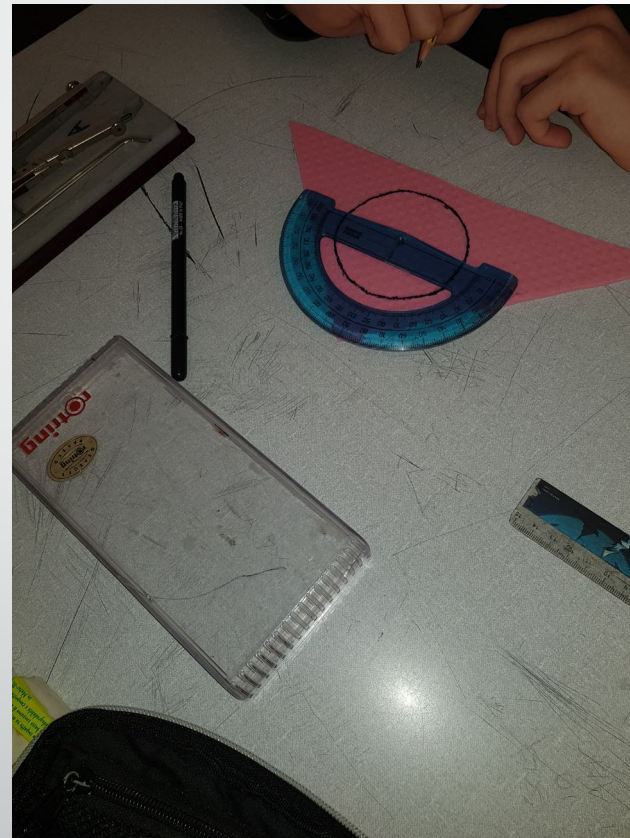
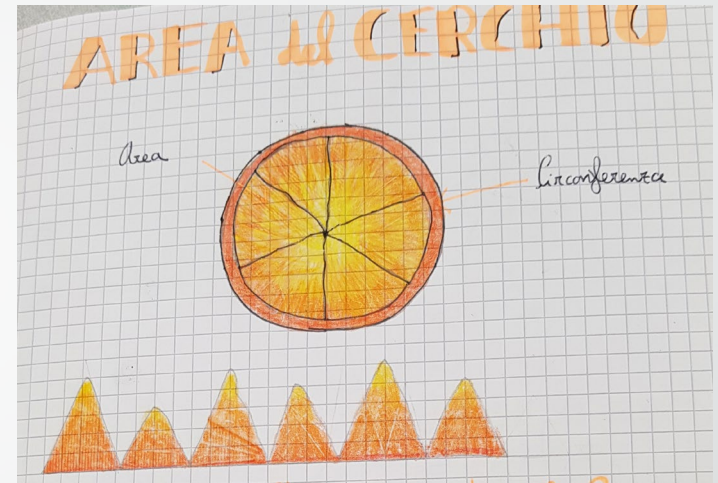
- Osservazione collettiva sulla similitudine tra fetta di arancia e area
- lavoro individuale e riflessione collettiva per formalizzare le «scoperte»
- I ragazzi sono stati stimolati da una serie di domande guida e dall'osservazione dei risultati
- Lavoro con spugne, cartoncini e goniometro



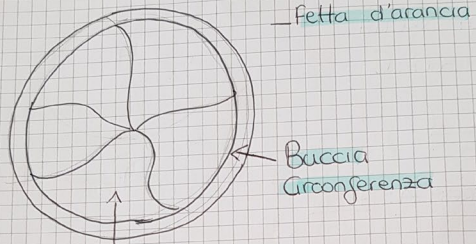
Abbiamo preso una fetta di arancia e l'abbiamo srotolata in modo da approssimarla ad una serie finita di triangoli.

Ragionando assieme abbiamo detto che l'area della fetta era la somma dell'area dei triangoli che la componevano

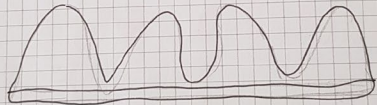
Viene modellizzata la fetta d'arancia con un cerchio di spugna sul quale ogni ragazzo ha disegnato degli spicchi



Area del Cerchio

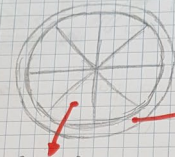


Spicchi ricorrono tutta la superficie

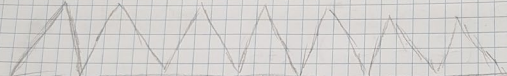


- Posso trovare l'area della circonferenza facendo 360° diviso numero triangolini e l'altezza diventa il raggio per poi fare l'area del triangolo
- Se trovo la base posso poi moltiplicare per il numero dei triangoli facendo così la C.
- Però i triangolini devono essere tutti uguali!

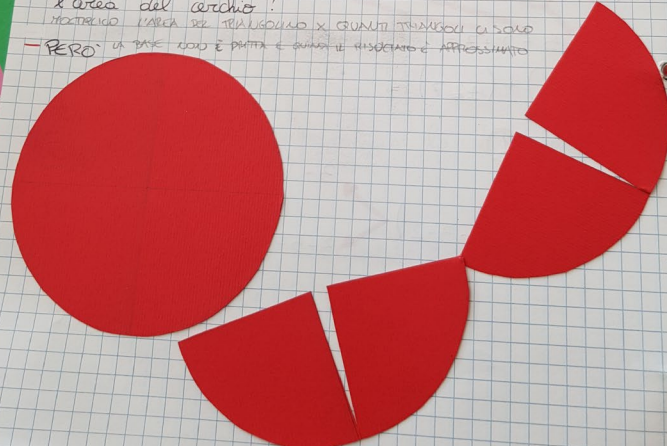
AREA CERCHIO



gli spicchi ricorrono tutta la superficie



- Come posso trovare l'area di un triangolino?
diviso la circonferenza x quanti triangolini ci sono e poi moltiplico il r. e divido
- Trovata l'area del triangolino come posso trovare l'area del cerchio?
moltiplico l'area del triangolino x quanti triangolini ci sono
- PERÒ: la base non è dritta e quindi il risultato è approssimato



DISCUTENDO INSIEME...

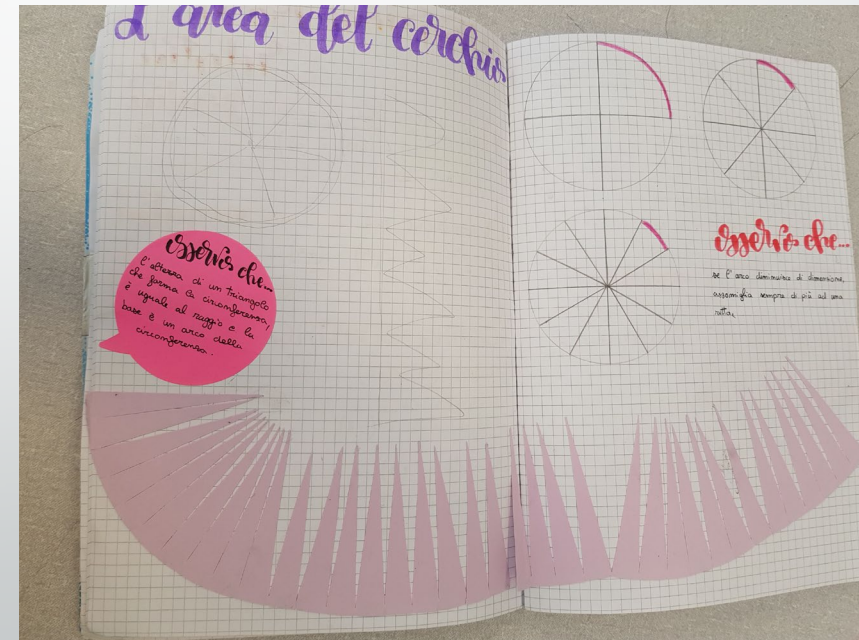
Ma i triangoli non hanno la base dritta

QUESTO è STATO UN PROBLEMA....

Qualcuno ha proposto di misurare la circonferenza e poi dividerla per il numero dei triangoli

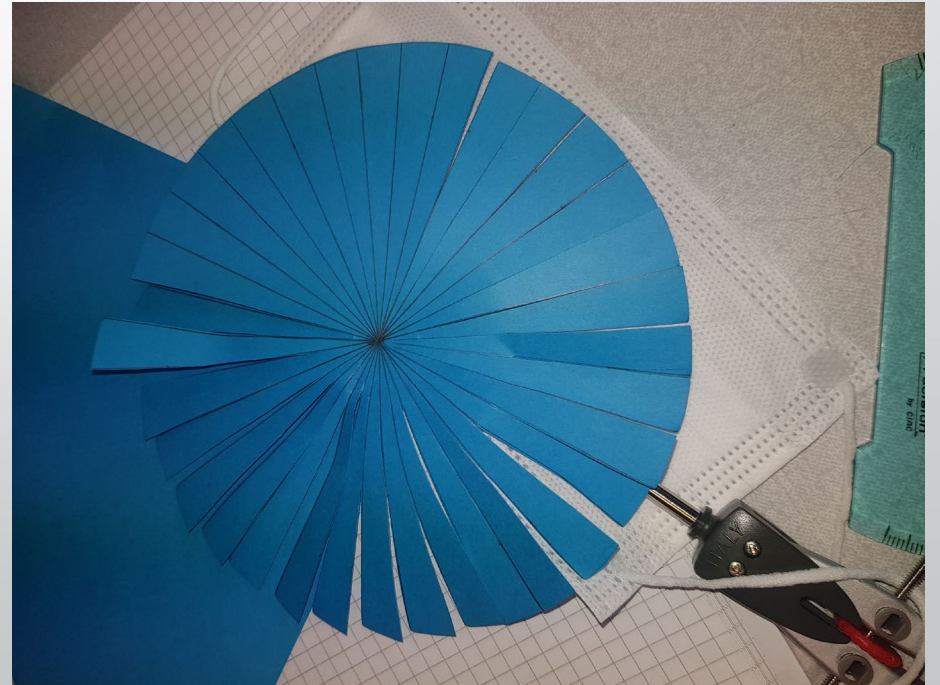
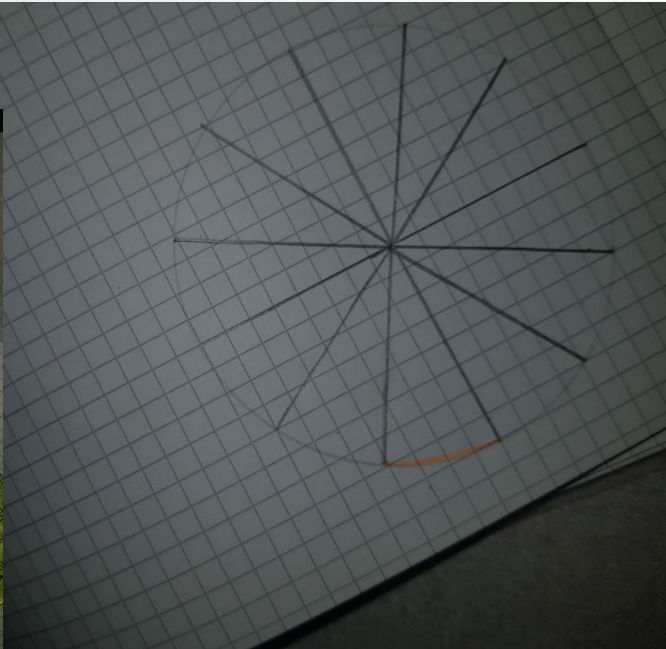
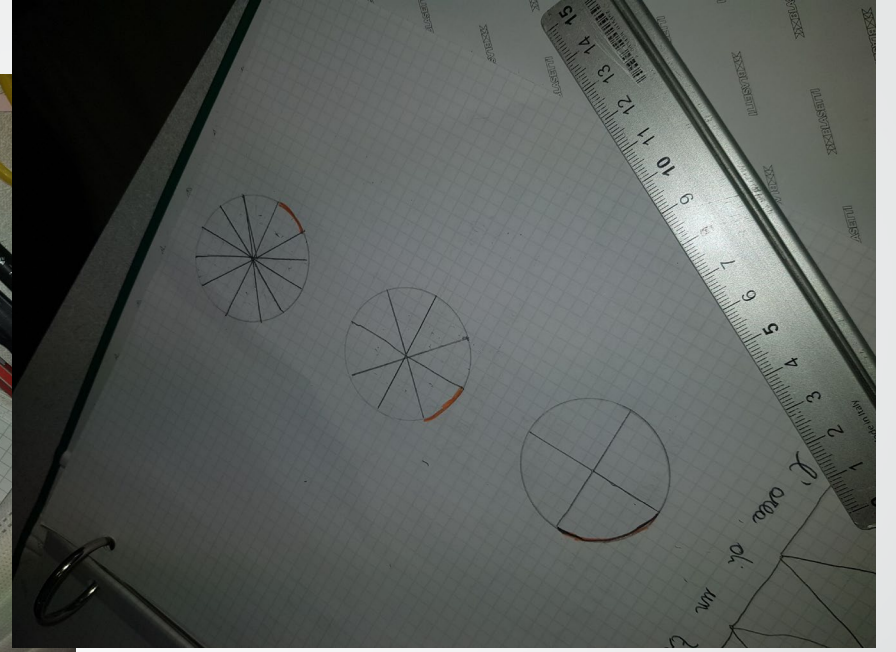
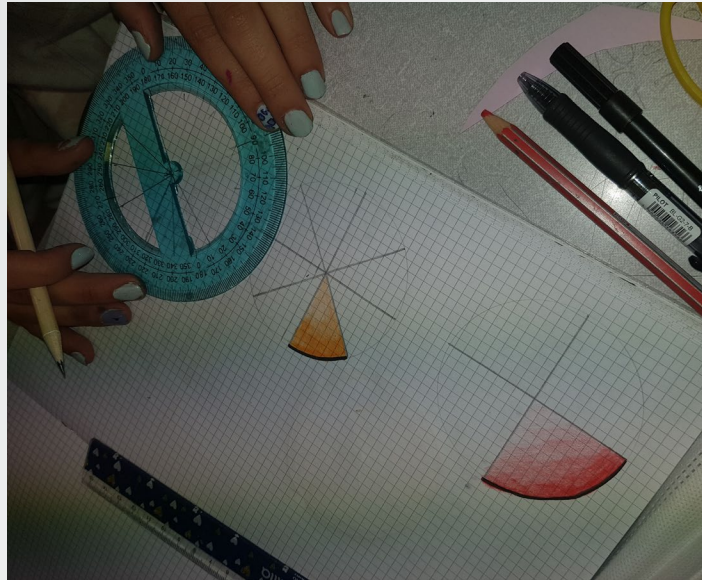
L'altezza è dei triangoli è il raggio!

QUESTA è STATA UNA BELLA SCOPERTA

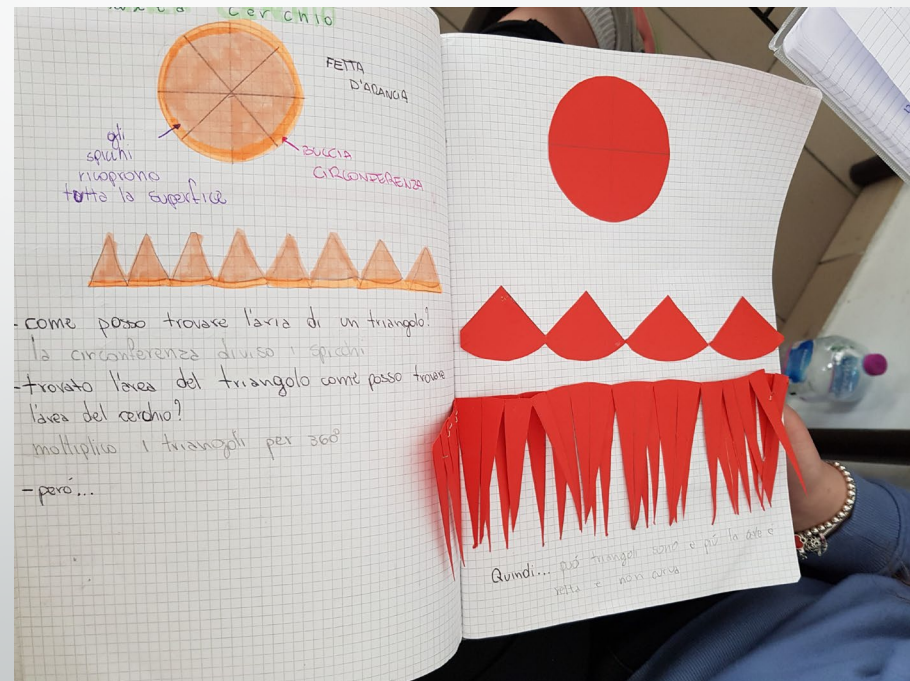
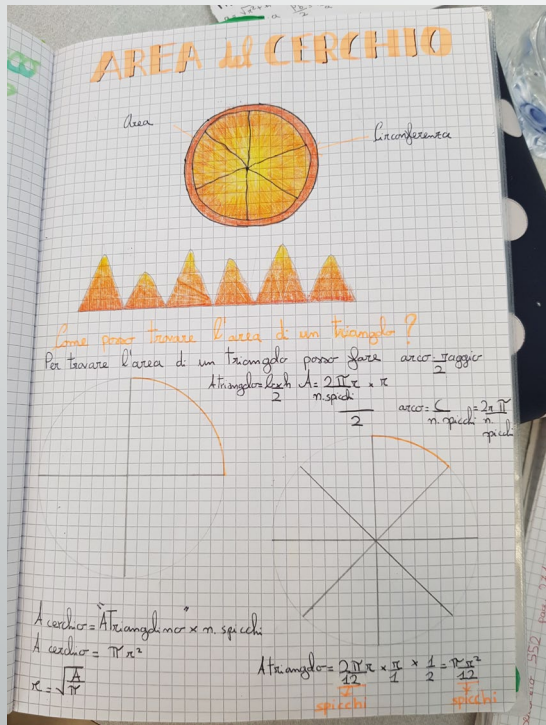


Possibile
soluzione

Se noi rimpiccioliamo i
triangoli la base si
avvicina sempre più ad
una linea dritta e la
nostra approssimazione
è sempre meno!



Un primo calcolo dell'area del cerchio è stata fatta calcolando l'area di ogni triangolino e moltiplicandola per il numero dei triangoli



Media matematica del rapporto tra $C/d \cong 3,14$

Il rapporto tra circonferenza e diametro

SEMPRE **3,14**

Questo è il **PIGRECO**

π

$$\pi = \frac{C}{d} = \frac{C}{2r}$$

$$C = 2\pi \cdot r$$

o

$$C = d \cdot \pi$$

$$r = \frac{C}{2\pi}$$

$$d = \frac{C}{\pi}$$

$$1 - 3x + 1 \leq \frac{3x - 12}{6} \cdot 6$$

A. TRIANGOLO =



$$\frac{b \cdot h}{2}$$

$$h = r$$

$$b = \frac{C}{12} = \frac{2\pi r}{12}$$

$$\text{AREA TRIANGOLO} = \frac{\frac{2\pi r}{12} \times \frac{r}{1}}{2}$$

$$A. \text{ TRIANGOLO} = \frac{2\pi r}{12} \times \frac{r}{1} \times \frac{1}{2}$$

$$A. \text{ TRIANGOLO} = \frac{2\pi r}{12} \times \frac{r}{1} \times \frac{1}{2}$$

A. CERCHIO = AT. \times n. poligoni

$$A. \text{ CERCHIO} = \frac{\pi r^2}{12} \times \frac{12}{1}$$

$$\text{AREA CERCHIO} = \pi r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

UV.

MATILDE	48	16	3
FLORJAN	37	12	3,08
ANDREI TURCU	37	12	3,08
SILVIU	/	/	/

Media matematica del rapporto tra CIRCONFERENZA e DIAMETRO

$$\cong 3,14$$

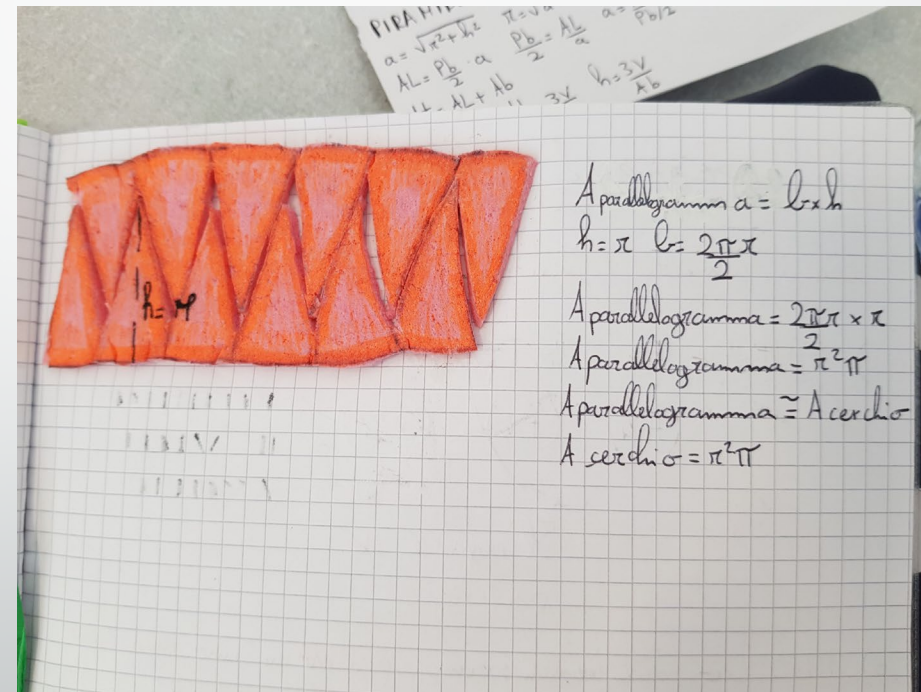
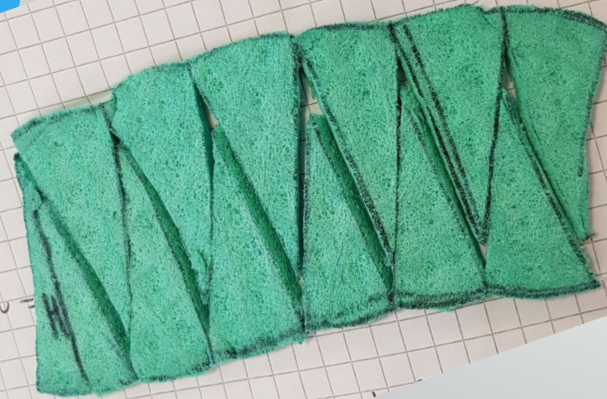
Il rapporto tra circonferenza e diametro è sempre 3,14

Questo numero è il Pi GRECO


$$\pi = \frac{C}{d} = \frac{C}{2r}$$

$$C = 2r\pi \quad \text{oppure} \quad C = d\pi$$

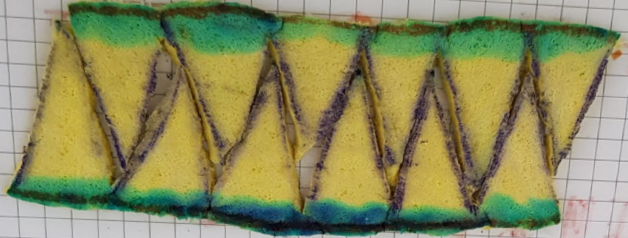
Per arrivare ad una conoscenza il più consapevole possibile della relazione tra l'area del cerchio e il suo raggio abbiamo ricomposto la fetta di spugna in modo da formare un parallelogramma.



In questo caso i passaggi di formalizzazione risultano più semplici perché basta applicare la formula per il calcolo dell'area di un parallelogramma per ottenere direttamente la relazione tra l'area del cerchio e il suo raggio.



$A_{\text{parallelogram}} = b \times h$
 $h = r$
 $b = \frac{C}{2} = \frac{2\pi r}{2}$
 $A_p = \frac{2\pi r \times r}{2}$
 $A_p = r^2 \pi$
 $A_{\text{cerchio}} = A_{\text{cerchio}}$
 $A_{\text{cerchio}} = r^2 \pi$



$A = b \times h$
 $h = b \times h$
 $h = r$
 $b = \frac{C}{2} = \frac{2\pi r}{2}$
 $A_p = A_c = \pi r \cdot r$

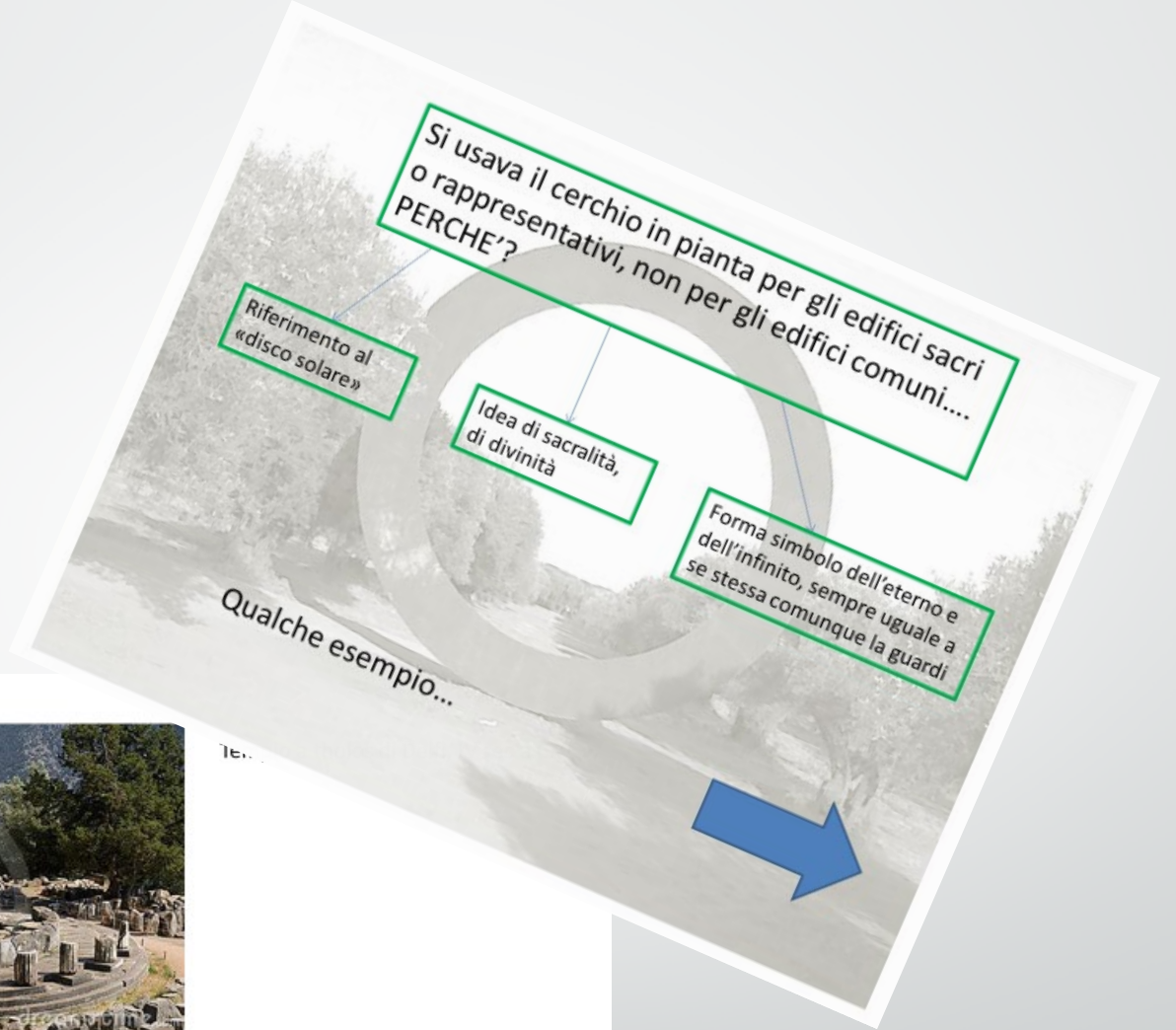
Laboratorio 4

il cerchio in architettura e costruzione del disco orario

ORGANIZZAZIONE:

- Visione di slide e spiegazione della simbologia del cerchio in architettura
- Riflessione sulla simbologia storica del cerchio in architettura
- Costruzione del disco orario
- Lavoro con cartoncini e goniometro

Alcune diapositive proposte



Teatro di Epidauro IV sec a.C.



COSTRUISCO IL DISCO ORARIO

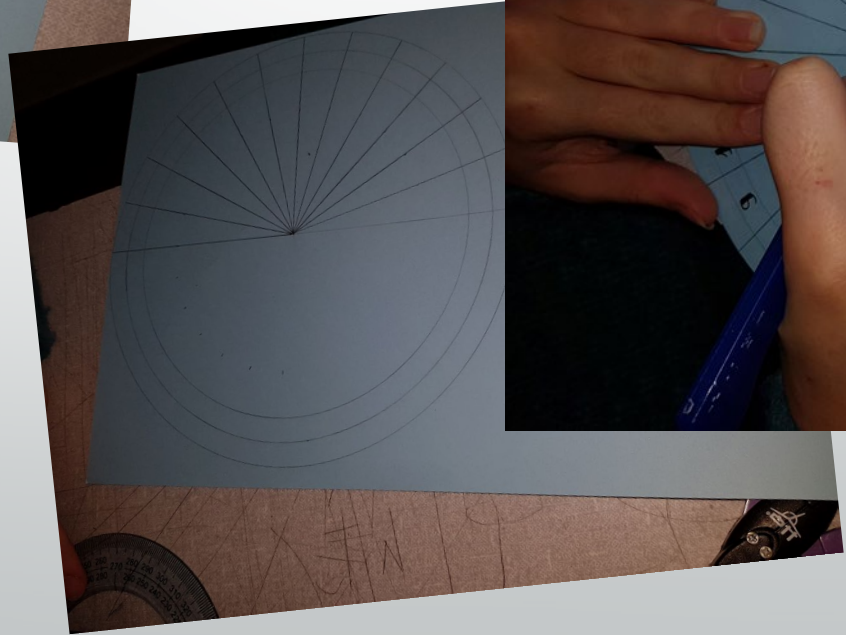
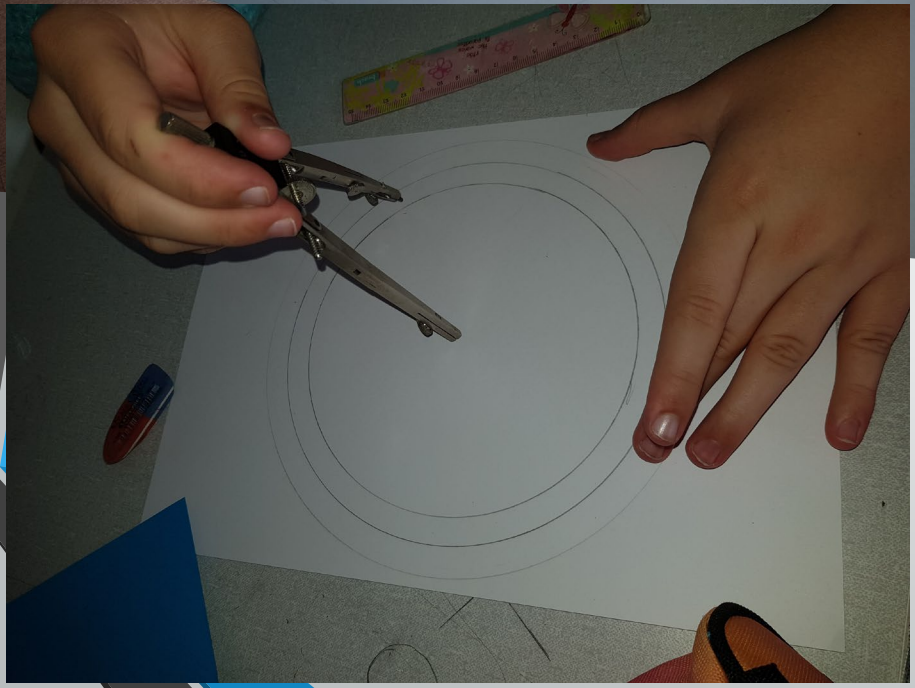
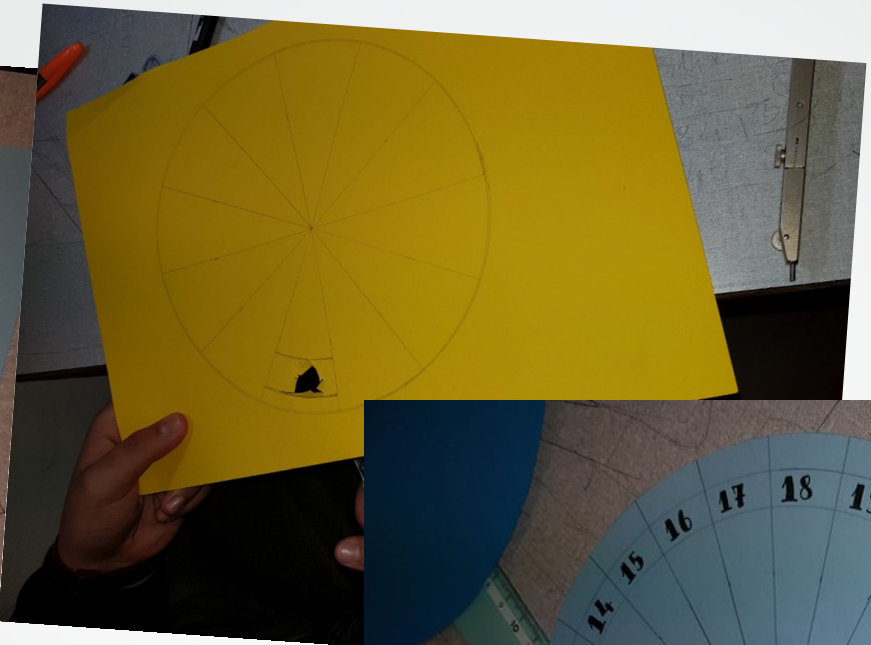
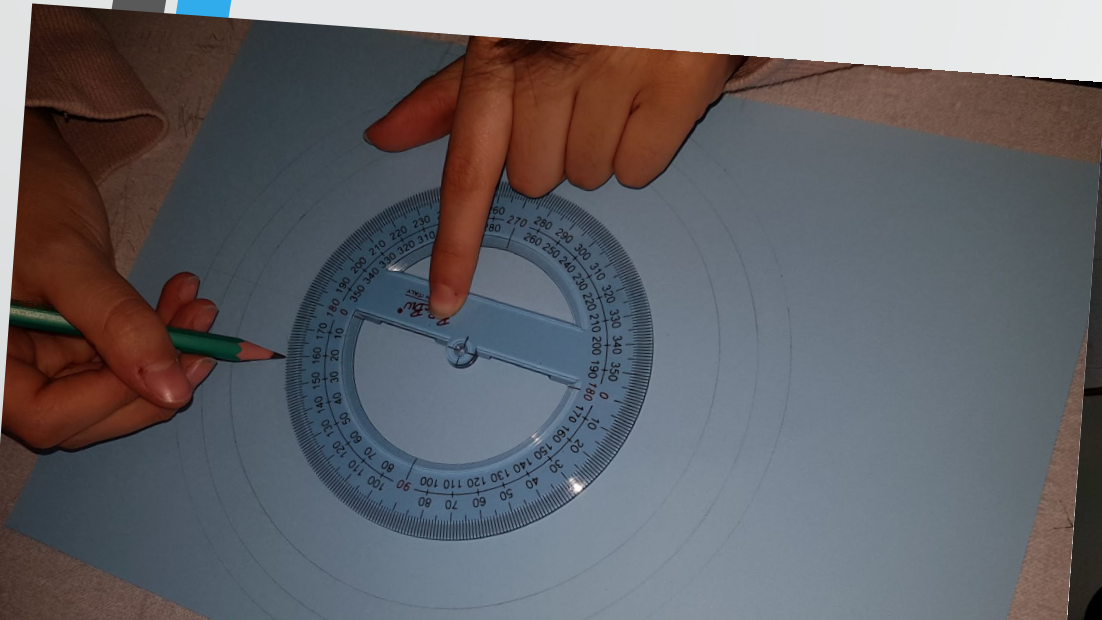
CARTONCINO BIANCO

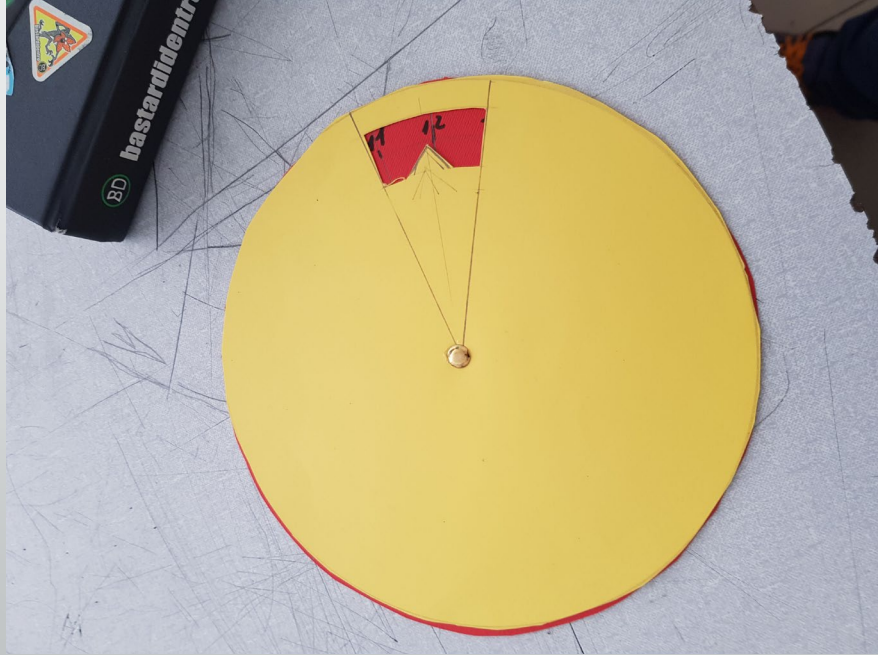
1. Faccio tre cerchi **CONCENTRICI** di raggio: 10, 9 e 8 cm
2. Poi divido il cerchio maggiore in 24 settori circolari di 15° ciascuno
3. Scrivo i numeri da 1 a 24 nella corona circolare tra 9 e 8 cm
4. Ritaglio il disco lungo il bordo del cerchio di raggio 10 cm

CARTONCINO COLORATO

1. Faccio un cerchio di raggio 10 cm
2. Faccio un settore circolare di 30°
3. In questo settore circolare disegno due archi di cerchio di raggio 9 e 7 cm
4. Disegno una linguetta al centro dell'arco di cerchio inferiore
5. Ritaglio la finestrella
6. Ritaglio il disco lungo il bordo del cerchio di raggio 10 cm

Unisco i due dischi al centro con un fermacampioni... **FATTO!**





Laboratorio 5

il cerchio in musica e costruzione di un piccolo tamburo

ORGANIZZAZIONE:

- Visione di slide e spiegazione della simbologia del cerchio in architettura
- Riflessione sulla simbologia storica del cerchio
- Costruzione del tamburo
- Lavoro con barattoli e scotch di un piccolo

Alcune diapositive proposte

MATEMUSICA



- Il simbolo geometrico che rappresenta la perfezione è il cerchio: ogni punto è equidistante dal centro.
- Durante il Medioevo la chiesa aveva un potere enorme e influenzava la vita dell'uomo e l'arte.
- Il numero perfetto per il numero cattolico è il 3. La TRINITA': Padre, Figlio e Spirito Santo.
- Il 3 indica lo scorrere d-1 tempo: passato, presente, futuro

PROLATIO: termine usato nella musica medioevale per descrivere la struttura ritmica. Assieme al tempus corrisponde all'attuale tempo. La prolazione descriveva se una semibreve era uguale a 2 minime (prolazione minore o imperfetta) o se era uguale a 3 minime (prolazione maggiore o perfetta)

The diagram shows four musical staves illustrating different combinations of tempus and prolatio. Each staff starts with a time signature symbol (circle or crescent) and a number (2 or 3) indicating the number of minims in a semibreve. The notation includes squares for semibreves and diamonds for minims.

- Staff 1: *tempus perfectum prolatio major*. Circle with 3. Semibreve = 3 minims.
- Staff 2: *tempus perfectum prolatio minor*. Circle with 3. Semibreve = 2 minims.
- Staff 3: *tempus imperfectum prolatio major*. Crescent with 2. Semibreve = 3 minims.
- Staff 4: *tempus imperfectum prolatio minor*. Crescent with 2. Semibreve = 2 minims.

Labels at the bottom: *brevis*, *semibrevis*, *minima*

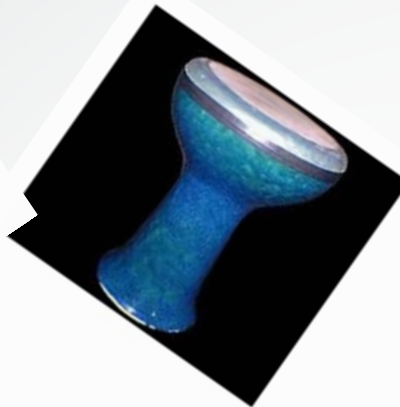
IL TEMPO

- Il tempo perfetto è il tempo ternario: 3 movimenti. L'odierno 9/8
- Il tempus indicava il numero dei movimenti ed era stabilito dal cerchio. Se completo valeva 3. Se metà valeva 2

TEMPUS PERFECTUM E PROLATIO IMPERFECTA

$$\bigcirc = \frac{3}{4}$$

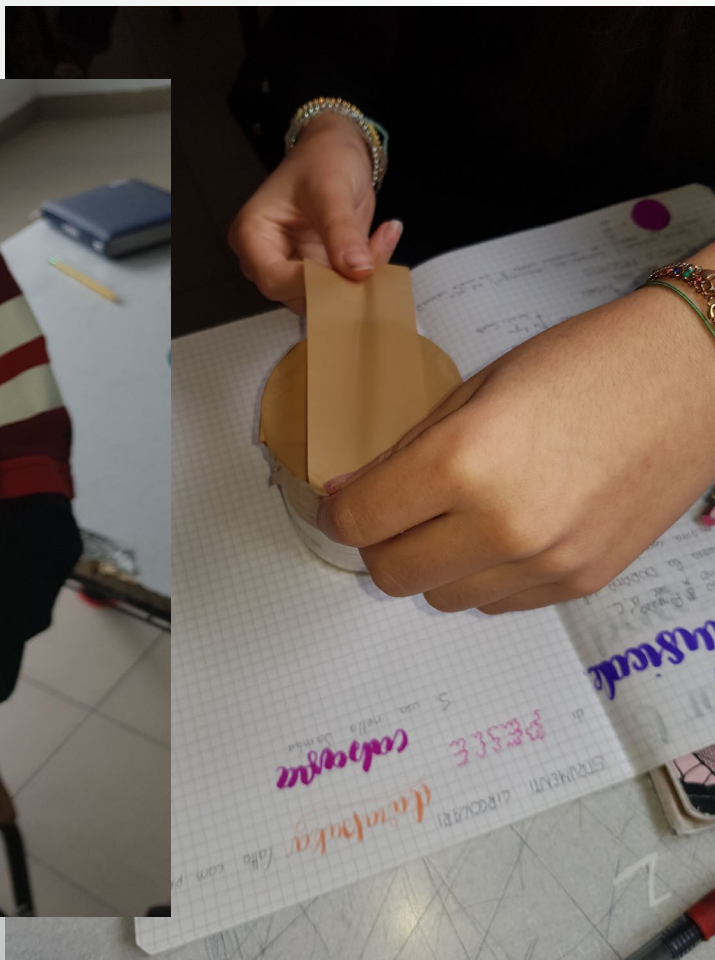
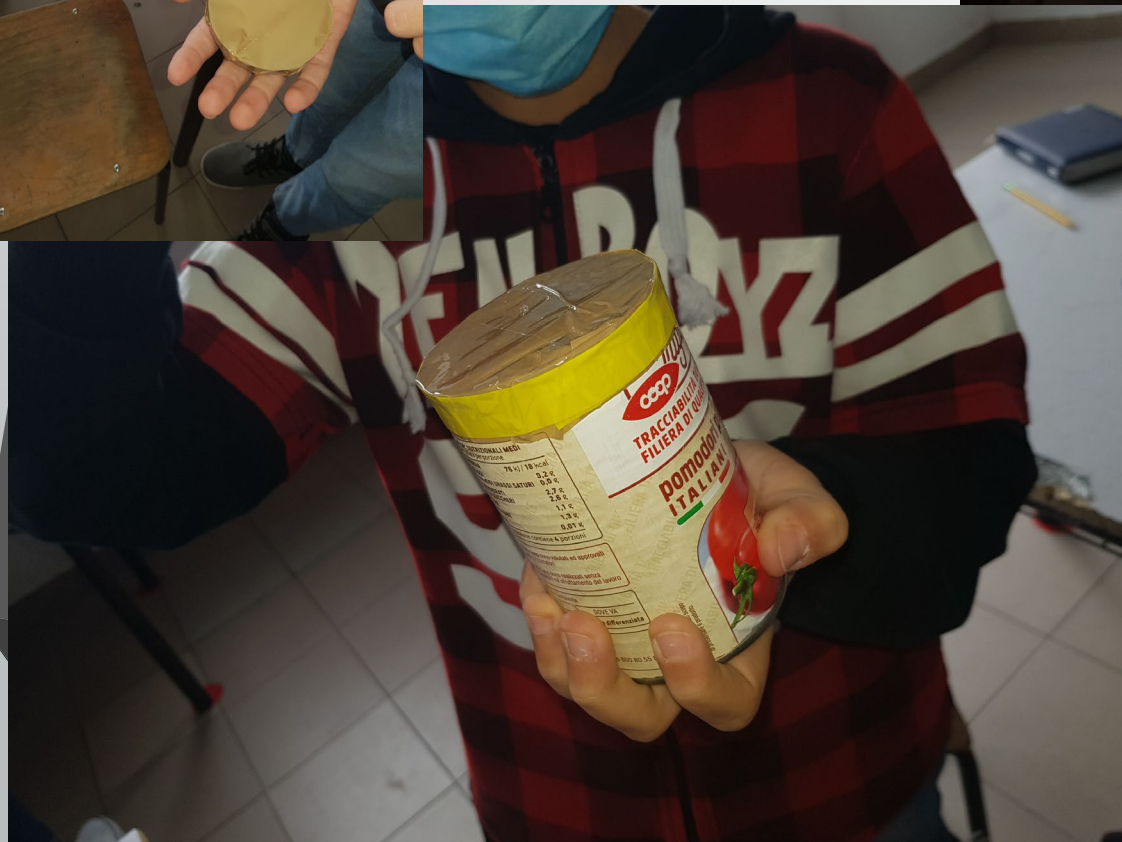
Le percussioni



Tendere una pelle
quadrata,
rettangolare o di altra
forma che non sia
circolare può creare
pieghe o
sovrapposizioni



COSTRUISCO UN PICCOLO TAMBURO



VERIFICHE



IN ITINERE

- Riflessioni di gruppo durante il lavoro, che hanno portato a discussioni collettive
- Man mano che i ragazzi costruivano le figure l'insegnante ha potuto far notare caratteristiche particolari del cerchio
- Man mano che venivano usati i diversi strumenti di disegno, è stato possibile non solo ripassare l'uso del goniometro e del compasso, ma anche il concetto di angolo e di angolo al centro

FINALE

- verifiche strutturate sul cerchio. Il laboratorio con la costruzione del disco orario ha permesso di capire se gli alunni avevano compreso la sintassi del cerchio (raggio, diametro, settore circolare etc..)

RISULTATI

DIDATTICI SULLA DISCIPLINA

- Conoscenza delle varie caratteristiche dei del cerchio e delle sua parti. Comprensione delle formule matematiche relative al cerchio
- Uso degli strumenti da disegno
- Comprensione del concetto di angolo, angolo al centro, settore circolare
- Astrazione dal particolare al generale di regole matematiche



RISULTATI INTERDISCIPLINARI

- Sviluppo di manualità fine (piegatura della carta, ritagliare piccole parti, uso di materiali diversi)
- Sviluppo delle capacità manuali di disegno
- Sviluppo delle capacità di sintesi (dall'osservazione alla regola)
- Seguire un ragionamento logico matematico per formulare una formula
- Sviluppo delle capacità di osservazione
- Capacità di discutere e condividere i risultati ottenuti
- Sviluppo della capacità critica, e quindi di ritornare sui propri passi per operare scelte diverse



RISULTATI SOCIALI

- Capacità di chiedere aiuto a persone ritenute più esperte
- Capacità di esporre il proprio lavoro mediante una discussione



CRITICITA'

- Non tutti i ragazzi hanno lavorato con lo scopo di scoprire relazioni geometriche, capire i passaggi algebrici, alcuni hanno semplicemente eseguito le istruzioni
- Molta difficoltà nel lavorare con angoli e circonferenze, soprattutto nell'uso del goniometro
- Hanno trovato molta difficoltà nel lavorare con precisione e quindi ottenere risultati soddisfacenti

MIGLIORAMENTI

- Tutti i percorsi potrebbero sarebbero stati molto più proficui facendo lavorare i ragazzi in gruppo, dando domande stimolo e permettendo al gruppo di arrivare ad una soluzione. Purtroppo l'emergenza COVID non ha permesso questo e spesso l'insegnante ha dovuto forzare il percorso per ottimizzare i tempi e per permettere a tutti di comprendere il processo
- Aumentare i tempi di riflessione e di discussione in classe

