



**Iniziativa realizzata con il contributo della Regione
Toscana nell'ambito del progetto**

Rete Scuole LSS
a.s. 2020/2021

The background features a central cluster of five overlapping spheres in orange, light blue, green, pink, and yellow. Several thick, translucent, multi-colored loops (in shades of green, yellow, and blue) swirl around these spheres, resembling atomic orbits or abstract paths. The overall color palette is soft and pastel.

Il trinomio di secondo grado

Il percorso è stato effettuato in:

- Prima Liceo Scientifico
- Seconda Liceo Scientifico
- Terza Liceo Artistico

Collocazione del percorso effettuato nel curriculum verticale

I SCIENTIFICO

Il percorso è stato portato avanti alla fine del secondo quadrimestre, dopo aver svolto l'argomento FUNZIONI, EQUAZIONI e DISEQUAZIONI (dando particolare risalto alle interpretazioni grafiche) nell'ambito delle tecniche di scomposizione di polinomi.

II SCIENTIFICO

Il percorso è stato svolto alla fine del secondo quadrimestre, inserendosi nella usuale programmazione didattica, dopo aver trattato nel dettaglio le funzioni e le equazioni e disequazioni algebriche lineari e di grado superiore al primo risolvibili tramite scomposizione.

III ARTISTICO

Il percorso è stato introdotto alla fine del secondo quadrimestre, dopo aver svolto l'argomento delle Equazioni di secondo grado e lo studio del segno delle equazioni di secondo grado e superiore, ed è stato svolto parallelamente all'introduzione della Parabola.

Obiettivi essenziali di apprendimento

Dalle indicazioni Nazionali

LICEO SCIENTIFICO (primo biennio)

Matematica – Aritmetica ed algebra - Relazioni e funzioni

- ✓ Fattorizzare semplici polinomi
- ✓ Descrivere un problema con una funzione e, di conseguenza con un'equazione, una disequazione o un sistema di equazioni o disequazioni.
- ✓ Rappresentare funzioni (del tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma non solo) nel piano cartesiano così da acquisire i concetti di soluzione delle equazioni in una incognita, delle disequazioni associate, nonché le tecniche per la loro risoluzione grafica e algebrica.
- ✓ Passare agevolmente da un registro di rappresentazione a un altro (numerico, grafico, funzionale), anche utilizzando strumenti informatici per la rappresentazione dei dati.

LICEO ARTISTICO Secondo Biennio

Matematica – Aritmetica ed algebra - Relazioni e funzioni

- ✓ Fattorizzare semplici polinomi
- ✓ Apprendere lo studio delle funzioni quadratiche
- ✓ Risolvere equazioni e disequazioni di secondo grado
- ✓ Rappresentare e risolvere problemi utilizzando equazioni di secondo grado.
- ✓ Studiare le funzioni elementari dell'analisi e dei loro grafici, in particolare le funzioni polinomiali

Approccio metodologico

L'approccio metodologico, in accordo con lo spirito fondante i Laboratori del Sapere Scientifico, è stato prettamente di **tipo induttivo**: agli alunni sono stati introdotti o richiamati teoricamente solo alcuni concetti fondamentali, propedeutici alla comprensione e alla rielaborazione dell'attività laboratoriale proposta (fattorizzazione di una differenza di quadrati, grafico e zeri di una funzione, equazioni).

Successivamente sono state proposte una serie di **attività di gruppo** (purtroppo limitate dall'emergenza pandemica) volte a strutturare il percorso di scoperta, elaborazione e concettualizzazione degli obiettivi.

Materiali, apparecchi e strumenti

Sono stati utilizzati:

- Materiali: quaderno, penna, lavagna.
- Apparecchi: LIM, computer, programmi di rappresentazione grafica (GeoGebra, calcolatrice grafica).

Ambienti in cui è stato sviluppato il percorso

L'intero percorso si è svolto all'interno dell'aula dei vari gruppi classe.



Tempo impiegato

I tempi connessi alla progettazione e allo svolgimento del percorso sono brevemente riassunti di seguito:

- Messa a punto preliminare nel Gruppo LSS: 4 ore
- Progettazione specifica e dettagliata nelle sezioni o classi: 4 ore
- Tempo-scuola di sviluppo del percorso: 3-4 ore per classe
- Documentazione: circa 15 giorni

Altre informazioni

Il gruppo LSS dell'istituto è costituito da insegnanti di Scienze e Chimica, Matematica, Matematica e Fisica dell'IIS Carducci (Licei Classico, Scientifico, Scienze Umane e Artistico).

Descrizione del percorso

OBIETTIVO

L'obiettivo è quello di proporre lo studio del trinomio di secondo grado $ax^2 + bx + c$ in tutte le possibili accezioni:

- polinomio (zeri, scomposizione...)
- funzione
- equazione
- disequazione

e la determinazione delle sue radici.

Descrizione del percorso

Il percorso è stato strutturato in cinque attività intermedie.

Passo 0: un intero fattorizzabile come prodotto di due numeri può essere scritto come differenza del quadrato della media dei due numeri e del quadrato della loro semidifferenza.

Passo 1: rappresentazione del grafico di funzioni quadratiche $y = ax^2 + bx + c$ e interpretazione grafica delle soluzioni di un'equazione di secondo grado

Passo 2: studio dell'effetto sul grafico di una funzione quadratica di una moltiplicazione per un coefficiente numerico

Passo 3: fattorizzazione di un generico trinomio di secondo grado monico note le radici

Passo 4: determinazione di una formula per ricavare le radici di un qualunque trinomio di secondo grado monico

The background features a central cluster of four overlapping spheres in light blue, light green, light orange, and light purple. Surrounding this cluster are several thick, curved lines in corresponding colors (blue, green, yellow, orange, and purple) that form elliptical orbits. In the top left corner, there is a solid orange sphere, and in the top right corner, there is a solid blue sphere. The overall composition is abstract and scientific in theme.

**Percorso realizzato in
SECONDA SCIENTIFICO**

Descrizione del percorso

PASSO 0

È stato posto agli/le studenti il seguente quesito: fattorizzare i numeri 35, 143 e 3599 e trovare analogie tra le fattorizzazioni.

Notando che $35=5 \cdot 7$, $143=11 \cdot 13$, $3599=59 \cdot 61$, si doveva notare che tutti e tre i numeri si fattorizzano come $(m-1)(m+1)$ per un certo m naturale. Dall'algebra dei prodotti notevoli si nota che tutti e tre i numeri sono la differenza di un quadrato e 1.

Handwritten student work for the first three numbers:

- 35:** Division $35 \div 5 = 7$. Number line from 1 to 7. Algebraic representation: $(6-1)(6+1) = 6^2 - 1$.
- 143:** Division $143 \div 11 = 13$. Number line from 11 to 13. Algebraic representation: $(12-1)(12+1) = 12^2 - 1$.
- 3599:** Division $3599 \div 59 = 61$. Number line from 59 to 61. Algebraic representation: $(60-1)(60+1) = 60^2 - 1$.

Handwritten student work for the numbers 35, 143, and 3599, showing approximations to perfect squares:

- 35:** $5 \cdot 7$. $35 \sim 36 \Rightarrow 6 \cdot 6$.
- 143:** $11 \cdot 13$. $143 \sim 144 \Rightarrow 12 \cdot 12$.
- 3599:** $59 \cdot 61$. $3599 \sim 3600 \Rightarrow 60 \cdot 60$.

Gli/le studenti non hanno trovato particolari difficoltà in questo primo passaggio.

Generalizzando, si è chiesto agli studenti di verificare con esempi selezionati da loro stessi se qualunque numero che si scrive come prodotto di due numeri interi è una differenza di quadrati $m^2 - d^2$ e nel caso di determinare m e d , dandone un'interpretazione grafica in termini dei fattori (m è la media e d è la distanza di ciascuno di essi dalla media).

Handwritten student work on grid paper:

$$21 = 3 \cdot 7 = (5-2)(5+2)$$

$$21 = 5^2 - 2^2 = 25 - 4$$

$$55 = 5 \cdot 11 = (8-3)(8+3)$$

$$8^2 - 3^2 = 64 - 9 = 55$$

Below the equations, there are some circled numbers: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.

utilizzo della rappresentazione grafica come ausilio

Handwritten student work on grid paper:

$$21 = (5+2)(5-2) = 25 - 4$$

Below this, it says "x e y sono dispari" and then defines $z = \frac{x+y}{2}$.

$$xy = [z + (z-x)][z + (z-y)] = \dots$$

$$21 = \left[5 + \frac{3+7}{2} - 3\right] \left[5 + \frac{3+7}{2} - 7\right]$$

un tentativo di formalizzazione

Handwritten student work on grid paper:

$$76 = 19 \cdot 4$$

$$m = \frac{19+4}{2} = \frac{23}{2}$$

$$76 = 11,5^2 - 7,5^2$$

Below the equations, there is a number line diagram with points at 4, 7,5, 11,5, and 19.

qualche difficoltà quando la media è un numero razionale...

Handwritten student work on grid paper:

$$87 = \left(\frac{29+3}{2} = 16\right) - \left(\frac{29-3}{2} = 13\right)$$

$$16^2 - 13^2$$

$$75 = \left(\frac{15+5}{2}\right) - \left(\frac{15-5}{2}\right) = 10^2 - 5^2$$

Below this, it shows a diagram for the general case:

$$ab \quad a \xrightarrow{d} m \xrightarrow{d} b = (m-d)(m+d) = m^2 - d^2$$

$$65 = 5 \cdot 13$$

$$m = \frac{5+13}{2} = 9$$

$$d = 4$$

$$65 = 9^2 - 4^2$$

Descrizione del percorso

PASSO 1

È stato chiesto agli/lle studenti di rappresentare il grafico di funzioni polinomiali di secondo grado di loro scelta per mezzo di determinazione di punti di passaggio e di osservare comunanze nei grafici.

È stato poi chiesto loro di rispondere alla domanda: qual è l'interpretazione grafica delle soluzioni dell'equazione di secondo grado $ax^2 + bx + c = 0$?

Lo scopo di questa attività era di osservare che tutte le funzioni del tipo assegnato sono parabole, non necessariamente con asse di simmetria coincidente con l'asse y, le cui intersezioni con gli assi sono le soluzioni dell'equazione associata. Risolvere un'equazione di secondo grado quindi consiste nel trovare le intersezioni di una parabola con l'asse x di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale.

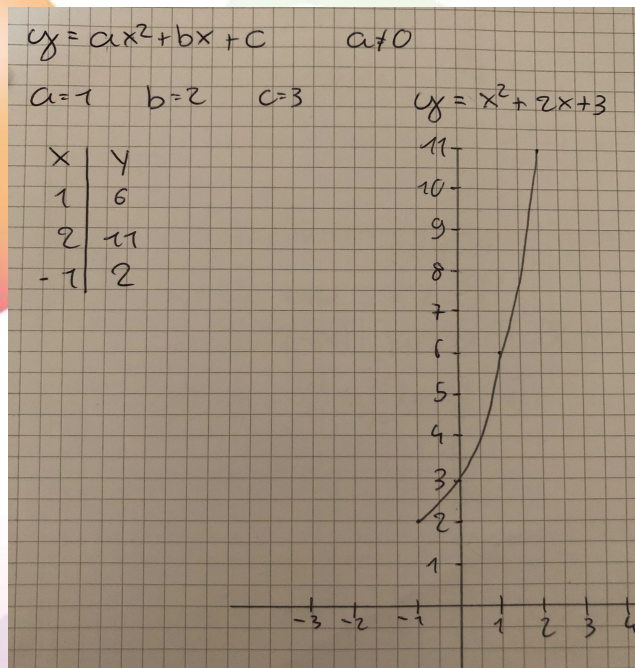


fig. 1 qualcuno ha disegnato solo metà grafico

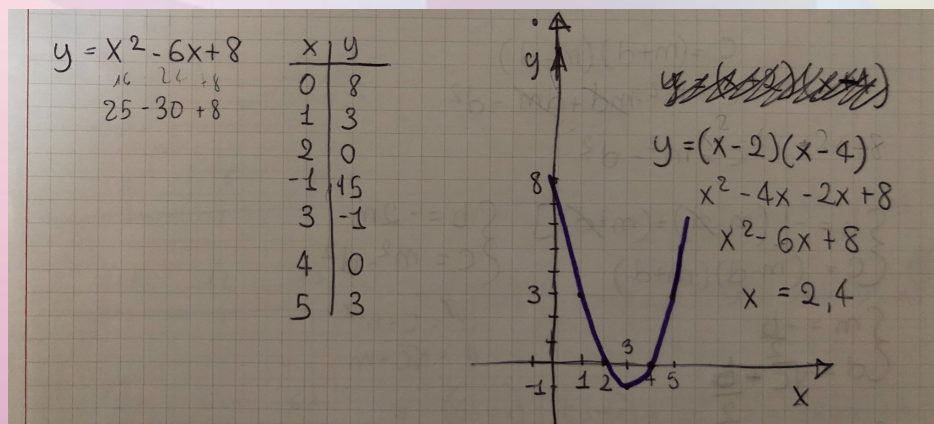


fig. 3 la già nota fattorizzazione con il trinomio caratteristico ha aiutato a risolvere le equazioni

Le soluzioni delle equazioni sono i punti in cui nel grafico la parabola interseca l'asse x

fig. 2 riscoperta della proprietà vista in generale durante lo studio delle funzioni

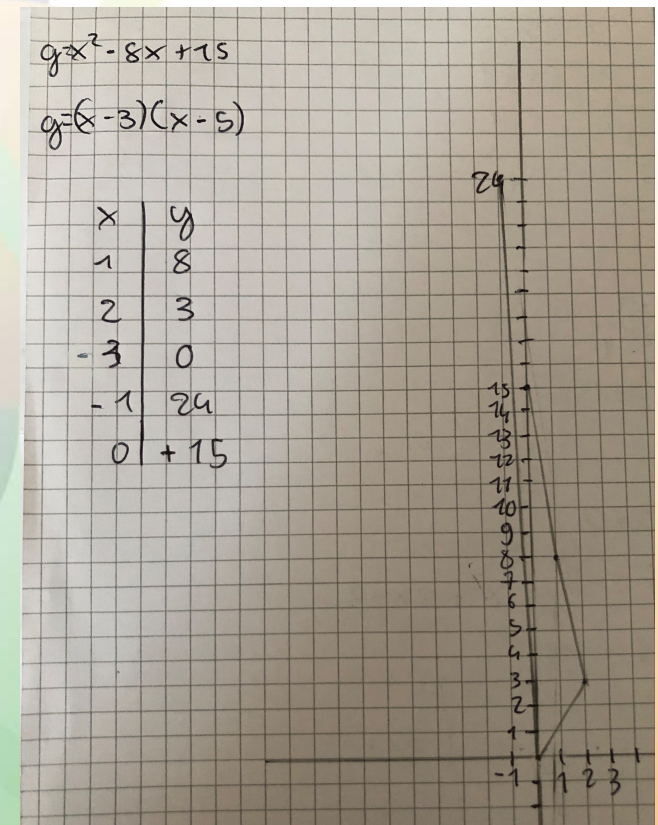


fig. 4 qualche dubbio nell'unire i punti

È stato interessante notare come gli studenti e le studentesse hanno operato per disegnare le funzioni:

- data la familiarità con la retta, molti di loro hanno dapprima calcolato solo due punti di passaggio, ignorando che la figura potesse essere diversa da una retta
- qualcuno ha correttamente associato la nuova funzione con quella di proporzionalità quadratica $y = ax^2$ vista a inizio anno scolastico e effettivamente si ricordava che doveva venire una parabola, ma non si aspettavano che tali parabole potessero essere traslate o con asse di simmetria non coincidente con l'asse y - questo li ha portati a “forzare” il grafico a venire come si ricordavano che fosse una parabola (cioè con vertice nell'origine e asse di simmetria coincidente con $x = 0$), spesso creando dei disegni assurdi (fig. 4 slide precedente)
- alcuni si sono limitati a disegnare solo metà parabola (fig. 1 slide precedente)

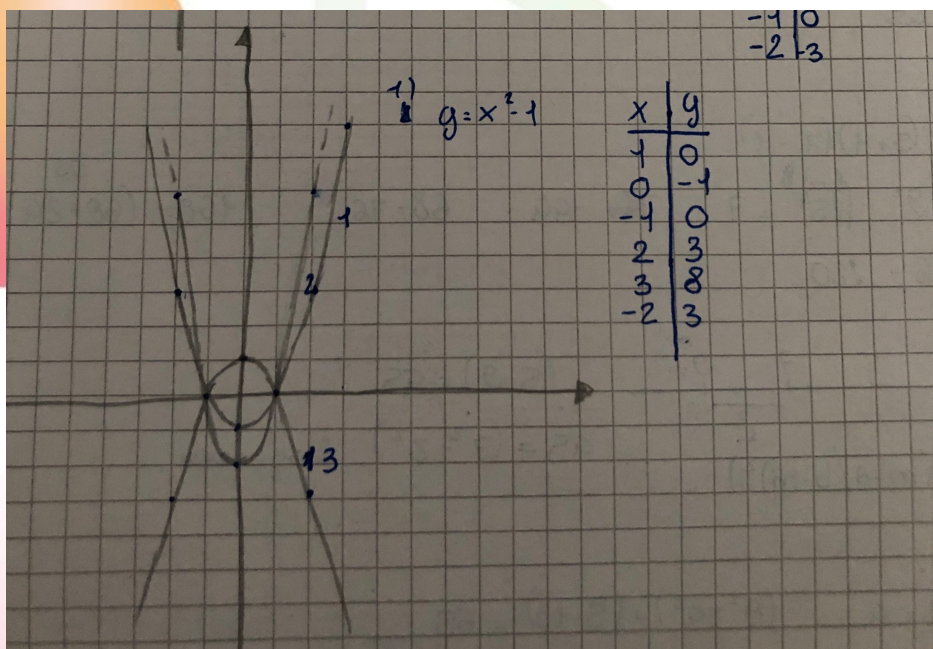
Descrizione del percorso

PASSO 2

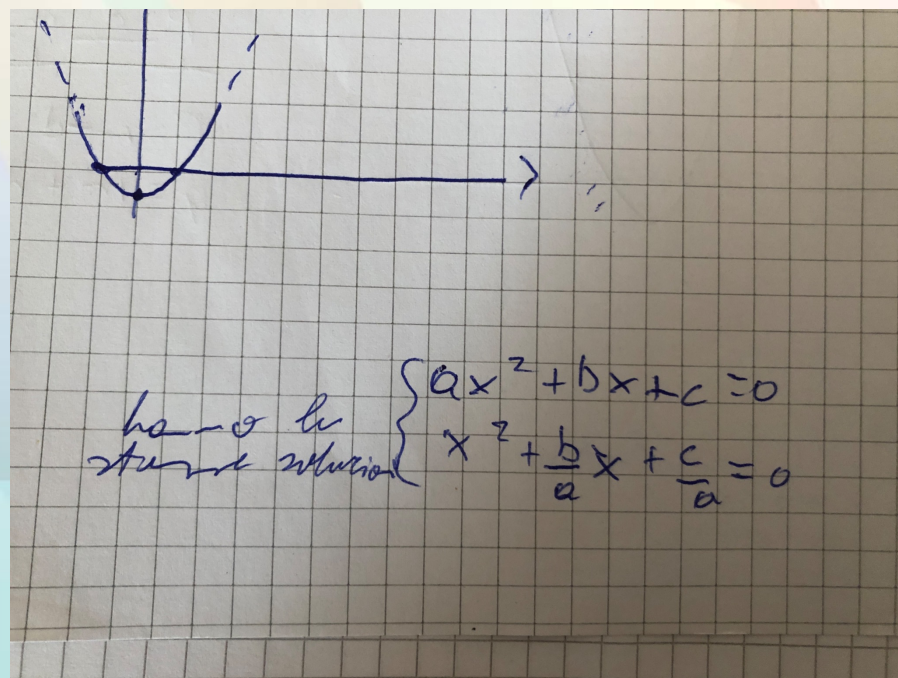
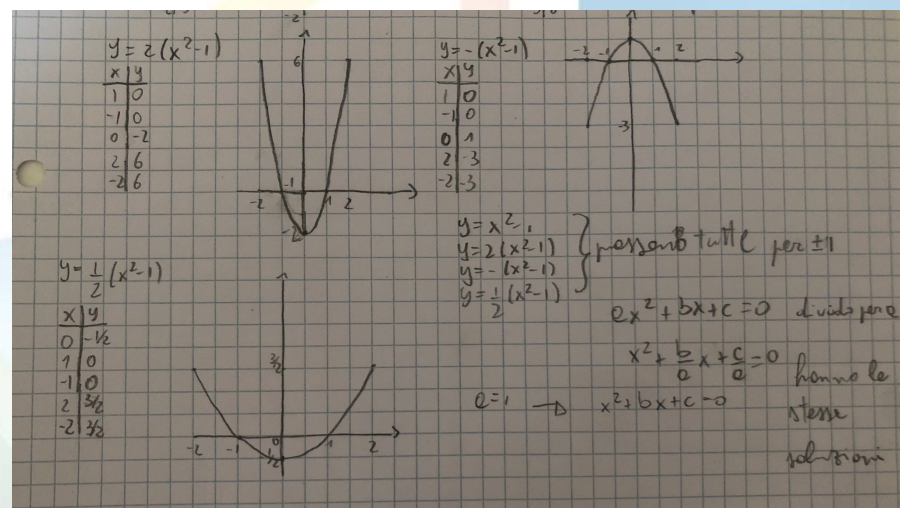
È stata assegnata a tutti gli studenti una funzione algebrica di secondo grado $y = f(x)$ ed è stato chiesto loro di disegnare il suo grafico e successivamente quello delle funzioni $y = kf(x)$, per valori di k reali diversi da 0 scelti dagli studenti. Cosa accomuna tutti i grafici?

Scopo di questa attività era di rendersi conto dell'effetto di una moltiplicazione di una funzione per una costante: gli zeri non cambiano, ma cambia l'apertura. In particolare si notava che scegliendo k negativo la parabola cambia concavità.

Senza perdita di generalità, per trovare gli zeri di $ax^2 + bx + c$, si può studiare il trinomio $x^2 + b'x + c'$, dove $b' = b/a$ e $c' = c/a$.



Gli/le studenti non hanno avuto difficoltà nel comprendere che la moltiplicazione per un coefficiente non cambia gli zeri. L'unico ostacolo è stato moltiplicare per un coefficiente negativo poiché non si aspettavano un cambio di concavità.



Descrizione del percorso

PASSO 3

Partendo dalle fattorizzazioni note di polinomi di secondo grado (es. $x^2 - 1$, $x^2 - 4$, $x^2 - 5x + 6$) è stato chiesto agli studenti di dedurre induttivamente, ragionando sui grafici delle relative funzioni quadratiche, la fattorizzazione di un qualsiasi polinomio di secondo grado del tipo $x^2 + bx + c = 0$ che abbia zeri p, q .

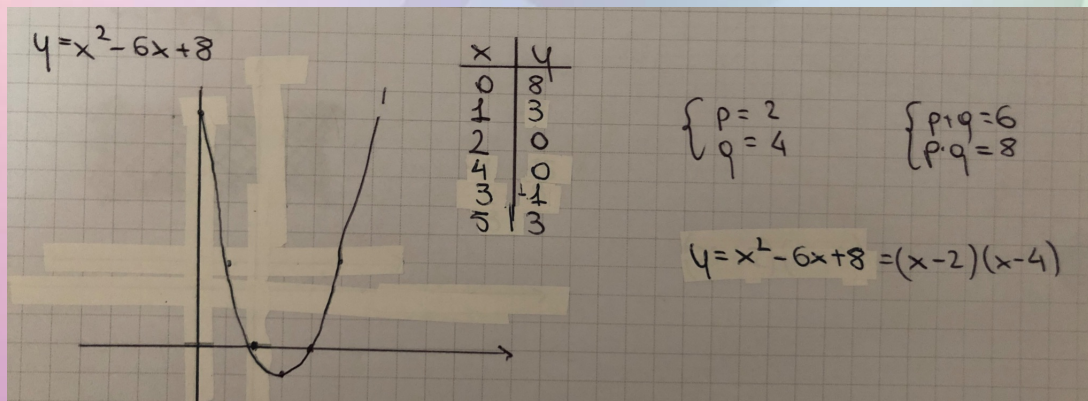
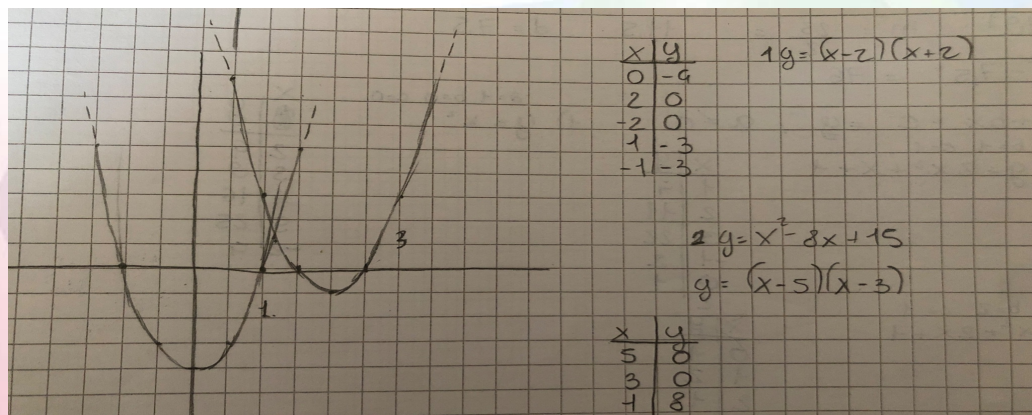
Lo scopo di questa attività era di unire le conoscenze sulle fattorizzazioni di polinomi con le nuove scoperte. Gli studenti dovevano rendersi conto che nella fattorizzazione di $x^2 - d^2$ i numeri $+d$ e $-d$ sono anche gli zeri della funzione $y = x^2 - d^2$. Quindi induttivamente dovevano concludere che la fattorizzazione di $x^2 + bx + c$ è $(x - p)(x - q)$, dove p e q sono gli zeri, cioè le intersezioni con l'asse x della relativa parabola.

$$y = x^2 - 1$$

Soluzioni : $+1, -1$

$y = x^2 - 1$ può
scrivere $y = (x+1)(x-1)$

La fattorizzazione è venuta naturale alla luce dei passaggi precedenti e date le conoscenze pregresse.



Descrizione del percorso

PASSO 4

Nell'ultimo passo è stato chiesto agli/le studenti di trovare una relazione tra le radici di $x^2 + bx + c$ e i coefficienti b, c .

Dapprima gli/le studenti dovevano trovare delle formule per esprimere b e c in funzione di p e q (già note dal trinomio caratteristico).

In seguito è stato chiesto loro di invertire tali formule, utilizzando quanto visto nel PASSO 0.

Dovevano osservare che di p e q si conosce il prodotto c , quindi, analogamente a quanto fatto nella prima attività, potevano essere visti come $m - d$ e $m + d$, dove m è la loro media e d la distanza di ciascuno di essi dalla media. La media era facilmente calcolabile conoscendo la somma delle due

radici ($p + q = -b$, perciò $m = -\frac{b}{2a}$), mentre la distanza d richiedeva uno

sforzo ulteriore: $c = p \cdot q = (m - d)(m + d) = m^2 - d^2 \implies d = \sqrt{m^2 - c}$.

→

$$x^2 + bx + c$$

$$(x-p)(x-q)$$

↓ ↓
soluzioni

$$x^2 - xp - xq - px + pq$$

$$b = -(p+q)$$

$$c = p \cdot q$$

$$p = m-d \quad q = m+d$$

← La maggior parte ha trovato la relazione tra b, c e soluzioni

Qualcuno ha correttamente invertito le relazioni:

$$b = -(p+q) = -(m-d+m+d) = -2m$$

$$c = pq = (m-d)(m+d) \quad \boxed{m = -\frac{b}{2}}$$

$$m^2 - d^2 = c$$

$$\frac{b^2}{4} = c + d^2$$

$$\frac{b^2}{4} - c = d^2 \quad \sqrt{\frac{b^2}{4} - c} = d$$

$$(x-p)(x-q) = x^2 - xp - xq + pq$$

$$x^2 - x(p+q) + pq$$

$$b = -(p+q)$$

$$c = pq$$

$$p = m-d \quad q = m+d$$

In generale la formalizzazione è stata accompagnata da svariate difficoltà:

$$\begin{cases} m = ? \\ d = ? \end{cases}$$

$$c = (m-d)(m+d)$$

$$\begin{cases} b = -2m \\ c = m^2 + dm - md - d^2 \\ c = m^2 - d^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = -\frac{b}{2} \\ d = \sqrt{c} + m \end{cases} \rightarrow \begin{cases} d = \sqrt{c} - \frac{b}{2} \end{cases}$$

$$x^2 + bx + c = (x-b)(x-c)$$

allora gli zeri di x sono per $x = b/c$
 m è il punto medio di $bc = \frac{b+c}{2}$
 $d = q - m = m - p$

$$b = -(p+q) \quad c = pq$$

$$d = q - m \quad m = \frac{p+q}{2}$$

$$d = \frac{2q - p - q}{2} = \frac{q-p}{2}$$

Qualcuno ha sbagliato gli ultimi passaggi algebrici...

Il lavoro di gruppo ha facilitato a superare le difficoltà.

È interessante osservare che il caso di radicando negativo è stato accolto dagli studenti senza troppe difficoltà. Avendo precedentemente lavorato sui radicali e in particolar modo sulle condizioni di esistenza, per loro è stato chiaro che d non può esistere se $m^2 - c < 0$, quindi la conclusione di non esistenza di radici è stata immediata e corroborata dall'aver già disegnato nel passo 1 delle parabole senza intersezioni con gli assi.

Si noti che la formula trovata non coincide nella forma con la classica formula risolutiva, ma si tratta di un'espressione alternativa che si riferisce maggiormente ad un approccio grafico alla soluzione del problema. L'equivalenza con la formula classica è stata poi dimostrata a conclusione del percorso dall'insegnante.

Come nota finale, si sottolinea che l'aver ricavato la formula risolutiva tenendo in mente l'interpretazione grafica ha reso più semplice per gli studenti capire e memorizzare la formula classica.

The background features a central cluster of four overlapping spheres in light blue, light green, light orange, and light purple. Surrounding this cluster are several thick, curved lines in the same color palette, resembling orbits or paths. In the top left corner, there is a solid orange sphere, and in the top right corner, there is a solid blue sphere. The overall composition is abstract and scientific in theme.

**Percorso realizzato in
PRIMA SCIENTIFICO**

Descrizione del percorso

PASSO 0

Il quesito posto è lo stesso, si è però dato maggiore spazio a questa attività cercando di portare avanti un'ulteriore riflessione legata alle proprietà dei numeri naturali e allo studio dei prodotti notevoli (differenza di quadrati).

I vari gruppi si sono divertiti a verificare la regola introdotta inventandosi esempi.

Questa attività non ha evidenziato difficoltà

Handwritten mathematical work on grid paper showing the derivation of the difference of squares formula $n^2 - 1 = (n-1)(n+1)$ through numerical examples and a geometric diagram.

Examples shown:

- $36 = 6 \cdot 6$
- $35 = 5 \cdot 7 = (6-1)(6+1)$
- $35 = 36 - 1$ (with 6^2 indicated)
- $63 = 7 \cdot 9 = 64 - 1 = (8-1)(8+1)$ (with 8^2 indicated)
- $99 = 9 \cdot 11 = 100 - 1 = (10-1)(10+1)$ (with 10^2 indicated)
- $80 = 8 \cdot 10 = 81 - 1 = (9-1)(9+1)$ (with 9^2 indicated)

Generalization: $n^2 - 1 = (n-1)(n+1)$

Examples given:

- $24 = 6 \cdot 4 = (5+1)(5-1) = 25 - 1 = 5^2 - 1$
- $8 = 2 \cdot 4 = (3-1)(3+1) = 9 - 1 = 3^2 - 1$

Geometric diagram illustrating the difference of squares:

- A large rectangle with width 6 and height 6.
- A smaller rectangle with width 1 and height 6 is attached to the right side.
- The total width is 7, and the total height is 6.
- The area of the large rectangle is $6 \cdot 6 = 36$.
- The area of the small rectangle is $1 \cdot 6 = 6$.
- The difference of areas is $36 - 6 = 30$.
- The diagram shows the difference of squares as the area of a rectangle with width 5 and height 6, which is $5 \cdot 6 = 30$.

Additional calculations shown:

- $\frac{6+4}{2} = 5$
- $\frac{6-4}{2} = 1$
- $\frac{10-8}{2} = 1$

Final question: E con numeri diversi?

Descrizione del percorso

PASSO 0

E' stata richiesta una generalizzazione con numeri (interi positivi) diversi da quelli ottenibili da $n^2 - 1$

Handwritten mathematical work on grid paper showing various ways to represent the number 32 as a difference of squares and as a product of two numbers.

Top section: "E con numeri diversi?"

Left column: $32 = ?$, $2 \cdot 16$, $\downarrow$, "Lo come prima, ma e' $n^2 - 1$ ", "Oppure?", $32 \cdot 1$

Middle column: $\frac{16+2}{2} = 9$, $\frac{16-2}{2} = 7$, $n^2 - 1$, $n^2 = 33$, $\frac{32+1}{2} = \frac{33}{2}$, $\frac{32-1}{2} = \frac{31}{2}$, $8 \cdot 4$, $\frac{8+4}{2} = 6$, $\frac{8-4}{2} = 2$

Right column: $(9-7)(9+7) = 81 - 49 = 32$, $32 = (9-7)(9+7) = 81 - 49 = 9^2 - 7^2$, $32 = \left(\frac{33}{2} - \frac{31}{2}\right)\left(\frac{33}{2} + \frac{31}{2}\right) = \left(\frac{33}{2}\right)^2 - \left(\frac{31}{2}\right)^2 = \frac{1089}{4} - \frac{961}{4} = \frac{128}{4}$, $32 = (6-2)(6+2) = 6^2 - 2^2$

Bottom section: "Quanti modi?", "Come cambia?", $32 = 2 \cdot 16 \rightarrow 2+16 = 18$, $32 = 32 \cdot 1 \rightarrow 32+1 = 33$, $32 = 8 \cdot 4 \rightarrow 8+4 = 12$, "LA SOMMA DEI DUE NUMERI"

L'immagine riassume la sintesi del lavoro di un gruppo i cui componenti avevano inizialmente preso strade diverse. Dal confronto è scaturito un tentativo di generalizzazione della regola (la formulazione è generalizzabile e la differenza tra le varie rappresentazioni è la somma dei due numeri).

Un altro gruppo ha notato che l'invariante è l'area del rettangolo, la differenza è il perimetro

Gli altri gruppi non sono riusciti ad andare oltre alla rappresentazione di un numero come singolo prodotto

Descrizione del percorso

PASSO 0

Dopo un momento di discussione e di condivisione dei risultati ottenuti dai vari gruppi sono emerse le seguenti osservazioni:

- Ogni numero positivo può essere pensato come l'area di un rettangolo e dal rettangolo è possibile trovare i due quadrati da sottrarre: detta b la base e h l'altezza e ipotizzando $b > h$ i due quadrati hanno lati $(b + h)/2$ e $(b - h)/2$
- Dato un numero esistono tanti rettangoli che rappresentano la sua area, alla domanda: **quanti?**
 - la maggior parte degli studenti immagina solo rettangoli aventi come lati numeri interi e quindi pensa a un numero finito (ragionando sui divisori)
 - solo alcuni immaginano lati razionali e quindi, dopo una veloce riflessione, capiscono che esistono infiniti modi
 - nessuno pensa a lati irrazionali (nonostante si sia parlato lungamente dell'irrazionalità di radice di 2)
- Dopo che l'intero gruppo ha concordato sul fatto che fossero infiniti ci siamo chiesti come poter individuare univocamente uno di questi rettangoli: contemporaneamente 4 ragazzi hanno affermato che oltre all'area bisognava fornire un'altra informazione (il perimetro, la somma $b + h$, la base...)

Descrizione del percorso

PASSO 0

Non avevo preventivato di far arrivare la discussione a questo punto (volevo che questo aspetto emergesse in seguito) ma ho deciso di chiedere se era vero anche l'inverso: **dati due numeri è sempre possibile trovare un rettangolo con area e perimetro pari a tali numeri?**

La risposta della maggioranza è stata NO, ma molti pensavano ancora in termini di rettangoli con lati interi... alcuni invece hanno detto che non potevano andare bene coppie in cui uno dei valori era molto grande e l'altro molto piccolo, in particolare sono stati portati come contro esempi:

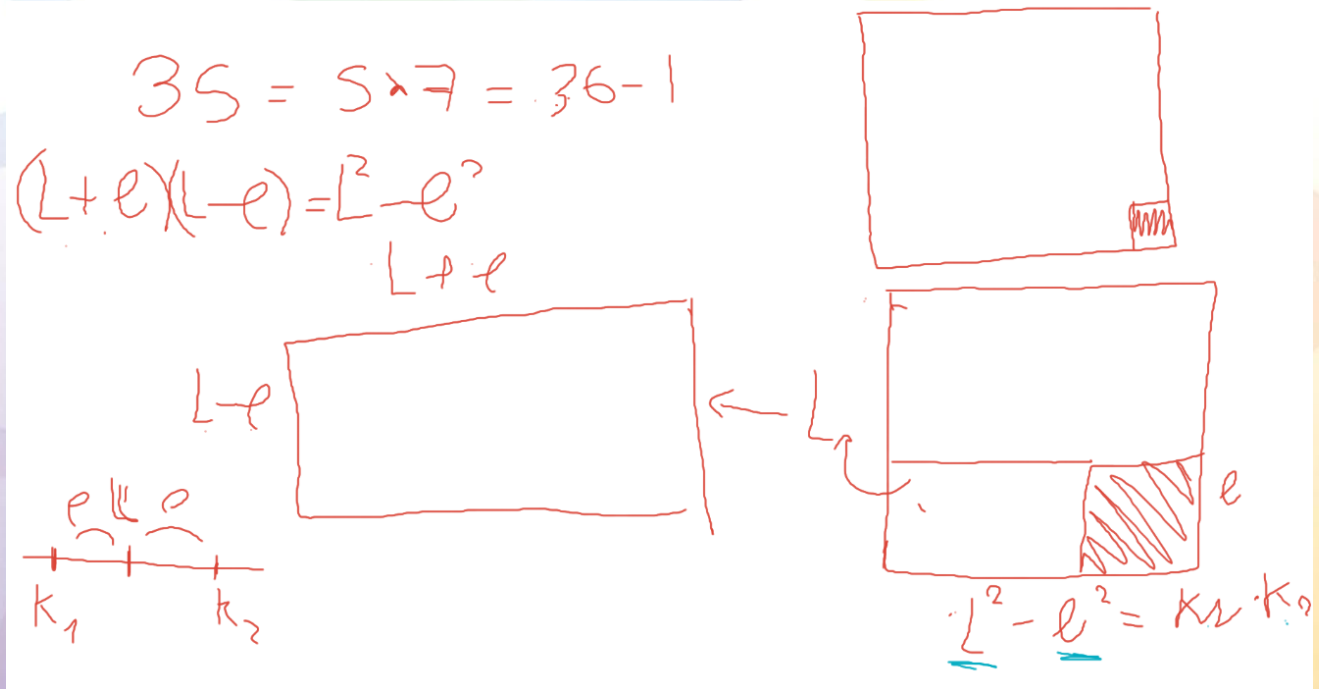
- Area 100, perimetro 1
- area 5, perimetro 1000

Mi sono morsa la lingua ma mi sarebbe piaciuto chiedere; **data l'area quali sono il massimo e il minimo perimetro ammissibili? E dato il perimetro?** Non l'ho fatto a causa del poco tempo a disposizione ma sarebbe stato molto interessante ragionarci sopra...

Descrizione del percorso

PASSO 0

Abbiamo quindi generalizzato, riflettendo insieme su come riuscire a trovare i due numeri nota la somma e il prodotto



Questa è l'immagine della jamboard all'interno della quale ho interagito insieme agli studenti (che operavano da cellulare)

Descrizione del percorso

PASSI 3 e 4

Avendo già parlato con gli studenti del legame tra zeri di un polinomio, equazione e zeri della funzione associata abbiamo bypassato i passi 1 e 2 in quanto mi interessava far riflettere gli studenti sul legame tra la scomposizione di un polinomio monico di secondo grado $x^2 + bx + c$ e quello che avevamo sperimentato

Ho quindi fatto riflettere i ragazzi sul legame tra i coefficienti b e c della scrittura precedente e i coefficienti k_1 e k_2 della possibile fattorizzazione:
 $(x - k_1)(x - k_2)$

$$\begin{aligned} X^2 + bX + c &= 0 \\ (X - k_1)(X - k_2) &= 0 \\ (X - 3)(X - 2) &= 0 \\ X = 0, (-3)(-2) &= 6 \neq 0 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} x - 7 &= 0 \\ X - k_1 &= 0 \Rightarrow X = k_1 \\ X &= k_2 \\ X^2 - k_2X - k_1X + k_1k_2 &= \\ X^2 - (k_1 + k_2)X + k_1k_2 &= \end{aligned}$$

E' emerso, dopo una serie di osservazioni, che:

- b corrisponde all'opposto della somma tra k_1 e k_2
- c al prodotto tra k_1 e k_2

$$\begin{aligned} X^2 - (k_1 + k_2)X + k_1k_2 &= 0 \\ X^2 - 3X - 1 &= 0 \\ -(k_1 + k_2) &= -3 \\ k_1k_2 &= -1 \\ k_1 + k_2 &= 3 \\ -1 &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - l^2 \\ l^2 &= 1 + \frac{9}{4} = \frac{4 + 9}{4} = \frac{13}{4} \\ l &= \sqrt{\frac{13}{4}} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} L &= \frac{k_1 + k_2}{2} = \frac{3}{2} \\ k_1 &= L - l, \quad k_2 = L + l \\ k_1k_2 &= L^2 - l^2 \end{aligned}$$

Descrizione del percorso

Il gruppo classe ha quindi compreso che la fattorizzazione del polinomio poteva essere effettuata cercando due numeri che avevano le opportune caratteristiche. Questi due numeri erano anche le soluzioni dell'equazione associata

Subito alcuni ragazzi hanno quindi affermato che, siccome non sempre, ad una coppia di numeri corrisponde un rettangolo di area e semiperimetro dati allora non tutti i trinomi erano fattorizzabili ...

Handwritten mathematical work showing the attempt to factorize the trinomial $X^2 + 7X - 2$.

General form: $X^2 - (k_1 + k_2)X + k_1 k_2 = 0$

Specific equation: $X^2 + 7X - 2 = 0$

Sum of roots: $k_1 + k_2 = -7$

Product of roots: $k_1 k_2 = -2$

Diagram illustrating the relationship between the roots k_1 and k_2 and the semiperimeter L and side l of a rectangle:

$L = \frac{k_1 + k_2}{2} = -\frac{7}{2}$

$k_1 k_2 = (L - l)(L + l) = L^2 - l^2$

$-2 = \left(-\frac{7}{2}\right)^2 - l^2$

$l^2 = 2 + \frac{49}{4} = \frac{8 + 49}{4} = \frac{57}{4}$

$l = \sqrt{\frac{57}{4}}$

... perciò non avevano zeri e l'equazione associata nessuna soluzione.

Descrizione del percorso

Evitando di fornire una formalizzazione ho fatto lavorare gli studenti in gruppo fornendo loro alcuni trinomi da scomporre e trovare le soluzioni dell'equazione associata, di seguito sono riportati i prodotti dei gruppi:

$$\begin{aligned} & \bullet x^2 - 7 \\ & x^2 \pm 0x - 7 \\ & -7 = (0+0)(0-0) \\ & -7 = -0^2 \quad 0^2 = \sqrt{-7} \approx 2.65 \end{aligned}$$

[illegible]

$$\begin{aligned} & \bullet x^2 + 8x - 21 \\ & x^2 + (k_1 + k_2)x + k_1 k_2 \quad \frac{k_1 + k_2}{2} = -8 \quad \frac{k_1 k_2}{2} = -21 \\ & -1 = (-6+1)(-6-1) \quad k_1 = -6 + \sqrt{49} = 0, 12 \\ & -1 = 16 - 12 \quad k_2 = -6 - \sqrt{49} = -8, -12 \\ & p^2 = 14 \quad p = \sqrt{14} = 4, 12 \\ & \bullet x^2 + 8x + 21 \quad k_1 + k_2 = -8 \quad k_1 k_2 = 21 \\ & \quad \quad \quad k_1 + k_2 = -\frac{8}{2} = -4 \\ & +21 = (-6+1)(-6-1) \\ & 21 = 16 - 12 \\ & 12 = 16 - 21 \quad 21 \\ & 12 = -5 \quad \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + 4 \cdot 9 \cdot 9 \cdot (9-3) \\ & 27 + 3 \cdot 6 = 45 \\ & 18 = 3 \cdot 6 \\ & 18 = 3 \cdot 6 = 3 \\ & K_1 = 6 : 3 = 2 \quad V_2 = 6 - 3 = 3 \\ & \bullet \quad X^2 + 5X = 6 \quad K_1 \cdot K_2 = -5 \quad K_1 \cdot K_2 = 6 \\ & -6 = \left(\frac{5 \pm \sqrt{25}}{2} \right) \left(\frac{5 \mp \sqrt{25}}{2} \right) \quad \frac{V_1 + V_2}{2} = -\frac{5}{2} \\ & + 6 = \frac{25}{4} - \frac{V_1^2}{4} \\ & 18 = \frac{25}{4} + 6 \\ & 18 = \frac{49}{4} \quad 18 = \frac{49}{4} \\ & X^2 + 5X = 6 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ $x^2 + 12x + 27 = 0$ $\quad K_1 + K_2 = 10 \quad K_1 K_2 = 27$
 $\Delta = 144 - 108 = 36$ $\quad \frac{K_1 + K_2}{2} = 5$
 $\sqrt{\Delta} = 6$ $\quad x_1 = 5 + 3 = 8$ $x_2 = 5 - 3 = 2$
 $\Rightarrow$ $x^2 + 3x - 6 = 0$ $\quad K_1 + K_2 = -5 \quad K_1 K_2 = -6$
 $\Delta = 9 + 24 = 33$ $\quad \frac{K_1 + K_2}{2} = -\frac{5}{2}$
 $\sqrt{\Delta} = \frac{\sqrt{33}}{2}$ $\quad x_1 = -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{33}}{2}$ $x_2 = -\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{33}}{2}$
 $\Rightarrow$ $x^2 + 25x + 6 = 0$
 $\Delta = 625 - 24 = 601$ $\quad \frac{K_1 + K_2}{2} = \frac{25}{2}$
 $\sqrt{\Delta} = \frac{\sqrt{601}}{2}$ $\quad x_1 = \frac{25}{2} + \frac{\sqrt{601}}{2}$ $x_2 = \frac{25}{2} - \frac{\sqrt{601}}{2}$

• SINTESI RAPIDA

$x^2 = (x_1 + i x_2) \cdot (x_1 - i x_2) = 0$

• DALL $x_1 = x_2$ E $x_1 x_2$ SI HA PARTIRE E TORNARE IN LINEA
SOTTO LA DIFFERENZA $(x_1 + i x_2)(x_1 - i x_2) = x^2 = 0$ CHE DA
SOTTO TROVA IL VALORE SOTTO QUINDI x_1 E x_2 SONO
IN x_1 E x_2 SI SCRIVONO LO 2 COSI' COSI' DI x_1 E x_2
DIFFERENZA SOTTO COSI' $(x_1 + i x_2) = 0$ $(x_1 - i x_2) = 0$
SI TROVA E' DATA E' x_1 E x_2 SONO = A $x_1 x_2 = 0$
= $x_1 + i x_2 = 0$ = x_2 QUINDI TROVA x_1 E x_2 E
SONO I RISULTATI DEI SI RISOLVENDO LA 1° E 2° EQUAZIONE
DAI TANTO DAI PARTI E FACENDO LA RADICE SI TROVA

• $x^2 - 12x + 27 = 0$ $x_1 x_2 = 27$ $x_1 + x_2 = 12$
 $x_1 + x_2 = 6$
 $27 = (6 + 3)(6 - 3)$ $x^2 - 12x + 27 = 0$

$$\begin{array}{l}
 x^2 + 8x - 1 \\
 \hline
 x^2 + 0x - 7
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 k_1 + k_2 = 0 \\
 k_1 k_2 = -7 \\
 k_1 = 0 - \sqrt{7} \\
 k_2 = 0 + \sqrt{7} \\
 L = 0 \\
 k_1 k_2 = L^2 - \rho^2 \\
 -7 = 0 - \rho^2 \\
 \rho^2 = 0 + 7 \\
 \rho^2 = 7 \\
 \rho = \sqrt{7} \\
 \sqrt{7} \approx 2,64
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 k_1 = -4 - \sqrt{17} \\
 k_2 = -4 + \sqrt{17} \\
 k_1 + k_2 = -8 \\
 k_1 k_2 = -1 \\
 L = \frac{-8}{2} = -4 \\
 k_1 k_2 = L^2 - \rho^2 \\
 -1 = 16 - \rho^2 \\
 \rho^2 = 16 + 1 \\
 \rho = \sqrt{17}
 \end{array}$$

All'interno dell'aula abbiamo 3 piccole lavagne, alcuni gruppi di ragazzi si sono divertiti a lavorare insieme sulla lavagna (io l'ho trovata un'ottima idea anche per garantire il distanziamento)

$$\begin{aligned}
 &X^2 + 0X - 7 \\
 &L = \frac{0}{2} + \sqrt{\frac{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7)}{2}} = \frac{0}{2} + \sqrt{\frac{28}{2}} = \frac{0}{2} + \sqrt{14} \\
 &X^2 + 0X - 7 \\
 &X^2 + 0X - 7 \\
 &(X - \sqrt{7})(X - (-\sqrt{7})) = 0 \\
 &(X - \sqrt{7})(X + \sqrt{7}) = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &X^2 + 5X - 6 \\
 &K_1 K_2 = -6 \\
 &-(K_1 + K_2) = 5 \\
 &K_1 + K_2 = -5 \\
 &L = \frac{K_1 + K_2}{2} = -\frac{5}{2} \\
 &K_1 K_2 = L^2 - l^2 = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - l^2 = \frac{25}{4} - l^2 \\
 &-6 = \frac{25}{4} - l^2 \\
 &l^2 = \frac{25}{4} + 6 = \frac{25 + 24}{4} = \frac{49}{4} \\
 &l = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} \\
 &K_1 = L - l = -\frac{5}{2} - \frac{7}{2} = -6 \\
 &K_2 = L + l = -\frac{5}{2} + \frac{7}{2} = 1 \\
 &(x - K_1)(x - K_2) = 0 \\
 &(x - (-6))(x - 1) = 0 \\
 &(x + 6)(x - 1) = 0 \\
 &(x + 6) = 0 \Rightarrow x = -6 \\
 &(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &(x - K_1)(x - K_2) = 0 \\
 &x^2 - (K_1 + K_2)x + K_1 K_2 = 0 \\
 &L = \frac{K_1 + K_2}{2} \quad l^2 = L^2 - K_1 K_2 \\
 &K_1 K_2 = (L - l)(L + l) = L^2 - l^2 \\
 &(x - K_1)(x - K_2) = 0 \\
 &[x - (L - l)][x - (L + l)] = 0 \\
 &(x - L + l)(x - L - l) = 0 \\
 &x^2 - 12x + 27 \\
 &K_1 K_2 = 27 \\
 &-(K_1 + K_2) = -12 \\
 &K_1 + K_2 = 12 \\
 &L = \frac{K_1 + K_2}{2} = \frac{12}{2} = 6 \\
 &K_1 K_2 = L^2 - l^2 = 6^2 - l^2 = 36 - l^2 \\
 &27 = 36 - l^2 \\
 &l^2 = 36 - 27 = 9 \\
 &l = \sqrt{9} = 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &K_1 = L - l = 6 - 3 = 3 \\
 &K_2 = L + l = 6 + 3 = 9 \\
 &x^2 - 12x + 27 = 0 \\
 &(x - 3)(x - 9) = 0 \\
 &x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\
 &x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &x^2 - 12x + 27 \\
 &x^2 - (K_1 + K_2)x + K_1 K_2 \\
 &K_1 K_2 = 27 \\
 &K_1 + K_2 = 12 \\
 &L = \frac{K_1 + K_2}{2} = \frac{12}{2} = 6 \\
 &27 = 6^2 - l^2 \Rightarrow l^2 = 36 - 27 = 9 \\
 &l = \sqrt{9} = 3 \\
 &K_1 = L - l = 6 - 3 = 3 \\
 &K_2 = L + l = 6 + 3 = 9
 \end{aligned}$$

Descrizione del percorso

Passi 3 e 4

Senza l'obiettivo di voler introdurre la formula risolutiva classica delle equazioni di secondo grado (trattandosi di una classe prima) ho voluto introdurre il polinomio non monico $ax^2 + bx + c$ e vedere come la classe avrebbe approcciato la risoluzione

Premetto che:

- gli studenti sapevano già costruire un polinomio che avesse degli zeri dati $(x_1, x_2, x_3, \dots)$ come $a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \dots$ e che la funzione associata avrebbe intersecato l'asse x nei punti di ascissa $x_1, x_2, x_3, \dots$ indipendentemente dal valore di a
- in questa classe ci sono 3-4 studenti/esse veramente molto intuitivi

Praticamente subito è emersa la necessità di raccogliere a . Tale esigenza è risultata chiara a tutti laddove i coefficienti b, c erano multipli di a (come si fa nel raccoglimento totale), meno intuitiva quando b e c non sono multipli di a , ma con un paio di esempi tutti hanno capito come procedere (ci tengo a precisare che gli esempi sono stati proposti dai ragazzi che avevano avuto l'idea)

Raccogliendo a ci siamo quindi ricondotti al problema precedentemente noto.

Descrizione del percorso

Passi 1 e 2

Abbiamo infine formalizzato quanto appreso e siamo passati all'osservazione della parte grafica.

Ci tengo a precisare che non abbiamo costruito il grafico per punti ma abbiamo utilizzato GeoGebra (calcolatrice grafica su pc e sui cellulari dei ragazzi)

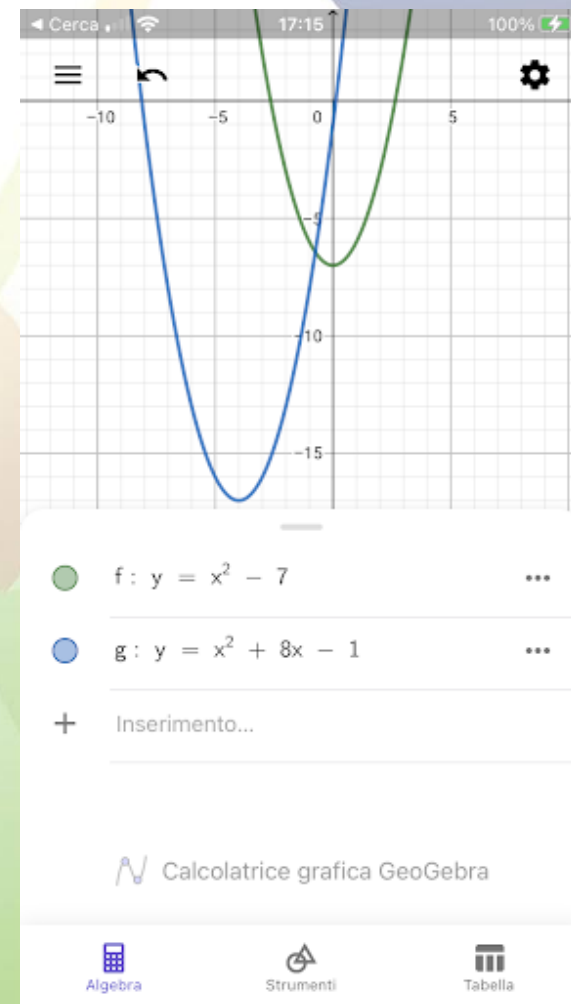
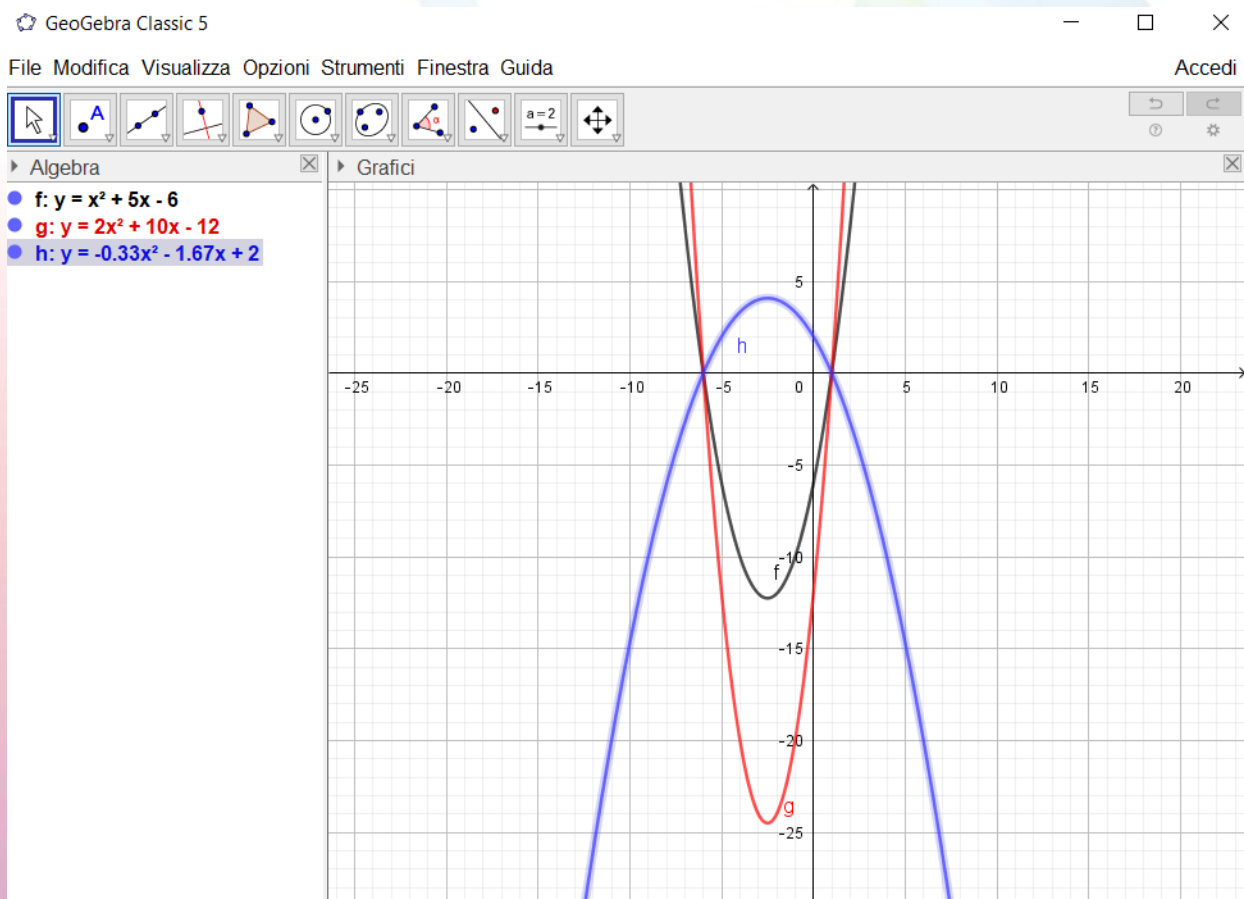
Per la classe non è stata una sorpresa accorgersi che due zeri corrispondevano a due intersezioni della funzione con l'asse x (*come una intersezione nel caso della retta con m diverso da zero*, ha osservato qualcuno), 1 zero ad una sola intersezione (doppia), nessuno zero a nessuna intersezione.

Disegnando molti grafici si sono accorti che tutte le funzioni assomigliavano alla funzione quadratica (avevamo già studiato $y = ax^2$) e che avevano il suo stesso comportamento al variare del segno di a .

Uno studente ha inoltre osservato (e questo mi ha stupito molto, pensavo ci saremmo arrivati con qualche stimolo da parte mia) che l'ascissa del vertice non valeva più zero (come nella funzione quadratica) ma quanto la media delle ascisse dei due zeri

Descrizione del percorso

Questi sono alcuni screen ottenuti utilizzando GeoGebra



The background features a soft, multi-colored gradient transitioning from light purple on the left to bright yellow on the right. Overlaid on this are several large, semi-transparent spheres in shades of orange, blue, and pink. Interwoven with these spheres are thick, glowing loops in green, yellow, and purple, creating a sense of dynamic movement and depth.

**Percorso realizzato in
TERZA ARTISTICO**

Descrizione del percorso

PREMESSA

L'introduzione di un metodo alternativo alla risoluzione delle equazioni di secondo grado mi è apparsa interessante data la veloce interpretazione grafica, aspetto più complicato nella equazione risolutiva classica.

La famosa “formula col delta”, sebbene introdotta agevolmente e con il metodo del completamento del quadrato, che collega appunto le radici ai tre coefficienti del trinomio di secondo grado $ax^2 + bx + c$, rischia spesso di essere limita ad un'applicazione puramente mnemonica della formula risolutiva, fino a che l'introduzione del luogo geometrico della parabola non fornisce una seconda spiegazione al collegamento tra le due radici x_1 ed x_2 e le varie quantità ($-\frac{b}{2a}$, il delta, ...).

Descrizione del percorso

LE BASI DI PARTENZA

Il percorso del Liceo Artistico è stato necessariamente diverso dal percorso dello Scientifico.

Avendo ripassato i prodotti notevoli e concluso con sufficienti risultati la scomposizione dei polinomi, ero tranquilla sul poter procedere con l'introduzione del metodo alternativo.

La soluzione alternativa dell'equazione di secondo grado è stata proposta quindi alla fine dello studio del trinomio di secondo grado, quando si riteneva che gli studenti avessero già sufficiente dimestichezza con le variabili, i coefficienti ed il calcolo algebrico.

In questa parte introduttiva invece ritengo di aggiungere ed evidenziare che ho anticipato lo studio della parabola, che però formalmente dovrebbe essere presentata solamente alla fine del programma, posticipando l'approccio grafico.

Descrizione del percorso

Ciascuno dei passi del percorso ha incontrato alcune difficoltà che poi hanno globalmente compromesso il pieno svolgimento.

Le illustro in questa sede, affinché possano essere utili nelle prossime programmazioni dei LSS.

A queste difficoltà si dovrà aggiungere che la classe terza con cui si è lavorato era frutto di una fusione di due classi provenienti da percorsi molto diversi: in particolare non avevano condiviso l'insegnante di matematica (io stessa sono stata una supplente) e i precedenti insegnanti di matematica avevano avuto metodi di lavoro diversi, creando notevoli disparità nelle competenze, conoscenze ed abilità.

In un liceo artistico, dove la richiesta è diversa da un liceo scientifico nei confronti di una materia “non di indirizzo”, queste disparità si traducono in evidenti differenze nella preparazione, che in un liceo scientifico sarebbero propriamente definite lacune.

Descrizione del percorso

PASSI 1/2

La rappresentazione di funzioni quadratiche rappresentazione del grafico di funzioni quadratiche $y = ax^2 + bx + c$ e l'interpretazione grafica delle soluzioni di un'equazione di secondo grado mostrava già diversi punti deboli. L'intera classe è apparsa a disagio con la geometria, anche se dopo averli guidati e dopo aver sottolineato i vari aspetti della parabola, siamo riusciti a migliorare il disegno, la scala, la posizione del vertice e dell'asse.

Avendo anche una classe prima ed una classe seconda, ho notato come sia fondamentale non trascurare in queste due classi la definizione di funzione (e ovviamente i concetti di dominio, codominio, etc..) e riprendere sempre periodicamente lo studio del piano cartesiano, affinché i ragazzi non perdano dimestichezza con tali argomenti.

Il programma di matematica svolto in seconda infatti comprende lo studio della retta, ma non sempre si riesce a completare lo studio di un grafico con traslazioni, simmetrie ed isometrie (io quest'anno non sono riuscita). Anche nella terza i ragazzi apparivano poco disinvolti ed è stato difficile recuperare la precisione nel disegno grafico e la conoscenza delle coordinate.

Descrizione del percorso

PASSO 3

Nonostante le difficoltà di base, la classe ha lavorato sui grafici, mostrando comunque buona volontà, anzi l'introduzione del grafico ha sicuramente migliorato la comprensione del significato dei coefficienti a , b , c .

Ho sottolineato questo aspetto perché ad esso è collegato uno dei principali ostacoli nel percorso LSS, che ha minato comunque anche il Passo successivo, o meglio ha reso difficoltoso anche il procedere con il tradizionale metodo di ricerca delle radici attraverso la formula risolutiva con il delta, per intendersi.

Descrizione del percorso

PASSO 4

Il Passo 4 prevedeva la determinazione di una formula per ricavare le radici di un qualunque trinomio di secondo grado monico. Avendo già svolto la soluzione classica, ho provato ad introdurre la soluzione alternativa partendo proprio da semplici esempi numerici.

Tuttavia il percorso si è arenato per una serie di motivi. Indico a seguire i principali ostacoli.

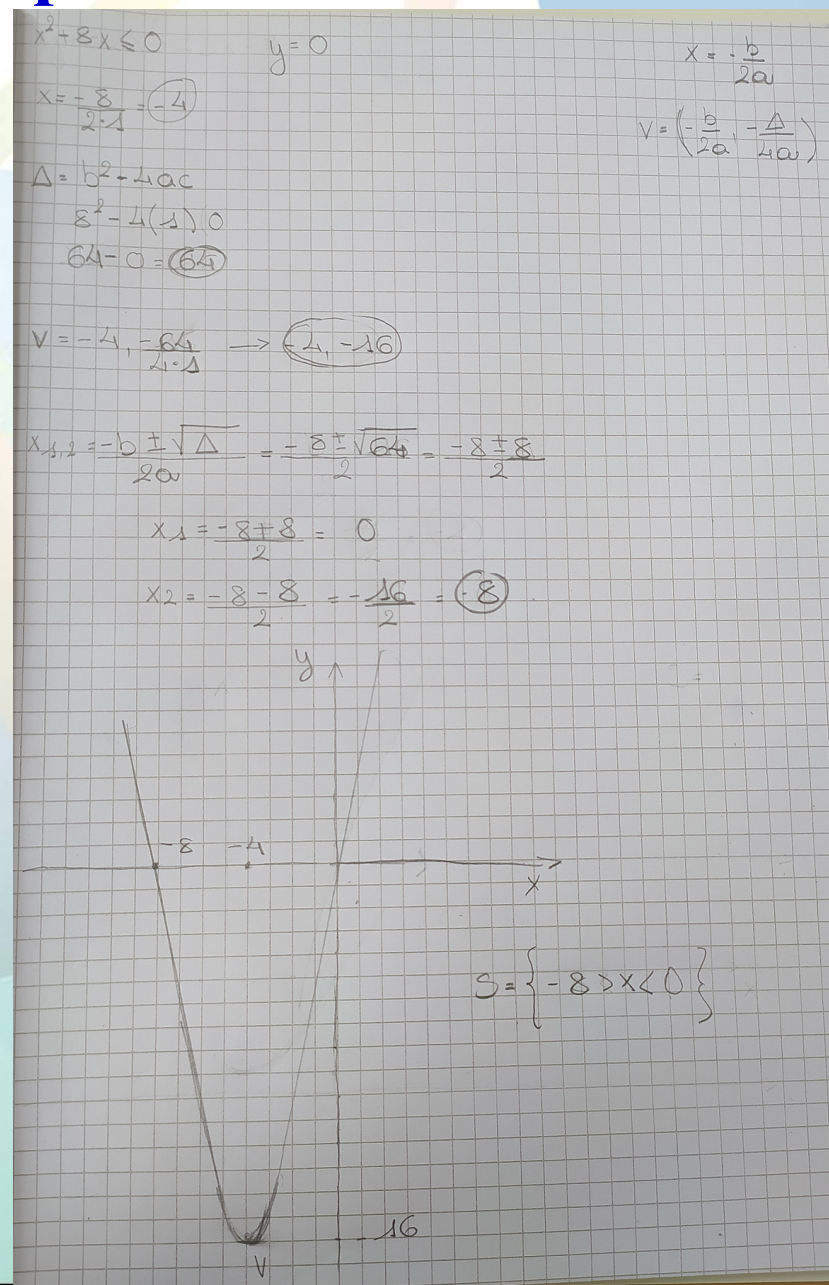
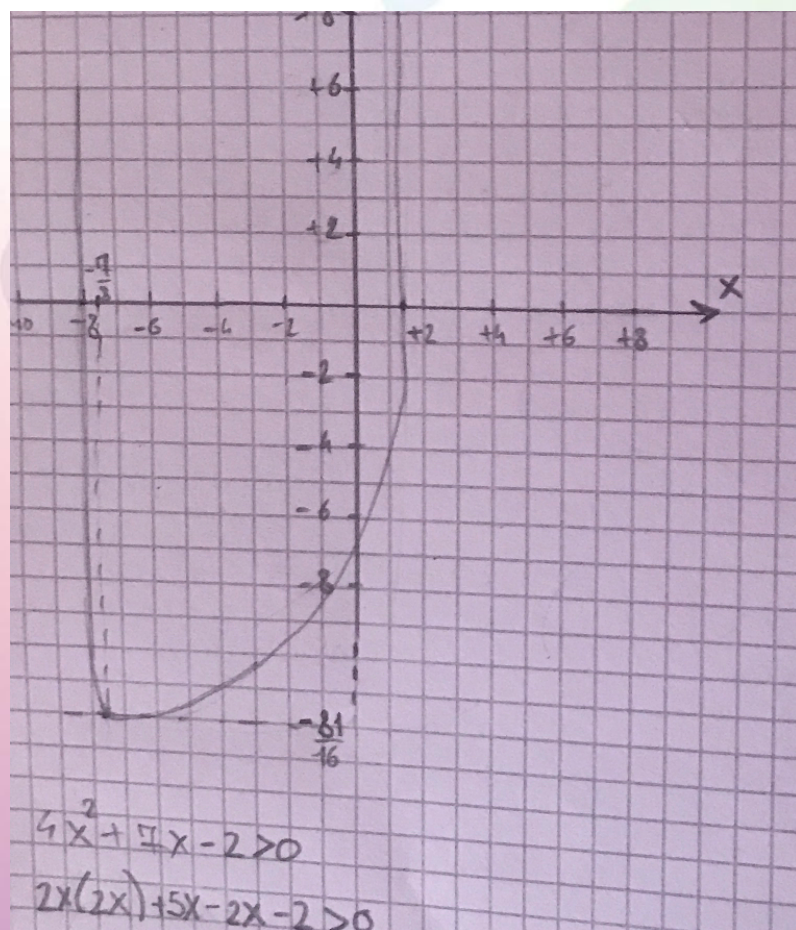
I punti deboli

1. Serie difficoltà a distinguere la variabile dal coefficiente (ritrovate anche in altre classi)
2. Difficoltà nel ricordare i principali prodotti notevoli, in particolare il prodotto somma per differenza.
3. Difficoltà nel collegare i concetti di soluzioni dell'equazione e zeri del polinomio.

Descrizione del percorso

TERZA ARTISTICO

Alcuni estratti dai lavori conclusivi per mostrare che alcuni limiti teorici e pratici sembrano ancora insuperabili.



Verifiche degli apprendimenti

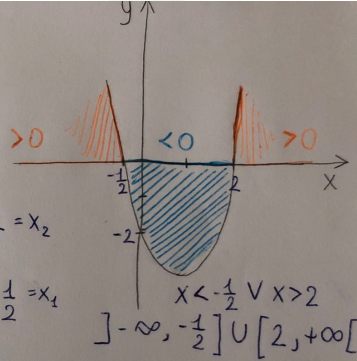
Seconda Scientifico: la verifica sommativa si è basata sullo studio di trinomi di secondo grado con il metodo grafico.

Prima scientifico: non è stata effettuata una verifica sommativa, le verifiche formative assegnate in classe sono state incentrate sull'assegnazione di trinomi di secondo grado da fattorizzare. Svoltata la fattorizzazione è stato richiesto di individuare le soluzioni dell'equazione associata e di verificarle dalla rappresentazione grafica

Terza artistico: non è stata effettuata una verifica sommativa, data la difficoltà incontrata nell'introdurre il metodo di risoluzione alternativo. Si è assegnata una verifica conclusiva (senza voto) su un percorso alternativo, precisamente il collegamento tra il segno dell'equazione di secondo grado e la parabola associata.

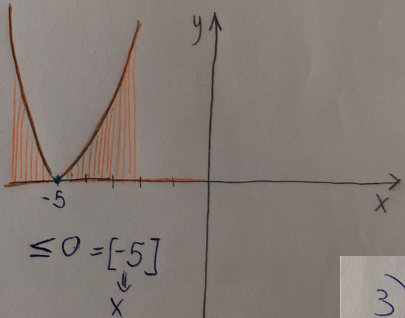
Seconda scientifico:

1) $2x^2 - 3x - 2 > 0$
 $y = 2x^2 - 3x - 2$
 $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{4}$
 $= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4}$
 $\nearrow 2 = x_2$
 $\searrow -\frac{1}{2} = x_1$



$x < -\frac{1}{2} \vee x > 2$
 $] -\infty, -\frac{1}{2}[\cup] 2, +\infty[$

2) $x^2 + 10x + 25 \leq 0$
 $y = x^2 + 10x + 25$
 $x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 25}}{2}$
 $= \frac{-10 \pm \sqrt{75}}{2}$
 $= \frac{-10 \pm 5\sqrt{3}}{2}$
 $= -5$



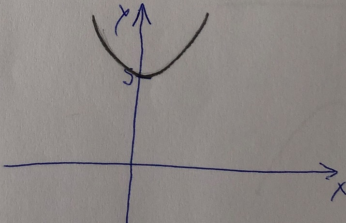
$\leq 0 = [-5]$

3) $-x^2 - x - 1 < 0$
 $y = -x^2 - x - 1$

3) $x^2 + 4x + 5 \leq 0$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 20}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{-4}}{2} \Rightarrow \text{IMPOSSIBILE}$

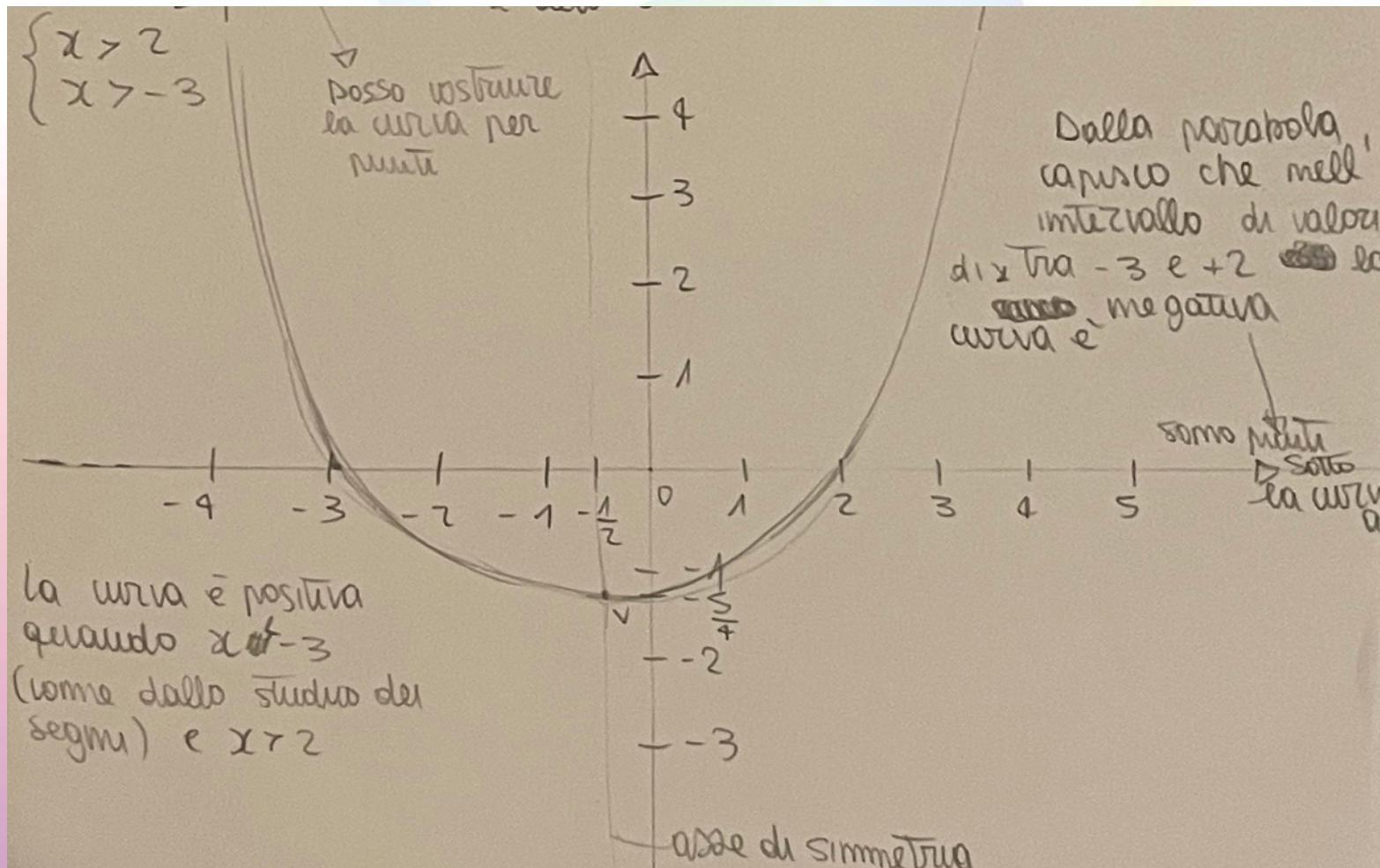
nessuna x appartenente a $\mathbb{R}$



Verifiche degli apprendimenti

TERZA ARTISTICO

Alcuni estratti dai lavori conclusivi. Una piccola percentuale dei ragazzi ha compreso e sa usare i concetti fondamentali.



Risultati ottenuti

PRIMA E SECONDA SCIENTIFICO (pur con piccole differenze rispetto ai diversi obiettivi perseguiti):

Al termine del percorso gli studenti e le studentesse hanno acquisito una familiarità con il trinomio di secondo grado, l'equazione e la funzione associata che permette loro di passare dall'interpretazione algebrica a quella grafica con facilità e naturalezza, nonché a procedere alla sua fattorizzazione in maniera sicura. I concetti di zeri di un polinomio di secondo grado, della sua fattorizzazione e della sua rappresentazione come grafico di una funzione sono integrati l'uno nell'altro, favorendo la piena comprensione dell'argomento e l'acquisizione di competenze cruciali, come la capacità di affrontare situazioni problematiche scegliendo il metodo più opportuno.

L'aver costruito in autonomia i grafici di parabole, così come l'aver sperimentato con esempi non forniti dall'insegnante ma scelti dagli studenti stessi, ha senz'altro favorito il processo di apprendimento “a tutto tondo”.

Risultati ottenuti

TERZA ARTISTICO

Il percorso di comprensione del significato di radici del trinomio di secondo grado non ha potuto beneficiare della soluzione alternativa alla formula risolutiva. Il concetto di zeri di un polinomio di secondo grado è rimasto un concetto superficialmente acquisito, solo da una piccola percentuale della classe.

Preciso che quindi una certa percentuale della classe avrebbe comunque avuto le competenze, le conoscenze e le abilità per portare in fondo il percorso IN AUTONOMIA.

Però ho ritenuto che avesse poco senso svolgere un percorso per una minoranza degli alunni: se il senso dei Laboratori del Sapere Scientifico è quello di migliorare l'apprendimento attraverso un percorso originale, questo miglioramento deve essere rivolto soprattutto a chi ha meno strumenti e a chi ha bisogno di un linguaggio o un algoritmo diverso.

Risultati ottenuti

TERZA ARTISTICO

Nonostante le difficoltà incontrate, si è proseguito lo studio della parabola cercando di fare arrivare gli alunni in autonomia all'equivalenza tra segno della parabola e segno del trinomio di secondo grado. Il passaggio dall'interpretazione algebrica a quella grafica attraverso il grafico della parabola ha permesso l'integrazione tra i due metodi con sufficiente sicurezza ed ha certamente favorito la comprensione dell'argomento e l'acquisizione di competenze grafiche e di calcolo, sapendo usare entrambe nel giusto contesto.

Anche nel caso della terza artistico, nella verifica finale si è richiesto di sapere costruire in autonomia i grafici di parabole, ed anche in questo caso questo, ha favorito il processo di apprendimento, dimostrando l'utilità di un approccio grafico.

Valutazione dell'efficacia del percorso didattico sperimentato in ordine alle aspettative e alle motivazioni del Gruppo di ricerca LSS

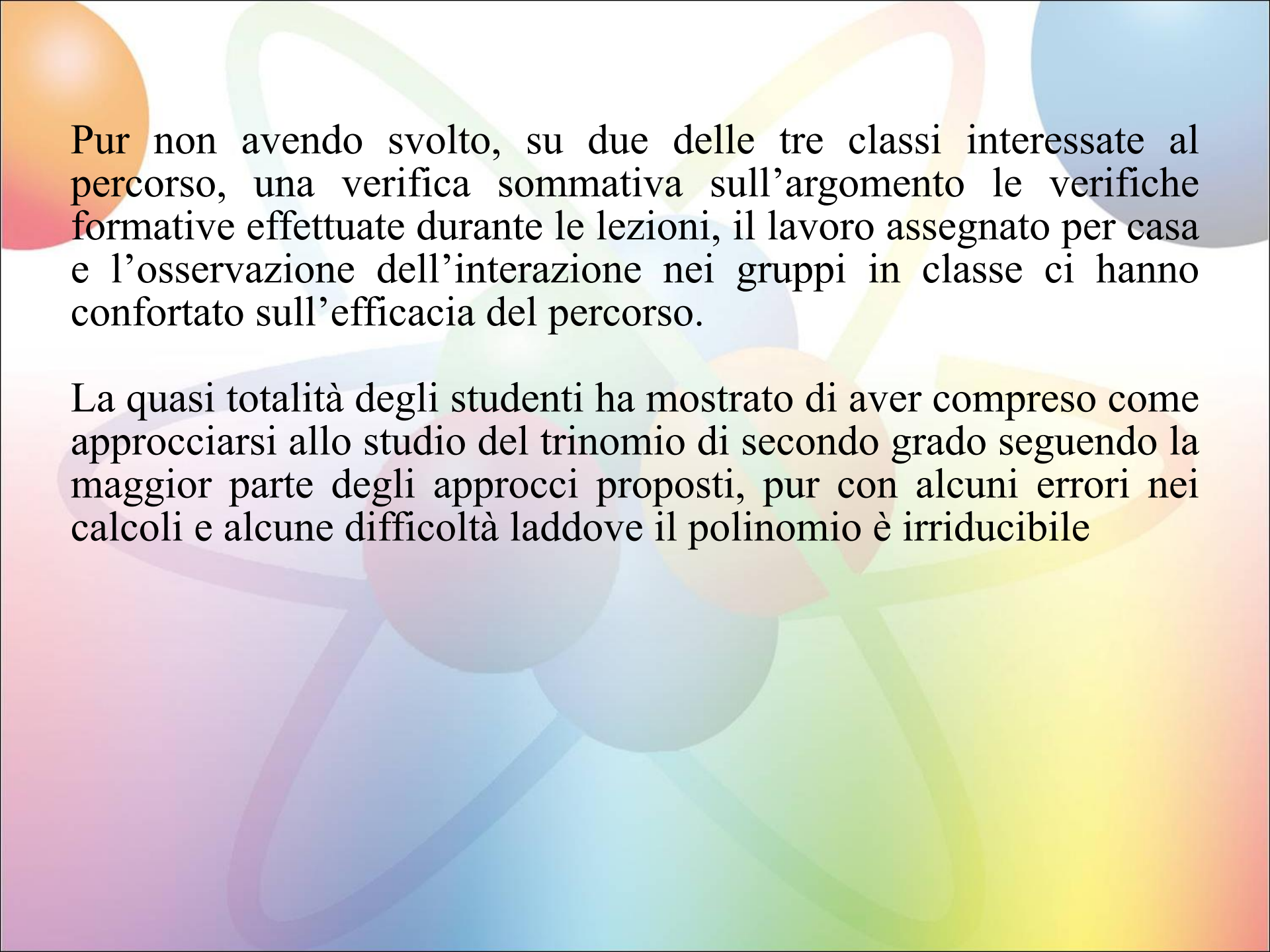
Una prima rilevazione da fare in merito alle aspettative e alle motivazioni riguarda il coinvolgimento di più insegnanti (uno per ognuna delle tre classi). La collaborazione tra docenti, senz'altro più diffusa negli altri ordini di scuola, nella secondaria superiore non è una consuetudine. Collaborare richiede tempi di progettazione spesso più lunghi e continui aggiornamenti sullo stato dell'opera. D'altra parte il confronto sia sui contenuti che sui metodi è sempre un arricchimento e l'introduzione di metodologie innovative favorisce l'interesse del gruppo classe

Il percorso, proprio grazie all'approccio induttivo utilizzato, ha catturato, maggiormente di altri, l'interesse del gruppo classe: i ragazzi si sono sentiti più coinvolti nel processo di scoperta. In particolare, gli studenti del Liceo Artistico hanno apprezzato maggiormente gli aspetti pratici e operativi del percorso (disegno del grafico di una funzione polinomiale di secondo grado).

Durante lo svolgimento del percorso abbiamo ricevuto sia feedback positivi che negativi:

- + : *“abbiamo scoperto una regola da soli”, “abbiamo generalizzato cose che già sapevamo”, “ci piace lavorare in gruppo (maledetto COVID!)”*
- : *“abbiamo lavorato troppo velocemente”, “i più bravi capiscono subito, noi facciamo più fatica”*

Riflettendo, a posteriori sul percorso, abbiamo riscontrato che i tempi di svolgimento sono stati decisamente troppo rapidi, ci piacerebbe riproporlo con tempi più rilassati, per renderlo maggiormente inclusivo ed efficace.

The background of the slide features a series of overlapping, semi-transparent circles in various colors including orange, blue, green, and purple. These circles are interconnected by thin, curved lines that create a sense of movement and flow, resembling a stylized atomic model or a network diagram. The overall aesthetic is modern and educational.

Pur non avendo svolto, su due delle tre classi interessate al percorso, una verifica sommativa sull'argomento le verifiche formative effettuate durante le lezioni, il lavoro assegnato per casa e l'osservazione dell'interazione nei gruppi in classe ci hanno confortato sull'efficacia del percorso.

La quasi totalità degli studenti ha mostrato di aver compreso come approcciarsi allo studio del trinomio di secondo grado seguendo la maggior parte degli approcci proposti, pur con alcuni errori nei calcoli e alcune difficoltà laddove il polinomio è irriducibile