REGIONE TOSCANA

Dall'aritmetica all'algebra: un approccio alla variabile

Scuola Secondaria di primo grado

Area disciplinare: Matematica

Istituto Comprensivo P.Borsellino Cascina(Pi)

Realizzato con il contributo della Regione Toscana nell'ambito del progetto

Rete Scuole LSS a.s. 2020/2021

Collocazione nel curriculum verticale

Il percorso è stato svolto all'inizio della classe 1^ della secondaria di primo grado.
Negli ambiti Numeri e Relazioni e funzioni il percorso si colloca nello sviluppo dei seguenti traguardi:

- Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni, ordinamenti e confronti tra i numeri conosciuti (numeri naturali, numeri interi, numeri decimali), quando possibile a mente oppure utilizzando gli usuali algoritmi scritti.

- Dare stime approssimate per il risultato di una operazione e controllare la plausibilità di un calcolo.

- Individuare multipli e divisori di un numero naturale e multipli e divisori comuni a più numeri.

- Interpretare, costruire e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà.

Prerequisiti:

- Eseguire le quattro operazioni in N, sia a mente che attraverso gli usuali algoritmi
- Conoscere il sistema di numerazione decimale posizionale

Approccio metodologico

Facendo riferimento alla metodologia laboratoriale l'attività si sviluppa su:

- Proposta di situazioni problematiche aperte che siano leggibili da più punti di vista in modo da stimolare negli allievi il pensiero ipotetico.
- Uso sistematico della verbalizzazione scritta.
- Analisi di procedimenti e strategie di lavoro messi in atto da altri compagni, in modo da favorire la meta-cognizione.
- Discussione collettiva degli elaborati individuali in modo da trarre dal confronto e dalla pluralità di idee, conclusioni condivise dalla classe.

In particolare per quanto riguarda l'introduzione delle lettere la strategia adottata è quella di introdurle sin dall'ingresso nella scuola media e utilizzarle in ordine di complessità come:

- Codice per indicare numeri particolari
- Oggetto di sostituzione di un numero da scoprire
- Indicatore di possibili situazioni autentiche di tipo relazionale.

L'uso delle lettere nelle tre accezioni (costante, incognita e variabile) è diversificato e diluito nel tempo. Lo scopo è di focalizzare l'attenzione degli allievi sul fatto che il loro uso consente di evidenziare le relazioni e le proprietà fra i numeri.

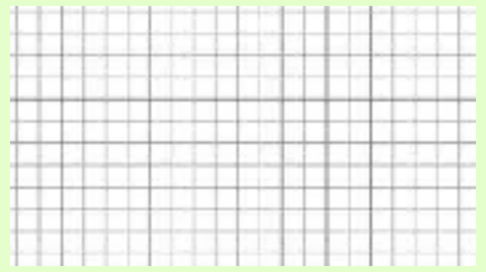
Obiettivi di apprendimento:

Conoscere e usare le proprietà delle operazioni.

Esprimere semplici relazioni e proprietà con la costruzione di formule: introduzione al linguaggio algebrico.

Materiali:

- Quaderno
- Matite
- Carta
- Strumenti per disegno geometrico
- Lim



Nelle indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione, per quanto riguarda l'ambito della matematica si legge:

".. In matematica, come in altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico che come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive..."

Ambiente

L’attività è stata svolta in aula e a casa.

Tempo impiegato

• Messa a punto preliminare nel gruppo LSS	2 h
• Progettazione specifica	8 h
• Realizzazione in classe	18 h
• Rendicontazione	12 h

Descrizione del percorso

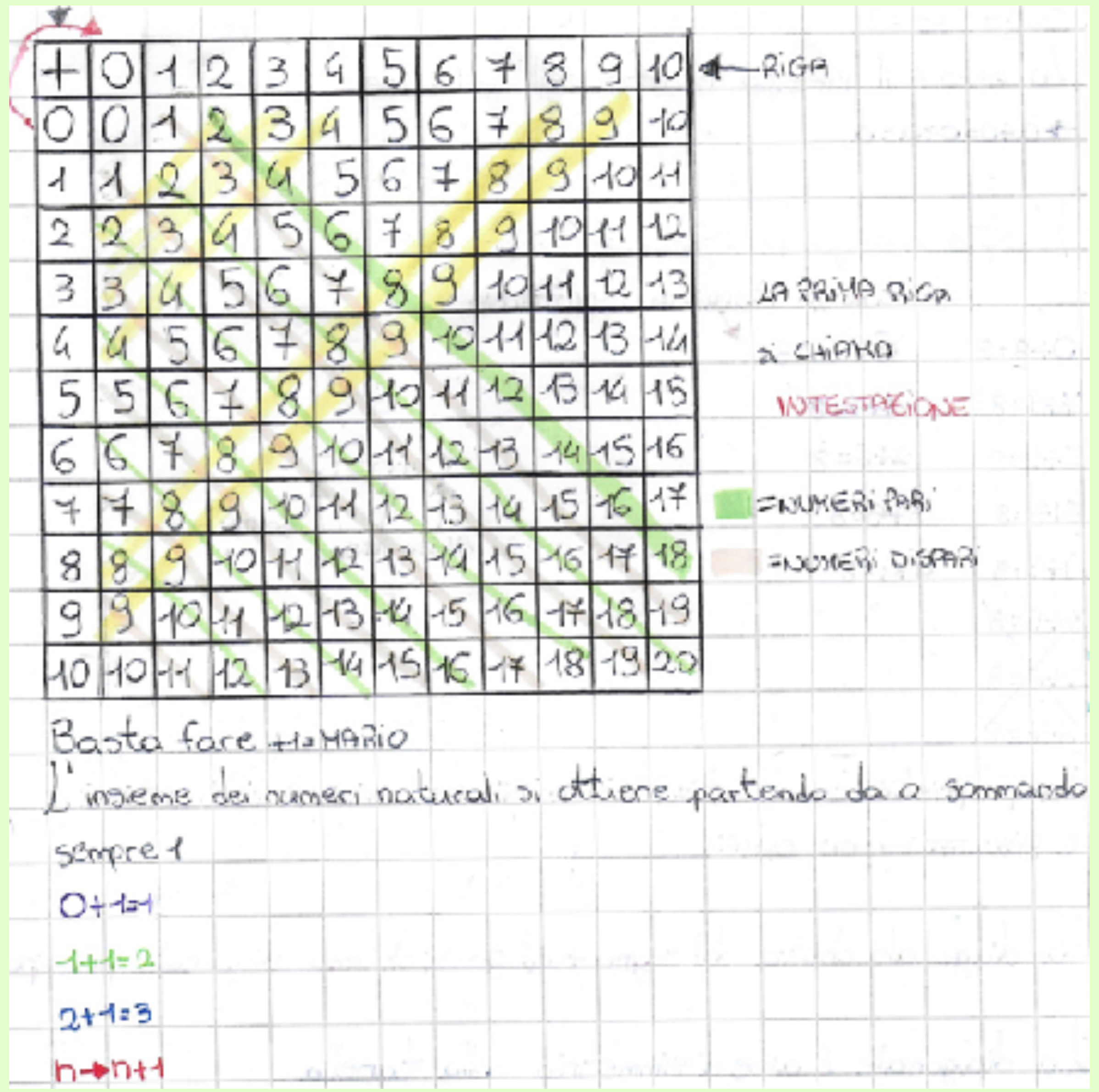
- 1° attività: scoperta della proprietà commutativa attraverso l'osservazione della disposizione dei numeri all'interno della tabella di composizione additiva.
- 2° attività: scoperta delle proprietà della sottrazione e confronto con con quelle dell'addizione. Osservazione del fatto che non tutte le operazioni sono possibili: occasione per ampliare l'insieme dei numeri. Riflessione sul significato dello zero.
- 3° attività: scoperta delle proprietà della moltiplicazione e della divisione con l'utilizzo delle tabelle dei numeri. Introduzione del concetto di divisori e multipli anche con l'uso della tabella dei resti nella quale individuare le divisioni esatte.

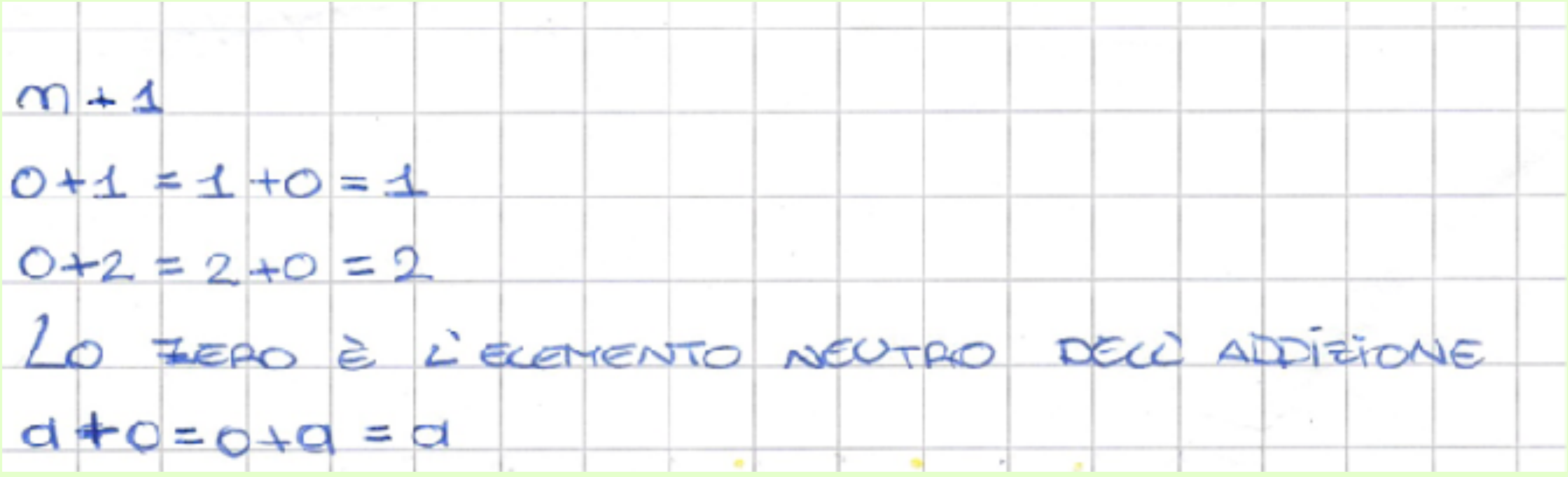
- 4^attività: introduzione all’uso delle piramidi. Questo strumento mette in risalto l’aspetto binario delle operazioni e la rappresentazione non canonica del numero.
- 5^ attività: problem-solving. La scoperta che i problemi non hanno sempre una soluzione. Riflessioni sulla “fallibilità” della proprietà commutativa nella costruzione delle piramidi.
- 6^ attività: risoluzione di una piramide con una equazione

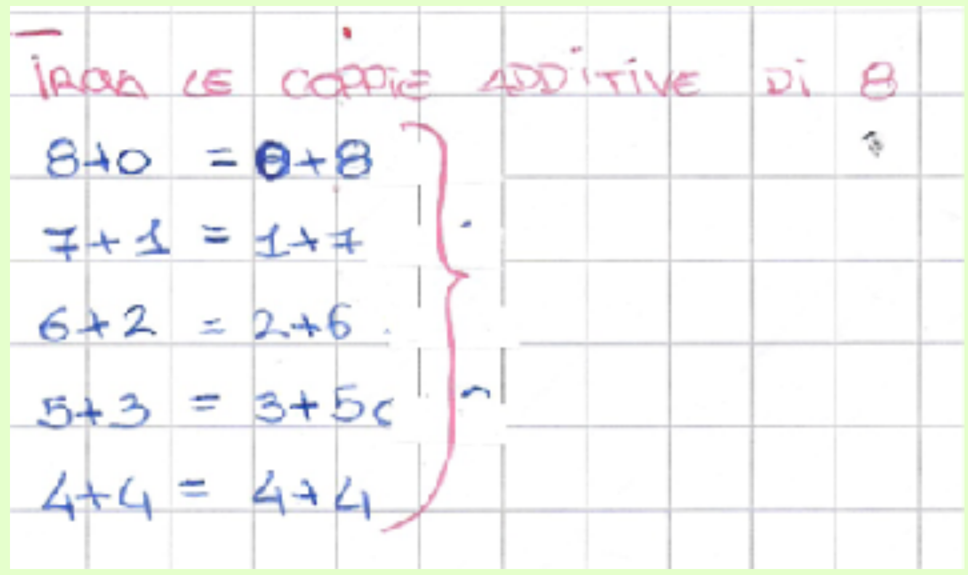
- 7^ attività: generalizzazione delle procedure, passaggio da una scrittura additiva ad una relazionale.
- 8^ attività: risoluzione di piramidi con l’uso della moltiplicazione e della divisione. Nella moltiplicazione, quando possibile, uso della scrittura di numeri come potenze. Nel caso della divisione si pone nuovamente la necessità di ampliare l’insieme numerico di lavoro così come visto nella sottrazione.

1° Attività: completamento di una tabella a doppia entrata con l'addizione dei primi 11 numeri naturali.

Attraverso l'osservazione della tabella relativa all'addizione, l'alunna scopre come si costruisce l'insieme dei naturali e formalizza la scoperta scrivendo che il successivo di n è n+1.
Evidenzia inoltre le coppie additive disposte in diagonali perpendicolari alla diagonale principale. Scopre inoltre il ruolo dello zero nell'addizione scrivendo dopo alcuni esempi il caso generale.

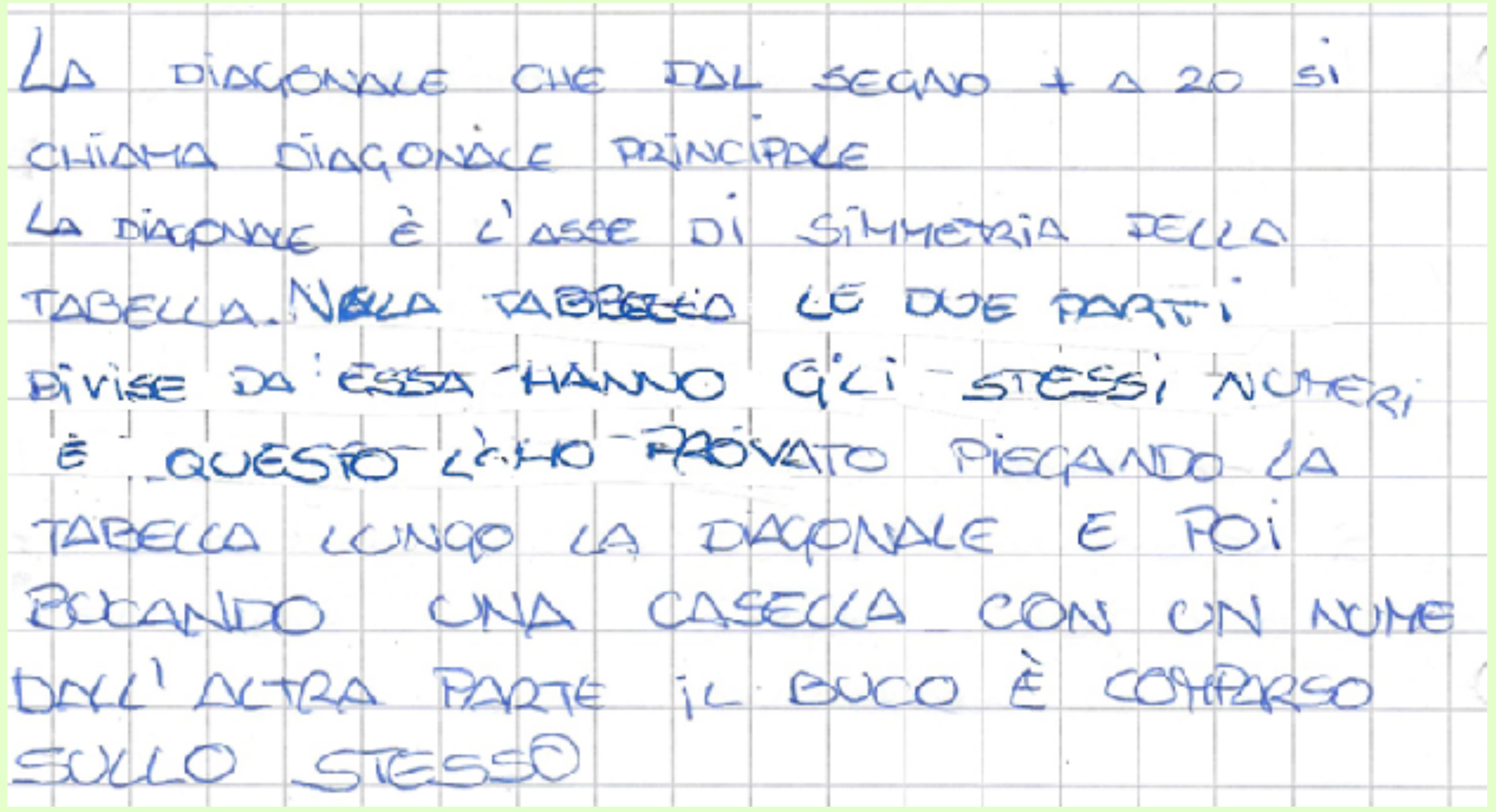


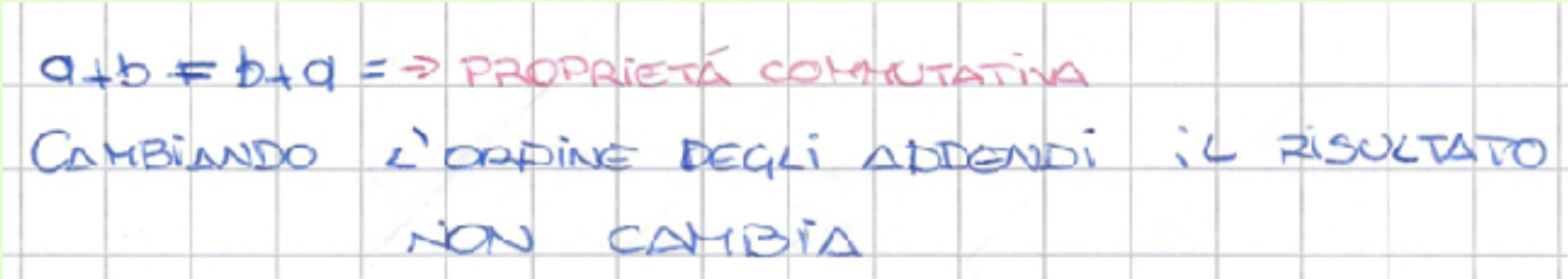




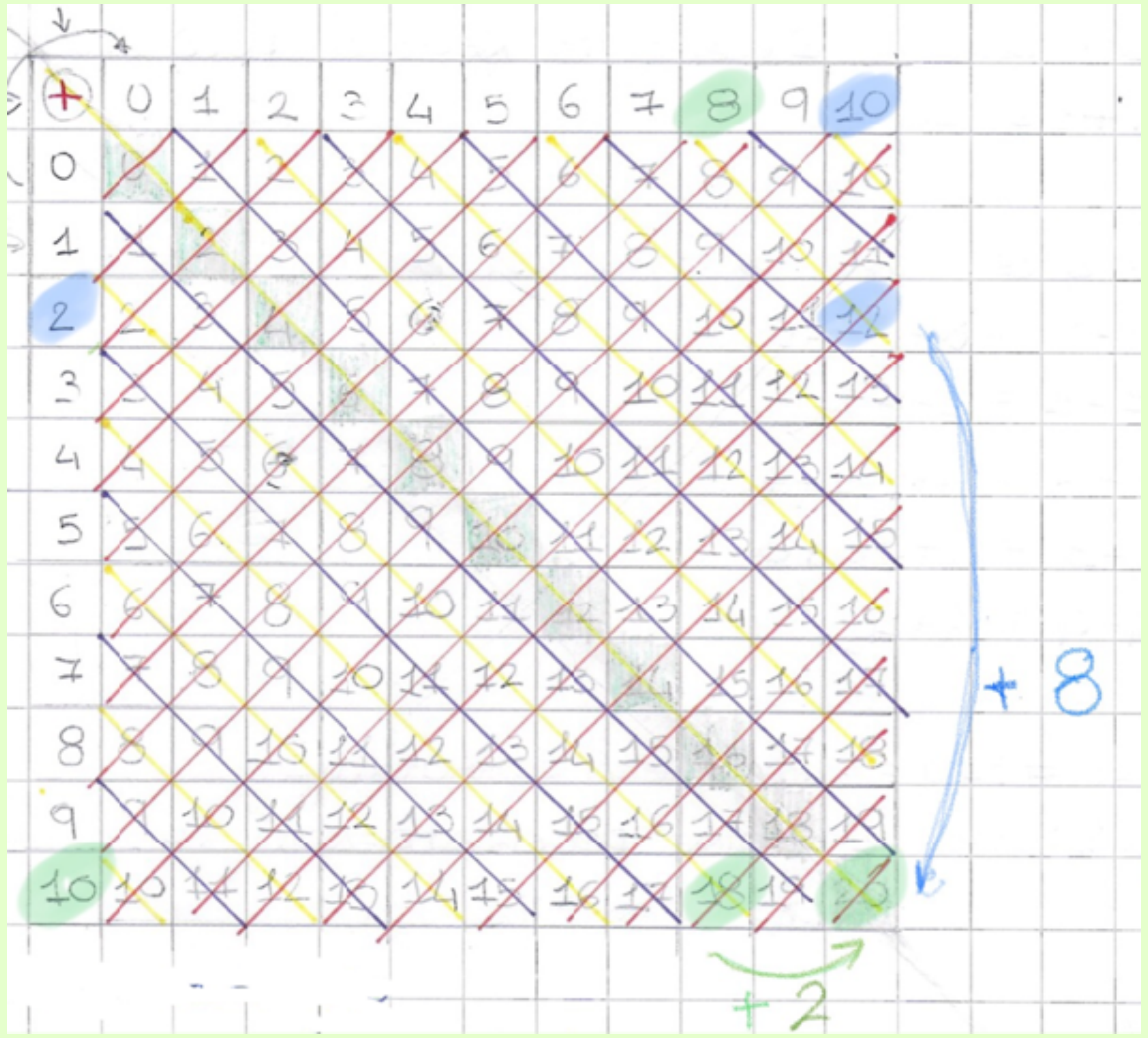
Dall'aritmetica all'algebra: un approccio alla variabile

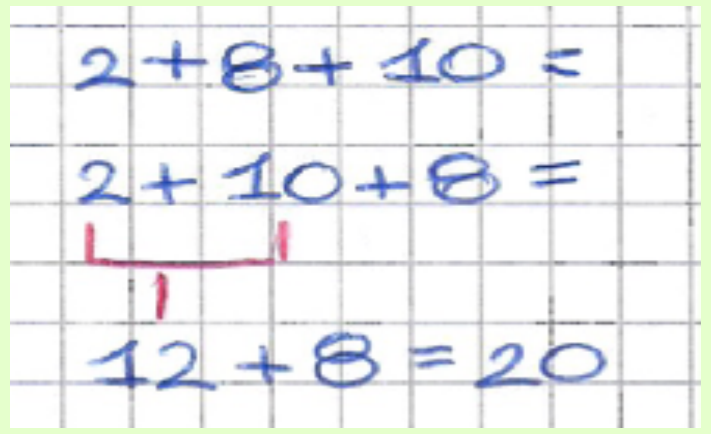
Sara riferisce di aver scoperto che piegando la tabella della addizione lungo la diagonale principale e bucando il numero di un quadretto da un lato di questa, trova dall'altro lo stesso numero. Dopo aver scritto alcuni esempi numerici, generalizza utilizzando le lettere e formalizza la proprietà commutativa.

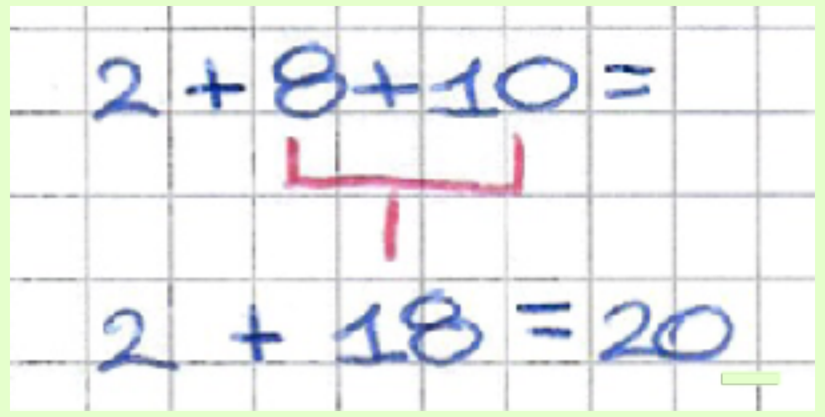

LA DIAGONALE CHE DAL SEGNO + A 20 SI
CHIAMA DIAGONALE PRINCIPALE
LA DIAGONALE È L'ASSE DI SIMMETRIA DELLA
TABELLA. NELLA TABELLA LE DUE PARTI
DIVISE DA ESSA HANNO GLI STESSI NUMERI
E QUESTO L'HO PROVATO PIEGANDO LA
TABELLA LUNGO LA DIAGONALE E POI
BUCANDO UNA CASELLA CON UN NUME
DALL'ALTRA PARTE IL BUCO È COMPARSO
SULLO STESSO

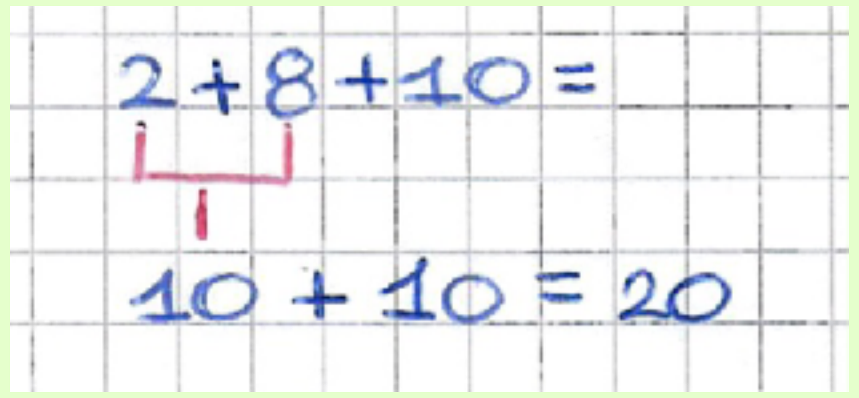

$a+b = b+a \Rightarrow$ PROPRIETÀ COMMUTATIVA
CAMBIANDO L'ORDINE DEGLI ADDENDI IL RISULTATO
NON CAMBIA

Sara evidenzia sulla sua tabella con colori diversi le operazioni che permettono di verificare la proprietà associativa: in azzurro colora il 2, il 10 e la loro somma, il 12, e da 10 traccia una freccia che indica lo spostamento verso il basso pari a 8 caselle che porta a 20. In verde colora i numeri 10 e 8 e la loro somma 18 da cui si sposta verso destra di 2 quadretti fino a raggiungere il numero 20.



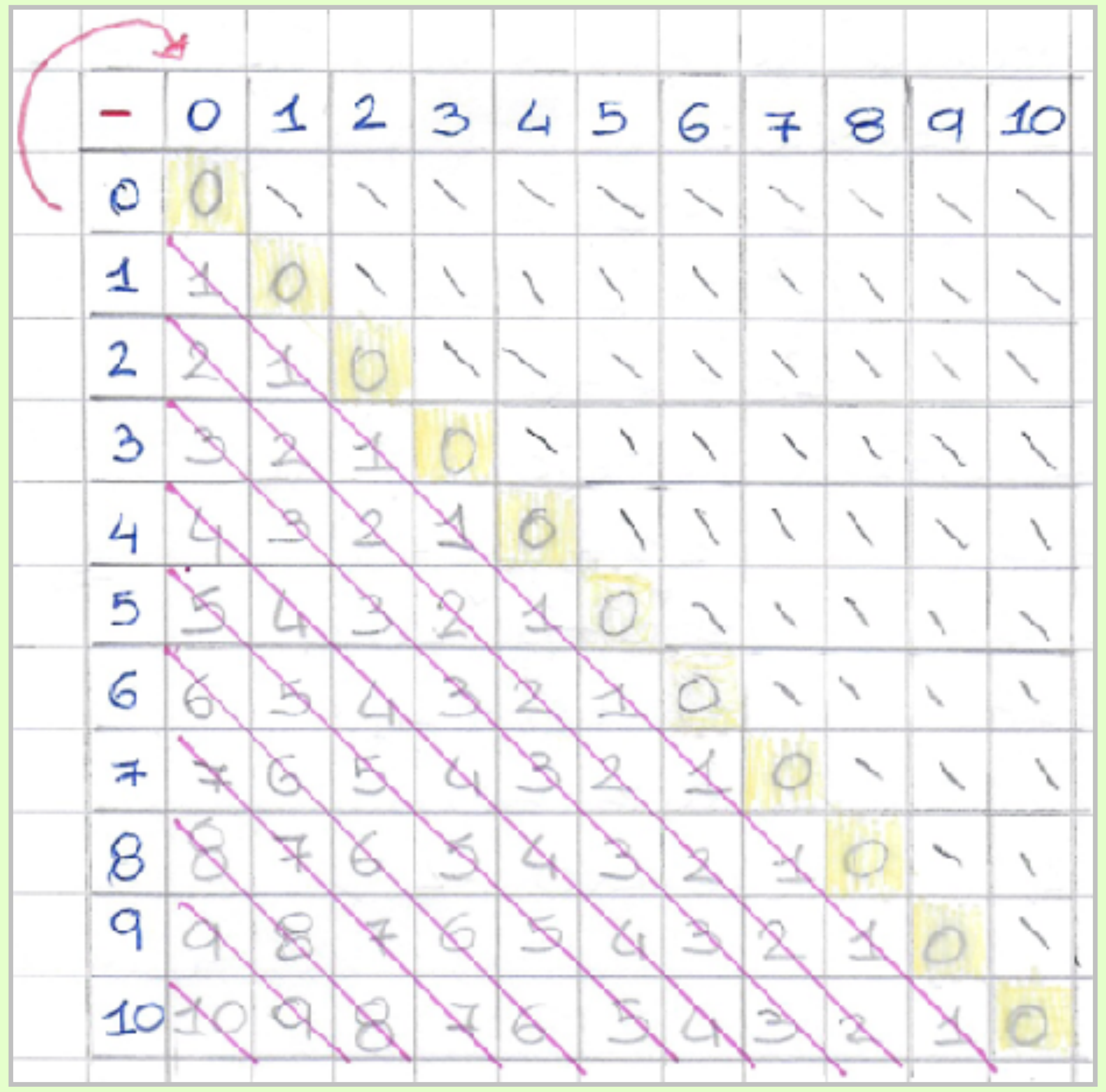


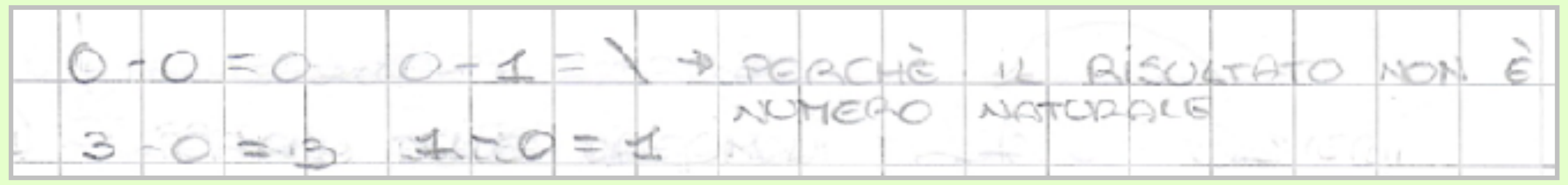


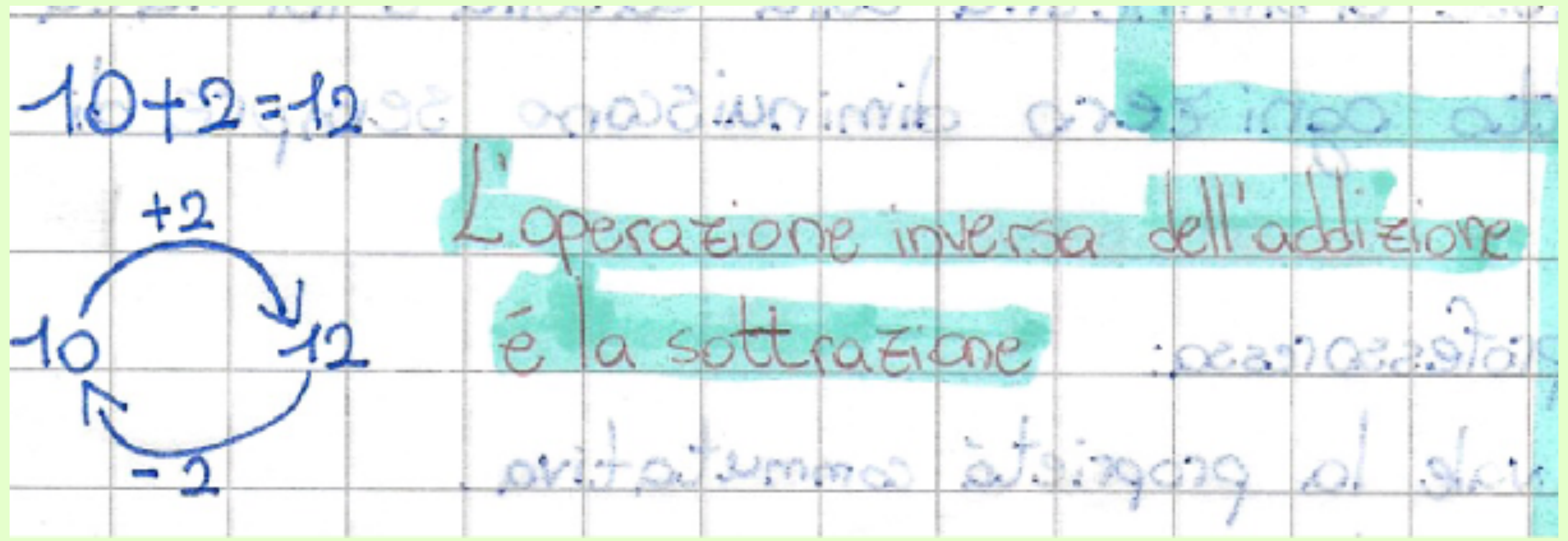


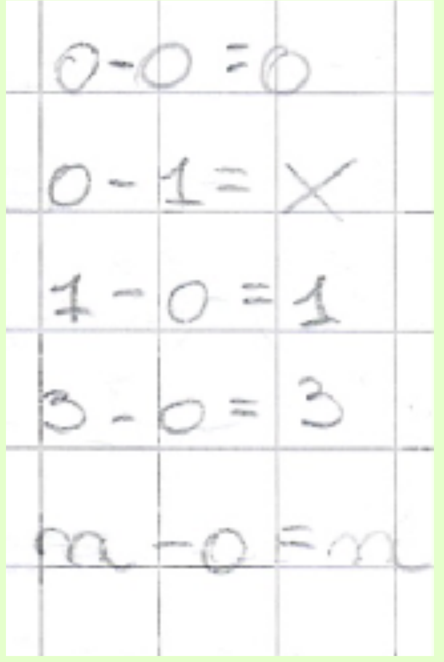
2° Attività: completamento di una tabella a doppia entrata con la sottrazione tra i primi 11 numeri naturali.

Dario osserva che “…la tabella non è completa perché non si può sottrarre da un numero minore uno maggiore”; Sara interviene, dicendo che invece, un risultato esiste ma è negativo. Aggiunge che nella sottrazione non vale la proprietà commutativa.
Alcuni scrivono che l’operazione di sottrazione è l’operazione inversa dell’addizione.

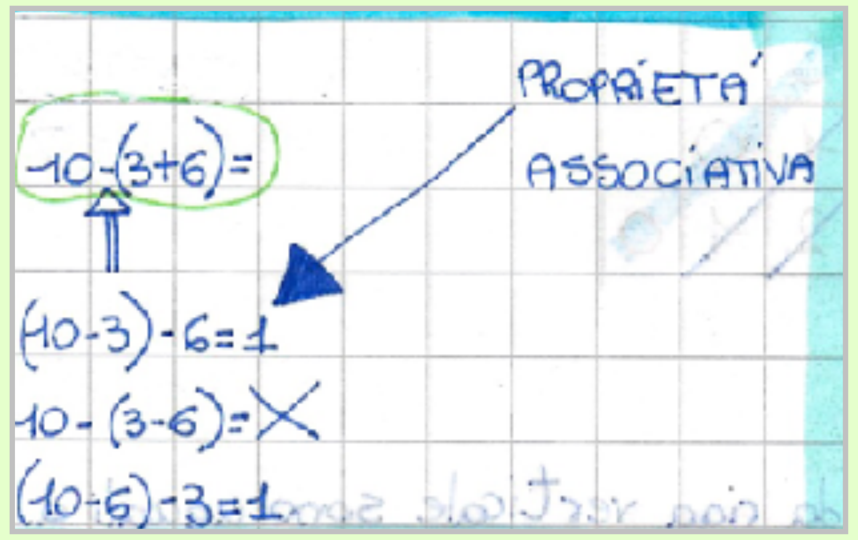


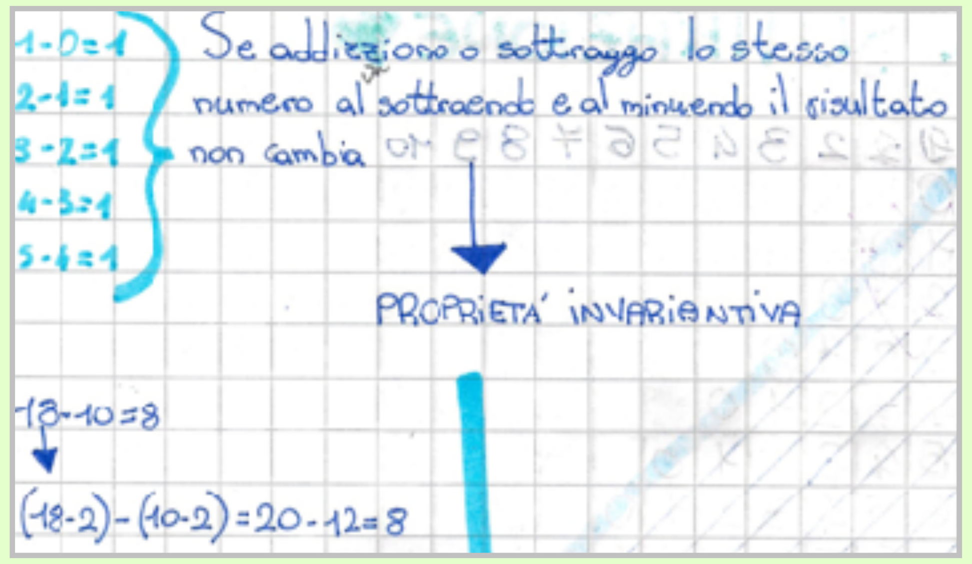


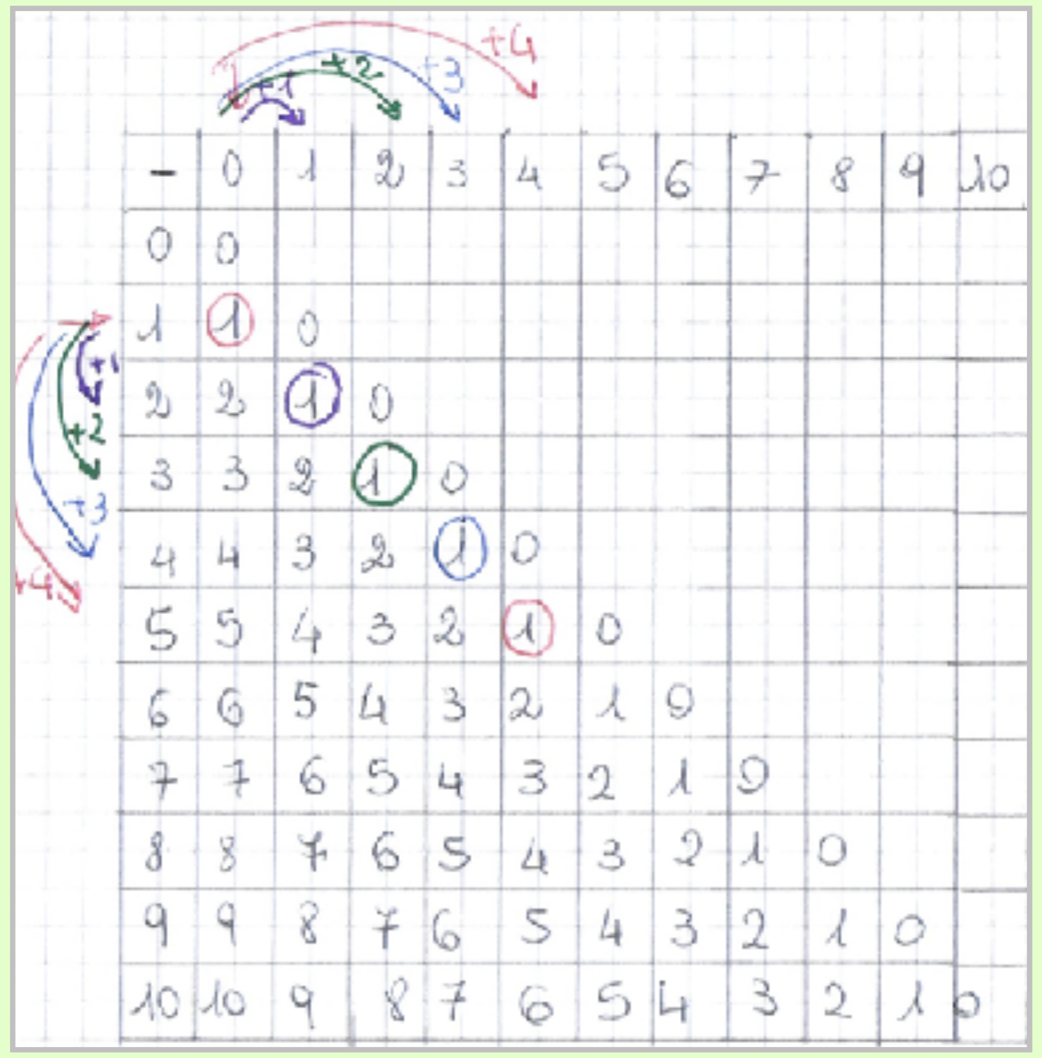




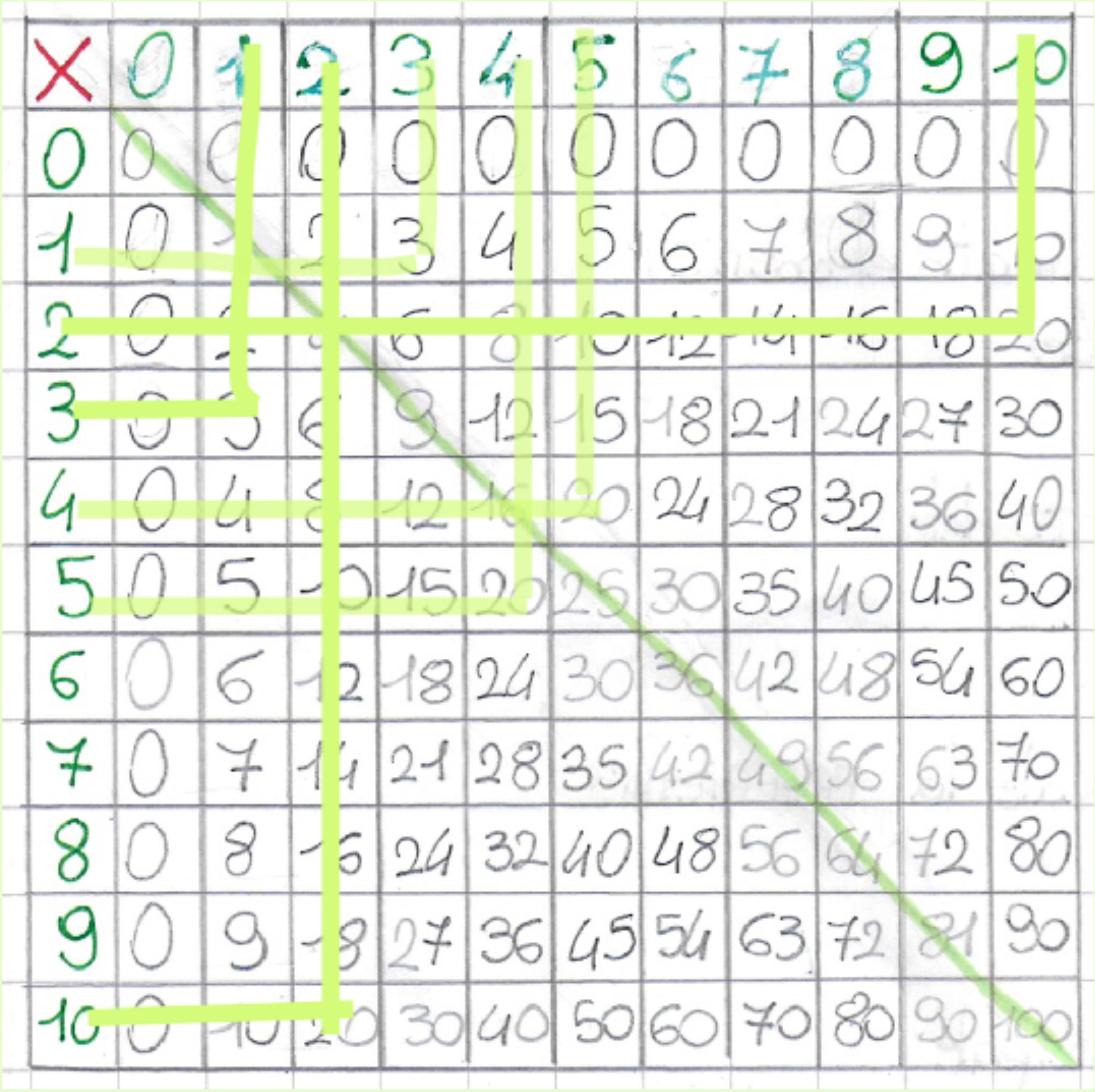
Dopo aver confrontato le osservazioni fatte dai ragazzi, ho chiesto se le proprietà scoperte nell'addizione valessero anche nella sottrazione. Hanno subito verificato e, come illustrato da Asia usando una piccola espressione, scoprono che associando tra loro i numeri non ottengono la stessa soluzione. Scoprono la proprietà invariantiva, che non vale per l'operazione di addizione, e la riconoscono anche sulla tabella.





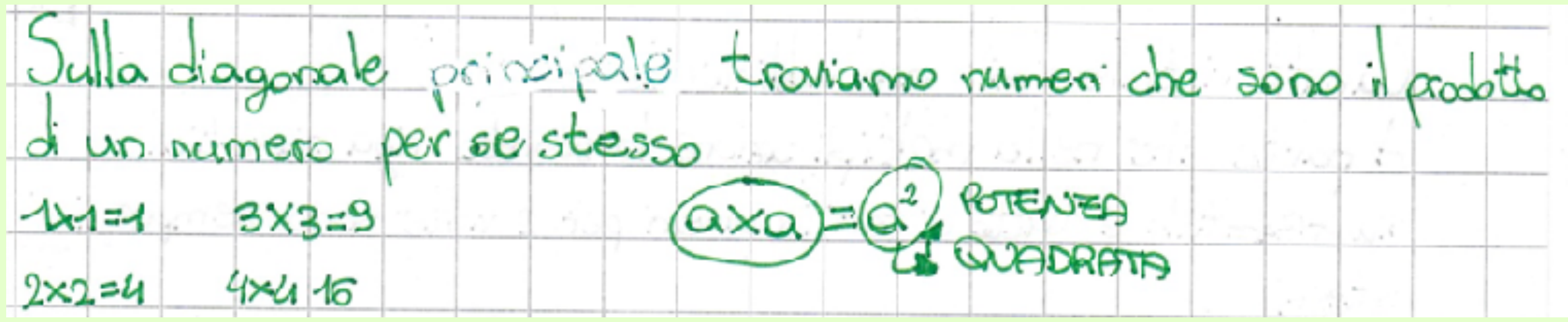


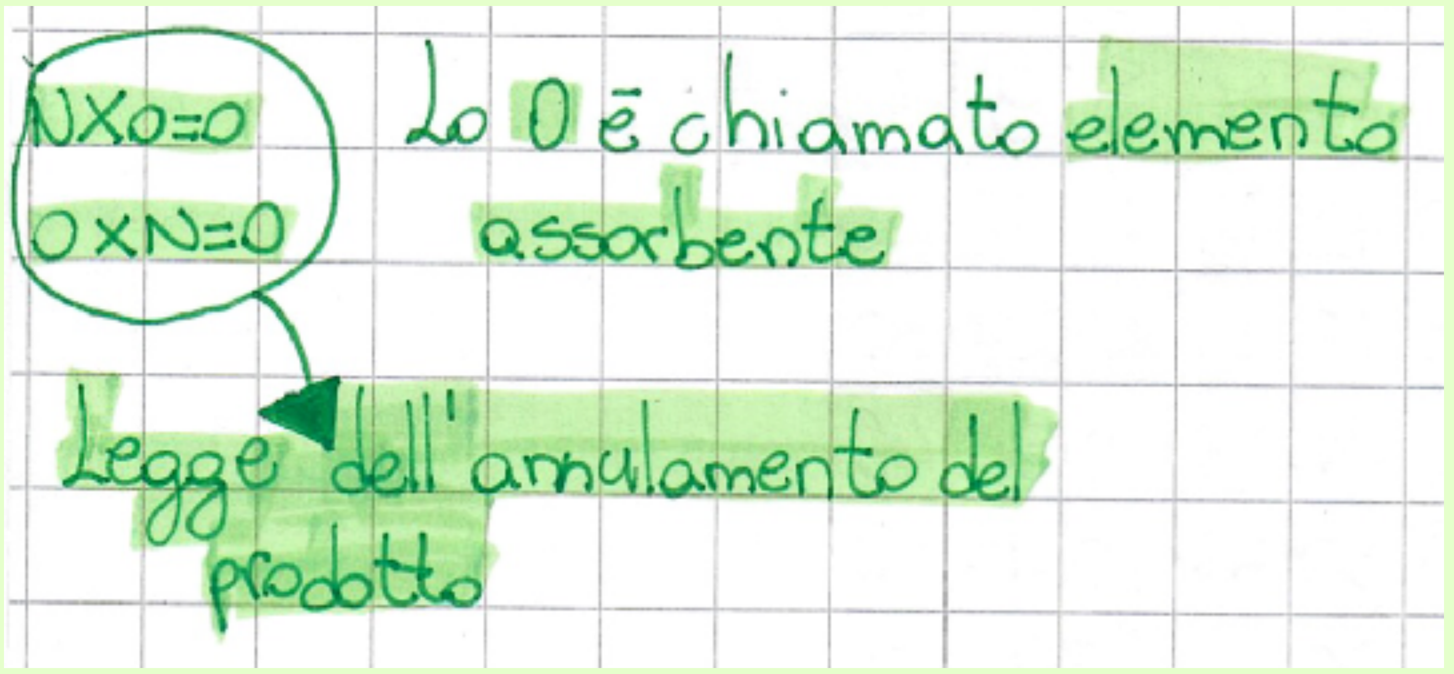
3° Attività: completamento di una tabella a doppia entrata con moltiplicazione dei primi 11 numeri naturali.
Questa attività ha stimolato molte osservazioni. Nella tabella della moltiplicazione Asia evidenzia alcune moltiplicazioni come 1x3=3x1, 5x4=4x5 e afferma che "…nella moltiplicazione vale la proprietà commutativa".

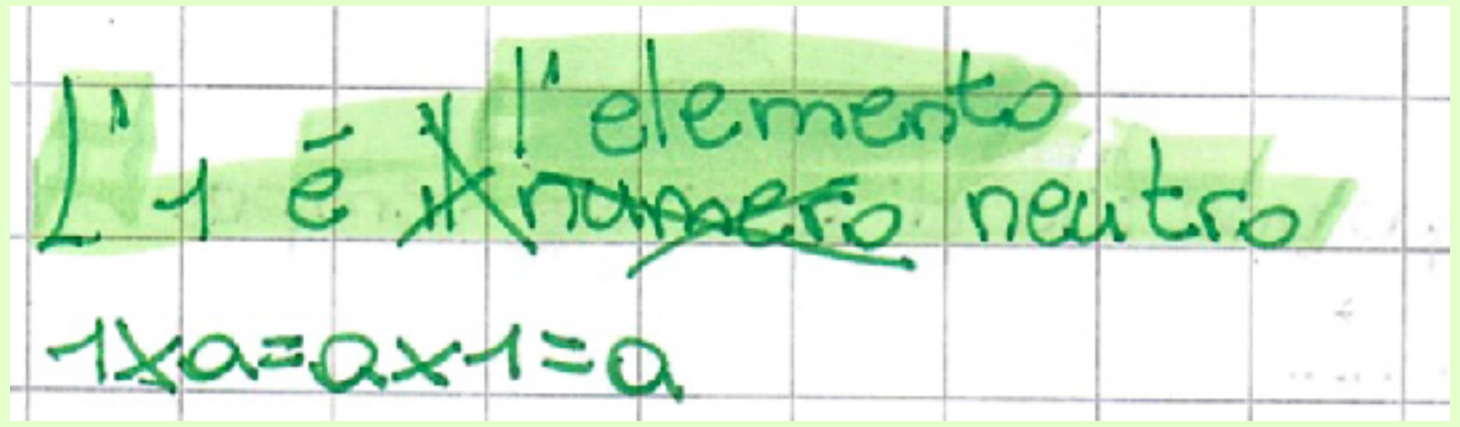


Dall’osservazione della tabella della moltiplicazione Asia scopre che lungo la diagonale principale si trovano numeri che sono il prodotto di un numero per se stesso e ne scrive la generalizzazione usando la potenza, a^2.

Scopre inoltre che moltiplicare qualsiasi numero per 0 rende nullo il prodotto e che l’elemento neutro è il numero 1.

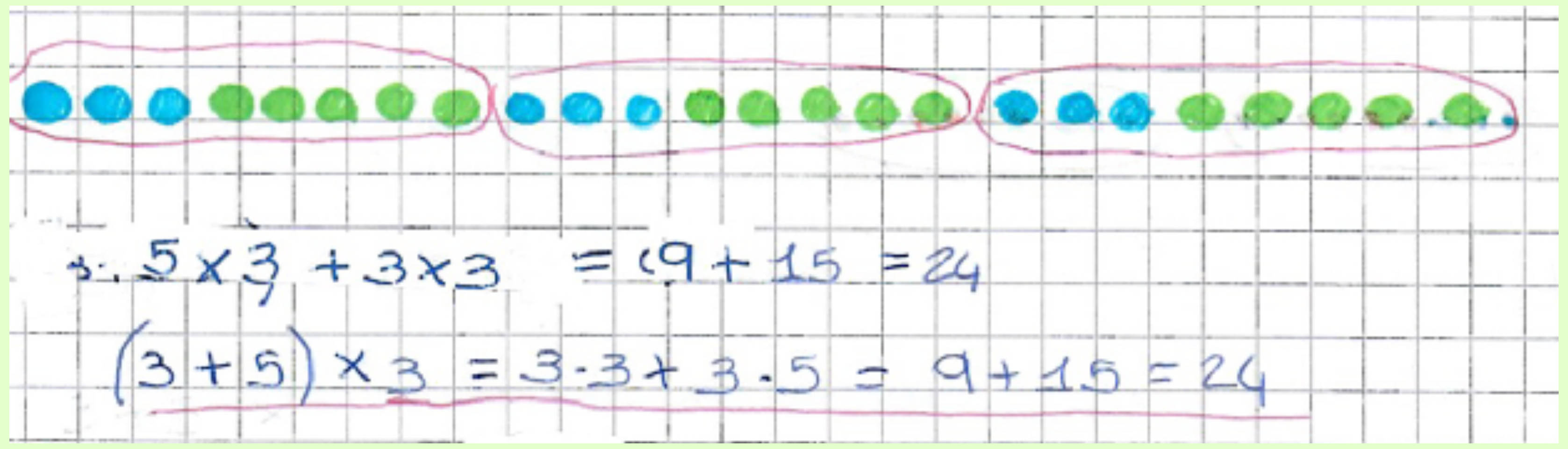


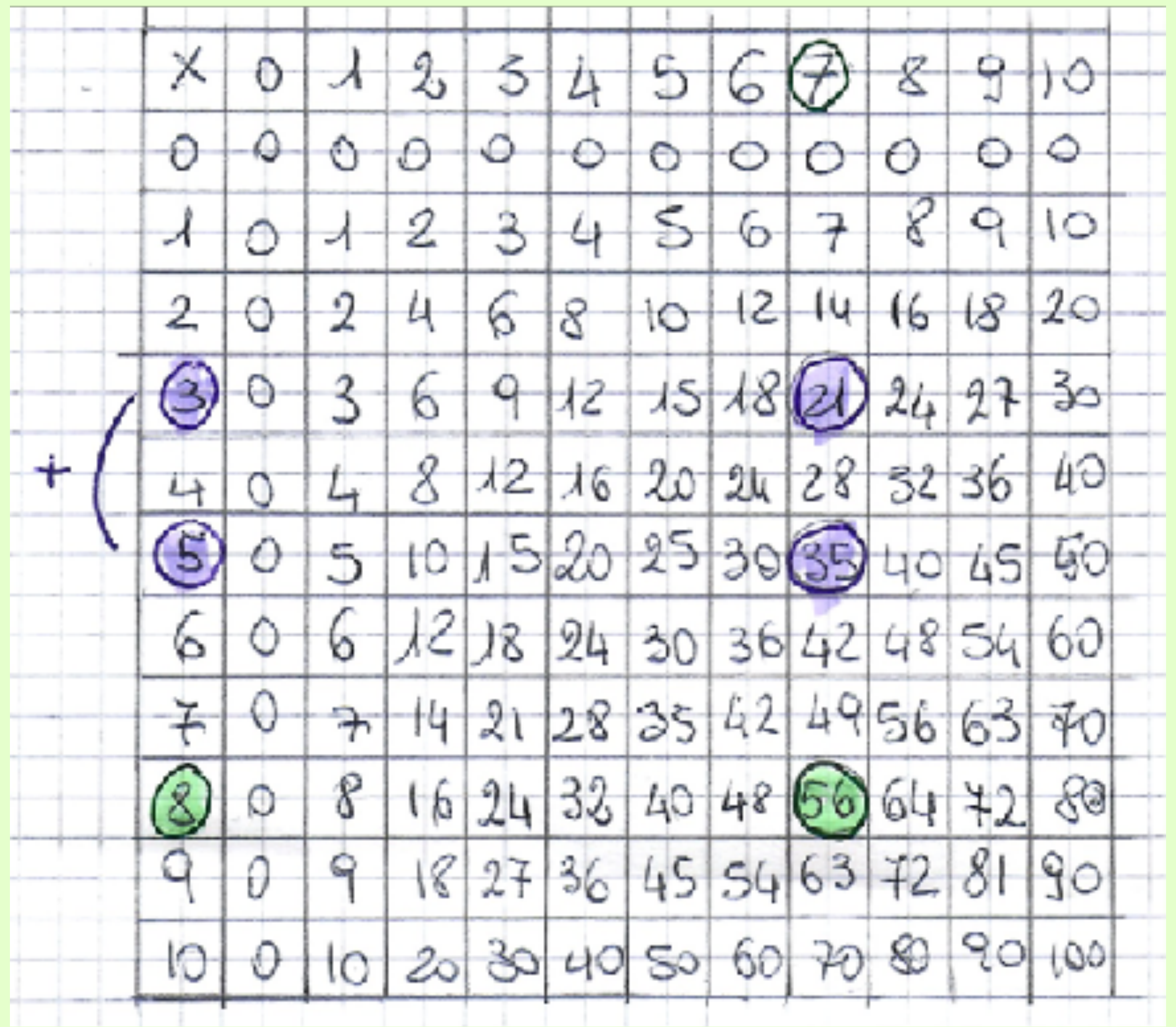




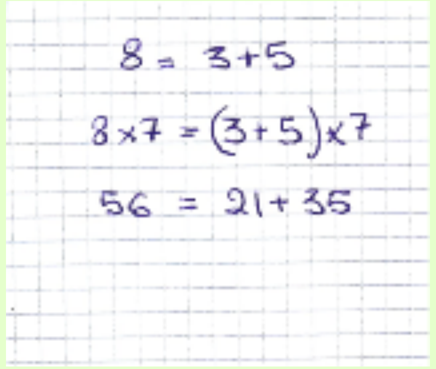
Dall’aritmetica all’algebra: un approccio alla variabile

La proprietà distributiva è stata introdotta con il calcolo a mente, proponendo strategie di calcolo diverse dalle procedure in colonna. Successivamente ho proposto di rappresentare un numero come somma di quantità di oggetti diversi che Sara ha poi tradotto in una relazione numerica. Ho chiesto inoltre di cercare anche nella tabella della moltiplicazione una possibile dimostrazione della proprietà. Sara è riuscita a riconoscere ciò che prima aveva scoperto.

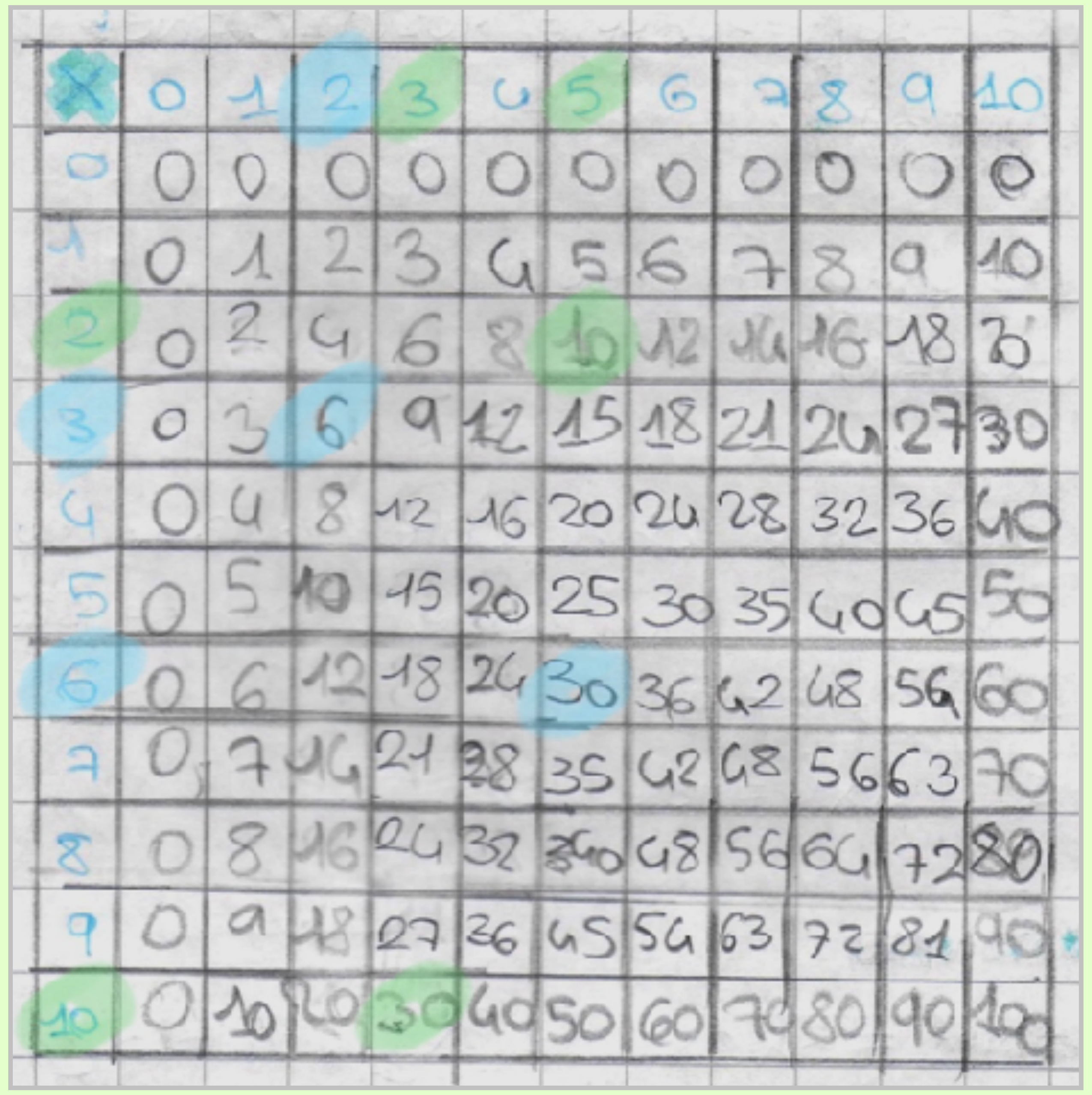


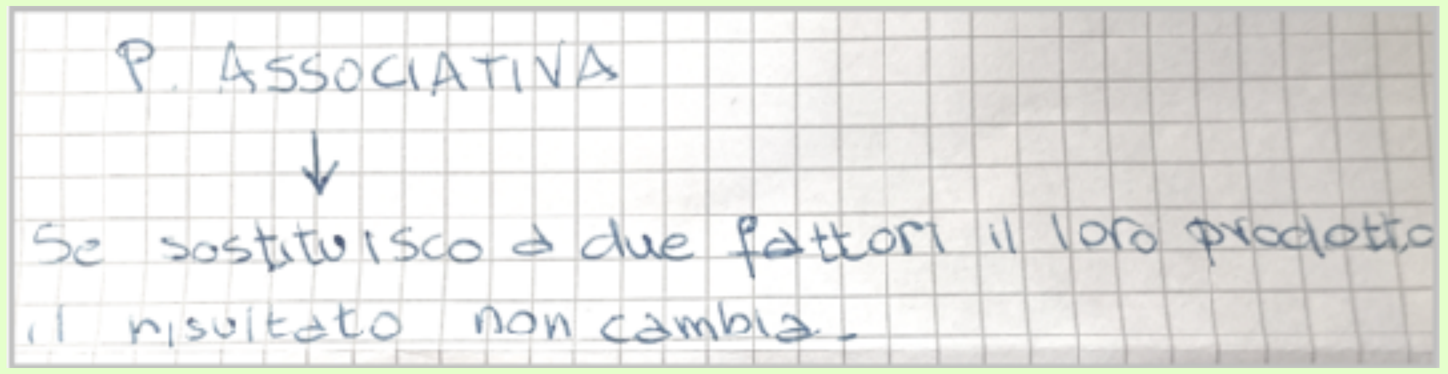


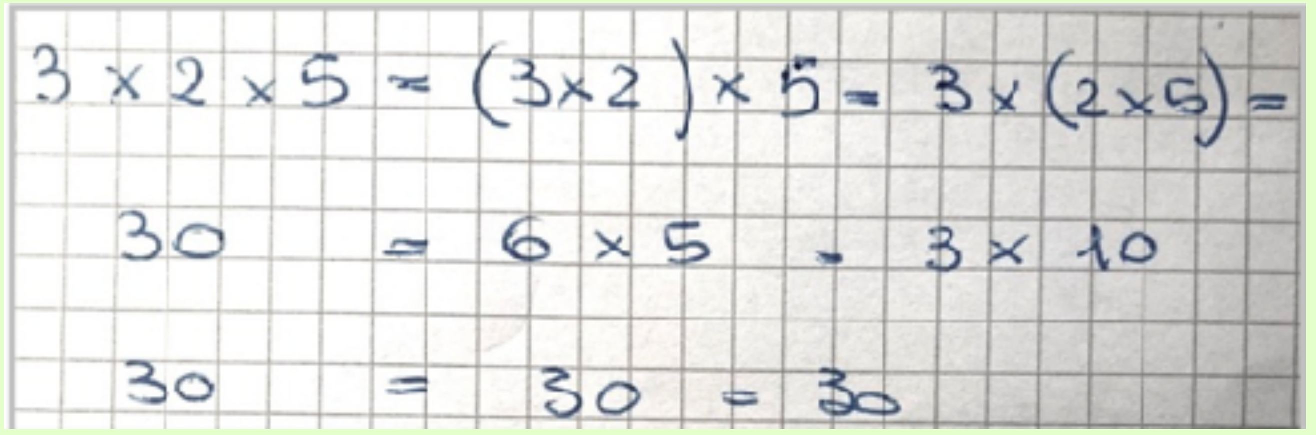
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100



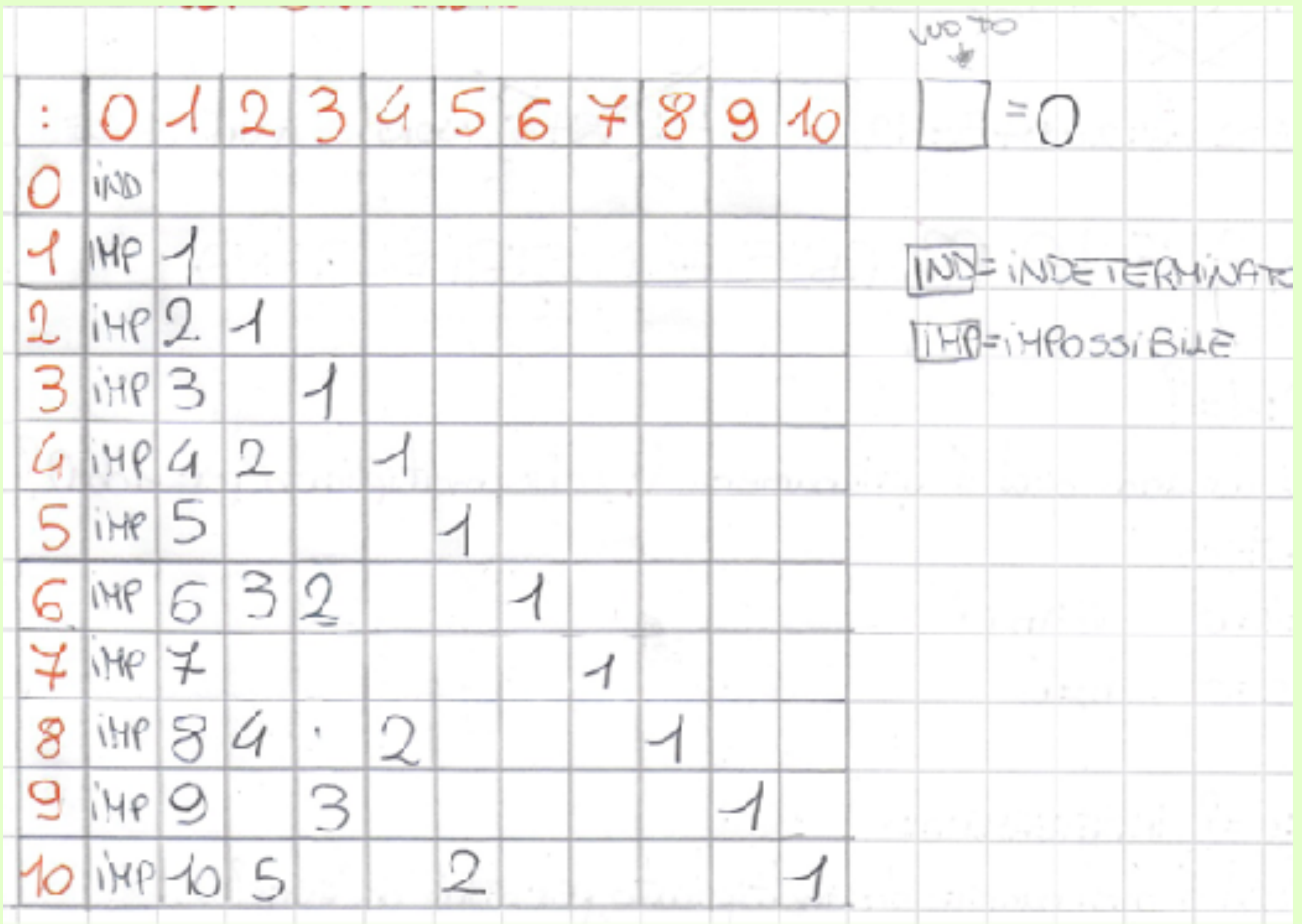
Utilizzando ancora la tabella della moltiplicazione verificano che anche per la moltiplicazione vale la proprietà associativa. Greta evidenzia in azzurro la moltiplicazione 3x2 e quindi moltiplica 6x5 trovando 30. Lo stesso risultato lo ottiene moltiplicando 2x5 (in verde) e quindi 10x3.



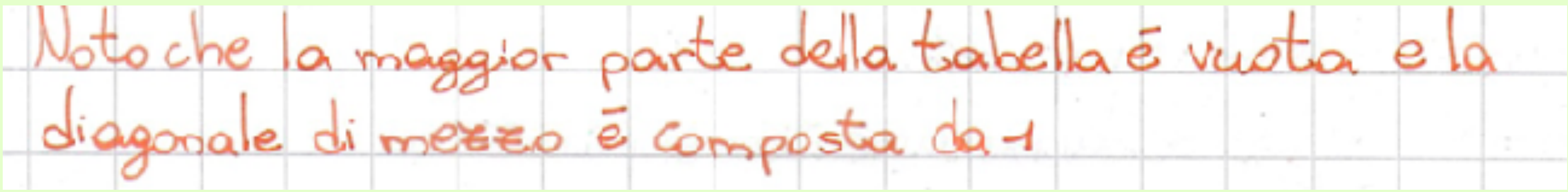


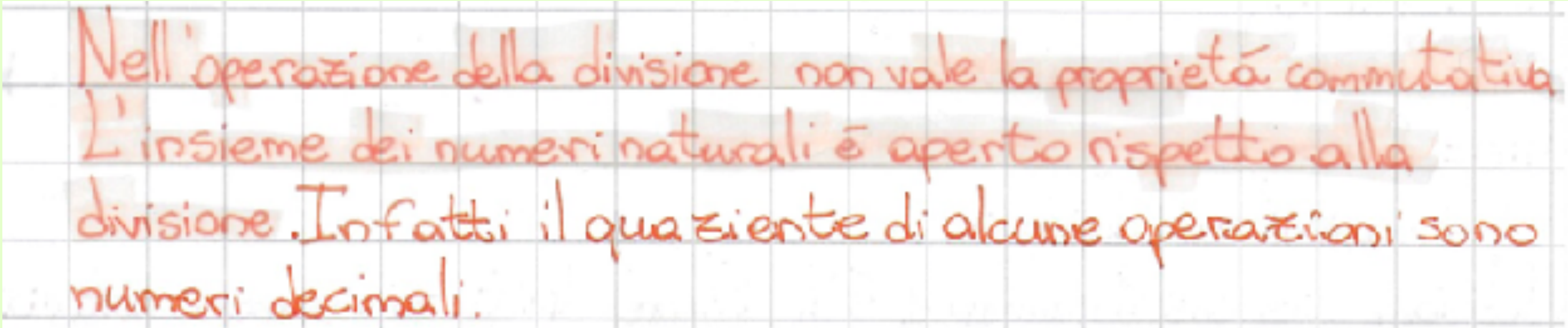


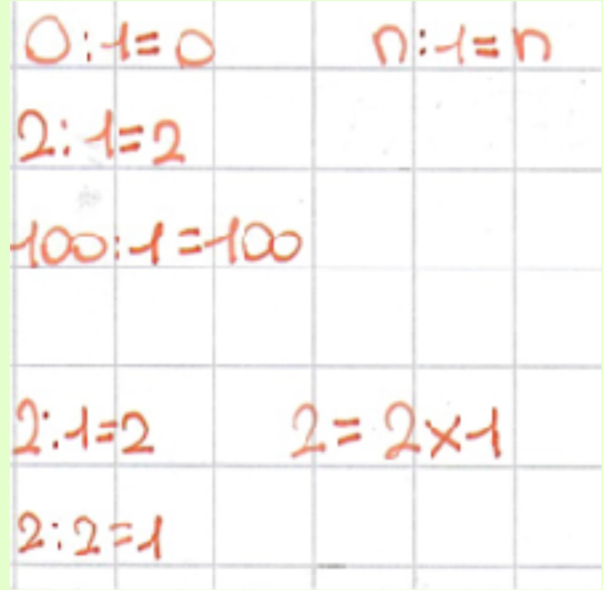
Sempre con l’uso di una tabella a doppia entrata abbiamo approfondito le proprietà della divisione. Asia ha corredato la tabella della divisione di una legenda dove si evidenzia la difficoltà degli alunni, anche i più attenti a comprendere il significato dello zero. Infatti nelle osservazioni scrive che la tabella è per la maggior parte vuota, poiché non sempre il quoziente è un numero intero, ma allo stesso tempo accanto alla legenda del quadretto vuoto mette uguale a 0, che è corretto per la prima riga, ma non per le altre caselle vuote.



:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	IND										
1	IMP	1									
2	IMP	2	1								
3	IMP	3		1							
4	IMP	4	2		1						
5	IMP	5				1					
6	IMP	6	3	2			1				
7	IMP	7						1			
8	IMP	8	4		2				1		
9	IMP	9		3						1	
10	IMP	10	5			2					1







Dall’aritmetica all’algebra: un approccio alla variabile

Osservano che nelle celle vuote della precedente tabella avrebbero dovuto scrivere un numero decimale. La conferma che quelle divisioni non erano esatte la trovano nella tabella dei resti. Le celle che contenevano, invece, un numero naturale qui presentano lo zero.

Tabella dei resti

	:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	0	IND										
D	1		0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
P	2		0	0	2	2	2	2	2	2	2	2
D	3		0	1	0	3	3	3	3	3	3	3
P	4		0	0	1	0	4	4	4	4	4	4
D	5		0	1	2	1	0	5	5	5	5	5
P	6		0	0	0	2	1	0	6	6	6	6
D	7		0	1	1	3	2	1	0	7	7	7
P	8		0	0	2	0	3	2	1	0	8	8
D	9		0	1	0	1	4	3	2	1	0	9
P	10		0	0	1	2	0	4	3	2	1	0

Osservazioni

1) Osserviamo che nella prima colonna ci sono solo 0 -
2) Nella seconda colonna si alternano l'1 e lo 0 -
3) Nella diagonale principale troviamo solo 0 -

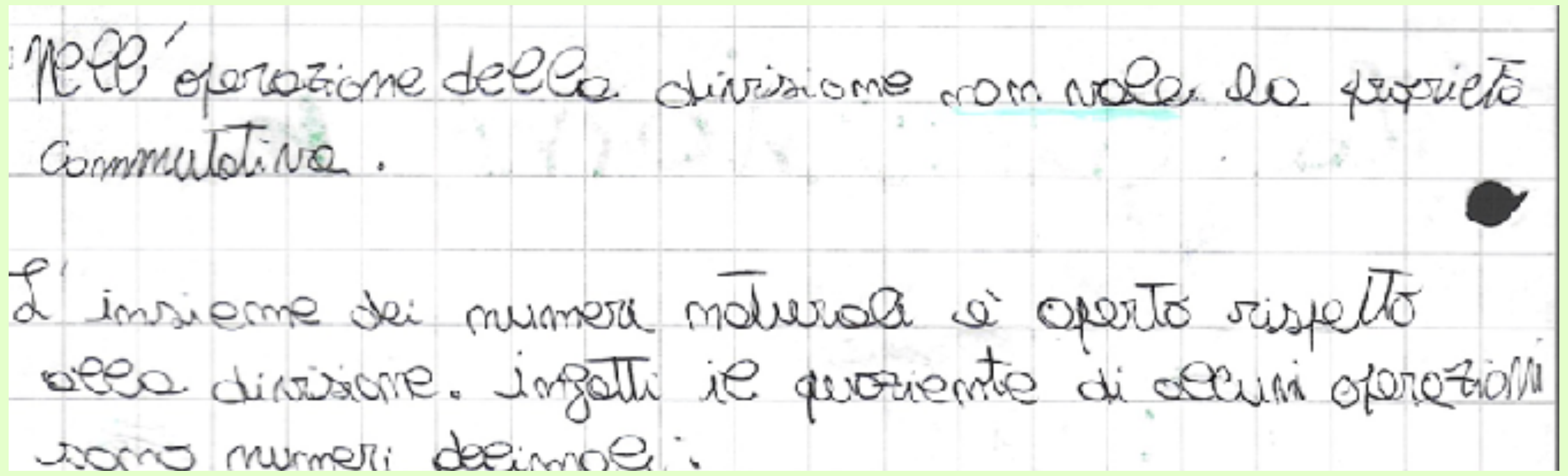

La divisione

DIVISORE

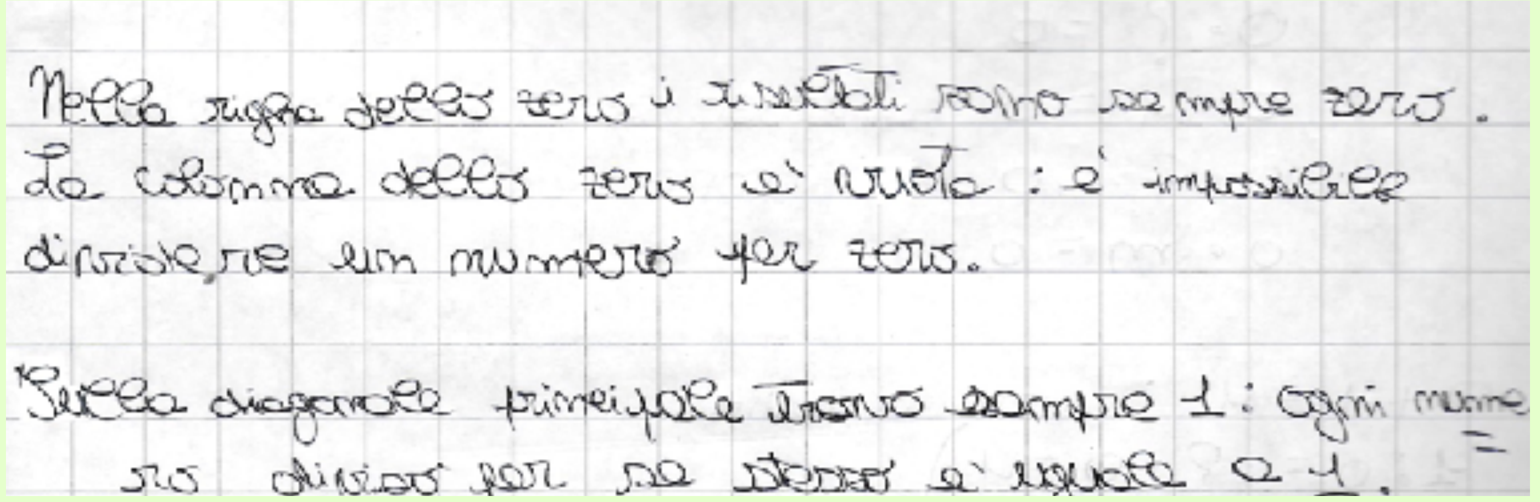
DIVIDENDO

:	0		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	IND		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	IMP		1									
2	IMP		2	1								
3	IMP		3		1							
4	IMP		4	2		1						
5	IMP		5				1					
6	IMP		6	3	2			1				
7	IMP		7						1			
8	IMP		8	4		2				1		
9	IMP		9		3						1	
10	IMP		10	5			2					1

Greta aggiunge anche altre osservazioni: che non vale la proprietà commutativa, che zero diviso un numero è uguale a 0 e che sulla diagonale principale si trova il risultato della divisione di due numeri uguali.

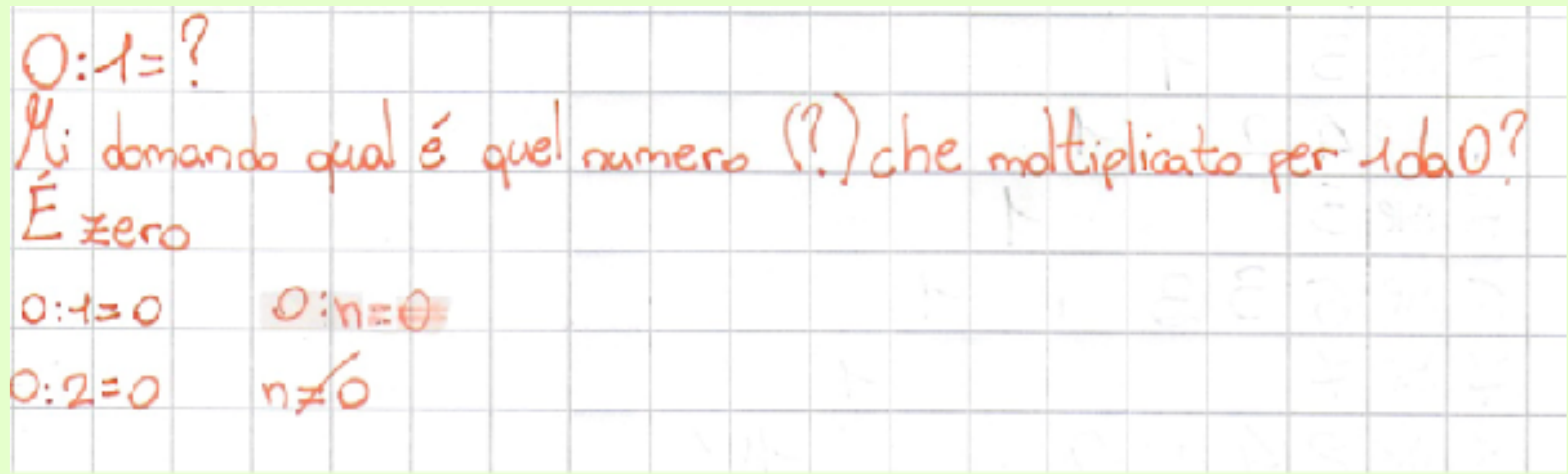

Nell'operazione della divisione non vale la proprietà commutativa.

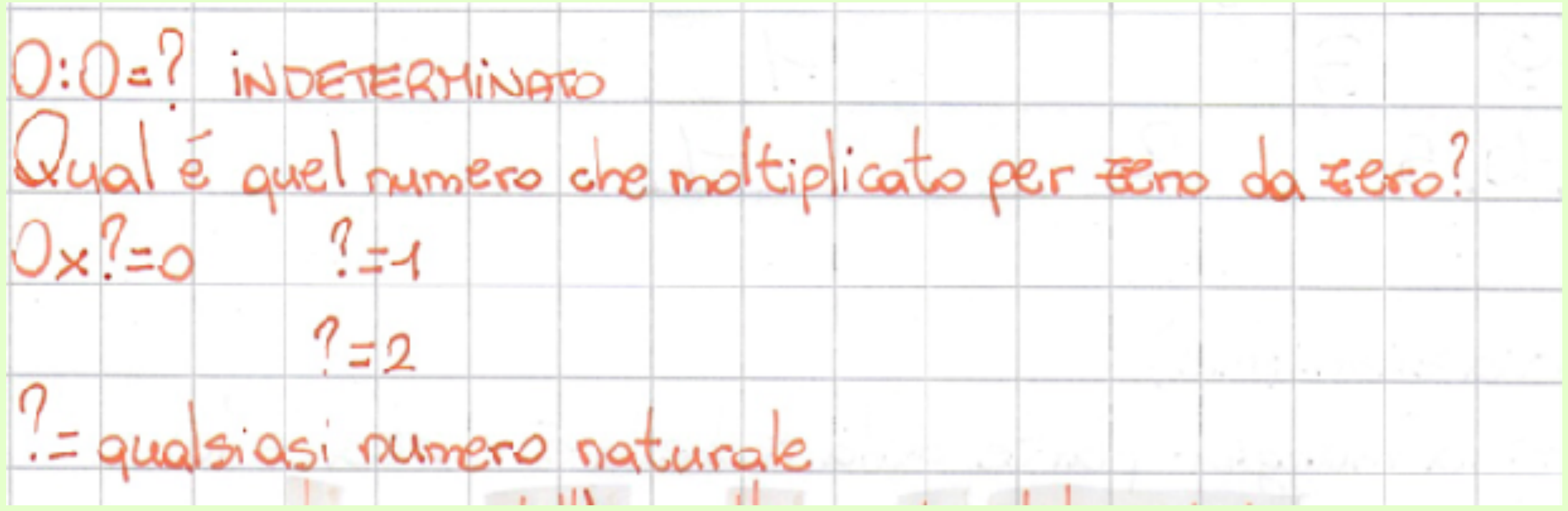
L'insieme dei numeri naturali è aperto rispetto alla divisione. infatti il quoziente di alcuni operazioni sono numeri decimali.

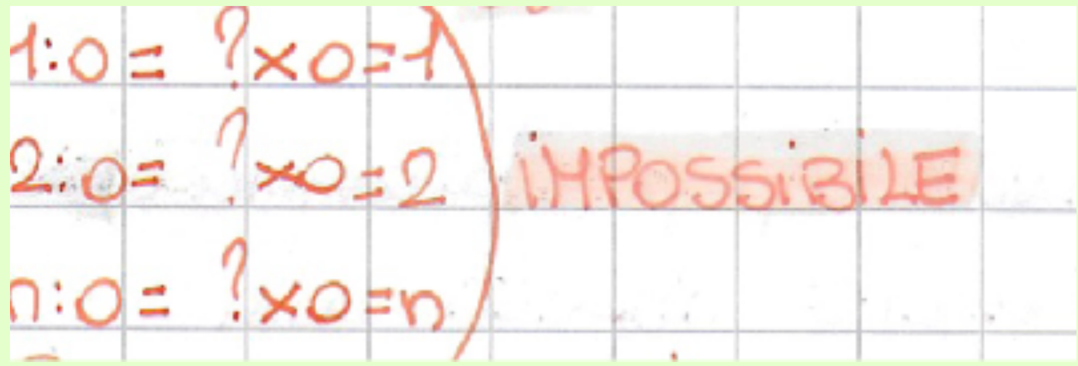

Nella riga dello zero i risultati sono sempre zero.
La colonna dello zero è vuota: è impossibile dividere un numero per zero.

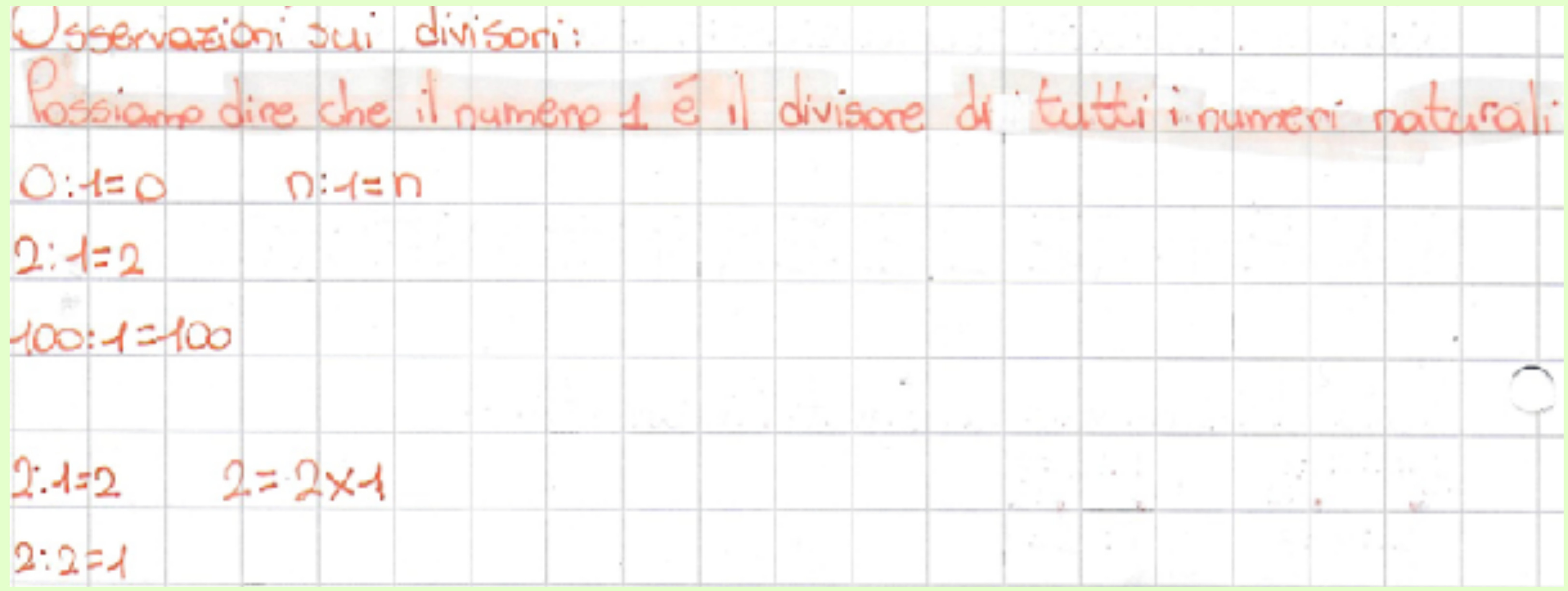
Sulla diagonale principale trovo sempre 1: ogni numero diviso per se stesso è uguale a 1.

Ruolo dello zero e dell’uno nella divisione.
Asia analizza con attenzione il ruolo di questi due numeri nella divisione e dopo aver dato una risposte ad esempi numerici, generalizza in tutti i casi la sua conclusione.









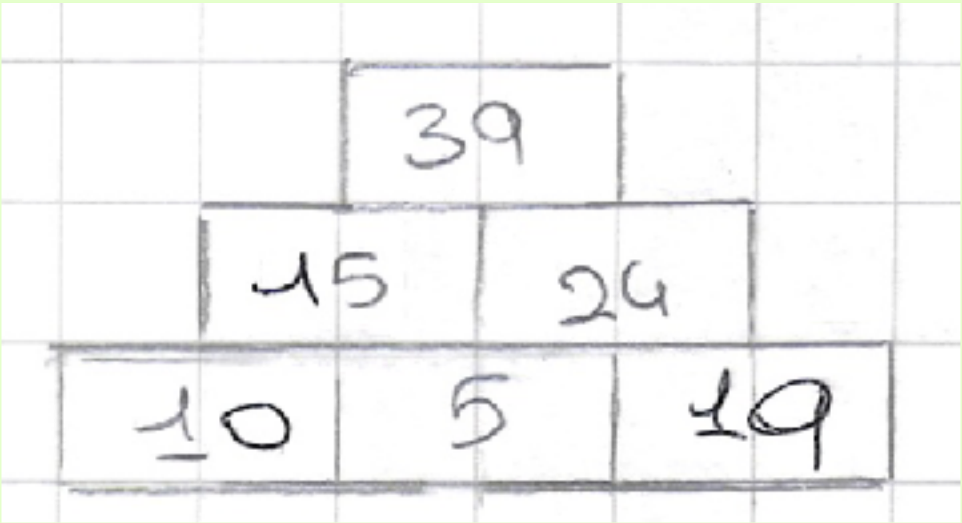
Dall’aritmetica all’algebra: un approccio alla variabile

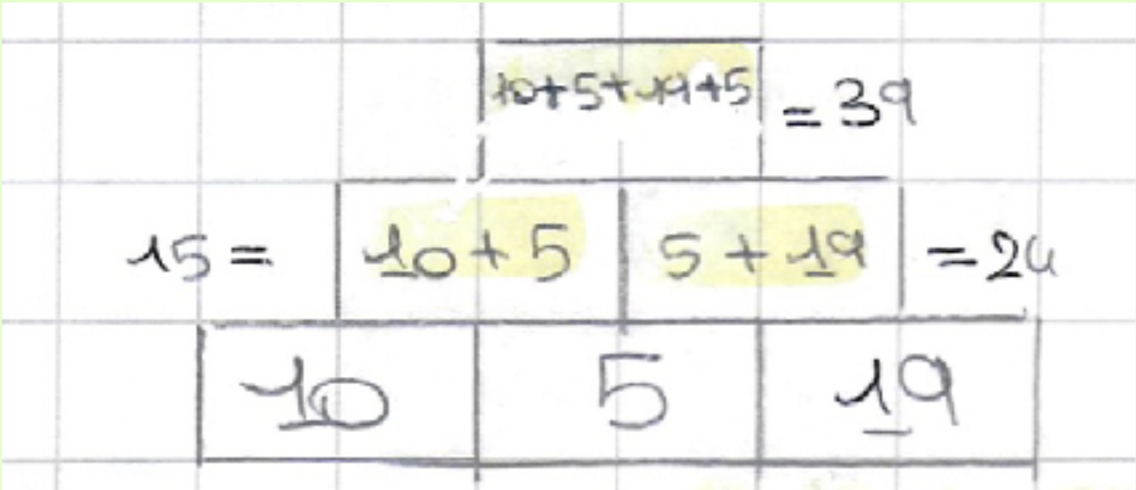
4°Attività

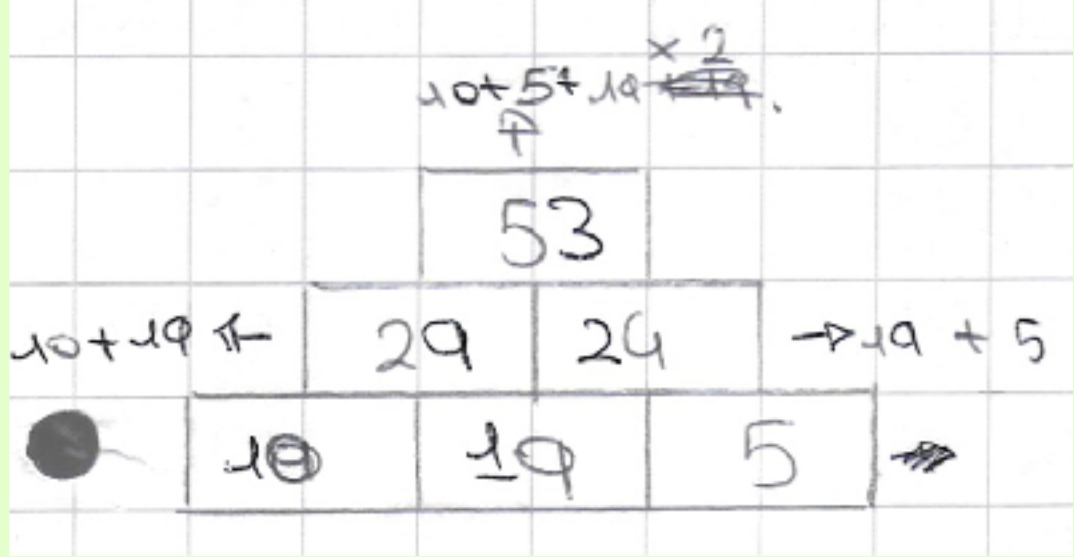
Le piramidi: a partire dai numeri del primo piano in ogni casella va scritto il numero che rappresenta la somma dei due numeri sottostanti.

La finalità di questa attività era di favorire lo sviluppo del pensiero relazionale attraverso l'esplorazione di una struttura semplice che porta però alla individuazione e alla rappresentazione di legami complessi tra i numeri scritti nei mattoni.

Come primo approccio propongo piccole piramidi e lascio che riempiano le caselle seguendo il comando. Dopo chiedo di indicare nelle caselle il "percorso". Per molti di loro è così forte il significato dell'uguale come "fa" da scrivere sempre la successione delle operazioni seguite dal simbolo di uguaglianza. Dopo qualche esercizio con piramidi a due, tre, quattro piani chiedo se scambiare tra loro i numeri alla base porta a esiti diversi in cima alla piramide.





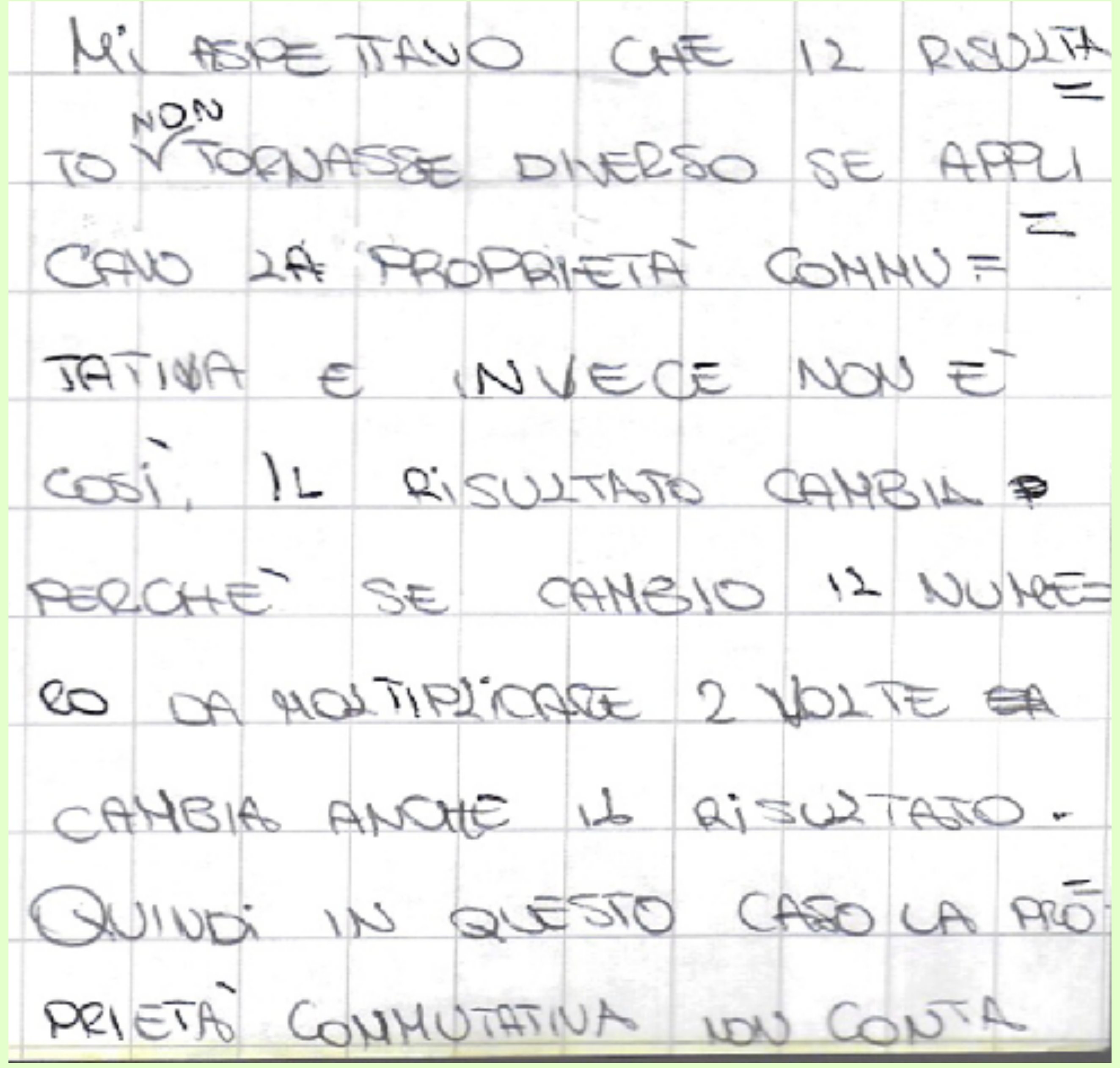


Dall'aritmetica all'algebra: un approccio alla variabile

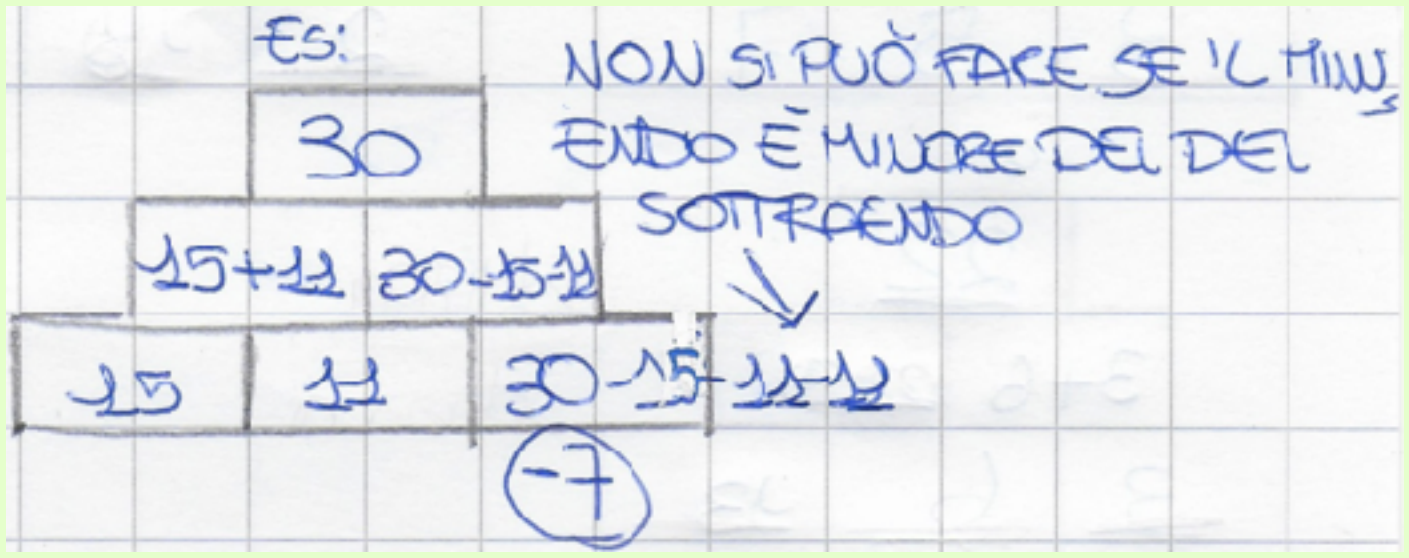
Greta, rispondendo alla domanda, afferma che all’inizio pensava che scambiando l’ordine dei numeri alla base non sarebbe cambiato il risultato all’apice perché “…nell’addizione vale la proprietà commutativa e scambiando l’ordine degli addendi il risultato non cambia”.

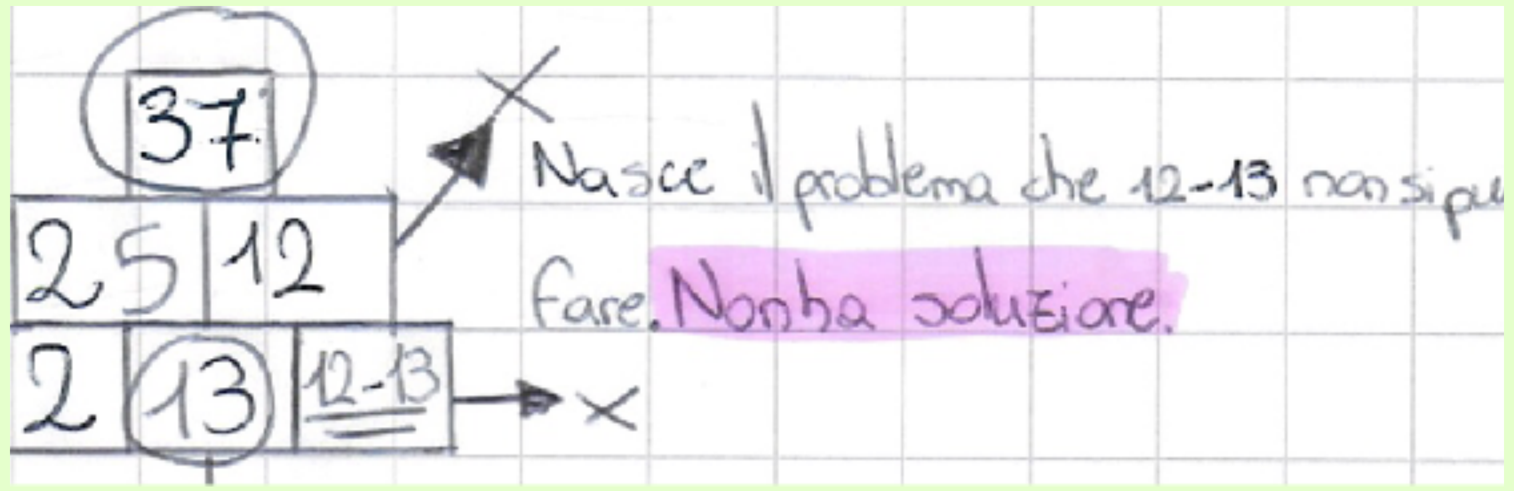
Greta osserva che all’apice della piramide ha il doppio del numero centrale alla base ma invece di riflettere su questa scoperta conclude che la proprietà commutativa non vale in questo caso.

È rilevante dal punto di vista didattico rendersi conto che per i ragazzi spesso una proprietà come “Nell’addizione, cambiando l’ordine degli addendi, la somma non cambia” diventa una filastrocca mnemonica di cui non si coglie il vero significato: la stessa verità della proprietà viene messa in crisi in situazioni nuove.”

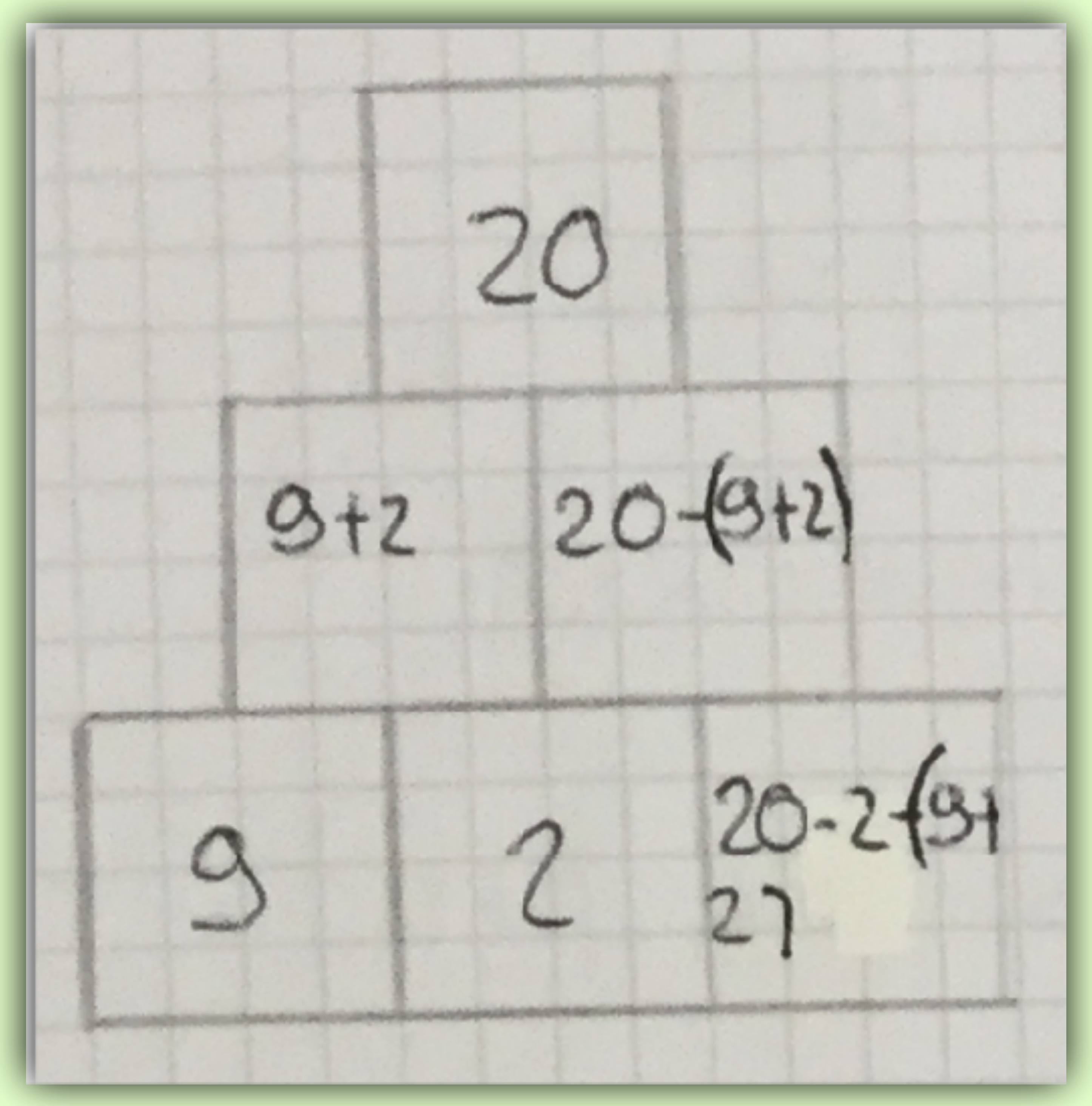

MI ASPETTAVO CHE IL RISULTA=
TO NON TORNASSE DIVERSO SE APPLI=
CAVO LA PROPRIETÀ COMMU=
TATIVA E INVECE NON È
COSÌ, IL RISULTATO CAMBIA
PERCHÉ SE CAMBIO IL NUME=
RO DA MOLTIPLICARE 2 VOLTE
CAMBIA ANCHE IL RISULTATO.
QUINDI IN QUESTO CASO LA PRO=
PRIETÀ COMMUTATIVA NON CONTA

Ho proposto una piramide dove sono stati inseriti i numeri all’apice e in due caselle alla base; sia Eleonora che Asia affermano che operando con i numeri naturali non possono completare la piramide perché alla base ottengono un numero negativo. Ancora una volta hanno l’esigenza di utilizzare un insieme più ampio di quello dei numeri naturali.





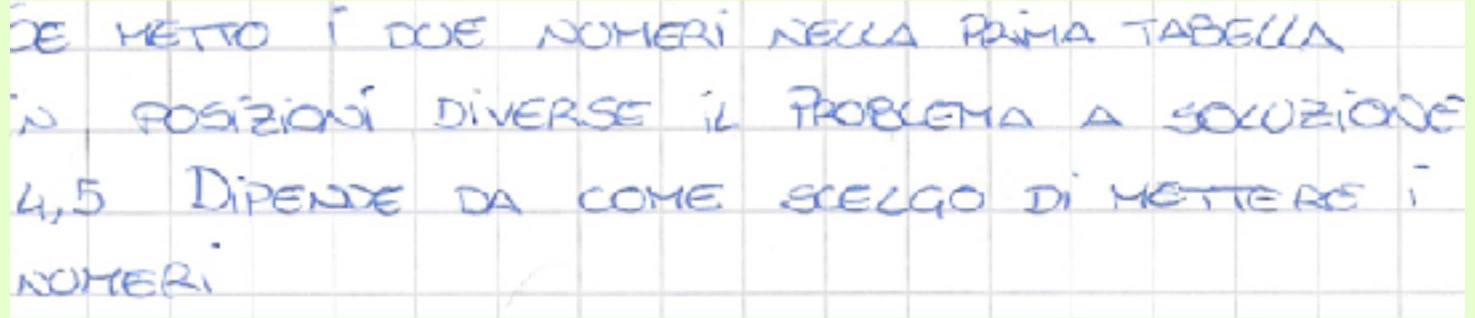
Ho proposto la piramide con i numeri 20, 9 e 2 nelle posizioni indicate. I ragazzi hanno iniziato ad usare le parentesi in modo spontaneo, proprio per dare un ordine all'esecuzione delle operazioni.

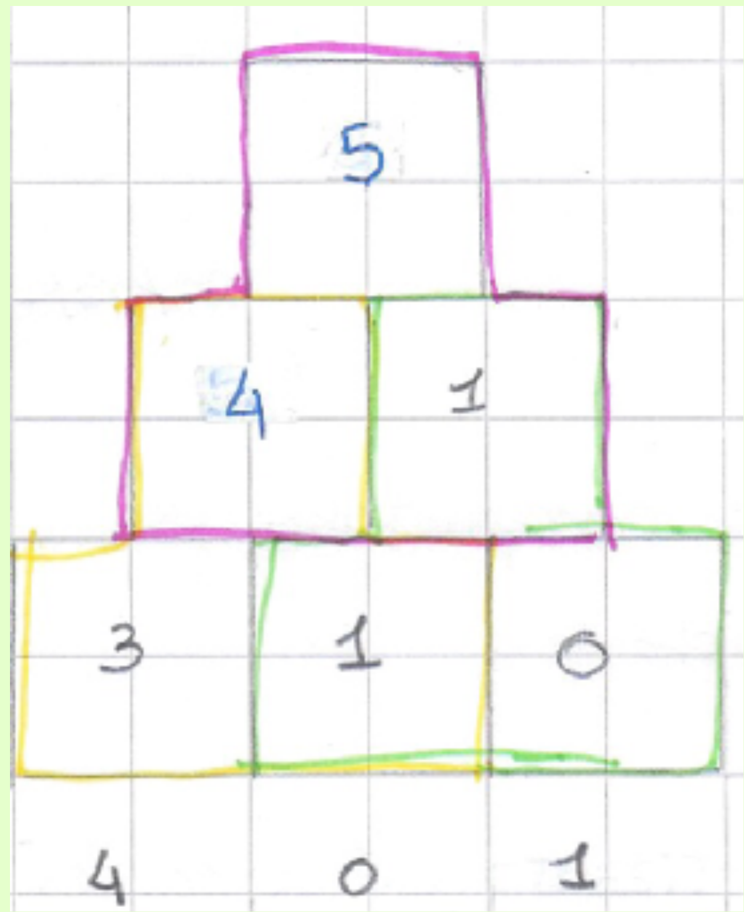


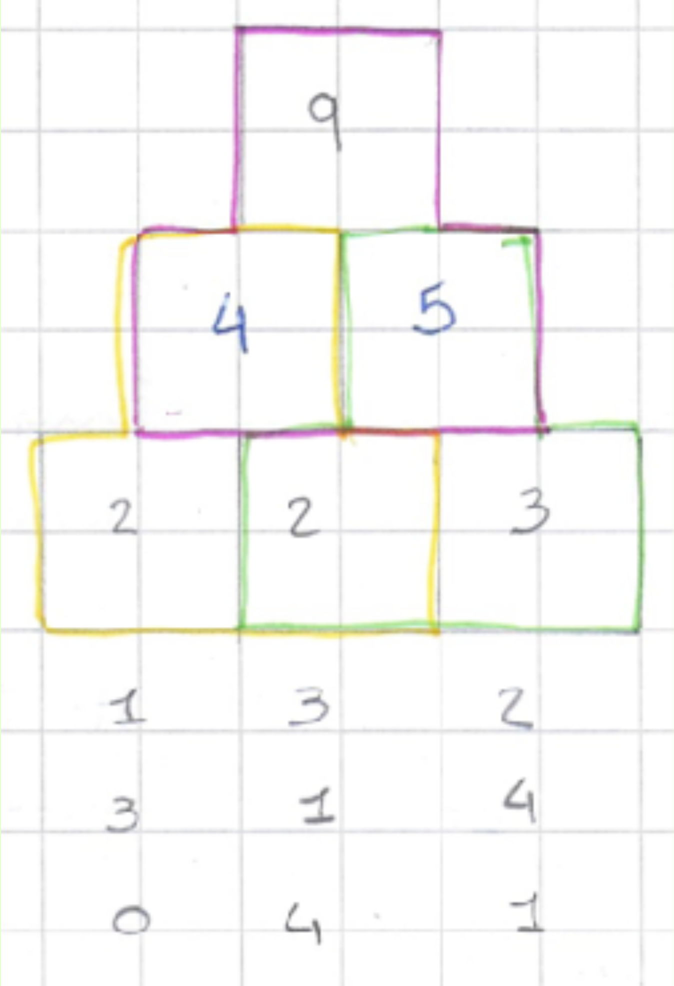
5° Attività:

Pongo il seguente problema.

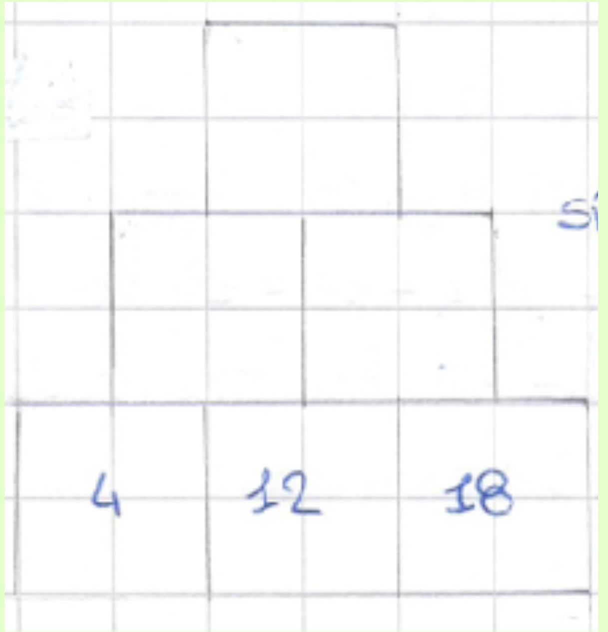
Mettendo due numeri, per esempio 5 e 4, in due caselle qualsiasi di una piramide a tre piani, quali osservazioni puoi fare sul riempimento della piramide? Sara riporta le sue proposte: nella prima pone i due numeri uno all'apice e l'altro nella riga centrale e poi indica i casi possibili. Nella seconda piramide pone i due numeri nella riga centrale e la completa indicando tutte le possibili soluzioni. Sara conclude dicendo che il risultato dipende da dove mette numeri nella piramide.

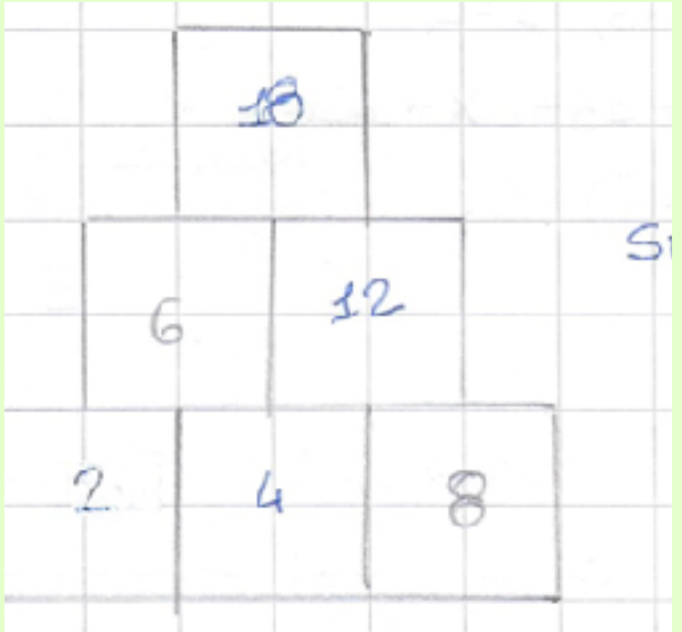






Chiedo allora di inserire tre numeri 4,12 e 18. Sara procede proponendo vari casi. Interessante la riflessione sul fatto che non può mettere né 12 né 4 all’apice perché in basso troverebbe un numero più grande di quelli all’apice.





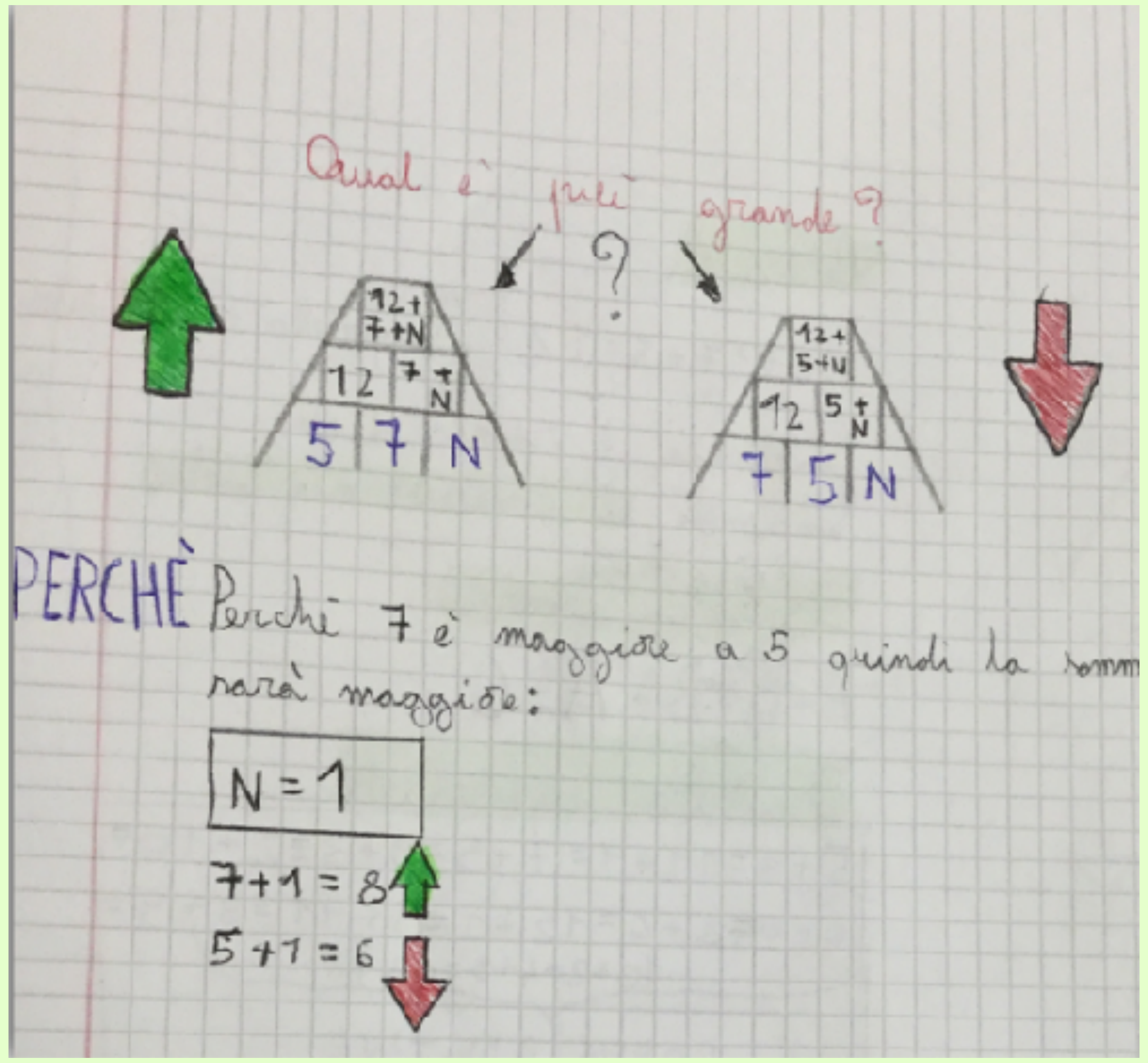
POSSO METTERE NE 4 NE 12 ALL' AP

PERCHÈ SONO MINORI DI 18

“ Quale sarà il numero più grande all’apice della tabella?”

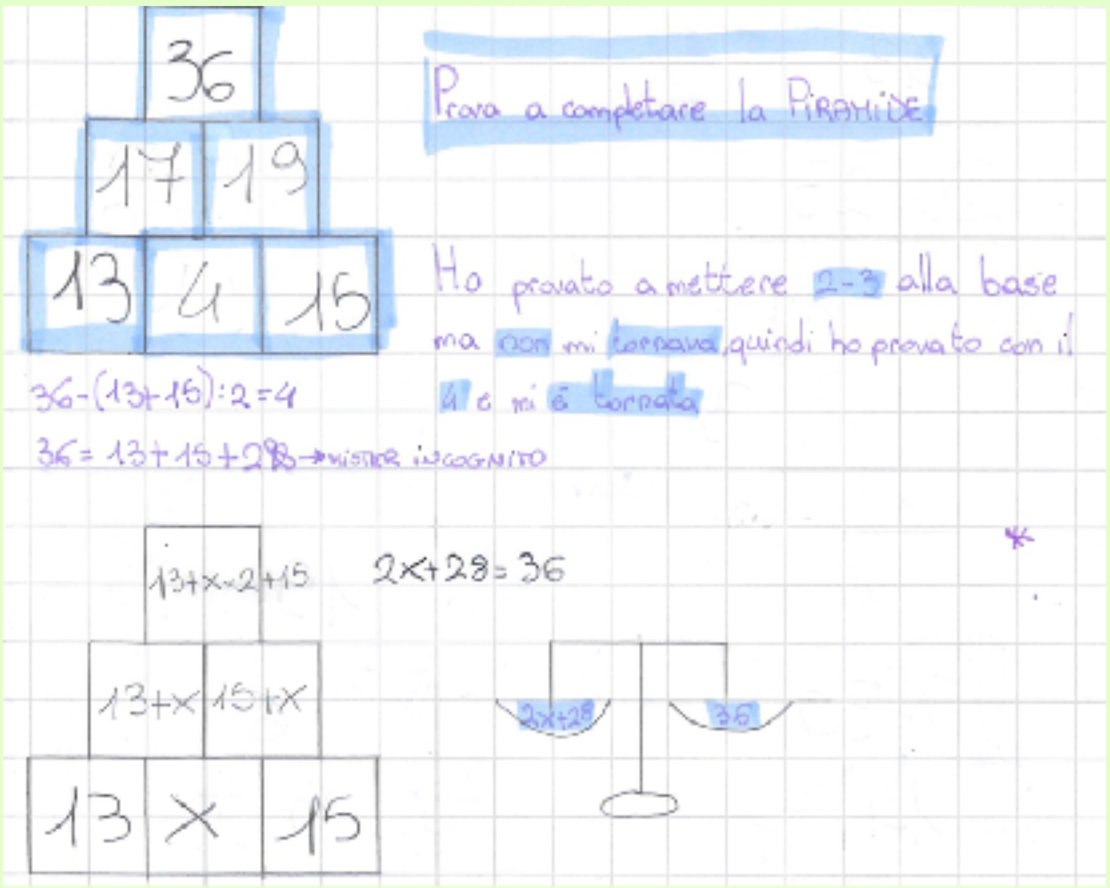
Propongo un nuovo problema: chiedo in quale delle due piramidi, di cui non si conosce un numero alla base e gli altri due sono scambiati tra loro, avrà all’apice il numero maggiore.

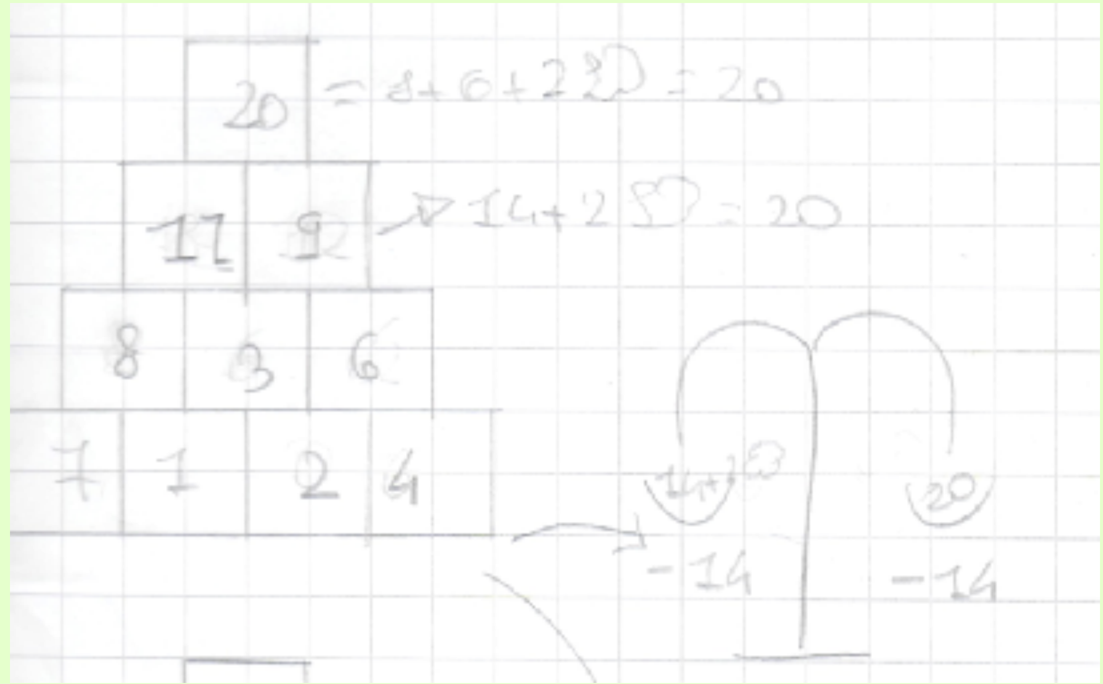
Questa bambina dopo aver inserito N nella casella vuota completa la piramide ed esprime una considerazione che dimostra chiaramente come la risposta nasca dall’osservazione che 7 è più grande di 5 (esprime una relazione tra i due numeri) e quindi il risultato, posto che N sia lo stesso numero, sarà minore nel secondo caso. Fa anche una verifica della sua ipotesi ponendo N=1.

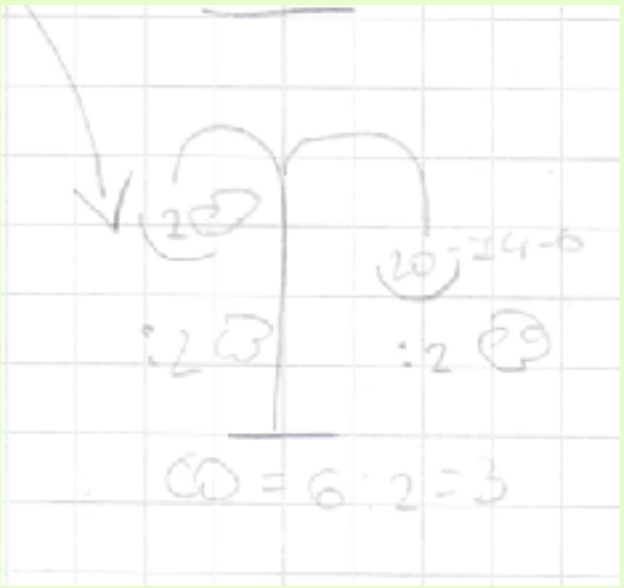


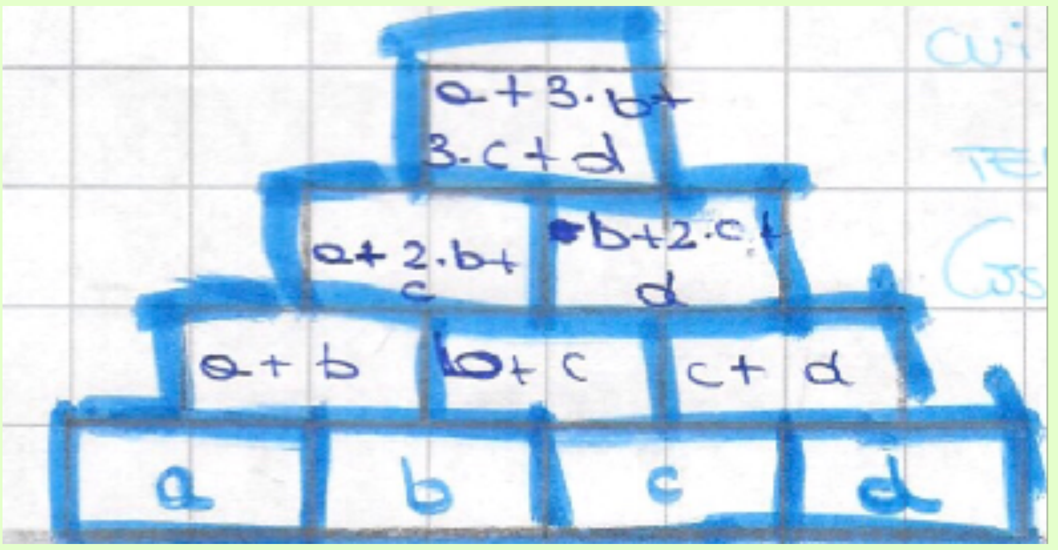
6° Attività: Risoluzione di una piramide con una equazione.

Nella prima piramide i numeri 13,15 e 36 erano già inseriti e ho dato l'indicazione di provare a risolvere il problema per tentativi. Subito dopo Asia completa la stessa tabella sostituendo il numero mancante con la x, scrive l'equazione che ottiene all'apice della piramide e la risolve utilizzando anche la bilancia. Federica invece risolve la piramide a quattro piani di cui conosce soltanto il numero all'apice e 8 e 6 al secondo piano. Lavora quindi con la piramide a tre piani di cui non conosce il numero centrale. Scrive l'equazione e indica l'incognita con una nuvoletta. Anche lei risolve l'equazione utilizzando la bilancia. Quindi completa la base della piramide a quattro piani.

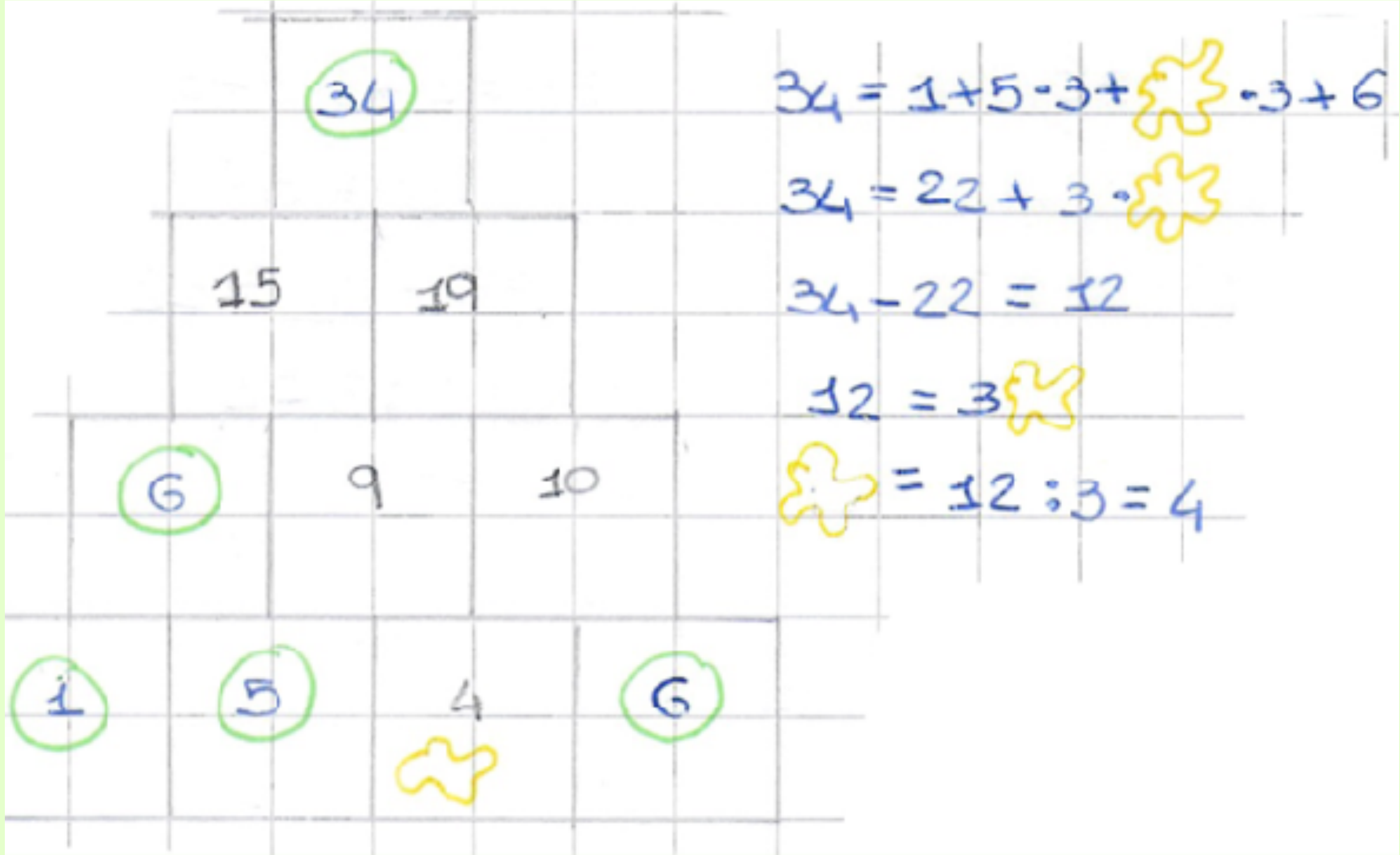








Anche Greta utilizza la nuvoletta per indicare l’incognita e dopo aver scritto l’equazione che ottiene da una piramide in cui ha inserito le lettere, ha risolto l’equazione. Ha utilizzato anche il grafo con le frecce per scrivere più chiaramente il procedimento da seguire.

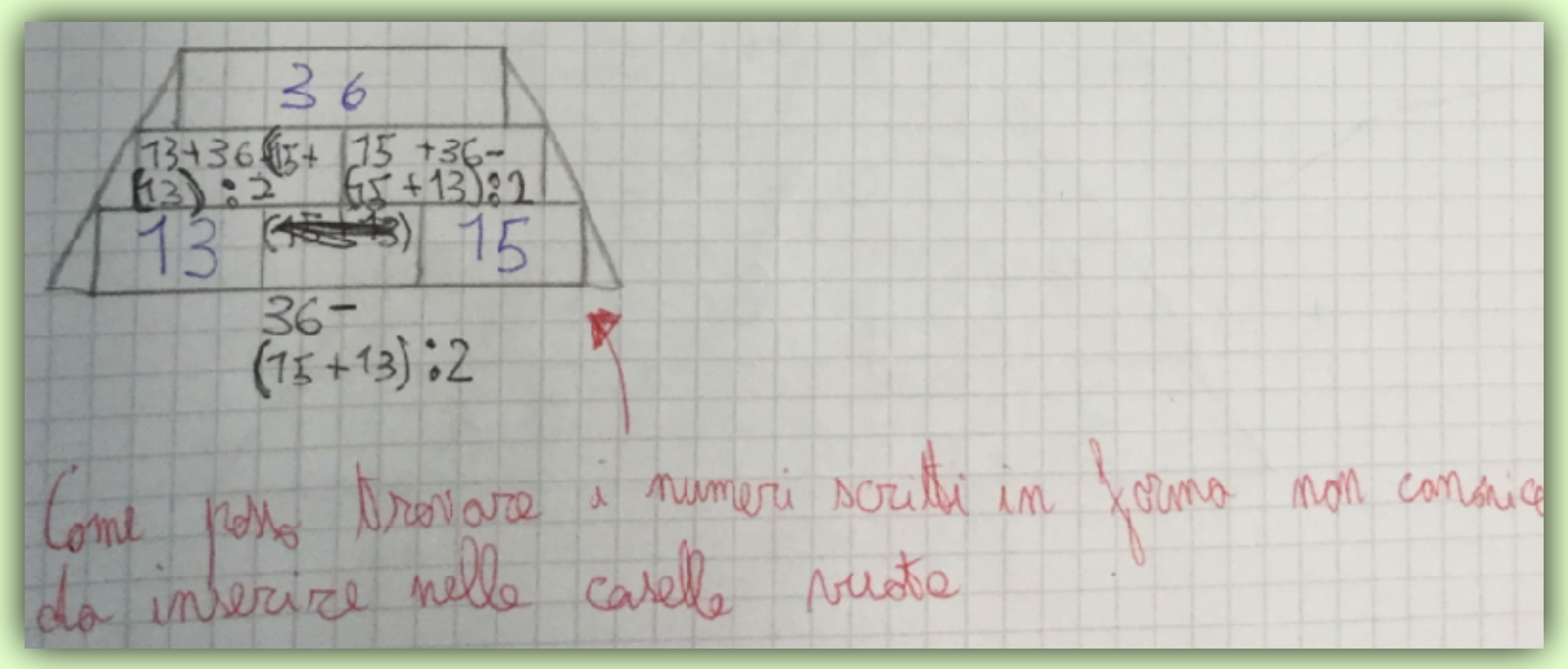


Dall’aritmetica all’algebra: un approccio alla variabile

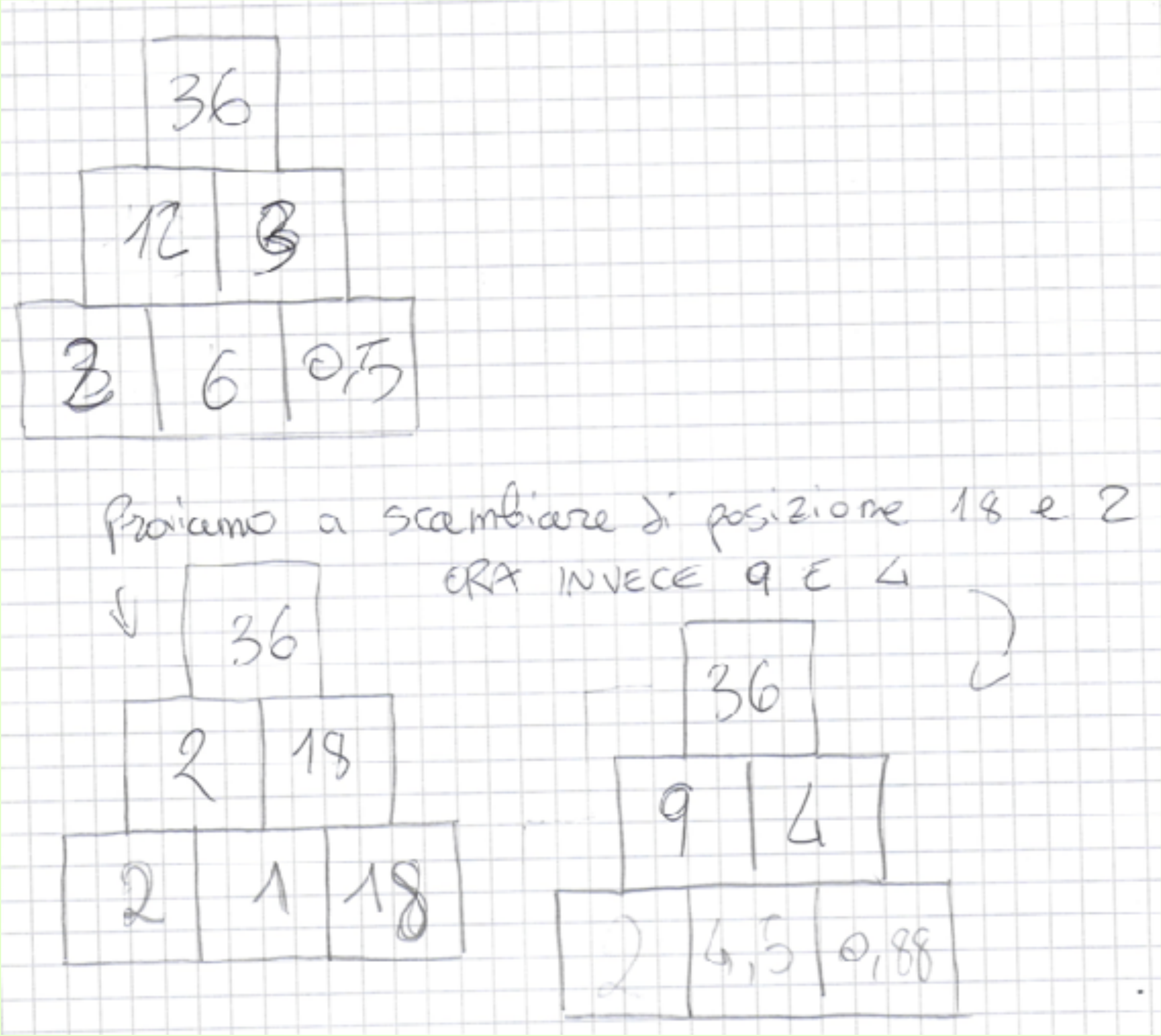
Anche se ci sono errori nelle indicazioni dell’alunno, merita osservare che ha intuito la procedura da seguire.

Il valore del terzo numero del primo piano è (36-(13+15)):2

mentre l’alunno ha omesso una parentesi necessaria.

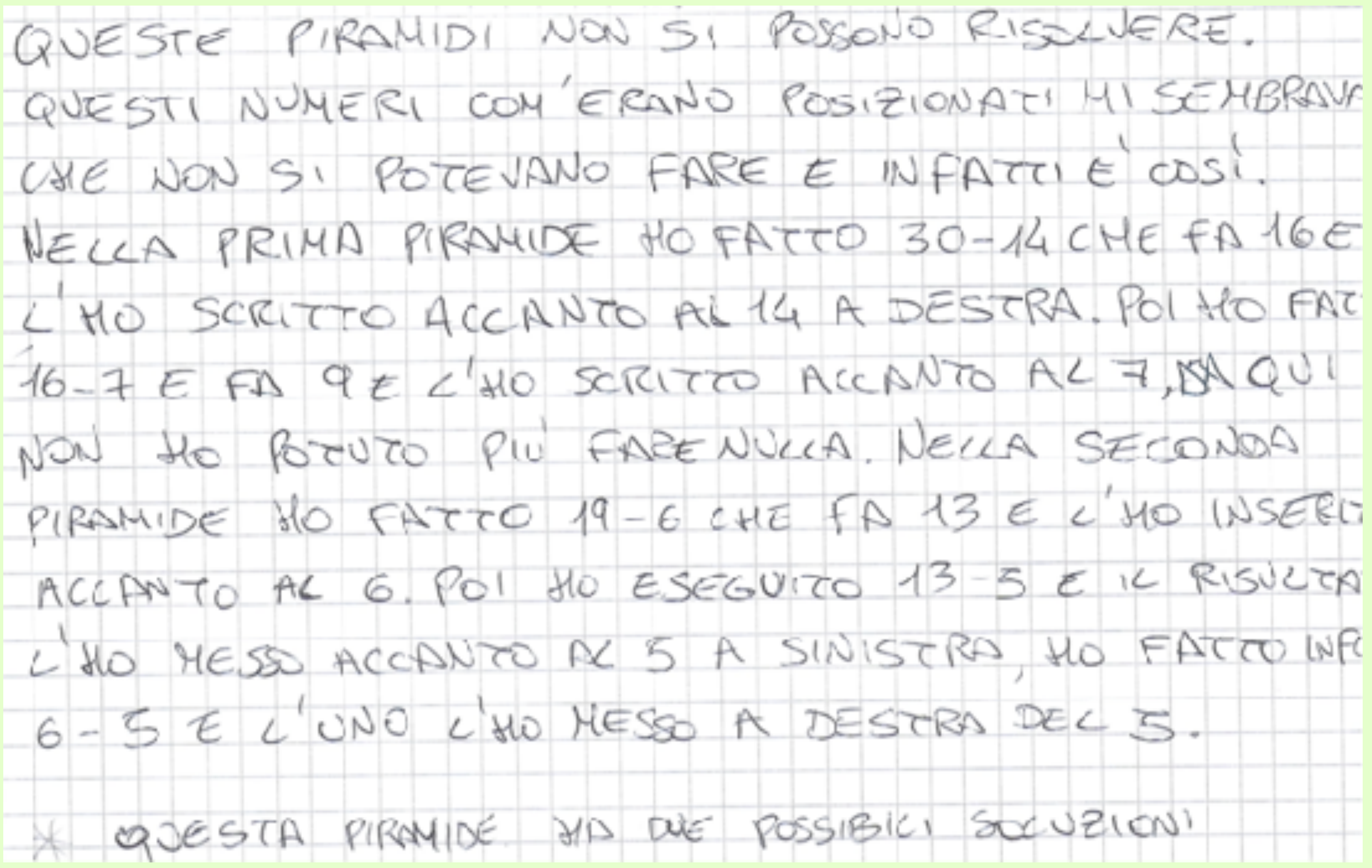


Vengono ora proposte piramidi in cui a partire dai numeri del primo piano il numero di ciascuna casella corrisponde al prodotto dei due numeri sottostanti.
In questo caso il riempimento della piramide, andando dall’alto in basso, mette in campo la divisione.
Come possiamo vedere nella compilazione di queste tabelle nasce l’esigenza di ampliare l’insieme numerico.



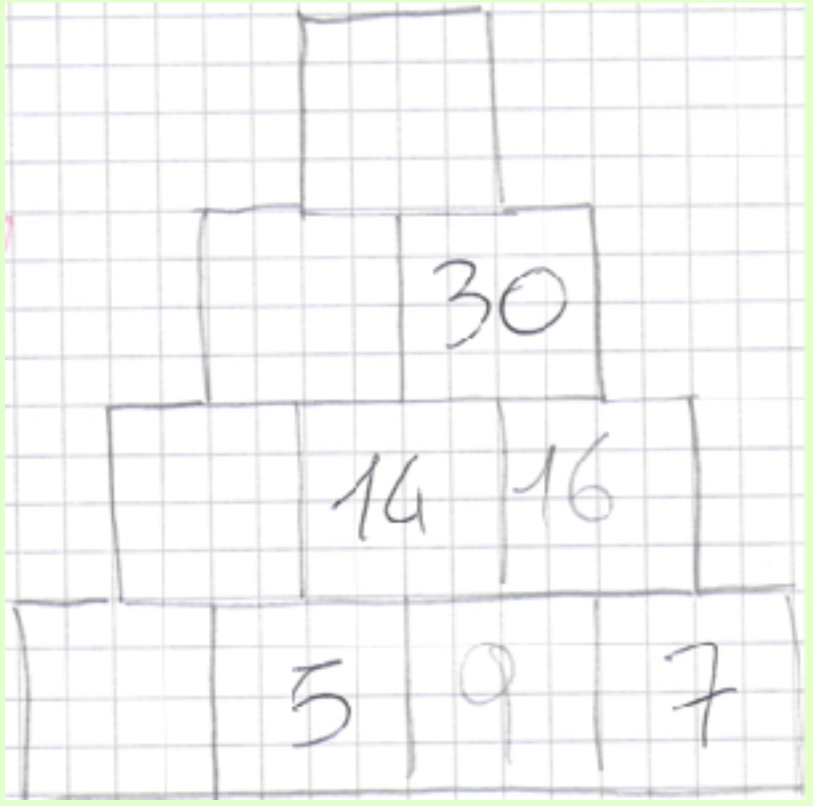
Propongo due problemi, il primo senza soluzione. Kinzica analizza i problemi e scrive le sue riflessioni.

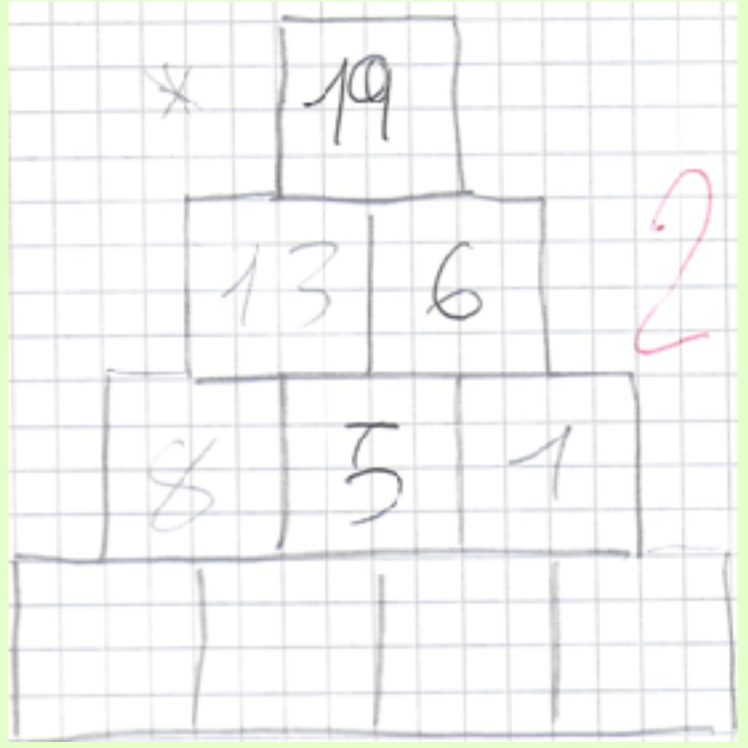
La prima piramide non ha soluzioni mentre nel secondo caso si possono completare i tre piani in alto utilizzando i numeri inseriti ma per la base si possono trovare più casi possibili. Quindi in questo caso abbiamo più soluzioni.



QUESTE PIRAMIDI NON SI POSSONO RISOLVERE.
QUESTI NUMERI COM'ERANO POSIZIONATI MI SEMBRAVA
CHE NON SI POTEVANO FARE E INFATTI È COSÌ.
NELLA PRIMA PIRAMIDE HO FATTO 30-14 CHE FA 16 E
L'HO SCRITTO ACCANTO AL 14 A DESTRA. POI HO FAT
16-7 E FA 9 E L'HO SCRITTO ACCANTO AL 7, DA QUI
NON HO POTUTO PIÙ FARE NULLA. NELLA SECONDA
PIRAMIDE HO FATTO 19-6 CHE FA 13 E L'HO INSERI
ACCANTO AL 6. POI HO ESEGUITO 13-5 E IL RISULTA
L'HO MESSO ACCANTO AL 5 A SINISTRA, HO FATTO INF
6-5 E L'UNO L'HO MESSO A DESTRA DEL 5.

* QUESTA PIRAMIDE HA DUE POSSIBILI SOLUZIONI

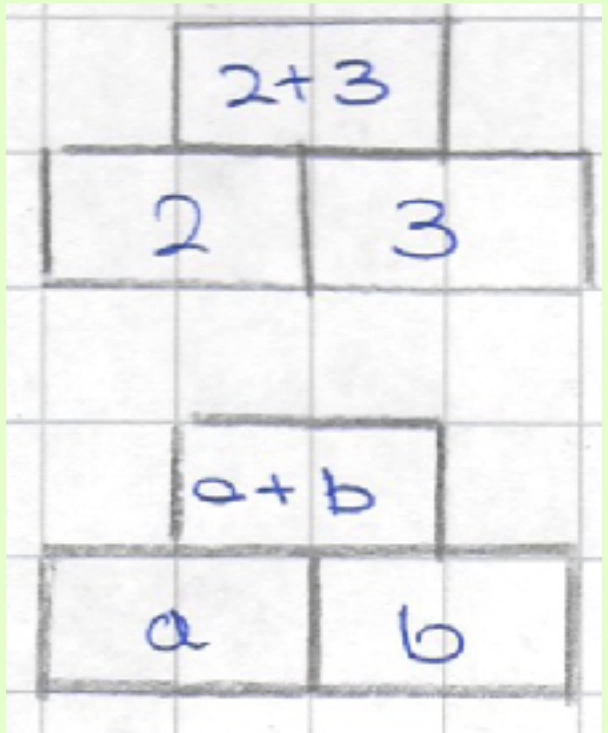


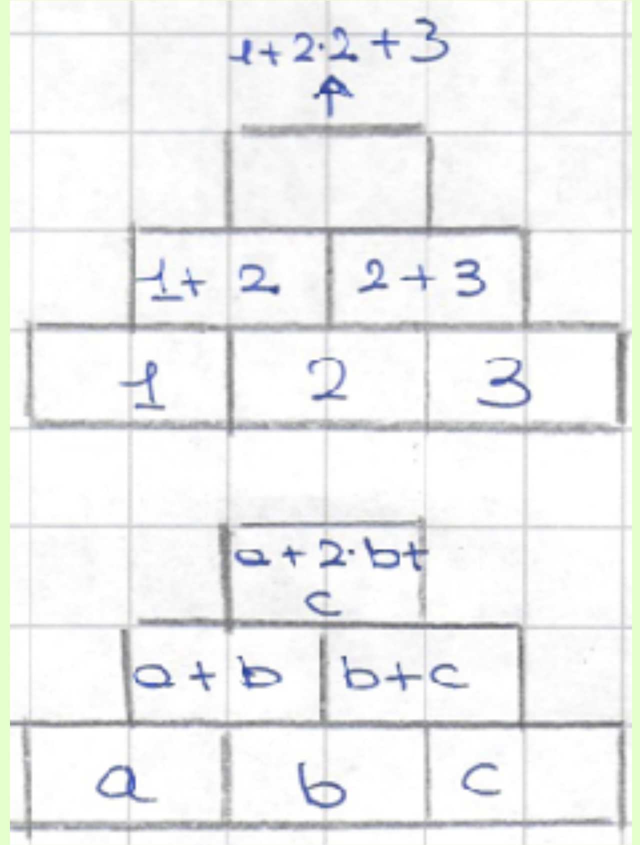


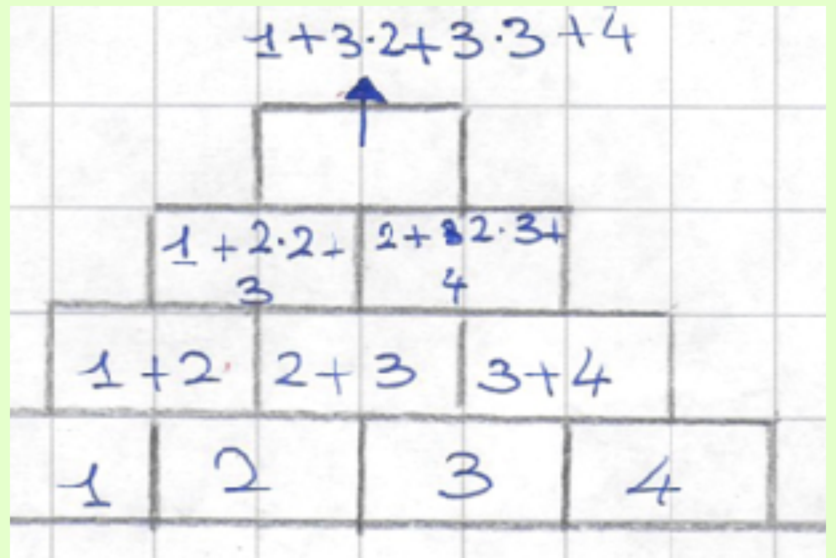
Dall'aritmetica all'algebra: un approccio alla variabile

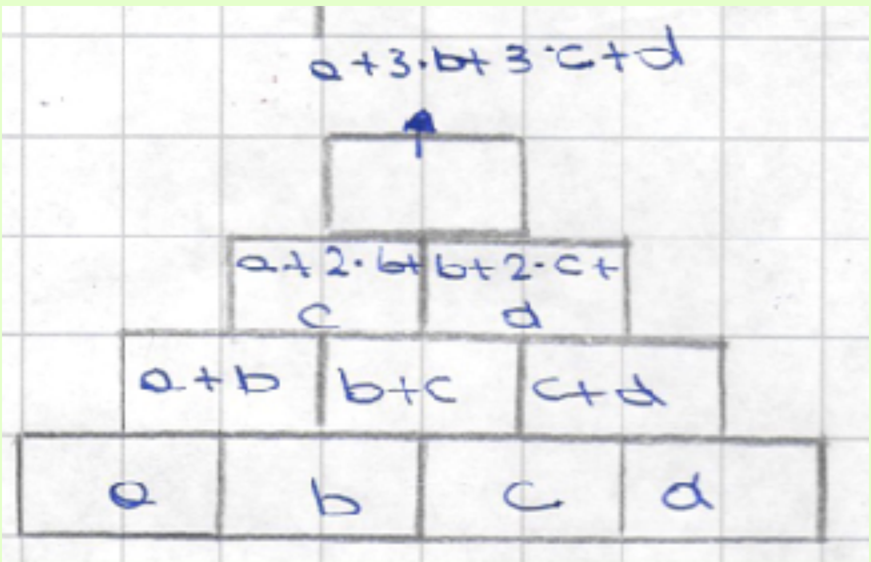
7° Attività: generalizzazione delle procedure, passaggio da una scrittura additiva ad una relazionale.

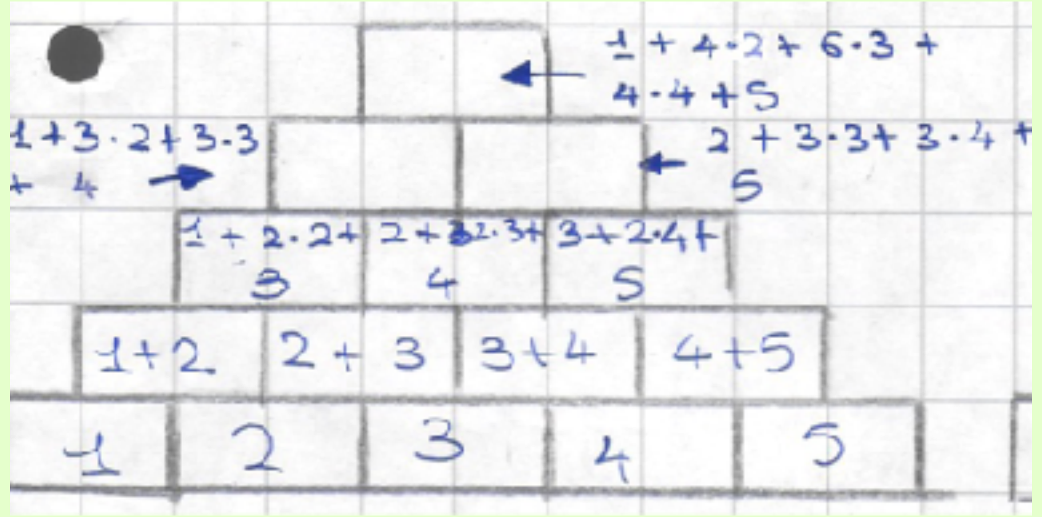
Analizziamo ora le regolarità.
Greta riassume ciò che abbiamo scoperto, confrontando i vari tipi di piramidi e utilizzando le lettere per generalizzare le procedure. Da questa regolarità sarà possibile, il prossimo anno scolastico, trascrivendo i coefficienti dei monomi di ognuna delle formule ottenute, costruire il Triangolo di Tartaglia che aiuterà a risolvere problemi in cui si chiede di scrivere la formula che rappresenta il numero all'apice di una piramide con, per esempio, dieci mattoni alla base.

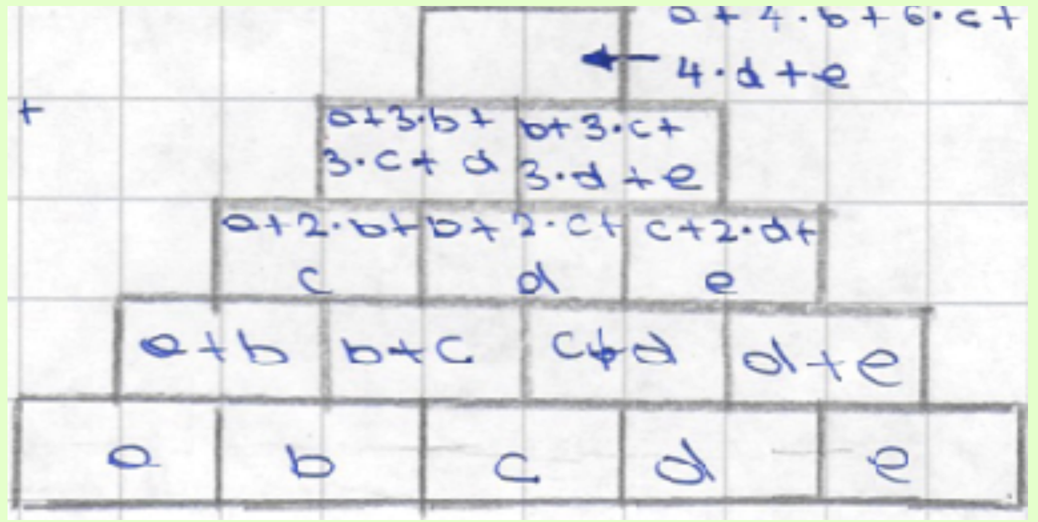




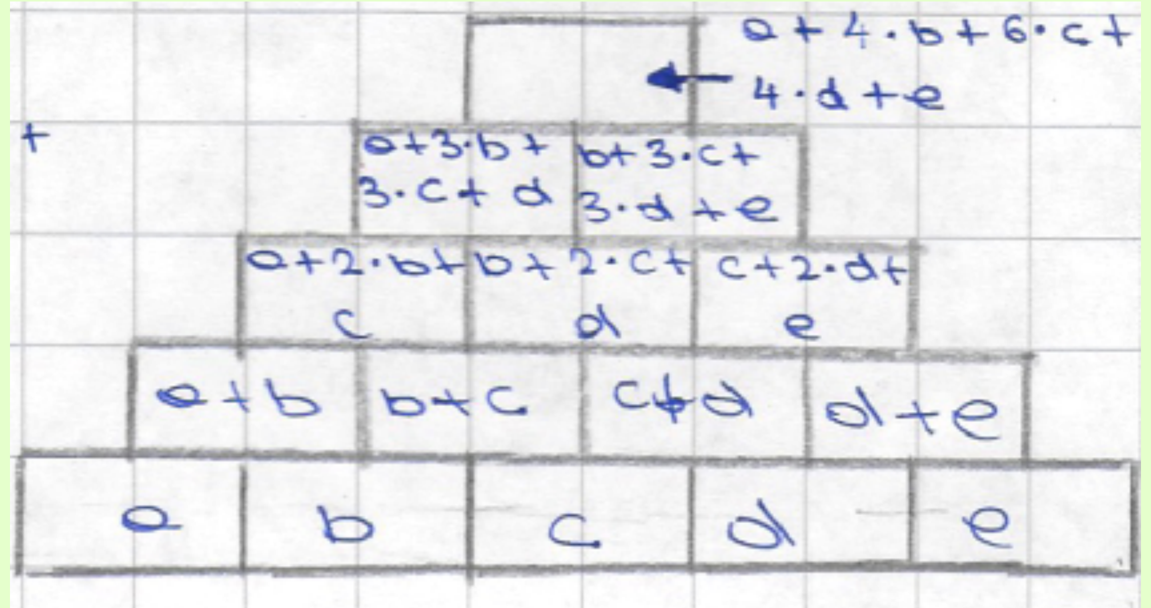


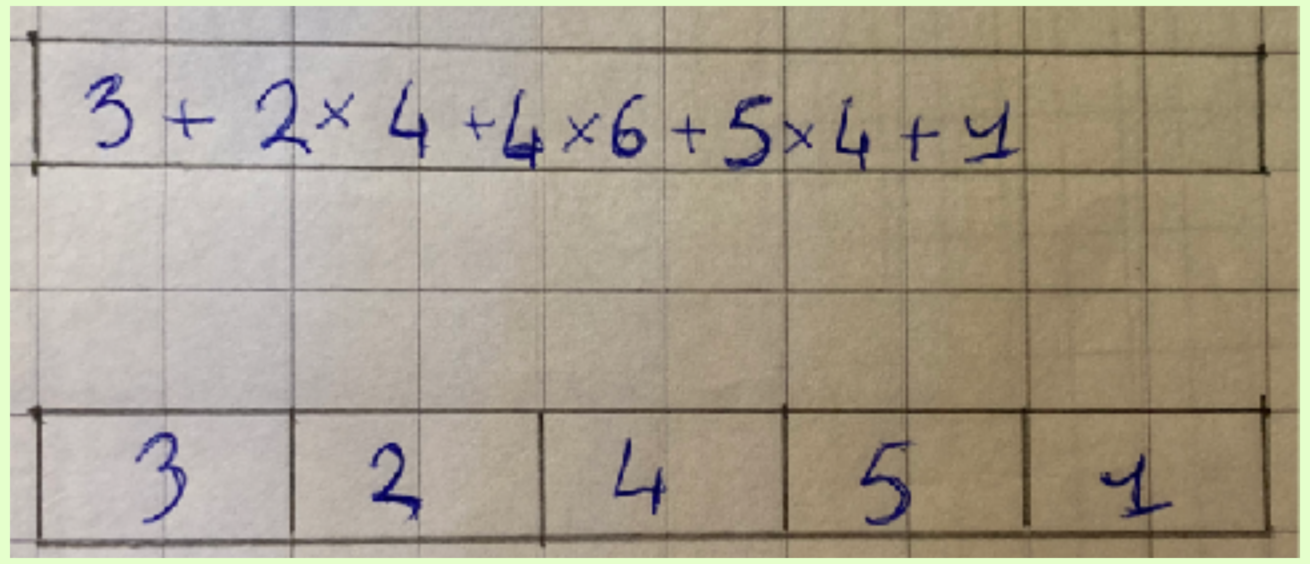






I ragazzi dopo aver scritto la relazione generale, risolvono una piramide di cui conoscono i numeri inseriti alla base senza fare i passaggi intermedi sostituendo i numeri alle lettere.

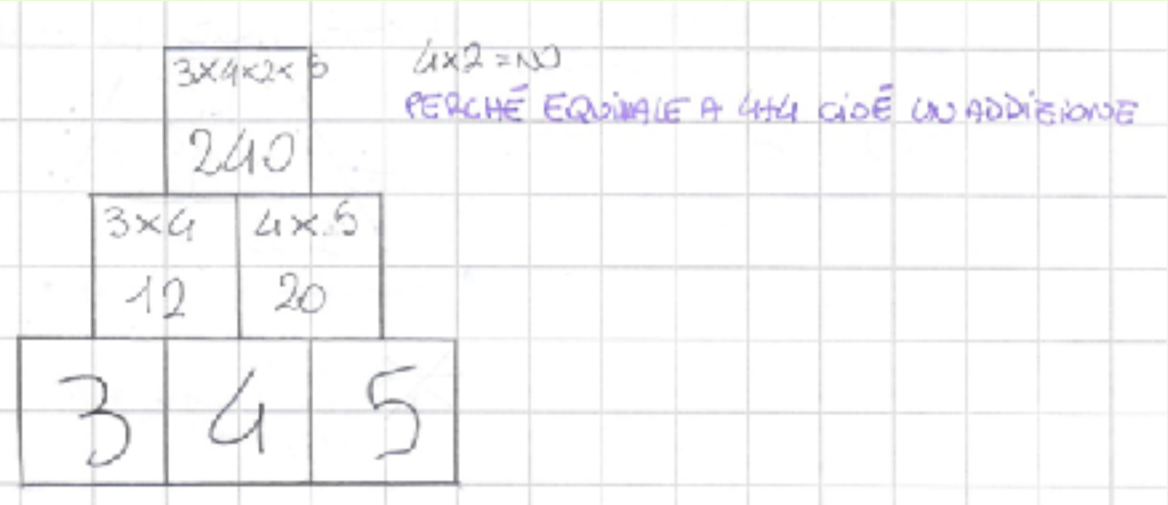


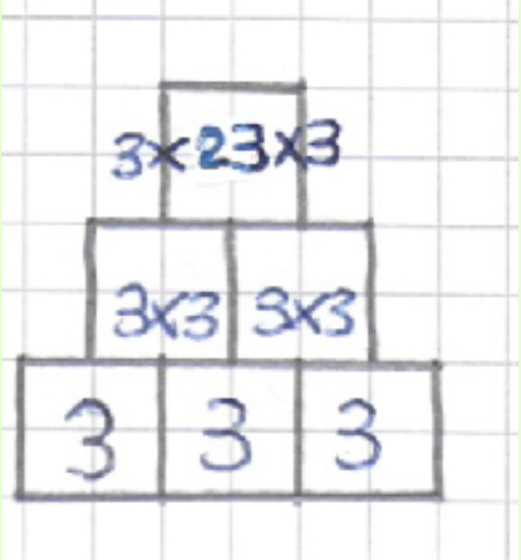


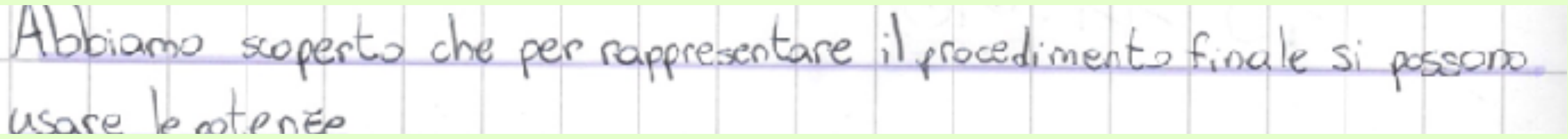
Dall’aritmetica all’algebra: un approccio alla variabile

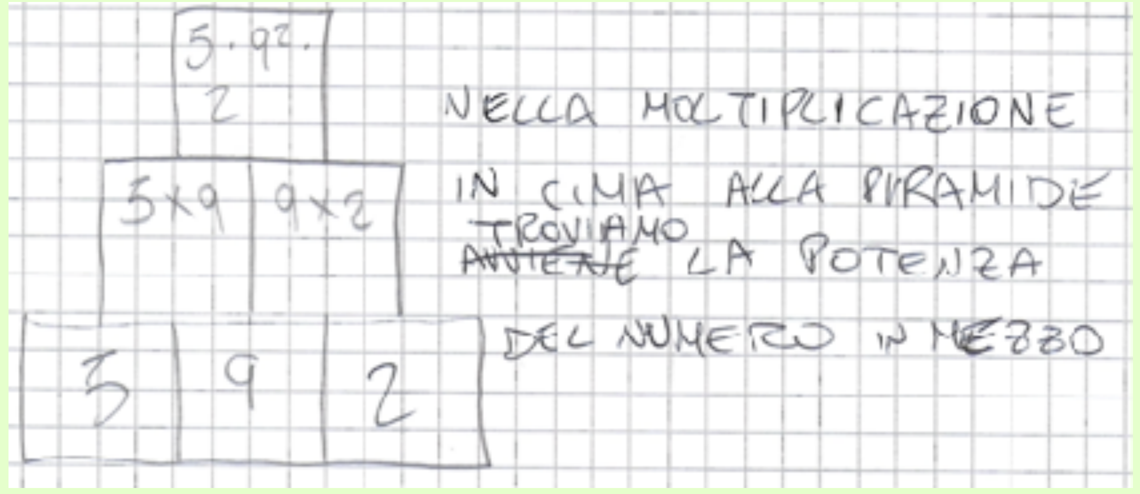
8° Attività: risoluzione di piramidi con l'uso della moltiplicazione e della divisione.

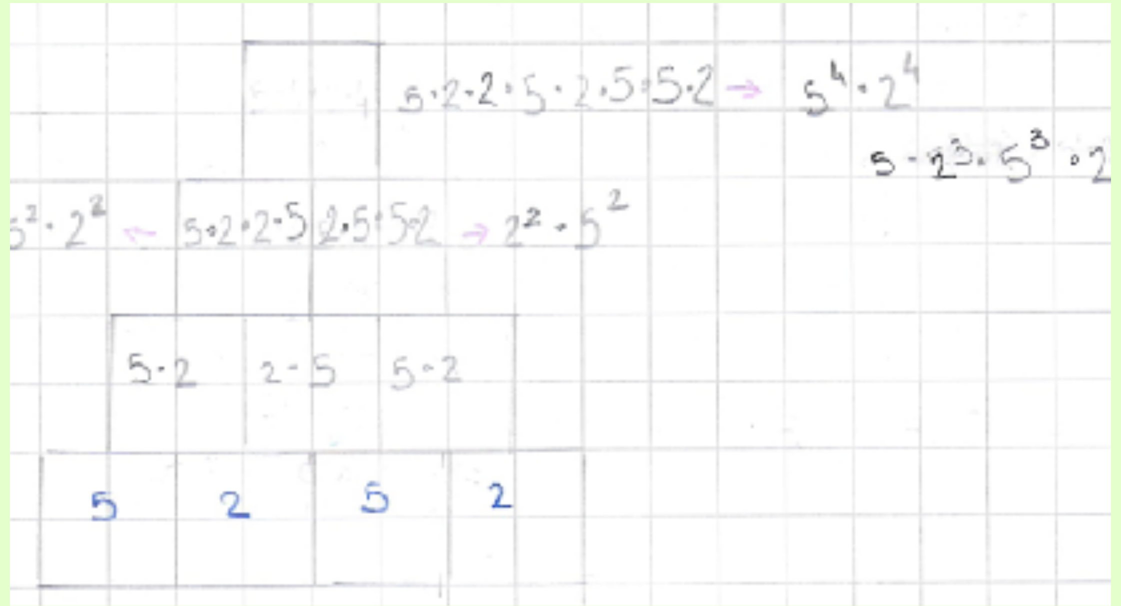
Dario risolve la piramide con la moltiplicazione correttamente ma quando scrive l'espressione all'apice utilizza lo schema visto nella addizione. Anche Asia commette lo stesso errore ma subito si corregge dicendo che 2x4 equivale a 4+4. Kinzica osserva che all'apice della piramide con tre mattoni alla base trova la potenza del numero al centro.



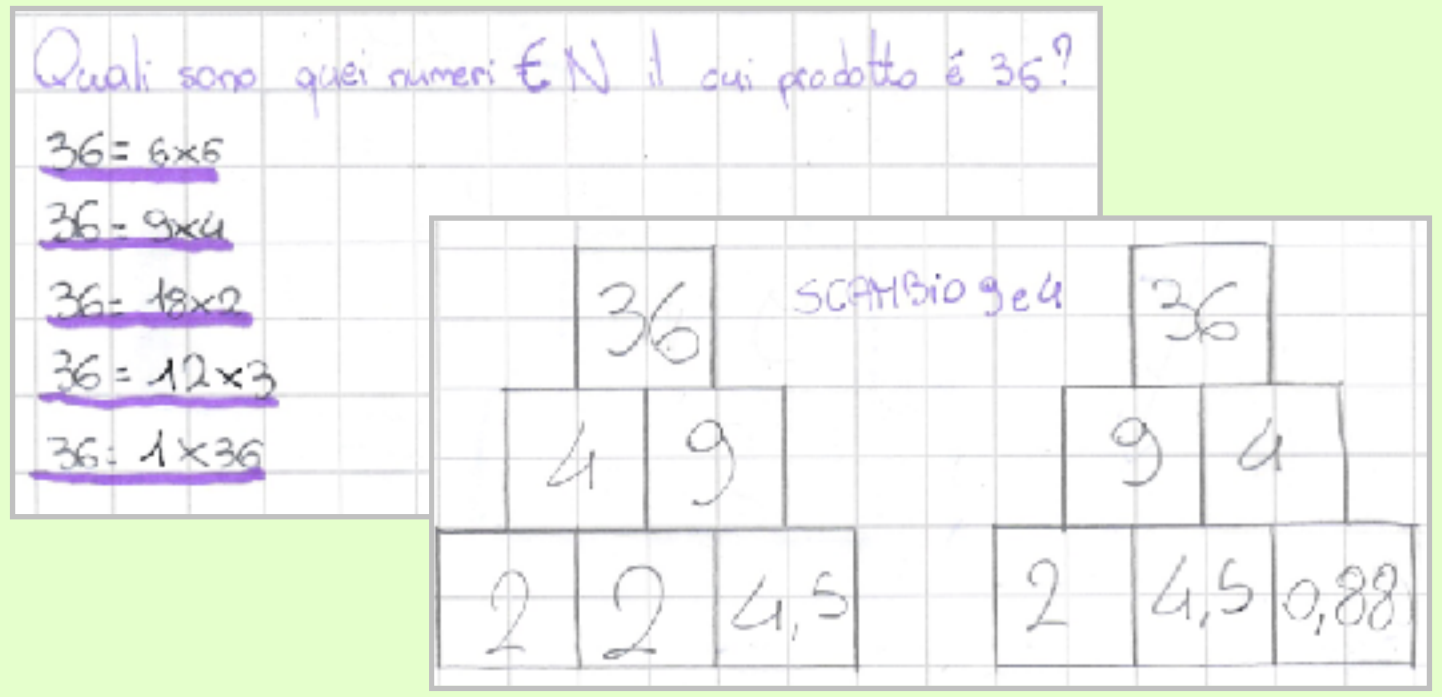


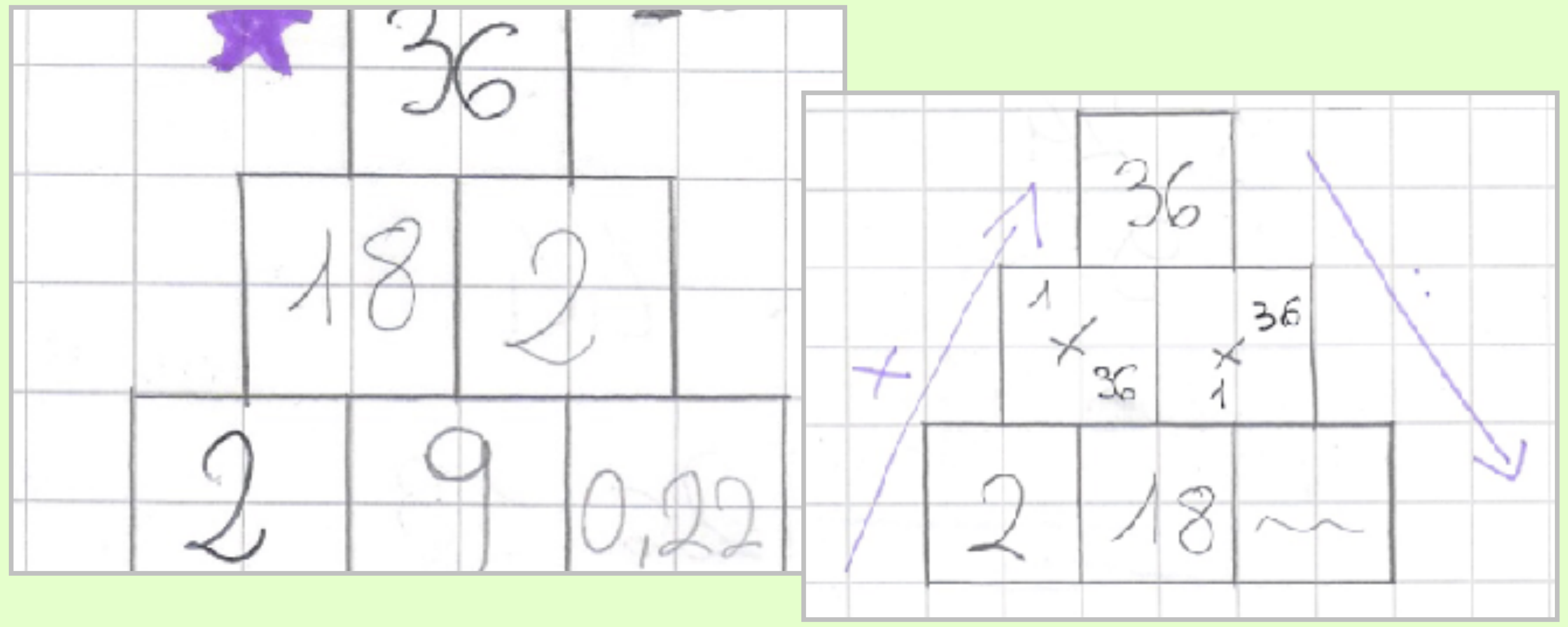


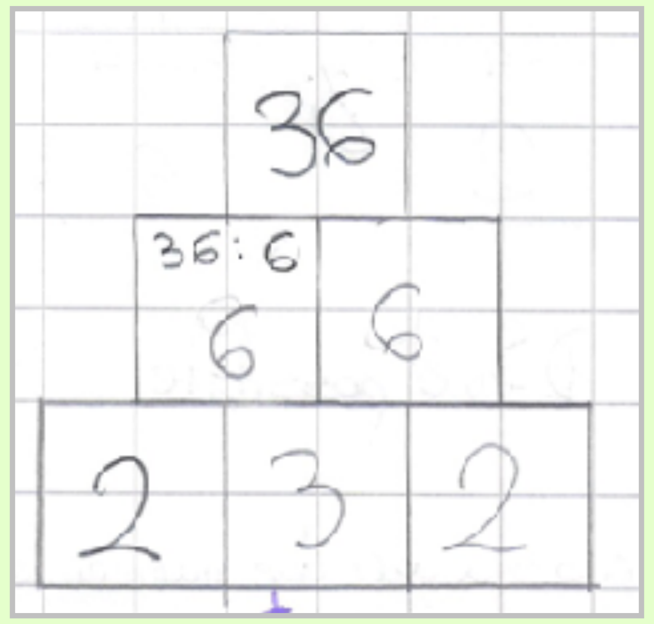


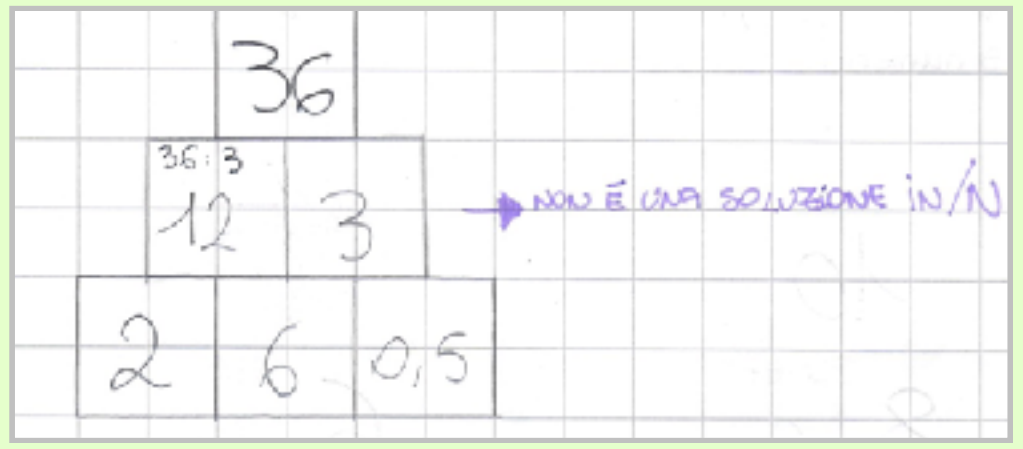


L’attività prosegue con piramidi di cui si conosce solo il numero all’apice da completare utilizzando l’operazione di divisione. Asia, procede cercando le coppie moltiplicative che hanno come risultato 36. I numeri che ha trovato li pone nelle caselle del secondo piano della piramide e procede a completare la piramide. Scopre immediatamente che non tutti i numeri alla base appartengono all’insieme N.

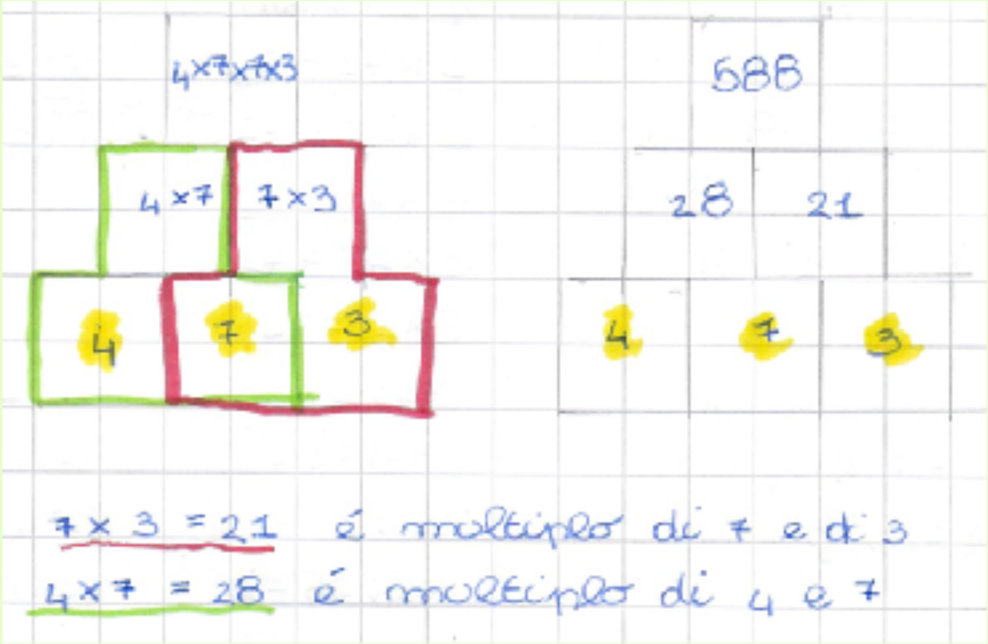


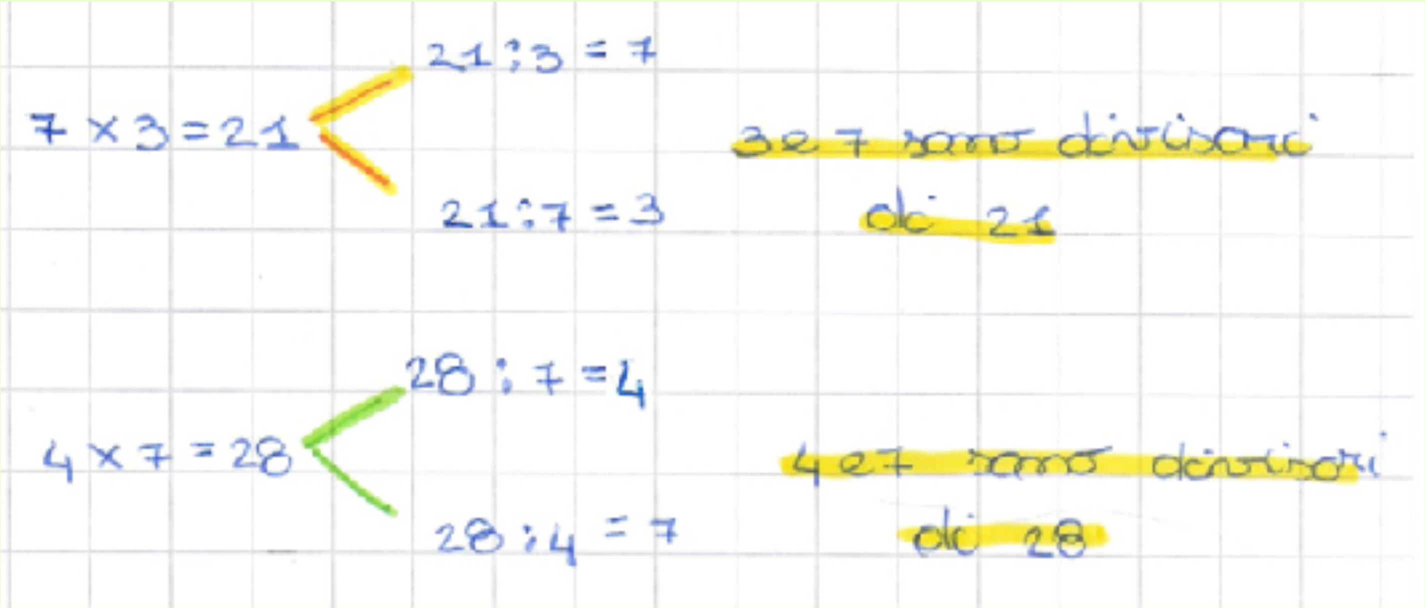


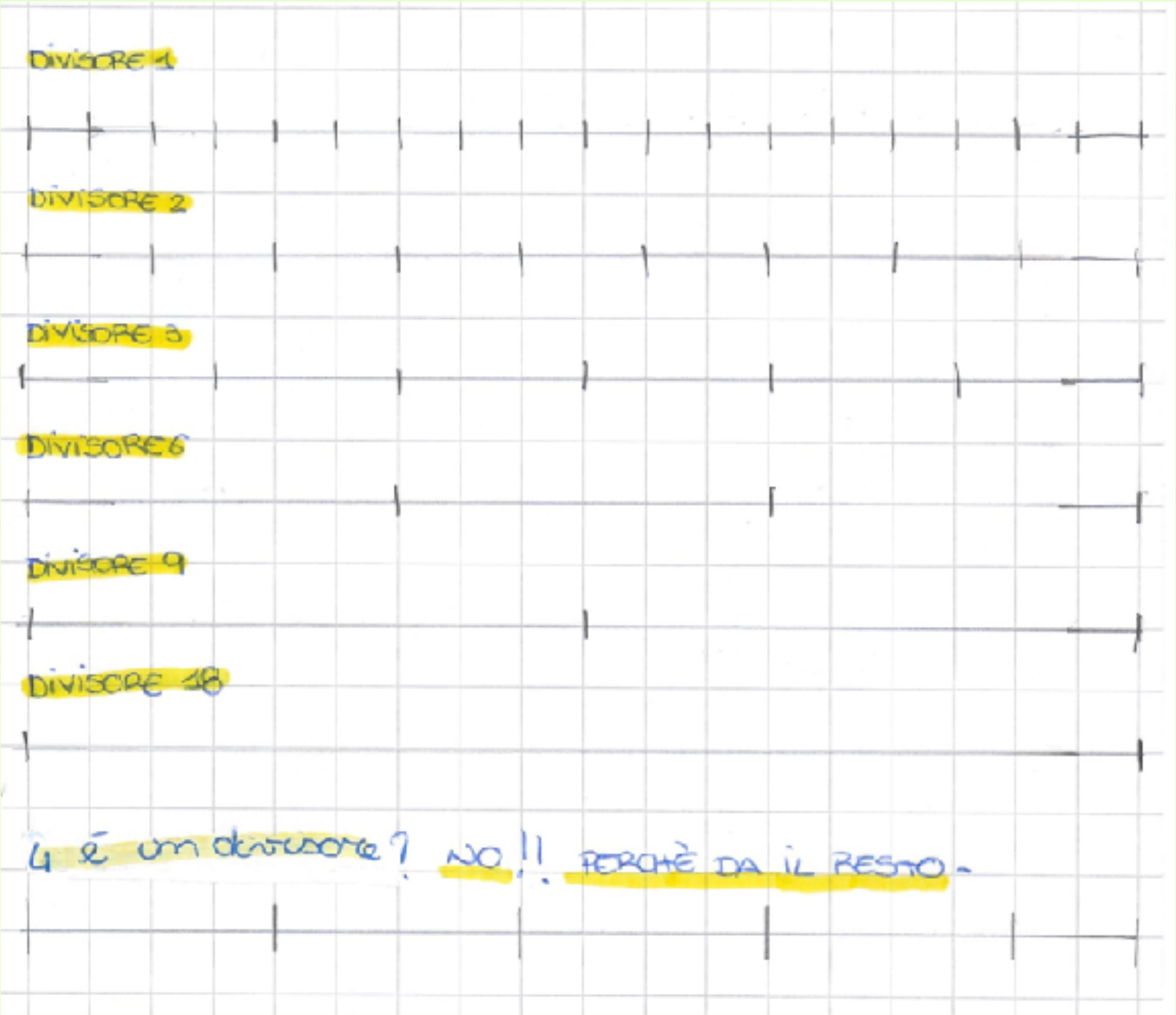




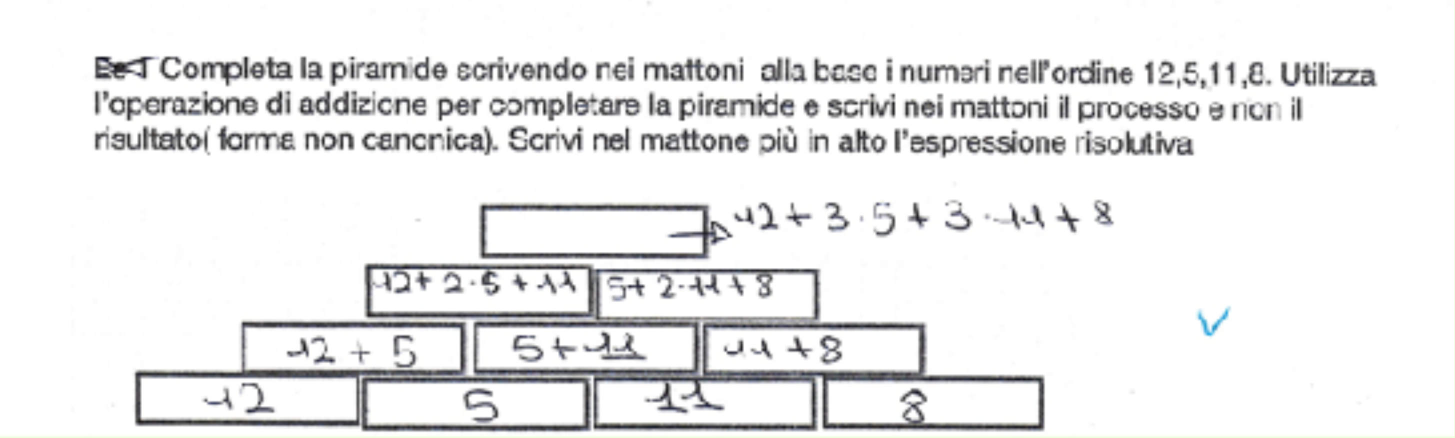
Abbiamo quindi consolidato il concetto di multiplo e divisore di un numero utilizzando vari strumenti: come le tabelle della moltiplicazione e della divisione, la tabella dei resti della divisione e la rappresentazioni su segmenti del risultato dell'operazione di divisione. Sara esplora la divisibilità del numero 18 suddividendo il segmento secondo i divisori del numero e per verifica utilizza il 4, che non lo è, confermando che la divisione 18:4 ha il resto.

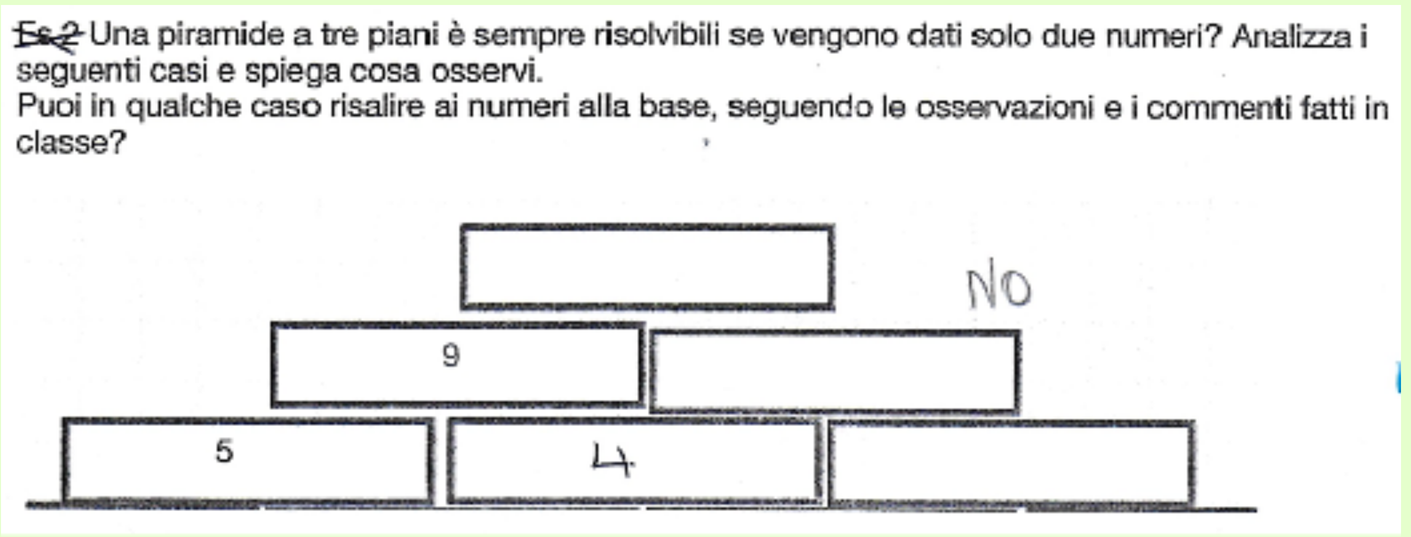


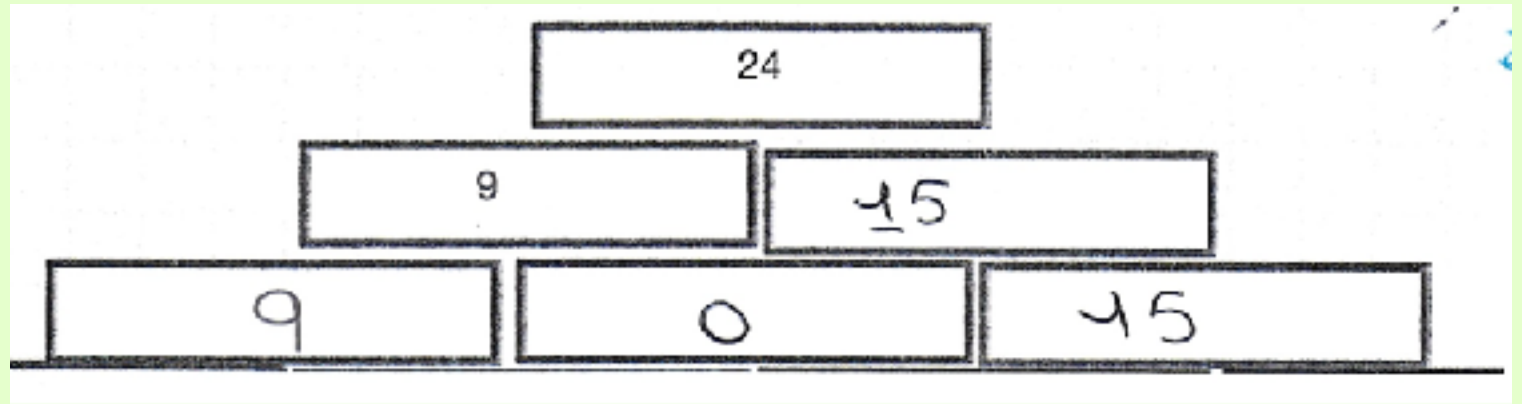


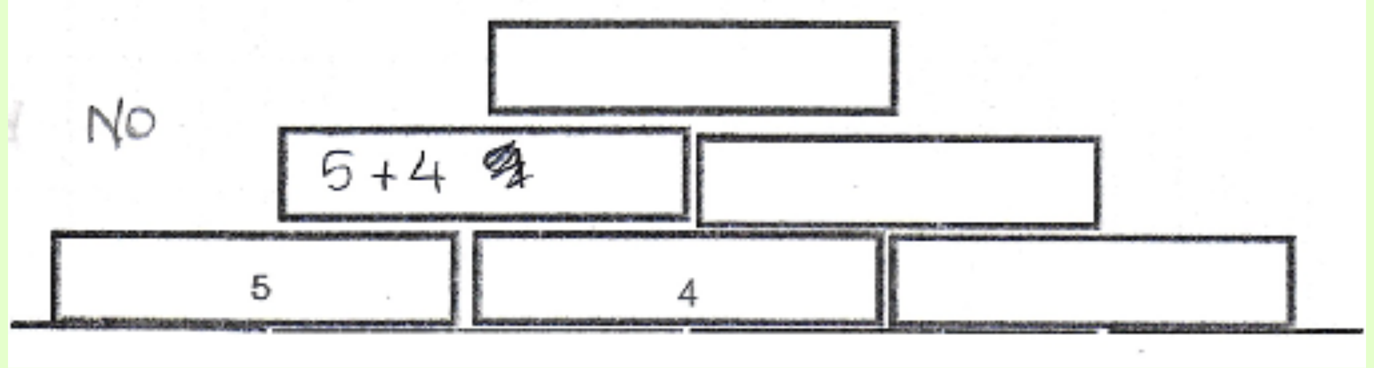


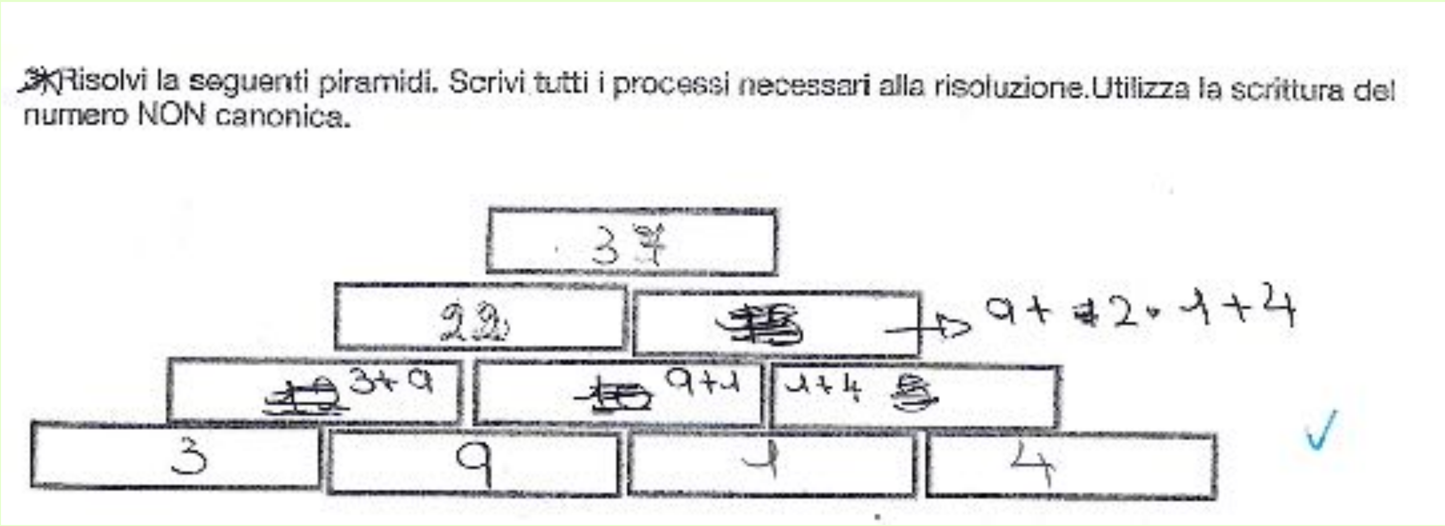
Sono state fatte verifiche degli apprendimenti in itinere e finali.
L’uso di questi strumenti ha reso più accattivante il lavoro in classe e a casa, perché non si tratta di una semplice ripetizione di un esercizio, ma ogni volta devono prendere in considerazione le conseguenze delle loro possibili scelte.
Hanno imparato a analizzare le diverse situazioni operando anche un esercizio combinatorio tra i numeri a disposizione.

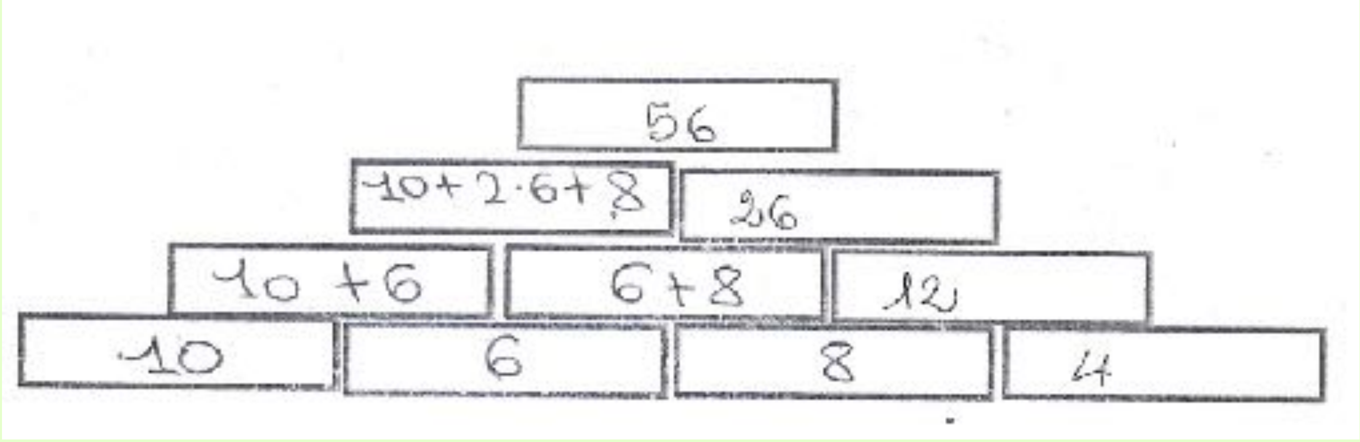


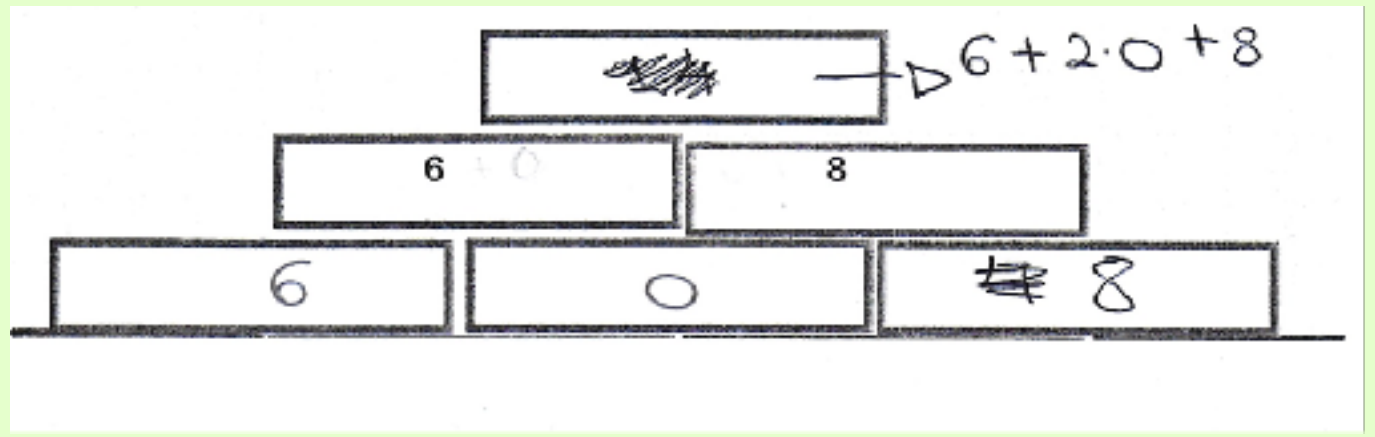








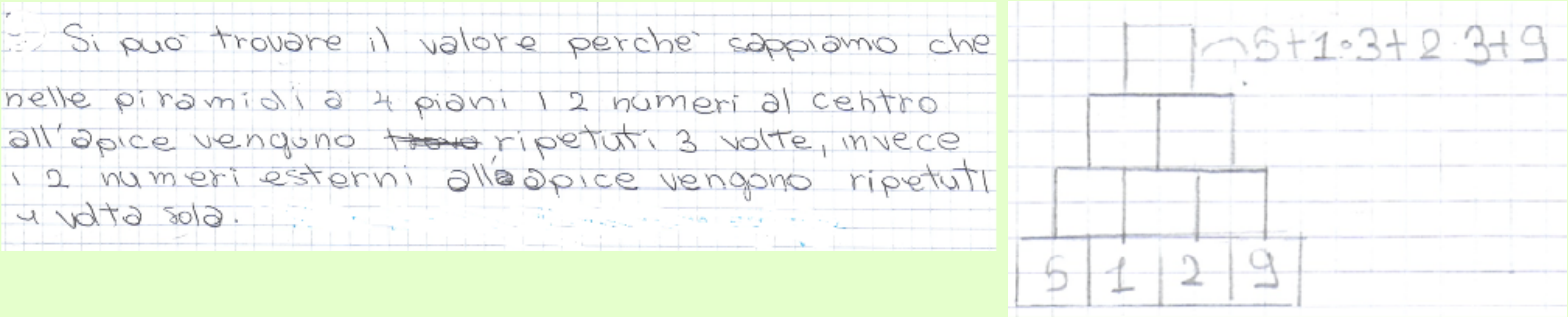




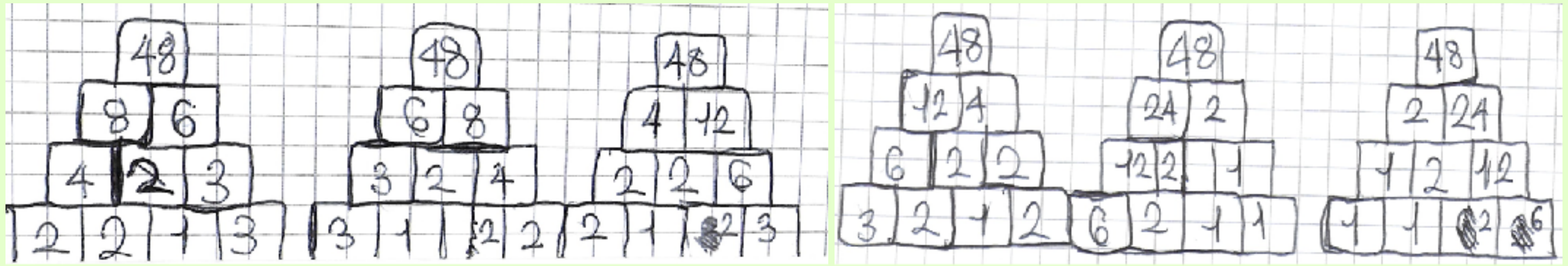
Dall’aritmetica all’algebra: un approccio alla variabile

Nei vari problemi hanno argomentato le loro scelte dopo aver effettuato le opportune prove o dopo aver applicato "le regole" scoperte durante le attività. Anche gli allievi maggiormente in difficoltà o quelli che meno si espongono nelle discussioni hanno avuto la possibilità di esprimere le loro idee.

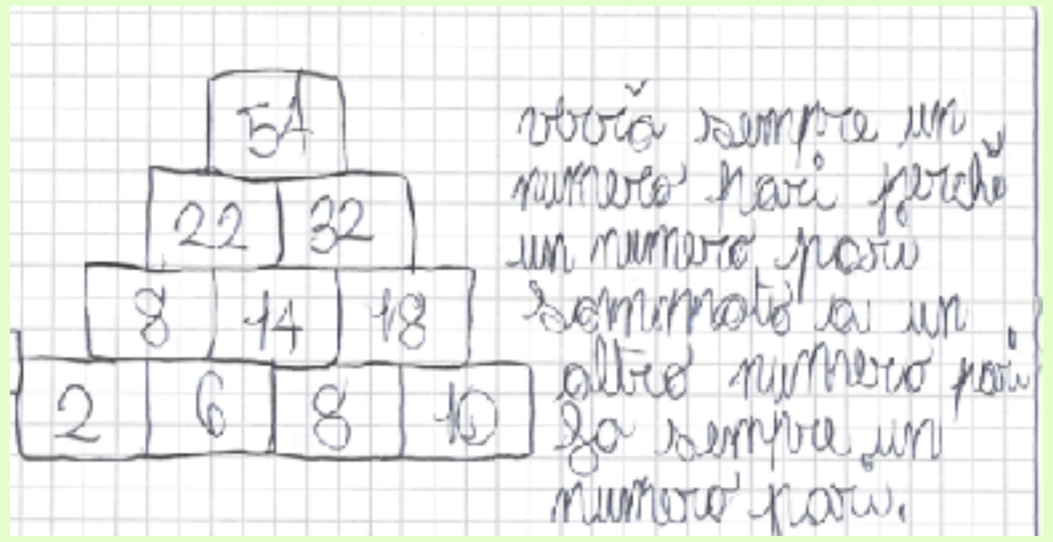
Es 5) I numeri scritti alla base di una piramide a 4 piani sono nell'ordine da sinistra a destra 5,1,2,9. Riesci a trovare il valore contenuto nel mattone in alto senza ricostruire tutto il percorso?



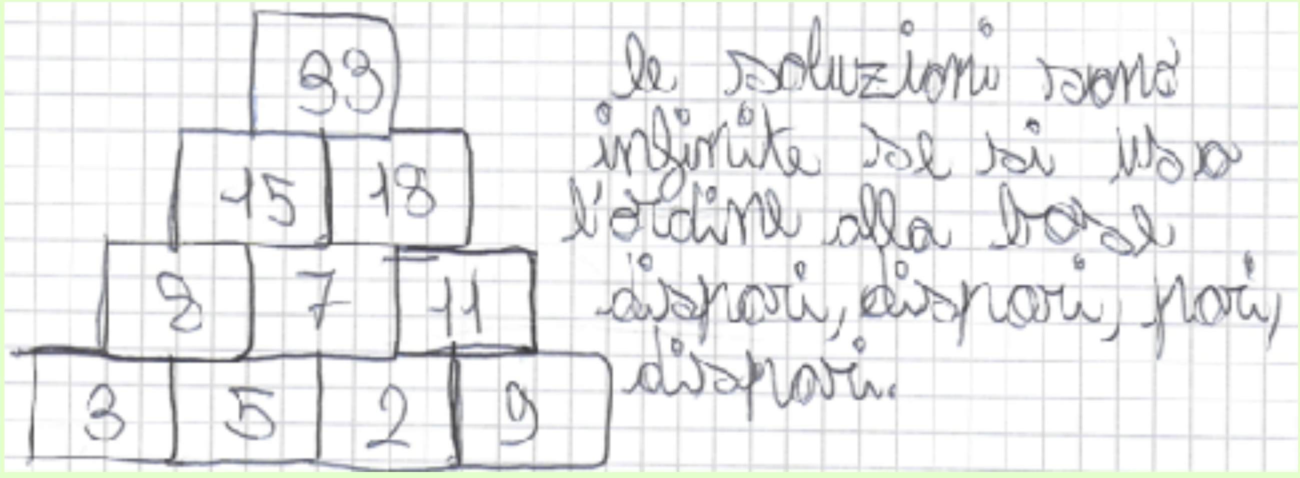
5) risolvi la seguente piramide a tre piani utilizzando la divisione. Nel mattone in alto hai 48. E' sempre possibile risolvere la piramide? Fai tutti gli esempi possibili e spiega perchè utilizzando i riferimenti alle attività fatte studiando le proprietà delle operazioni.



6) In una piramide con 4 mattoni alla base tutti i numeri della prima fila sono Pari. Sapreste dire se in alto troverai un numero pari o un numero dispari? Potresti prevederlo utilizzando la formula generale ottenuta dalla risoluzione di una piramide con le lettere alla base?



6) Come devono essere i valori dei mattoni nella prima fila di una piramide di 4 piani affinchè al vertice si abbia un mattone con al suo interno un valore dispari? Quante possibili soluzioni?



Dall'aritmetica all'algebra: un approccio alla variabile

Conclusioni

L'attività con le tabelle ha messo gli alunni in condizione di essere protagonisti nello scoprire alcune proprietà delle operazioni, nel riconoscere gli elementi neutri, nell'osservare il ruolo di 0 e 1 nelle operazioni aritmetiche.

È stato anche interessante che i ragazzi abbiano "intuito" la necessità di passare dai numeri naturali agli interi o ai razionali.

Nell'attività con le piramidi gli alunni sono passati da un lavoro per tentativi alla capacità di esprimere le relazioni che portano all'apice sia di una piramide additiva sia di una piramide moltiplicativa e quindi di poter saltare alcuni passaggi intermedi.

La volontà di generalizzare ha portato i ragazzi a introdurre le lettere per indicare un numero qualsiasi e questo rappresenta un notevole salto qualitativo.

È chiaro che si tratta di un primo approccio a questi contenuti che negli anni successivi saranno consolidati e formalizzati.