

REGIONE
TOSCANA



Misurazione sperimentale di π greco

Grado scolastico: superiori II grado

Aree disciplinari: matematica, scienze integrate

Isi Sandro Pertini-Lucca

Docenti coinvolti: Lorenzoni Claudio, Ranieri Gabriele

Realizzato con il contributo della Regione Toscana
nell'ambito del progetto

Rete Scuole LSS a.s. 2022/2023

Misurazione sperimentale di π greco

Un progetto sperimentale
in matematica e scienze integrate

Percorso LSS a.s. 2022-23

Classe 1 B

Istituto Professionale indirizzo

Web Community Manager

ISI *Sandro Pertini* - Lucca

Collocazione del percorso effettuato

Il percorso si colloca al primo anno del corso WCM (Web Community Manager) nell'ambito dell'insegnamento della Matematica (Prof. Ranieri) e delle Scienze Integrate (Prof. Lorenzoni).

In una scuola in cui si sviluppano sempre più percorsi e unità didattiche interdisciplinari, il nostro progetto ha voluto costruire un ponte fra la matematica (in particolare alcuni aspetti della geometria euclidea che sono introdotti al primo anno) e le scienze integrate (misure e applicazioni della matematica nello studio delle scienze), con un approccio laboratoriale che è estremamente importante per gli studenti dell'indirizzo.

Obiettivi essenziali di apprendimento

- Favorire lo sviluppo di una didattica di tipo laboratoriale
- Saper misurare e approssimare grandezze fisiche
- Sviluppare la collaborazione e l'autonomia degli studenti
- Lavorare ad un progetto interdisciplinare, in cui differenti saperi si compenetrano

Elementi salienti dell'approccio metodologico

- Didattica di tipo laboratoriale e apprendimento attivo
- Elaborazione in classe con *cooperative learning* per individuare una strategia di risposta
- Discussioni e riflessioni in classe modulate dal professore per organizzare le attività
- Realizzazione di laboratori *hands on*

Materiali e strumenti impiegati.

- Materiali

Carta e penna, nastro adesivo circolare, coperchio circolare di un barattolo

- Strumenti

Riga da 50 cm, metro da sarto da 1 m, cavalletto dendrometrico, rotella metrica.



Ambienti in cui è stato sviluppato il percorso

- Aula
- All'aperto in area pubblica posta nelle vicinanze della scuola.



Tempo impiegato

- per la messa a punto preliminare nel Gruppo LSS: 3 incontri in cui si è discusso la metodologia e alcuni aspetti disciplinari e di realizzazione che favorissero l'apprendimento attivo nel progetto
- per la progettazione specifica e dettagliata nella classe: 6 ore
- Tempo-scuola di sviluppo del percorso: 18 ore (6 discussione progetto in classe (mat), 6 misure e discussione in aula (mat), 6 misure e discussione (scienze integrate))
- per documentazione: 6 ore

Descrizione del percorso didattico

Il percorso si è articolato nelle seguenti fasi

1. ***Discussione preliminare (matematica)***: il professore ha ricordato la definizione di π greco e ha ascoltato le proposte degli studenti sulla possibilità di trovare una misura approssimata di questa costante.
2. ***Prima misura (matematica)***: gli studenti hanno misurato col metro da sarto la circonferenza del nastro adesivo incontrando delle difficoltà nella misura del diametro.

3. **Seconda misura (*matematica*):** gli studenti hanno riflettuto ad una possibilità per misurare la lunghezza del diametro del nastro adesivo utilizzando proprietà geometriche.
4. **Misura del coperchio del barattolo (*matematica*):** dall'osservazione di oggetti di vita quotidiana è emerso un altro modo per realizzare la misura del diametro.
5. **Spiegazione e suddivisione in gruppi (*sc. integrate*):** *organizzazione della misura del diametro e della circonferenza del tronco di alcuni alberi posti in un parcheggio nelle vicinanze della scuola realizzata in piccoli gruppi.*

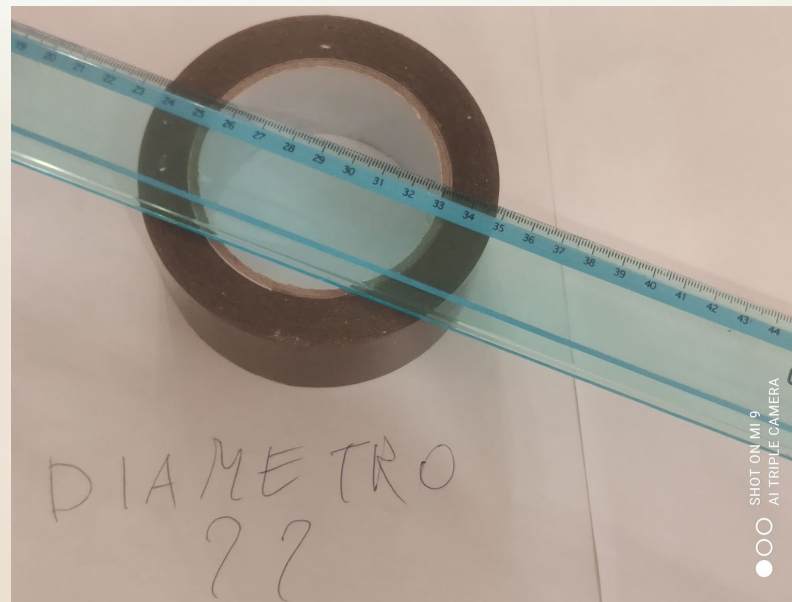
6. **Misure all'aperto:** misura del diametro (con un cavalletto dendrometrico) e della circonferenza (con una rotella metrica) di alcuni alberi nel parcheggio dietro la scuola. Gli alberi misurati erano Liquidambar Styraciflua appena piantati. Inoltre, sono stati misurati i pali tutori degli stessi alberi.
7. **Elaborazione e discussione collettiva delle misure (matematica e scienze integrate):** Sono stati realizzati i grafici, la valutazione delle incertezze di misura, la stima del valore di π greco nelle serie di misure e un modo per valutare la validità del modello cilindrico per gli alberi misurati definendo un test di «Circolarità» per i tronchi utilizzando i risultati delle misure realizzate in classe.

Fase 1 (mat.): DISCUSSIONE PRELIMINARE

Gli studenti hanno dapprima ascoltato una breve lezione del professore sulla definizione di π greco. Il professore ha anche accennato ad alcune approssimazioni classiche del π greco. In un secondo momento è nata una discussione su come poter approssimare la misura di π greco utilizzando oggetti di forma circolare. Lo scopo di questa fase è stato da una parte assicurarsi che ogni studente conoscesse la definizione di π greco come rapporto fra la misura di una circonferenza e la misura del suo diametro, dall'altra far nascere l'interesse e la curiosità degli studenti verso l'attività proposta: alcuni studenti hanno trovato inusuale utilizzare metodi sperimentali per approssimare una costante matematica.

Fase 2 (mat.): Prima misura

Gli studenti hanno provato a misurare il diametro e la circonferenza di un nastro adesivo di forma circolare fornito dal professore. Molti erano convinti che fosse un'esperienza del tutto elementare, ma quando il professore ha osservato che non era evidente determinare la corda massima della circonferenza, gli studenti non hanno saputo da subito elaborare una strategia per risolvere questo problema.



Fase 3 (mat.): Seconda misura

Gli studenti hanno escogitato un modo più preciso per calcolare il diametro del nastro adesivo (vedi la figura sotto). Appoggiando il nastro adesivo su un foglio attaccato al muro e facendo un segno sul punto più alto, hanno ottenuto una misura approssimata del diametro. La circonferenza è stata invece misurata col metro da sarto.

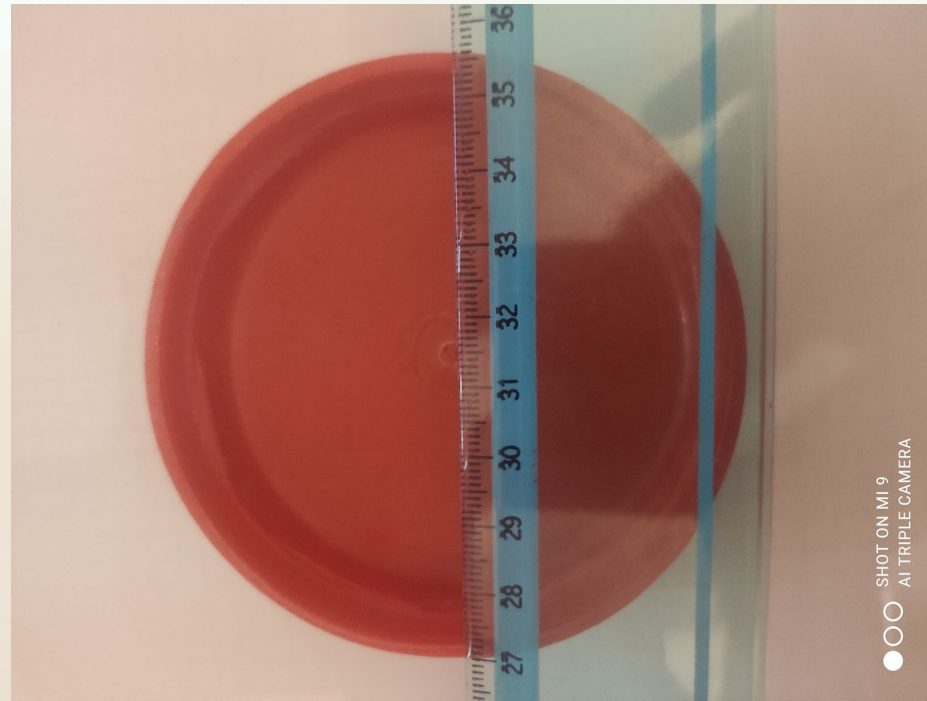


Fase 4 (mat.): Misure del coperchio del barattolo

Molti studenti si sono chiesti: possibile che non si possa sfruttare il fatto che un diametro è una corda che passa per il centro del cerchio? Un alunno si è ricordato che esistono barattoli circolari il cui coperchio ha un piccolo rigonfiamento (sempre circolare) che contiene il centro. Quindi professore e studenti hanno cominciato a rovistare nelle loro case alla ricerca di un tale coperchio. Il professore l'ha spuntata perché si è ricordato di un contenitore di fagioli da seminare che aveva questa caratteristica. Quindi gli studenti, per misurare il diametro del coperchio, hanno messo la riga in modo che si trovasse sopra il rigonfiamento.

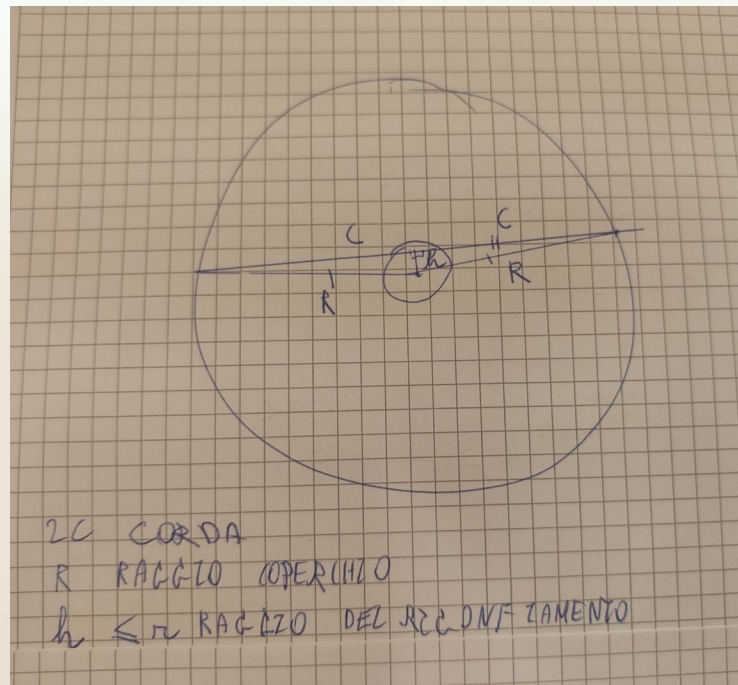
Procedimento per il calcolo dell'incertezza della misura del diametro parte 1

1) Troviamo un maggiorante per la lunghezza del raggio del gonfiamento. Otteniamo 0,2 cm e quindi, dato che sappiamo che il gonfiamento contiene il centro del coperchio, possiamo affermare che il gonfiamento è contenuto in un cerchio concentrico al coperchio di raggio $r = 0,4$ cm.



Procedimento per il calcolo dell'incertezza della misura del diametro parte 2

3) Abbiamo misurato con la riga una corda di lunghezza $2C = 8,6$ cm con incertezza $0,1$ cm. Sappiamo che h è minore di $0,4$ cm. Quindi utilizzando il teorema di Pitagora (vedi figura) possiamo determinare la lunghezza massima del raggio, e quindi del diametro del coperchio che è $8,71$ cm.



Fase 5 (scienze integrate): Spiegazione e suddivisione in gruppi

Gli studenti hanno dapprima ascoltato le istruzioni del professore sullo svolgimento dell'esperienza.

A differenza del metodo adottato dal professore di matematica che ha richiesto a tutti gli studenti di svolgere le misurazioni, gli studenti e il professore hanno convenuto di lavorare in piccoli gruppi di tre studenti.

Successivamente il professore ha spiegato come utilizzare gli strumenti di misura e si è proceduto con la scelta degli alberi da misurare.

Fase 6 (scienze integrate): Misure all'aperto

Ogni gruppo di studenti ha misurato il diametro (con un cavalletto dendrometrico) e la circonferenza (con la rotella metrica) di alcuni alberi nel parcheggio dietro la scuola.



Trascrizione delle misurazioni ottenute

Gli studenti hanno quindi elaborato una breve relazione dell'esperienza e riportato le misure (vedi una parte della relazione in basso).

LEZIONE SCIENZE 31/04/2023

In data Martedì 31 Gennaio 2023 la classe 1B WCH è uscita dalle classi con il Professor Lorenzoni ed è andata a misurare gli alberi nel parcheggio dietro la scuola.

È stato misurato il diametro e la circonferenza tramite il calibro dendrometrico (diametro) e la ruotella metrica (circonferenza).

Gli alberi misurati sono stati i Liquidambar styraciflua appena piantati.

Dopo aver misurato sia la circonferenza che il diametro del tronco, abbiamo misurato i pali che lo sostengono.

Queste sono le seguenti misure:

- 1) - TRONCO: diametro: 10,4 cm
circonferenza: 33 cm
- PALO 1: diametro: 8 cm
circonferenza: 25 cm
- PALO 2: diametro 8 cm
circonferenza 25 cm
- PALO 3: diametro 8 cm
circonferenza 25 cm
- 2) - TRONCO: diametro: 12,1 cm
circonferenza: 38 cm

A COSA È SERVITO MISURARE IL DIAMETRO E LA CIRCONFERENZA DELL'ALBERO.

Fase 7: Elaborazione e discussione collettiva delle misure

Grafici: Gli studenti hanno riportato i valori ottenuti per il diametro e la circonferenza. La tabella sinistra riguarda gli oggetti misurati col professore di matematica, mentre quella a destra riguarda le misurazioni col professore di scienze.

lunghezza diametro m	lunghezza circonferenza m	stimati π
$11,1 \pm 0,1$	$34,5 \pm 0,5$	$3,04 < \pi < 3,18$
$8,5 < \overset{\text{LUNG.H.}}{\text{DIAMETRO}} < 8,71$	$27,5 \pm 0,5$	$3,10 < \pi < 3,29$

	LUNG.H. DIAMETRO	LUNG.H. CIRCONF.	STIMA π
TRONCO 1	10,7 m	38 m	3,55
TRONCO 2	12 m	38 m	3,17
PALO	28 m	25 m	3,13

Disegno dei grafici

Sull'asse X gli studenti hanno riportato i valori minimo e massimo per la lunghezza dei diametri e sull'asse Y il valore minimo e massimo della lunghezza delle circonferenze (calcolati col professore di matematica).

Dopo aver osservato che i valori avevano un andamento lineare, gli studenti hanno disegnato due rette (e colorato la regione sottesa da esse) nel modo seguente: la prima retta è quella passante per i punti di coordinata X uguale al minimo valore del diametro e Y uguale al più grande valore della circonferenza, mentre la seconda è quella passante per i punti di coordinata X uguale al massimo valore del diametro e Y uguale al più piccolo valore della circonferenza.

La pendenza delle due rette ci ha dato quindi un valore minimo e massimo per π greco.

Successivamente gli studenti hanno riportato alcuni valori calcolati col professore di scienze sul grafico per vedere se si trovavano o meno nella regione sottesa.

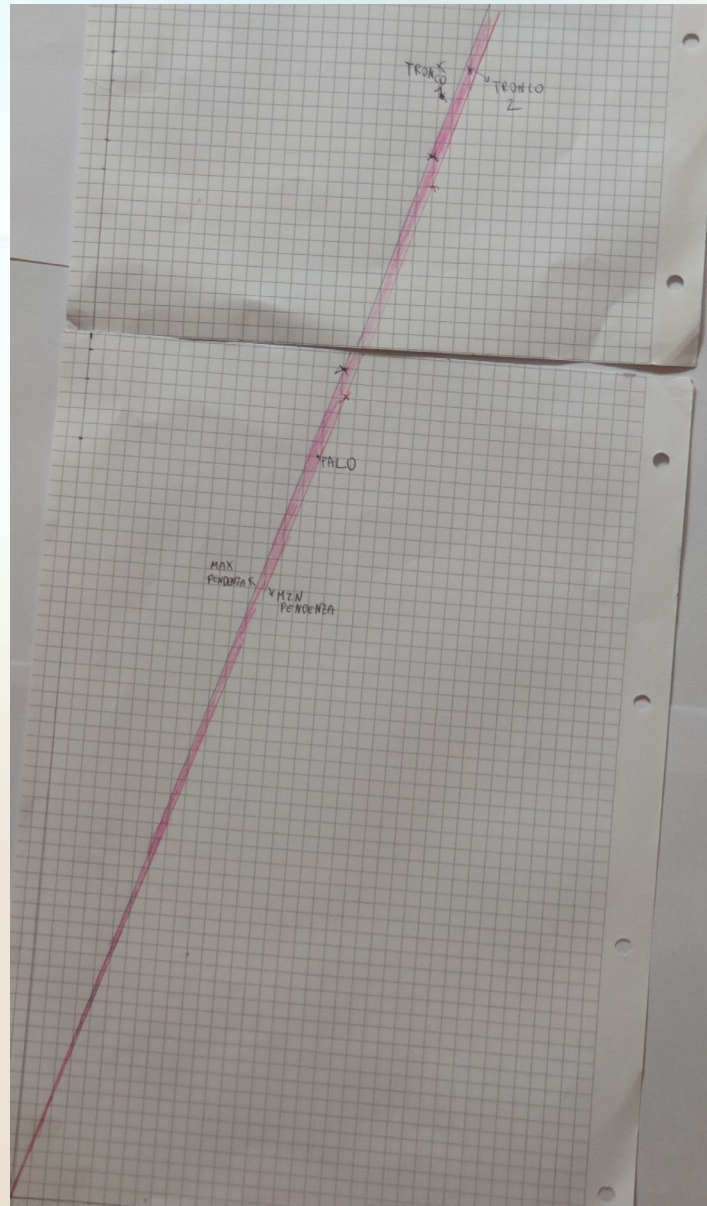
L'idea seguita è stata la seguente: le misure ottenute, con le loro incertezze, di oggetti cilindrici hanno permesso di costruire una regione del piano cartesiano in cui le rette hanno un coefficiente angolare vicino a π greco.

In genere il tronco di un albero può avere una forma molto irregolare.

Se il punto con coordinata X uguale al diametro del tronco dell'albero e con coordinata Y la circonferenza si trova nella regione, allora diciamo che il tronco dell'albero è in buona approssimazione circolare.

Altrimenti diciamo che l'albero ha una forma irregolare oppure le misurazioni sono state eseguite in modo non corretto. Come si può vedere dalle tabelle della diapositiva 21 e dal grafico della prossima diapositiva, il tronco 1 è irregolare mentre il tronco 2 e il palo sono in buona approssimazione circolari.

Esempio di Grafico



Riflessione sulla modalità e correttezza delle misurazioni degli alberi

Il professore di scienze integrate, in seguito i risultati delle misurazioni degli alberi e della non appartenenza di alcune misurazioni alla regione del pi greco a cercato di stimolare gli studenti a riflettere su quali potessero essere stati gli errori di misurazione effettuati.

In una discussione guidata dal professore sono emersi quali possibili errori di misura principali:

- la non coincidenza nel punto di misurazione del diametro e della circonferenza del tronco (da cui è emerso che il tronco di un albero non è cilindrico).
- La non correttezza nel posizionamento della rotella metrica nella misura della circonferenza.
- L'approssimazione al cm dello strumento di misura del diametro (cavalletto dendrometrico).

Verifiche degli apprendimenti

La valutazione si è svolta secondo due modalità:

- **valutazione di tipo formativo, tenendo conto dei contributi alla discussione e dell'osservazione in classe e all'aperto e valutando le competenze trasversali (in particolare: *problem solving* e capacità di lavorare in gruppo);**
- **valutazione della relazione scritta sull'attività riportata sui quaderni, con particolare attenzione alla capacità di relazionare in modo appropriato il lavoro svolto.**

Analisi dei risultati ottenuti

Complessivamente il percorso ottenuto è stato positivo:

- Gli studenti hanno accettato di lavorare al progetto e la didattica laboratoriale ha permesso (partendo da un problema concreto come la misura sperimentale di π greco) di far comprendere e elaborare alcuni concetti matematici astratti.
- Gli studenti hanno potuto toccare con mano quanto sia tutt'altro che elementare ottenere una misura e hanno sperimentato come la matematica può essere molto utile anche per risolvere problemi sperimentali (percorso interdisciplinare).

- L'applicazione di formule e teoremi matematici ad un problema pratico ha permesso agli studenti di familiarizzare un po' con concetti che di solito sono considerati molto astratti.
- Si è sperimentata l'utilità di modellizzare una situazione reale con concetti matematici evidenziando la possibilità di migliorarne la descrizione.
- La didattica laboratoriale e il *cooperative learning* hanno permesso di rafforzare varie competenze trasversali relazionali degli studenti.

Criticità emerse

- Nonostante che la maggior parte degli studenti abbia partecipato all'attività con un certo interesse, è stato difficile coinvolgere tutti gli studenti.
- Soprattutto il professore di matematica ha dovuto svolgere qualche minuto di lezione frontale per spiegare alcune formule utilizzate. Forse sarebbe stato meglio dedicare qualche ora in più al progetto e lasciare agli studenti presentare le formule e i teoremi in una *flipped classroom*.

Valutazione dell'efficacia del percorso: considerazioni del gruppo di ricerca LSS

Il gruppo LSS ha permesso un'ampia condivisione tra docenti sia a livello disciplinare che didattico e gestionale; la ricaduta sulle attività nelle classi è stata evidente.

La possibilità di verificare il proprio percorso in itinere con i colleghi ed i coordinatori ha permesso di interrogarsi sui suoi aspetti positivi e le sue criticità.

Il risultato raggiunto sia in termini di interesse e coinvolgimento degli studenti sia nell'approfondimento del concetto operativo di misura ha soddisfatto le aspettative e le motivazioni del Gruppo.