REGIONE TOSCANA

La soluzione ∃siste

Grado scolastico: Secondaria di II grado

Area disciplinare: Matematica

ITS MARCHI FORTI

Docenti coinvolti: Prof.ssa Cristiana Lazzerini
Prof.ssa Vittoria Maccanti

Realizzato con il contributo della Regione Toscana
nell’ambito del progetto
Rete Scuole LSS a.s. 2023/2024

La soluzione ∃siste

LA MATEMATICA SEMPLIFICA LE COSE

Livello scolare delle classi coinvolte:

2 anno

Istituto tecnico

Indirizzo Tecnologico

Curriculo verticale

Il nostro progetto nasce dall'analisi delle difficoltà che i ragazzi incontrano nell'approcciarsi alla risoluzione di un problema. Risulta infatti evidente come talvolta anche gli studenti più bravi non riescano ad applicare quanto appreso in contesti più ampi limitando, piuttosto, le loro conoscenze alla risoluzione di esercizi standard.

Quando chiamati a risolvere un problema emergono inoltre evidenti difficoltà nella comprensione del testo e nella sua successiva schematizzazione matematica.

Per sviluppare e rafforzare la capacità degli studenti di utilizzare gli strumenti matematici per la risoluzione di problemi reali, abbiamo pensato di ricorrere all'utilizzo combinato del problem posing e del problem solving.

Curriculo verticale (2)

Inizialmente il problem posing ci ha permesso di stimolare nei ragazzi la creatività e la capacità di pensiero critico attraverso attività che li spingessero a riflettere su scenari reali o teorici e a creare nuovi problemi da risolvere, trasformando così il loro ruolo da risolutori di problemi a creatori di problemi.
Questo processo non solo ha rafforzato la comprensione dei concetti appresi, ma ha sviluppato anche la loro capacità di pensare in modo indipendente e innovativo.

Successivamente, nella fase del problem solving, abbiamo evidenziato l'importanza di affrontare problemi complessi attraverso un processo strutturato. Gli studenti sono stati incoraggiati a identificare il problema, raccogliere informazioni pertinenti, formulare ipotesi, sperimentare soluzioni diverse e valutare i risultati.

Curriculo verticale (3)

In riferimento alla programmazione della classe seconda le attività di seguito presentate ci hanno permesso di approfondire con la classe il problema delle rette e dei sistemi lineare con un approccio induttivo.

Il tentativo è stato quello di sottolineare come gli strumenti matematici loro forniti abbiano un senso logico ben più ampio rispetto al mondo scolastico in cui spesso vengono relegati e che quegli stessi strumenti possono essere utilizzati per risolvere in maniera efficace ed efficiente problemi di vita quotidiana.

Obiettivi essenziali di apprendimento

- Migliorare le capacità di Problem Posing
- Migliorare le capacità di Problem Solving
- Rinforzare l’uso degli strumenti algebrici elementari
- Interpretare e rappresentare dati
- Lavorare in modo collaborativo
- Sviluppare il pensiero critico
- Gestire il tempo e le risorse a disposizione in maniera efficiente
- Comunicare le soluzioni in modo chiaro e preciso, imparando ad esporre chiaramente i processi risolutivi

Elementi salienti dell’approccio metodologico

- Introduzione al problem posing
- Collaborazione e brainstorming
- Selezione e analisi dei problemi
- Sviluppo di strategie di calcolo
- Problem solving guidato
- Riflessione e discussione delle soluzioni
- Valutazione dell'efficienza delle soluzioni
- Discussione sui pro e contro dei vari approcci adottati
- Applicazione delle strategie risolutive a nuovi contesti e consolidamento delle competenze acquisite.

Materiali, apparecchi e strumenti impiegati

- LIM
- Google suite
- Tablet
- Cellulare
- Carta e penna
- Libro

Ambiente di lavoro

- ❑ Aula
- ❑ Ambiente esterno della scuola
- ❑ Attività pomeridiana nell’atrio della scuola

I TEMPI

Messa a punto preliminare: 6 ORE

Progettazione specifica e dettagliata nelle classi: 8 ORE

Tempo-scuola di sviluppo del percorso: 30 ORE

Documentazione: 12 ORE

INFORMAZIONI AGGIUNTIVE

Il progetto è stato rivolto a due classi seconde in cui sono presenti molti alunni con fragilità didattiche diffuse in ambito logico matematico.
Le ore di potenziamento delle docenti delle due classi hanno permesso di lavorare in compresenza e di seguire maggiormente le attività proposte.
Si è cercato, pertanto, di ideare delle attività che potessero guidare i ragazzi nella comprensione logica profonda della materia e dei suoi utilizzi concreti.
L'obiettivo è stato quello di risvegliare la curiosità e l'ingegno degli studenti, facendogli percepire quel senso di soddisfazione che si prova nel trovare la soluzione di un problema inizialmente incomprensibile.

IL PERCORSO DIDATTICO: Le fasi

1. **Problem Posing**

2. **Problem Solving**

A compendio delle due attività sono seguiti:

- ➔ Comparazione delle strategie di calcolo
- ➔ Discussione guidata e feedback
- ➔ Applicazioni pratiche: le strategie efficaci

IL PERCORSO DIDATTICO: LO SVILUPPO CONCETTUALE

1. PROBLEM POSING: la scelta

L’introduzione al problem posing ha avuto come scopo quello di presentare ai ragazzi situazioni quotidiane o problemi reali, su cui loro stessi hanno formulato delle domande.
L’attività ha cercato di stimolare la loro creatività ed immaginazione, permettendo loro di dargli libero sfogo.
Incoraggiare gli studenti a essere creativi e a pensare fuori dagli schemi, formulando nuovi problemi basati su situazioni reali o teoriche, li prepara a riconoscere e affrontare problemi in vari contesti. In questo senso il Problem posing si è posto come fondamenta della successiva attività di problem solving.
Formulare problemi aiuta, infatti, gli studenti a capire meglio le componenti e le variabili di una situazione problematica. Questa comprensione dettagliata è essenziale per sviluppare strategie di risoluzione efficaci durante il problem solving.

IL PERCORSO DIDATTICO: LO SVILUPPO CONCETTUALE

1. PROBLEM POSING: la scelta

Inoltre, durante la creazione di un problema gli studenti devono analizzare situazioni, identificare le relazioni matematiche e strutturare i problemi in modo logico. Queste abilità analitiche sono fondamentali per risolvere problemi complessi in maniera sistematica.

Non per ultimo, il problem posing sviluppa il pensiero critico, poiché gli studenti devono valutare la rilevanza e la fattibilità dei problemi creati. Questo esercizio è fondamentale per selezionare e applicare le strategie più appropriate nel successivo problem solving.

IL PERCORSO DIDATTICO: LO SVILUPPO CONCETTUALE

1. PROBLEM POSING: il percorso

In questa fase l’insegnante si è comportato da osservatore discreto. L’intento, infatti, è stato quello di far riflettere gli studenti sulla formulazione più appropriata di un problema evitando qualsiasi commistione. Anche gli errori commessi sono, infatti, serviti, in una seconda fase, alla comprensione profonda del significato dell’attività svolta.

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

Esercizi proposti e discussi in classe - proposta n. 1

- ➔ Siamo partiti da un insieme di dati e abbiamo chiesto ai ragazzi di lavorare singolarmente e di formulare un problema che li contenesse tutti.
- ➔ I problemi sono stati raccolti in una bacheca virtuale utilizzando Google Keep.

Problema n.1
Considera i seguenti dati:
- 90 gr
- 2 hg
- 6 persone
- 8 persone

Crea un problema con i dati precedenti

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

Esercizi proposti e discussi in classe - proposta n. 1

I ragazzi hanno lavorato singolarmente mentre le docenti hanno osservato la classe registrando in modo silente le criticità che lentamente emergevano quali:

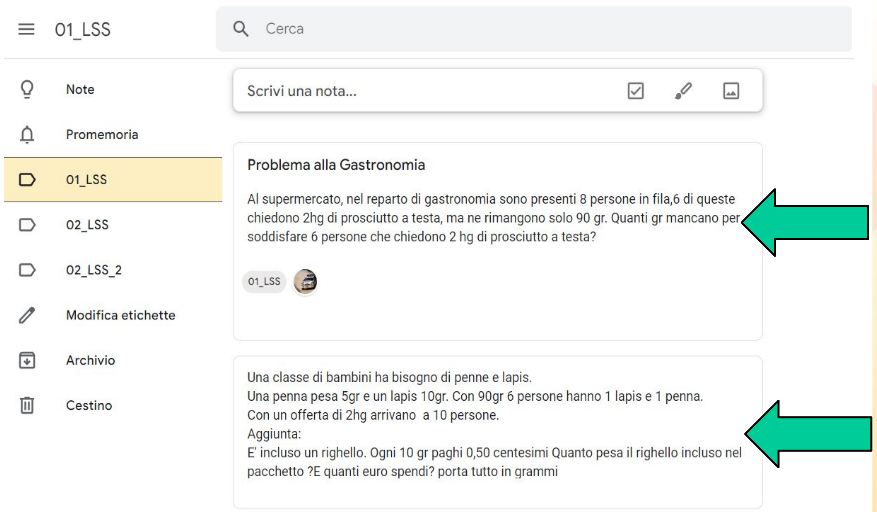
- ➔ ricreare una situazione reale in cui poter sfruttare i dati assegnati
- ➔ riconoscere le unità di misura e i loro rapporti
- ➔ associare all'unità di misura assegnata un opportuno oggetto reale
- ➔ formulare delle richieste coerenti con il testo ideato

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

L'utilizzo di **Google Keep** per visualizzare i testi creati ha reso la lezione interattiva e più partecipata.

Attraverso l'utilizzo del proprio cellulare, i ragazzi hanno condiviso con tutta la classe i risultati prodotti.

Da una prima analisi sono emerse difficoltà legate sia ai contenuti che alle tempistiche di realizzazione.



IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

In una lezione successiva le docenti hanno selezionato alcuni testi riproponendoli alla lavagna creando in classe un momento di riflessione collettiva.

I ragazzi hanno dimostrato curiosità e interesse: hanno discusso individuando criticità e incongruenze dei testi da loro stessi creati.

Gli alunni hanno avuto la possibilità di rivedere i propri elaborati da un punto di vista diverso generando momenti di autovalutazione costruttiva.

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

EQUIVALENZA
Nella macelleria sono rimasti 2 hg e 90 gr di prosciutto, che il macellaio deve vendere a due gruppi di amici, uno formato da 8 persone e uno da 6.
Il gruppo da 8 persone riceve i 2 hg di affettato, mentre quello da 6 i restanti 90 gr.
A quanto corrispondono 90 gr in ettogrammi?

Quante fette per 8 persone
In una gastronomia il macellaio consiglia al compratore 2 hg di prosciutto per 6 persone .
Il compratore dice al macellaio che in casa sono in 8 e che ognuno mangia circa 90 grammi di prosciutto a testa. Quante fette di prosciutto mangiano a testa ?

Osservando il testo di questi problemi, gli alunni hanno evidenziato che:

- i dati assegnati sono stati utilizzati tutti all'interno del testo
- la situazione reale creata è poco chiara
- la domanda messa alla fine è incoerente con il testo che la precede

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

Una classe di bambini ha bisogno di penne e lapis.
Una penna pesa 5gr e un lapis 10gr. Con 90gr 6 persone hanno 1 lapis e 1 penna. Con un offerta di 2hg arrivano a 10 persone.

E' incluso un righello. Ogni 10 gr paghi 0,5 centesimi. Quanto pesa un righello incluso nel pacchetto?
E quanti euro spendi? Porta tutto in grammi

In entrambi questi testi i ragazzi hanno utilizzato una descrizione artificiosa e poco chiara. Inoltre l'aggiunta delle domande finali appare un tentativo frettoloso di terminare il problema senza però che ci sia una connessione logica con quanto detto prima.

Un pasticciere ha il compito di fare una torta che arrivi a pesare 90 gr per 6 persone, mentre le altre 8 persone vogliano una torta che arrivi a pesare 2 hg (200 grammi).
Se sommiamo le 2 torte richieste, quanto arriveranno a pesare insieme?

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

Problema n.1
per un antipasto misto di salumi per 6 persone servono 90g di salame toscano e 2hg di prosciutto crudo, quanti grammi di salame e di prosciutto servono per soddisfare una portata per 8 persone?

I ragazzi commentano che il testo manca ancora di chiarezza in quanto non si comprende se le quantità fanno riferimento alla singola persona o al gruppo.
Sono però concordi che il problema si può risolvere con una proporzione.

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

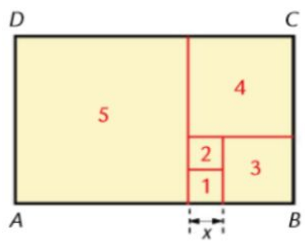
N. 69
Per preparare un impasto per 6 persone sono necessari 90 grammi di acqua e 2 ettogrammi di farina. Quanti grammi di farina e di acqua servono per 8 persone?

La classe stabilisce all'unanimità che questo è stato il testo più chiaro e di cui è facile individuare la soluzione.

IL PERCORSO DIDATTICO: L’APPROCCIO METODOLOGICO

Esercizi proposti e discussi in classe - proposta n. 2

Osserva la seguente figura:



Prova a creare un problema con i dati che vedi sopra.

Problema in capriola
Il quadrato uno misura 1cm, il quadrato due ha le stesse misure del quadrato 1, il quadrato 3 èla somma dei quadrati 1 e 2, il quadrato 4 è 2/3 del quadrato 3, il quadrato 5 è 1cm in più della metà del quadrato 4
DOMANDA
Quanto misura l'area del rettangolo formato da questo insiene di cubi

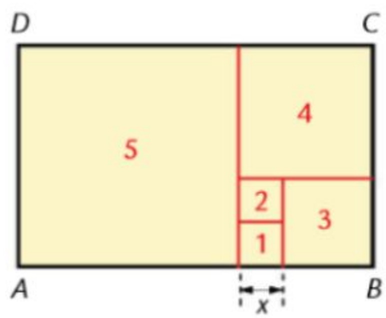
l'orto
l'orto di luigi é un rettangolo ed è diviso in 5 quadrati nel primo il lato è di 0,5m2
il terzo il lato è di 1 m2 il quarto 2m2 e il quinto 7m2 calcola l'area di tutto l'orto

Come nella proposta precedente, dopo che i ragazzi si sono cimentati nell’elaborazione di un potenziale testo per il problema, hanno avuto modo di confrontarsi in classe e hanno rilevato che i testi visualizzati sopra presentavano delle criticità. In particolare si evidenzia l’errato utilizzo di grandezze lineari e superfici.

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

Esercizi proposti e discussi in classe - proposta n. 2

Osserva la seguente figura:



Prova a creare un problema con i dati che vedi sopra.

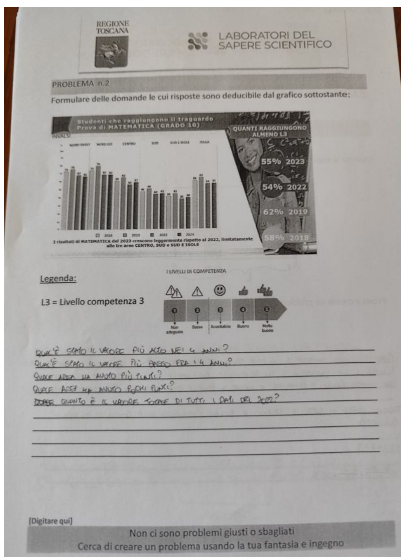
quanto equivale l'area del rettangolo della figura sapendo che il lato del quadrato "1" è uguale a X? ottieni l'area del rettangolo, cerando di trovare il valore dei lati di tutti i rettangoli.

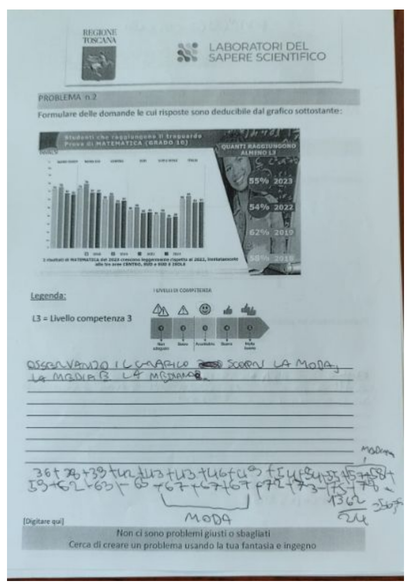
Dato il quadrato di lato x , calcola l'area del rettangolo ABCD raffigurato, considerando i quadrati rappresentati al suo interno.

Sono stati visualizzati alcuni testi coerenti con i dati forniti. I ragazzi trovano però difficoltà nel gestire la variabilità di x e a comprendere come le generalizzazioni permettano di astrarre e di ottimizzare i processi risolutivi.

IL PERCORSO DIDATTICO: L’APPROCCIO METODOLOGICO

Esercizi proposti e discussi in classe - proposta n. 3





Viene proposto di analizzare il grafico dei risultati Invalsi e di creare un testo. Gli alunni si cimentano in questo esercizio con maggior sicurezza. La quasi totalità della classe propone una lettura del grafico. L’elemento visuale “grafico” ha vincolato maggiormente gli alunni nel proporre un testo di un eventuale problema

IL PERCORSO DIDATTICO: LO SVILUPPO CONCETTUALE

1. PROBLEM POSING: le conclusioni

- L'attività proposta ha permesso agli alunni di stimolare la propria creatività cercando un parallelismo fra dati astratti e l'esperienza empirica quotidiana. Un parallelismo questo non sempre scontato in quanto abbiamo rilevato che i ragazzi hanno una percezione del reale non sempre corretta (rapporti fra unità di misura e oggetti, relazione fra causa ed effetto).
- Il confronto in classe ha fatto comprendere l'importanza della comunicazione: un concetto chiaro dentro di noi espresso nei modi sbagliati diventa incomprensibile per l'interlocutore che ci sta davanti.
- Creare un testo di un problema ha stimolato le capacità logiche degli alunni che sono stati costretti a stabilire un obiettivo e ad offrire la soluzione per raggiungerlo.
- Dato che i ragazzi mostrano molte volte una certa difficoltà nel leggere un testo denso di informazioni, l'attività di problem posing è risultato essere un ottimo allenamento per potenziare la comprensione del testo.

IL PERCORSO DIDATTICO: LO SVILUPPO CONCETTUALE

2. *PROBLEM SOLVING: la scelta*

L'introduzione al problem solving ha avuto come scopo quello di permettere ai ragazzi di approcciarsi alla matematica partendo dal problema anziché dalla soluzione come avviene negli esercizi di tipo standard.
L'idea centrale è stata quella di promuovere la conoscenza di determinati concetti a partire dal loro utilizzo nella pratica, cercando di collegare quegli stessi concetti al valore intrinseco che essi assumono per la risoluzione di un problema di realtà.

Molte volte, infatti, in ambito didattico si parte dalla teoria per arrivare solo dopo ad applicare quanto appreso attraverso esercizi e problemi mirati.
Il nostro intento è stato quello di guidare i ragazzi nella scoperta del metodo generale partendo dalla risoluzione di un problema sfidante. La sfida ha, infatti, rappresentato lo stimolo necessario alla scoperta di nuovi modi di risoluzione che permettessero di arrivare in maniera efficiente alla soluzione cercata.

IL PERCORSO DIDATTICO: LO SVILUPPO CONCETTUALE

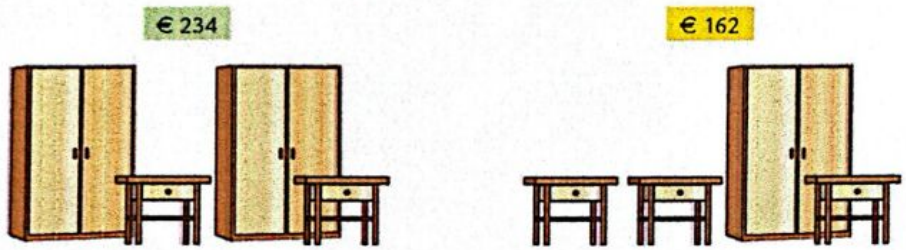
2. PROBLEM SOLVING: il percorso

In questa fase l’insegnante si è comportato da facilitatore e da guida. Gli studenti, a partire da problemi reali, sono stati invitati a fornire una soluzione che ritenessero valida. Le soluzioni sono state discusse con la classe e sono state il punto di partenza per la formulazione di risultati generali.

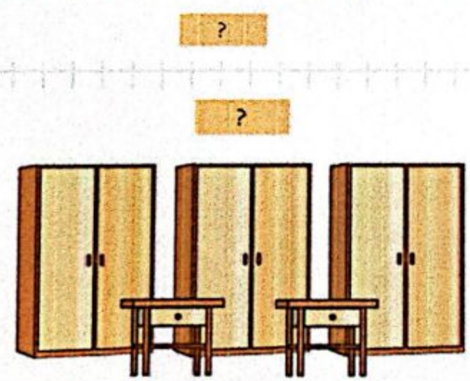
IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

Esercizi proposti e discussi in classe - proposta n. 1

Un lotto costituito da due armadi e due comodini viene venduto al prezzo complessivo di 234 euro. Un lotto costituito da un armadio e tre comodini viene venduto al prezzo complessivo di 162 euro.



Supposto che gli armadi abbiano tutti lo stesso prezzo e così pure i comodini abbiano tutti lo stesso prezzo, a quanto verrà venduto il lotto rappresentato qui sotto, costituito da tre armadi e due comodini?



IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

Abbiamo chiesto ai ragazzi di risolvere il problema presentato utilizzando la tecnica che ritenessero più appropriata.

Sono emerse alcune idee al riguardo:

- Alcuni ragazzi hanno proposto di dividere il valore 234 per 4
- Alcuni ragazzi hanno trovato dal primo disegno il prezzo dell'armadio e del comodino insieme dividendo per due. Successivamente hanno provato le varie combinazioni di calcolo possibili per far tornare i conti con i disegni successivi. (RISOLUZIONE PER TENTATIVI)
- Alcuni hanno risolto il problema per divisioni e sottrazioni successive ("SISTEMA INCONSAPEVOLE")

IL PERCORSO DIDATTICO: L’APPROCCIO METODOLOGICO

- Alcuni ragazzi hanno proposto di dividere il valore 234 per 4

Abbiamo fatto riflettere gli studenti sul fatto che gli oggetti potrebbero non avere lo stesso valore e che, pertanto, NON è possibile ragionare per semplice divisione.

- Alcuni ragazzi hanno trovato dal primo disegno il prezzo dell’armadio e del comodino insieme dividendo per due il costo totale. Successivamente hanno provato alcune delle varie combinazioni di calcolo possibili per far tornare i conti con i disegni successivi. (RISOLUZIONE PER TENTATIVI)

Abbiamo provato insieme alla classe a ragionare su questa soluzione tentando di trovare la risposta corretta. Gli studenti, dopo alcuni tentativi, si sono resi conto che questa strada, oltre che lunga, è poco efficiente, in quanto nel caso le quantità in gioco non siano intere, il ragionamento fallisce.

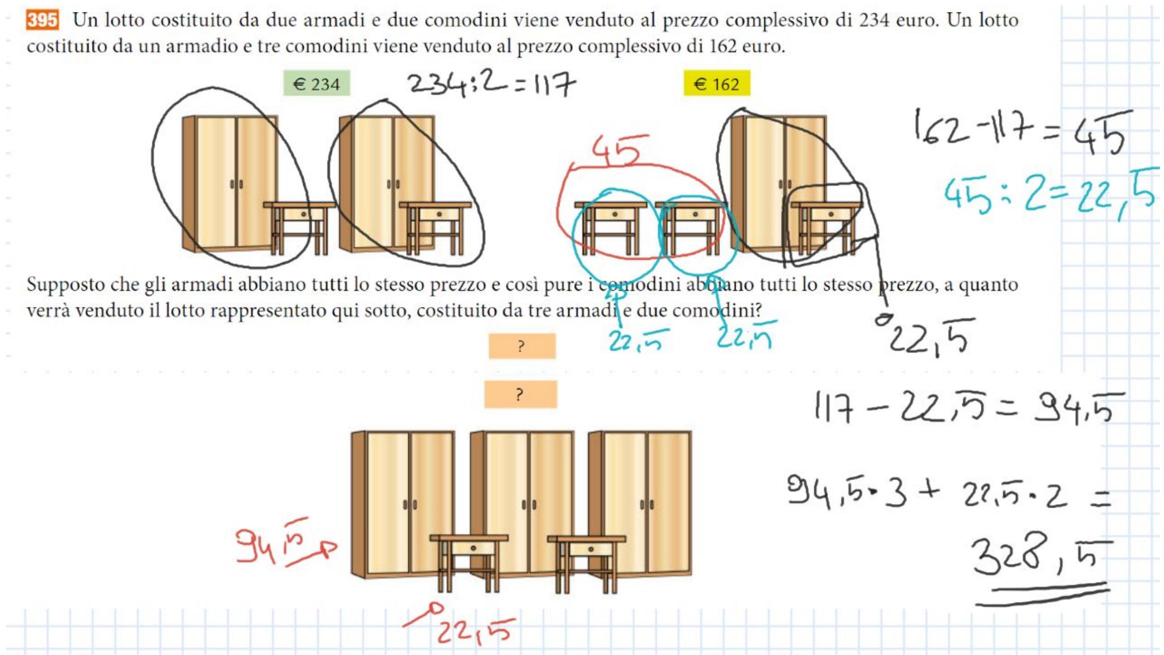
IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

- Alcuni hanno risolto il problema per divisioni e sottrazioni successive (SISTEMA INCONSAPEVOLE)

Abbiamo lavorato alla LIM insieme agli studenti per riflettere sull'uso di questa soluzione.
Gli studenti hanno provato a schematizzare il problema dapprima ragionando per divisioni e sottrazioni successive:

- ➔ FIG.1 - Divido 234 per 2 e trovo il prezzo totale di un armadio e di un comodino (117 euro)
- ➔ FIG.2 - Sottraggo il risultato precedente dal totale del secondo lotto (162 euro) e trovo il prezzo di 2 comodini (45 euro). Divido, quindi, per 2 per trovare il prezzo del singolo comodino (22,5 euro). Sottraggo il prezzo del comodino al prezzo totale di armadio e comodino insieme per trovare il prezzo dell'armadio (94,5 euro).
- ➔ FIG.3 - Considerando che cerco il prezzo di tre armadi e di due comodini, sommo i prezzi trovati in precedenza e determino la soluzione (328,5 euro).

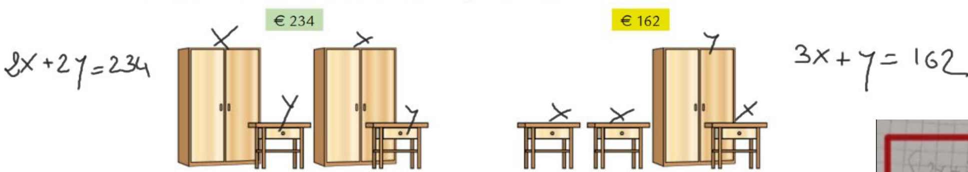
IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO



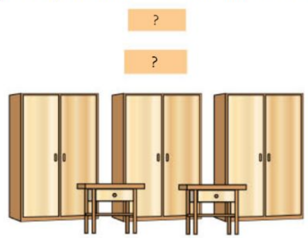
Si è creato in classe un momento di confronto e di competitività costruttiva in cui ognuno voleva spiegare il proprio ragionamento. Qualcuno ha chiesto di andare alla lavagna per raccontare alla classe i passaggi logici affrontati. Le docenti hanno osservato e guidato questo momento di confronto collettivo.

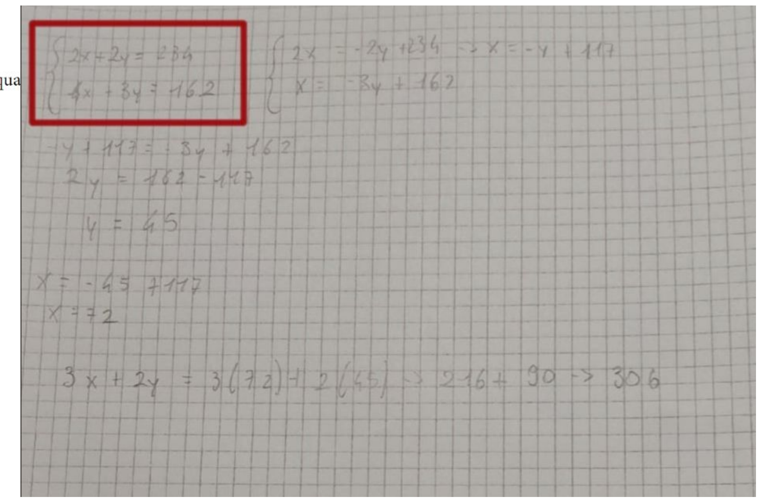
IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

395 Un lotto costituito da due armadi e due comodini viene venduto al prezzo complessivo di 234 euro. Un lotto costituito da un armadio e tre comodini viene venduto al prezzo complessivo di 162 euro.



Supposto che gli armadi abbiano tutti lo stesso prezzo e così pure i comodini abbiano tutti lo stesso prezzo, a qua
verrà venduto il lotto rappresentato qui sotto, costituito da tre armadi e due comodini?





Successivamente, sempre alla lavagna, sono state assegnate agli oggetti delle variabili e, insieme agli studenti, abbiamo costruito un sistema lineare.
E' seguita la spiegazione dei sistemi lineari e del loro utilizzo.

IL PERCORSO DIDATTICO: L’APPROCCIO METODOLOGICO

Esercizi proposti e discussi in classe - proposta n. 2

545 **E se?** Una bilancia risulta in equilibrio sia nella configurazione indicata in **Fig. a**, sia in quella indicata in **Fig. b**.

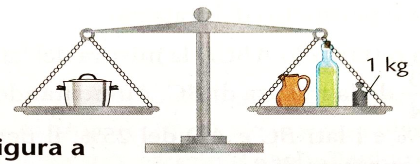


Figura a

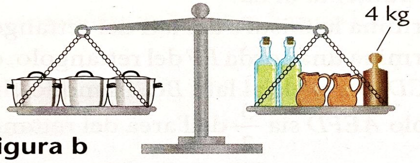


Figura b

Dopo avere scritto il sistema di equazioni che traduce le informazioni deducibili dalle figure, determina la massa, in kg, di una pentola. Sarebbe possibile determinare la massa di una brocca o di una bottiglia?

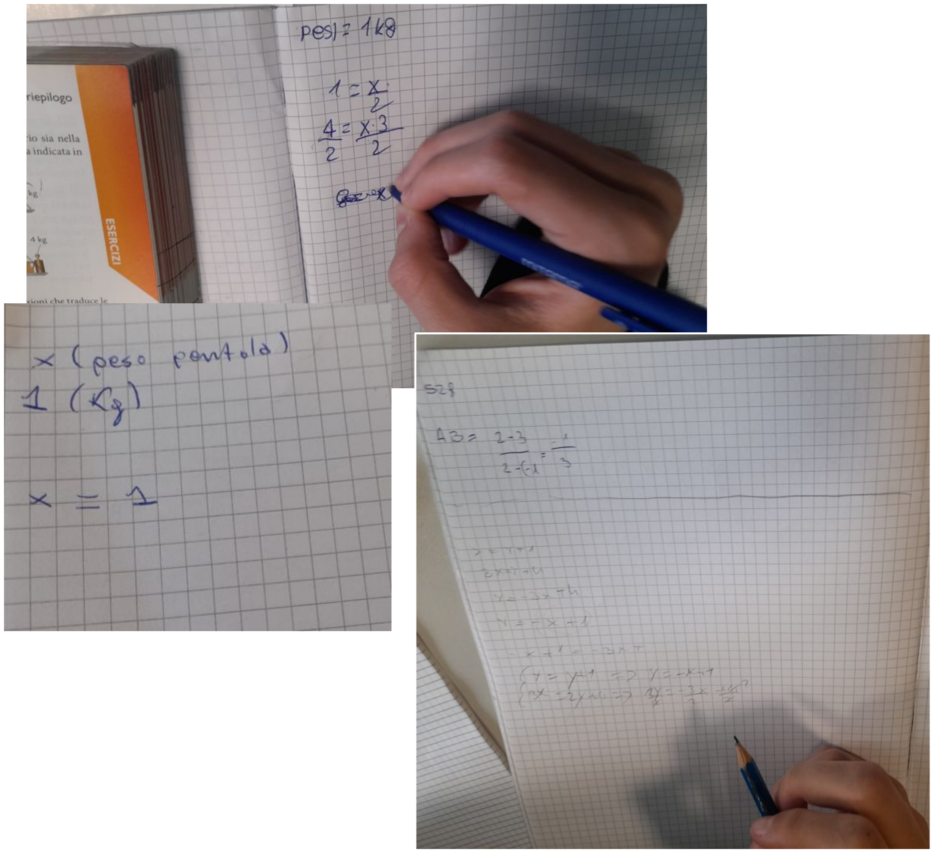
▶ Cambierebbero le risposte ai quesiti precedenti, sapendo ulteriormente che 1 brocca ha la massa di mezzo kilo in più di una bottiglia?

[Pentola = 2 kg; non è possibile determinare la massa di una brocca o una bottiglia, la massa della pentola resterebbe invariata e si troverebbe che: brocca = 0,75 kg e bottiglia = 0,25 kg]

- ➔ Dopo aver introdotto agli studenti la teoria dei sistemi gli abbiamo somministrato un esercizio affine al precedente per verificare se avessero compreso il significato dell’argomento e fossero in grado di impostarlo e di applicarne le regole di calcolo.

- ➔ Abbiamo inoltre sfruttato il problema per introdurre i vari metodi di calcolo dei sistemi lineari con particolare riferimento al metodo di riduzione.

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

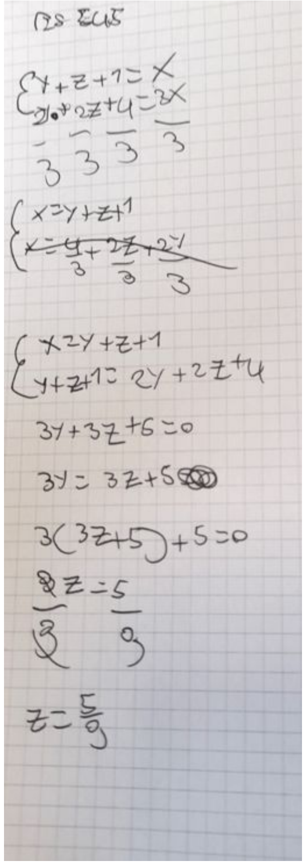


DIFFICOLTÀ EMERSE

LA GESTIONE DELLE INCOGNITE:

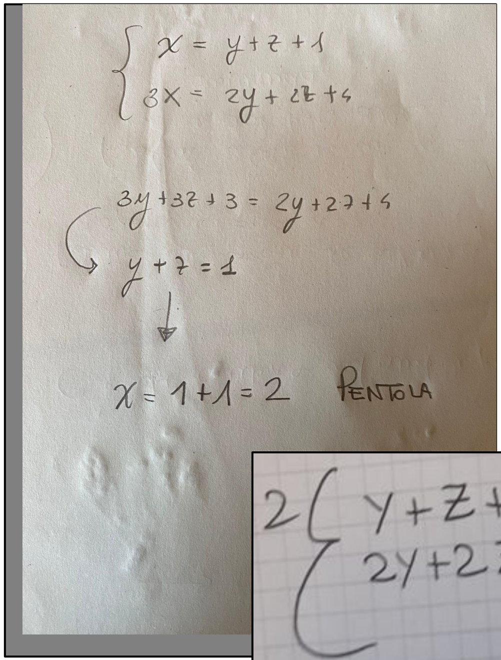
- Alcuni ragazzi hanno avuto difficoltà nel gestire 3 incognite.
- Alcuni hanno eliminato un'incognita assegnando una sola incognita ad una coppia di oggetti e arrivando alla soluzione della prima domanda.
- Alcuni, risolta la prima domanda, non hanno saputo proseguire oltre.

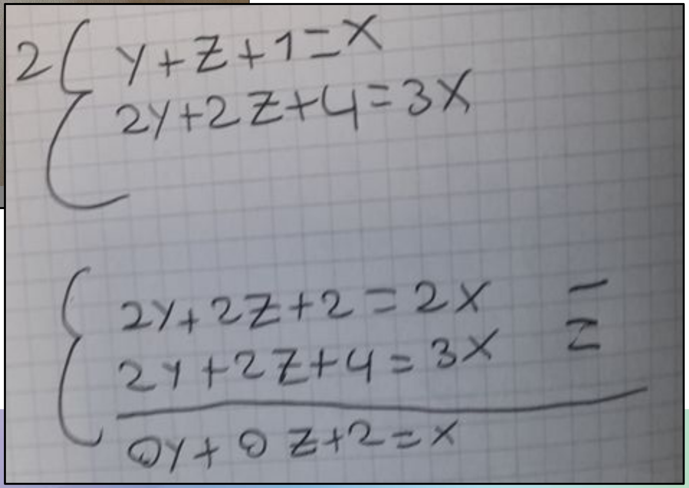
IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO



Alcuni alunni, pur scrivendo correttamente le equazioni del sistema, non sono riusciti ad arrivare alla soluzione per **problemi di calcolo**.
In questo caso, per esempio, lo studente ha diviso correttamente per 3 tutti i termini della seconda equazione senza tuttavia riportare correttamente i risultati

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO





Alcuni alunni, sono, invece, riusciti a trovare la soluzione alla prima domanda utilizzando correttamente le informazioni disponibili.

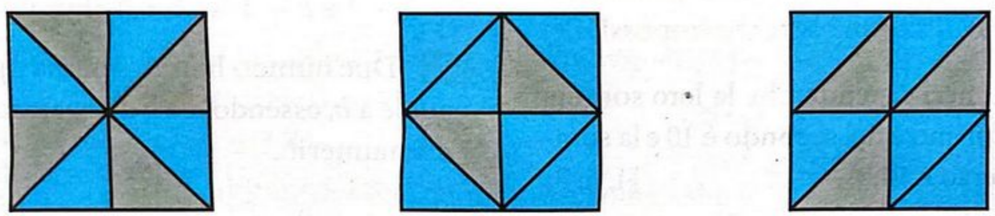
Partendo da questi risultati, le insegnanti hanno introdotto il metodo di riduzione.

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

- Dopo aver introdotto ai ragazzi la teoria dei sistemi gli abbiamo somministrato un ultimo esercizio per potenziare le conoscenze e competenze acquisite.

LA MAGGIOR PARTE DEI RAGAZZI HA PROVATO AD IMPOSTARE UN SISTEMA DIMOSTRANDO DI AVER COMPRESO L'EFFICIENZA DEL METODO PER LA RISOLUZIONE DI PROBLEMI PRATICI.

396 Nella figura sono rappresentati ciondoli di tre tipi, costituiti da parti triangolari in vetro (in azzurro) e parti *in* metallo (in grigio).



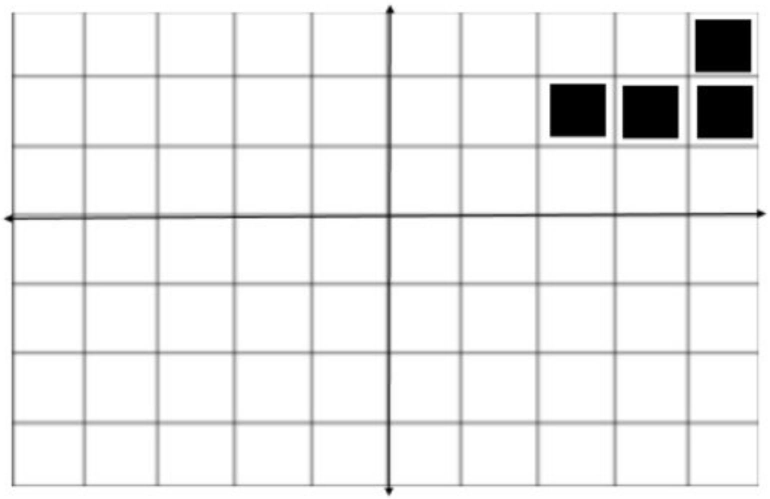
1° tipo 2° tipo 3° tipo

Tutte le parti triangolari in vetro hanno lo stesso prezzo. Tutte le parti triangolari in metallo hanno lo stesso prezzo. Se un ciondolo del primo tipo viene venduto a 11 euro e un ciondolo del secondo tipo viene venduto a 9 euro e 10 centesimi, a quanto verrà venduto un ciondolo del terzo tipo? [10 euro e 5 centesimi]

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

Esercizi proposti e discussi in classe - proposta n. 3

CRUCIRETTA



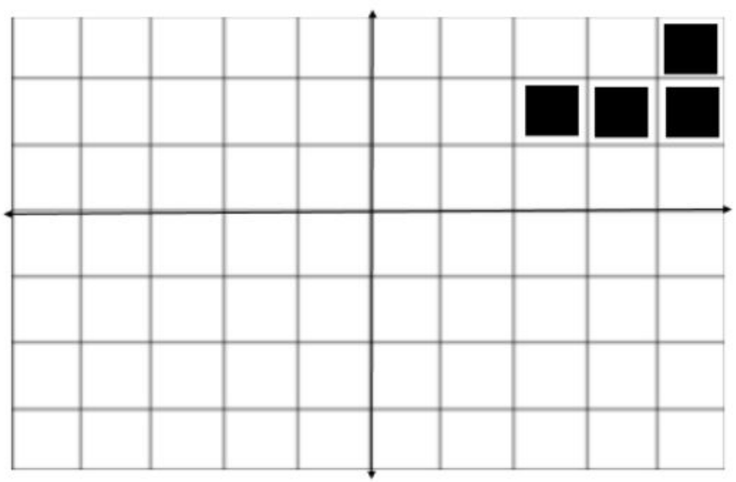
Scrivi nella griglia le parole elencate qui sotto sulle rette la cui equazione si trova a destra della parola stessa.

Parole e Rette			
NUMERO	$2y-2x=2$	RECIPROCO	$4y-10=0$
CARTESIANO	$2y+7=0$	NULLO	$8x=28$
ZERO	$2y-x-2=2(y-1)-y$	IDEA	$100=200y$
REALE	$x+y=2$	ANGOLO	$2y=-3$
UNO	$-x-y-5=0$	QUATTRO	$2y=3$

- ➔ Come passo successivo alla teoria dei sistemi lineari, continuando a muoverci utilizzando il problem solving, abbiamo proposto agli studenti di risolvere il cruciverba a fianco.
- ➔ Insieme alla classe abbiamo discusso della relazione che sussiste fra le variabili x e y e abbiamo provato a riportare tali relazioni nel piano.
- ➔ Successivamente abbiamo introdotto le tecniche di calcolo per determinare i punti di una retta e abbiamo introdotto il significato di m e q.
- ➔ Abbiamo, infine, riproposto l'esercizio alla luce delle considerazioni effettuate.

IL PERCORSO DIDATTICO: L’APPROCCIO METODOLOGICO

CRUCIRETTA



Scrivi nella griglia le parole elencate qui sotto sulle rette la cui equazione si trova a destra della parola stessa.

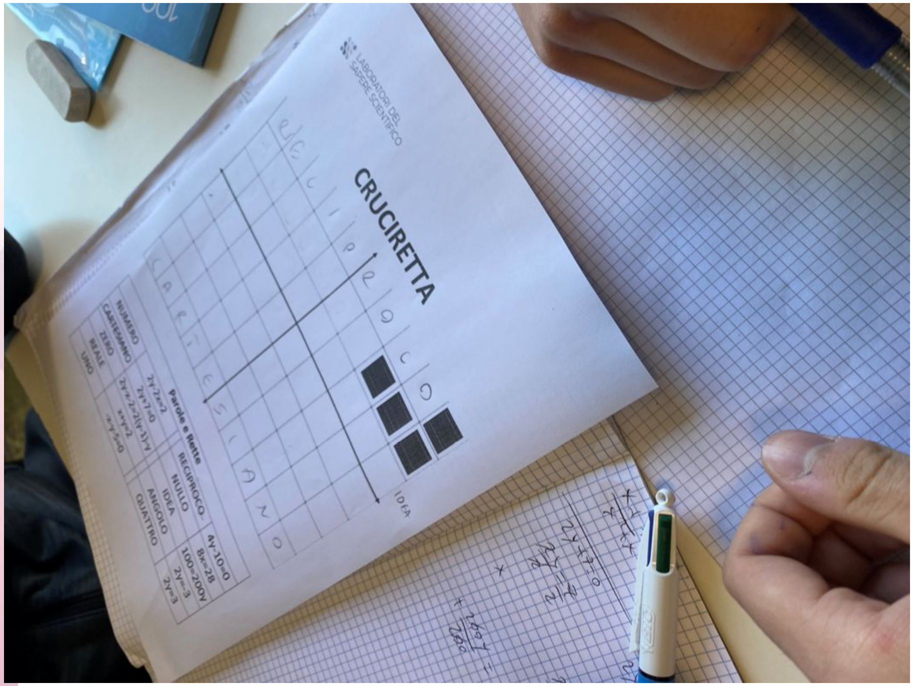
Parole e Rette				
NUMERO	2y-2x=2		RECIPROCO	4y-10=0
CARTESIANO	2y+7=0		NULLO	8x=28
ZERO	2y-x-2=2(y-1)-y		IDEA	100=200y
REALE	x+y=2		ANGOLO	2y=-3
UNO	-x-y-5=0		QUATTRO	2y=3

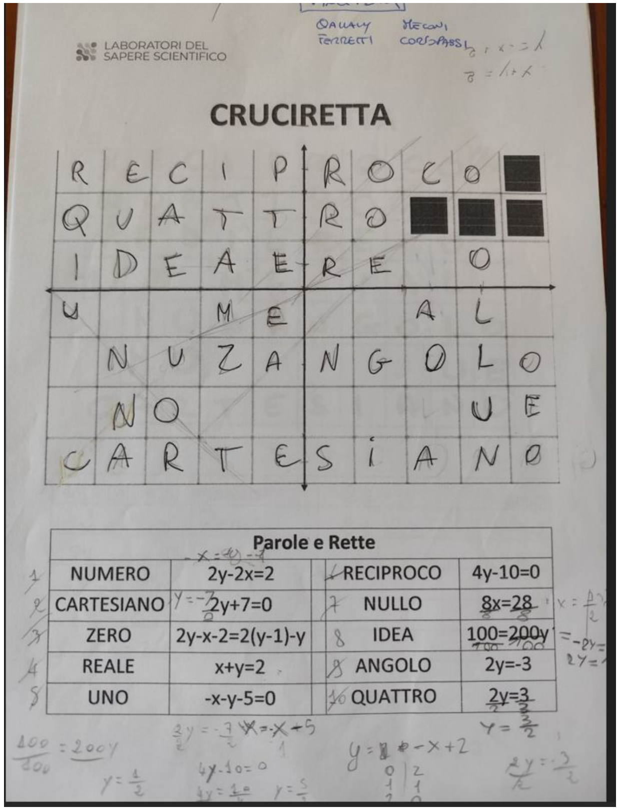
I ragazzi sono stati suddivisi in squadre e l’attività è stato proposta come un gioco, mettendo in palio un premio (la merenda durante la pausa di socializzazione) per i vincitori.

I ragazzi, sono stati spronati dal clima competitivo e hanno lavorato bene e con entusiasmo.

Tutta la classe è stata coinvolta e il gioco si è svolto in maniera corretta.

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO





IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

Esercizi proposti e discussi in classe - proposta n. 4

Incidenti stradali e guida responsabile SICUREZZA

In base alla normativa italiana attualmente in vigore, la guida di un veicolo è consentita fino al limite legale di 0,5 grammi di alcol per litro di sangue (g/l).

Il tasso alcolemico esatto viene determinato attraverso analisi del sangue, del respiro, delle urine o della saliva e dipende da vari fattori, tra cui la struttura corporea, lo stato di salute, l'età, il contenuto dello stomaco. Tuttavia la seguente formula, detta di Widmark, costituisce un utile strumento per una stima del tasso alcolemico t_a:

$$t_a = \frac{G_a \cdot V \cdot 0{,}8 \cdot 1{,}055}{P \cdot k} \qquad [1]$$

dove:

- G_a indica la gradazione alcolica della bevanda, cioè la percentuale di alcol in volume (esempio: per una bevanda con gradazione alcolica 12° si ha $G_a = 12\% = 0{,}12$);
- V rappresenta il volume della bevanda in ml;
- P indica il peso dell'individuo in kg;
- k rappresenta il coefficiente di diffusione, fissato a 0,73 per gli uomini e a 0,66 per le donne;
- i fattori numerici 0,8 e 1,055, sono rispettivamente la densità dell'etanolo e il peso specifico del sangue (entrambi in g/cm^3).

Osserviamo che il prodotto $m = G_a \cdot V \cdot 0{,}8$ rappresenta i grammi di alcol ingeriti. Per esempio, nel caso di 500 millilitri di birra con gradazione 7°, la quantità di alcol, in grammi, è uguale a $0{,}07 \cdot 500 \cdot 0{,}8 = 28$. Perciò, quando espressa in dipendenza dalla massa di alcol assunto (in g) anziché dal volume di bevanda alcolica, la formula di Widmark risulta più semplice:

$$t_a = \frac{m \cdot 1{,}055}{P \cdot k} \qquad [2]$$

1 Una ragazza del peso di 58 kg beve due birre da 400 ml ciascuna (gradazione alcolica 4°). Può mettersi al volante della sua automobile? Qual è il volume massimo di birra che può ingerire perché il suo tasso alcolemico rientri nel limite legale per la guida di veicoli? Come cambiano le risposte a queste domande per un ragazzo di 70 kg?

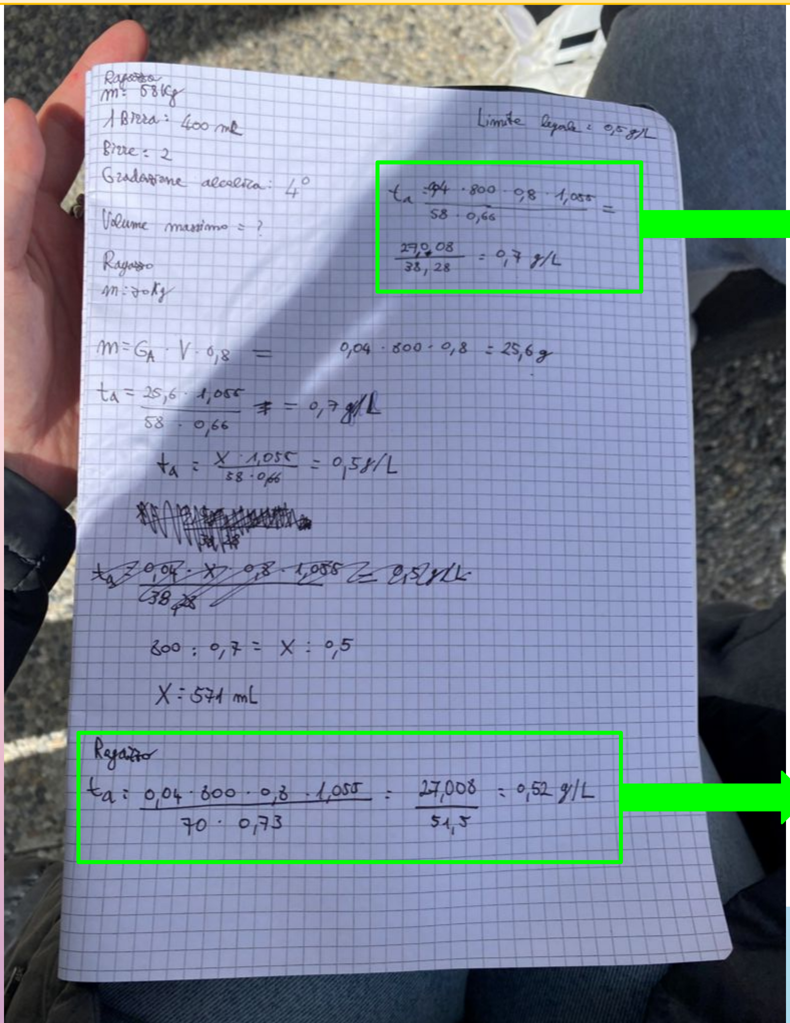
Come ultima proposta, ai ragazzi è stato presentato il problema a fianco.

L'intento era quello di verificare se, anche in presenza di un testo corposo in cui compaiono molte informazioni, gli studenti fossero in grado di analizzare il problema considerando le variabili in gioco in maniera corretta ed utilizzando i dati in modo adeguato.

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO

In questo caso abbiamo, inoltre, sperimentato un cambio di prospettiva. Abbiamo, infatti, provato a portare la classe fuori dall'aula per ricreare un momento di confronto in un ambiente diverso. Abbiamo raggiunto l'esterno della scuola e i ragazzi in modo spontaneo si sono suddivisi in gruppetti e hanno cominciato a ragionare. Oltre alla soluzione del problema i ragazzi hanno raccontato le proprie esperienze vissute inerenti al testo creando un parallelismo fra la situazione teorica e il mondo reale. Questo ha permesso di far riflettere i ragazzi su quanto sia importante riconoscere la matematica nella quotidianità.

IL PERCORSO DIDATTICO: L’APPROCCIO METODOLOGICO

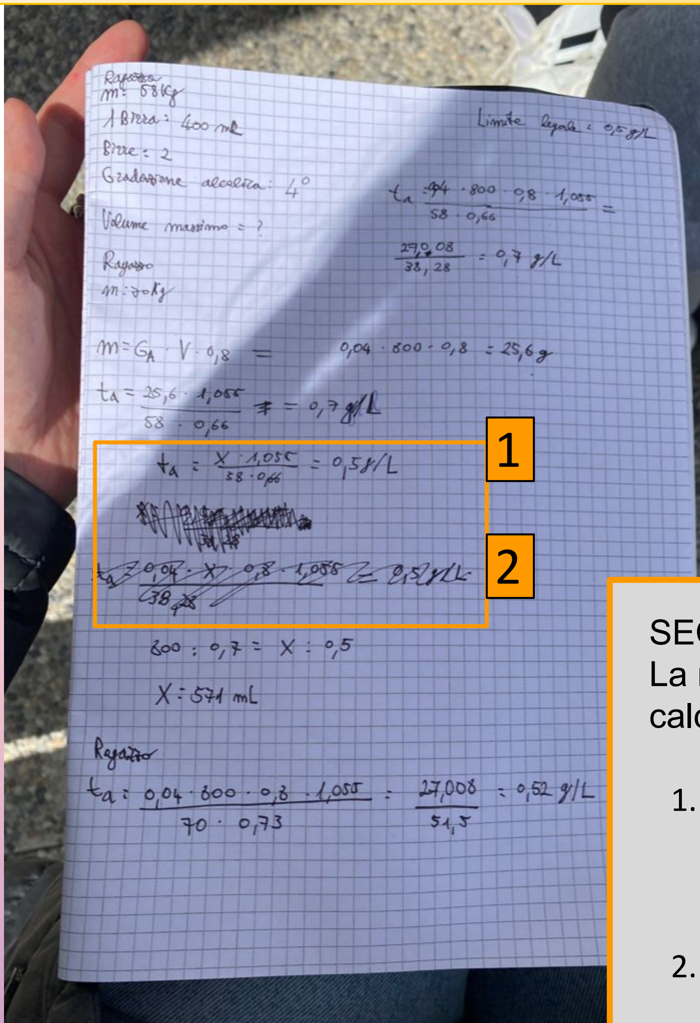


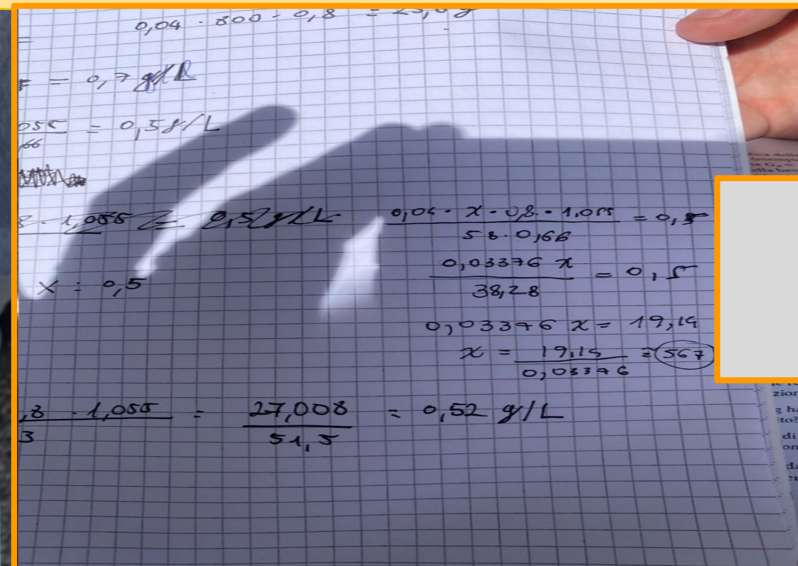
Nella foto a fianco, alcuni ragazzi si sono cimentati nella risoluzione del problema.

PRIMA DOMANDA

Nessuno degli studenti ha avuto difficoltà nella determinazione del tasso alcolemico della ragazza prima e del ragazzo poi.
I dati sono stati riportati correttamente e solo in due casi gli studenti hanno avuto un dubbio circa la gradazione alcolica da inserire nella formula.
Il dubbio ha riguardato la necessità o meno di raddoppiare il valore della gradazione alcolica rispetto al fatto che la ragazza ha bevuto non una birra, ma due.
Le insegnanti hanno riletto insieme ai ragazzi il testo del problema e hanno discusso con loro la seguente frase:
“ la gradazione alcolica…” rappresenta “la percentuale di alcol in volume”.

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO



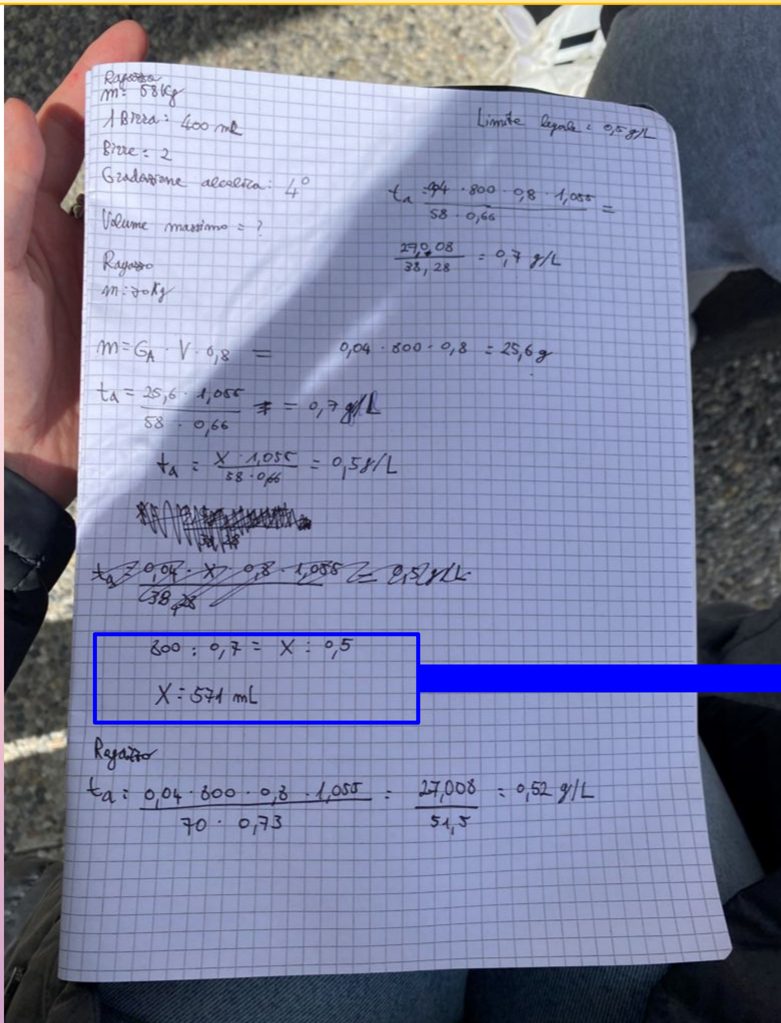


Esecuzione corretta

SECONDA DOMANDA
La maggior parte degli studenti ha impostato correttamente il calcolo, tuttavia, sono emerse alcune difficoltà:

1. **Assegnazione dell'incognita**: Alcuni studenti hanno assegnato la x ad un gruppo di valori, anziché al solo volume, generando così difficoltà nel riconoscere il risultato finale
2. **Difficoltà di calcolo**: Come isolare l'incognita

IL PERCORSO DIDATTICO: L'APPROCCIO METODOLOGICO



Alcuni ragazzi hanno avuto l'idea di utilizzare le proporzioni per snellire il calcolo.

L'idea è stata discussa con la classe ed utilizzata come riprova del procedimento precedente.

IL PERCORSO DIDATTICO: LO SVILUPPO CONCETTUALE

2. PROBLEM SOLVING: le conclusioni

Il percorso didattico impostato dedicando ore in compresenza alla risoluzione di problemi ha permesso alle docenti di seguire e guidare i ragazzi nell’approccio risolutivo. E’ stato possibile:

- Allenare i ragazzi nel procedimento di analisi al fine di individuare una sequenzialità nelle informazioni che il problema mette a disposizione
- Accompagnare gli alunni nel ragionamento cercando di far acquisire sicurezza
- Farli riflettere sullo strumento matematico più opportuno al raggiungimento della soluzione.
- Supportare la classe nell’affrontare i calcoli
- Evidenziare come, nel lavoro di gruppo, il confronto e l’ascolto reciproco siano fondamentali.

IL PERCORSO DIDATTICO: *Verifica degli apprendimenti*

Verifica di Matematica
(Classe 2F Tecnologico)

Esercizio n.1 (30 punti)

Risolvi i seguenti sistemi col metodo che ritieni più opportuno (usa due metodi diversi):

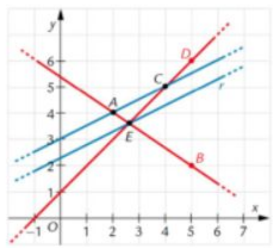
a) $\begin{cases} \dfrac{x+2y}{2} - 1 = y \\ \dfrac{x-y}{4} + \dfrac{2x-y}{6} = x \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{1}{x^2-4y^2} - \dfrac{1}{2y-x} = \dfrac{2}{x+2y} \\ 8x + 2(2y+1)^2 = 8y^2 + 3 \end{cases}$

Esercizio n.2 (30 punti)

In riferimento alla figura abbiamo i seguenti punti: $A(2,4), B(5,2), C(4,5), D(5,6)$.

a) Determina la retta passante per AB
b) Determina la retta passante per CD
c) Determina le coordinate del punto E
d) Determina la retta r passante per E e parallela alla retta AC
e) Determina la retta passante per E e parallela all'asse x
f) Determina la retta passante per E e perpendicolare all'asse x



Esercizio n.3 (20 punti)

Determina per quali valori di k la retta di equazione

$(k-4)x - (5-k)y + 1 = 0$ è:

a. parallela alla retta di equazione $2x + 4y + 3 = 0$.
b. perpendicolare alla retta di equazione $2x - 3y + 5 = 0$.
c. passa per il punto $P(-2, 4)$

Esercizio n.4 (10 punti)

Michele si prepara all'ultimo compito in classe di matematica dell'anno. Lo affronta con tranquillità, sapendo che se prenderà 10 avrà una media del 9, mentre prendendo 5 la media diverrà 8. Quanti compiti ha già fatto quest'anno Michele?

A conclusione del percorso svolto con i ragazzi è stata proposta agli studenti una verifica scritta che contenesse gli argomenti trattati durante le ore di laboratorio e che, in particolare, ci permettesse di valutare come gli studenti avessero risposto alla didattica induttiva loro presentata.

IL PERCORSO DIDATTICO: Verifica degli apprendimenti

20240326_2F_RetteSistemi

Alunni

Ordine		Cognome	Nome	A	Es. 1	Note	Es. 2	Note	Es. 3	Note	Es. 4	Note	Totale	Voto	Voto finale
					30	15+15	30	7x4+1+1	20	5 +5+5+5	10	5+5	90	10	10
1					30		29	7x4+1+0	10	5+5+0+0	5		74	8,4	8,5
2					8	6+2	26	7+7+6+6+0+0			0		34	4,4	4,5
3					27	15+12	26	7+7+7+4+1+0	6	2+2+2+0	0		59	6,9	7
4					28	14+14	14	7+7+0+0+0+0	14	5+4+2+3	2		58	6,8	7
5				A	27	15+12	28	7+7+7+6+1+0	0				55	6,5	6,5
6					12	12+0	6	3+3+0+0+0+0	0		0		18	2,8	3
7					29	15+14	30		9	5+4	0		68	7,8	8
8					17	15+2	11	7+4+0+0+0+0					28	3,8	4
9					21	15+6	0		16	5+5+3+3			37	4,7	5
10					28	15+13	20	7+7+6+0+0+	16	5+4+2+5	0		64	7,4	7,5
11					0	0+0	20	7+7+0+4+0+0					20	3	4
12					28	15+13	5	5+0+0+0+0+0	0		0		33	4,3	4,5
13					30		28	7+7+6+6+1+1	20		10		88	9,8	10
14					27	13+12	20	6+6+6+2+0+0	1		0		48	5,8	6
15					30		6	6+0+0+0+0+0	0		0		36	4,6	5
16				A	0		14	7+7+0+0+0+0	0		0		14	2,4	4-
17					21	15+6	5	2+3+0+0+0+0	2	2+0+0+0+0	0		28	3,8	4
18													0	1	
19					17	13+4	0		0		0		17	2,7	3,5
20					22	12+10	19	6+7+6+0+0+0					41	5,1	5

Classe 2C : 22 alunni
Classe 2F : 20 alunni

Risultato	Numero alunni
Più che sufficienti	13 / 42
Sufficienti	5 / 42
Insufficienze	7 / 42
Insuffucienze gravi	16 / 42
Assenti	1 /20

Purtroppo i risultati della verifica evidenziano un numero piuttosto alto di insufficienze.

L'altro dato da sottolineare è che solo cinque alunni hanno provato a cimentarsi nella risoluzione del problema n. 4 e dei cinque solo due hanno trovato la soluzione completa e corretta.

IL PERCORSO DIDATTICO: Valutazione dell’efficacia

Questo percorso didattico che ha visto un incremento di ore dedicate al problem solving ha generato momenti di riflessione collettiva che hanno permesso ai ragazzi di effettuare un’autovalutazione più oggettiva.
Sono emerse difficoltà di vario genere da parte degli alunni, quali:

- il senso di inadeguatezza nei confronti della disciplina
- il prevalere della resa davanti alle difficoltà
- la paura di sbagliare e di essere quindi giudicati
- la scarsa propensione alla lettura e comprensione dei testi
- un’errata percezione del mondo reale

Purtroppo queste problematiche, nonostante gli sforzi, non sono state completamente risolte nel corso di questo anno scolastico: i dati che emergono dalla verifica di fine periodo ne sono una prova.

IL PERCORSO DIDATTICO: Valutazione dell'efficacia

Quello che però è accaduto nel corso dei mesi è che sono emersi aspetti che riteniamo positivi, quali:

- la collaborazione fra pari
- il cambio di prospettiva sull'errore e sul suo significato: l'errore non è un'etichetta indelebile, ma un scalino da cui partire per fare un altro tentativo
- l'imitazione di chi riesce a far bene: prendere spunto dagli altri per migliorare il proprio approccio didattico
- la capacità di mettersi in gioco e l'ambizione di potercela fare
- la curiosità di cercare e di trovare la matematica in ciò che ci circonda
- la percezione di come la matematica ci permetta di dare una lettura diversa alle cose di tutti i giorni

L'auspicio che ci facciamo e che facciamo ai nostri studenti è che frasi del tipo: *"...io non ci provo nemmeno…a me la matematica non è mai riuscita"*, smettano di aleggiare nelle nostre aule…**Chissà che questa progetto non abbia contribuito, almeno in parte, a cambiare la loro prospettiva.**

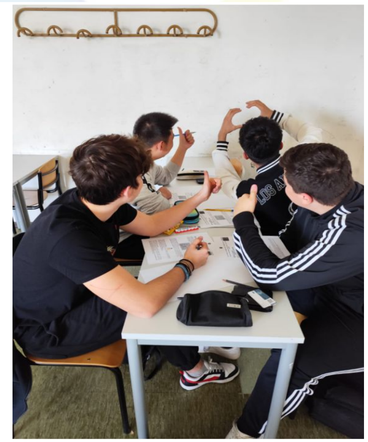
IL PERCORSO DIDATTICO: Valutazione dell’efficacia

Quello che ci ha sorpreso e che ci ha fatto pensare che l’attività svolta abbia lasciato qualcosa di positivo nei ragazzi delle due classi è stata l’adesione alle gare di matematica di istituto.

Ogni anno, durante il secondo periodo dell’anno scolastico, il dipartimento di matematica organizza un torneo a squadre in cui gli alunni si scontrano risolvendo problemi di logica che prendono spunto da situazioni reali. Le partite si svolgono di pomeriggio e sono un numero non inferiore a quattro. Solitamente ogni classe presenta al massimo una squadra.

IL PERCORSO DIDATTICO: Valutazione dell’efficacia

Squadra	Docente	Aula
I B – I Polietnici		
I C – I 5 Cicloni		
1E – Gruppo 1E		
I F - Anonime		
2 A – I Forti del Marchi		
2 B – Poker Face		
2 C – Sq1- Spingere		
2 C – Sq2 - Mike		
2 D – N.C.		
2 F Sq1 - I GIN TONICI		
2 F Sq2 - MECAMOMOME		
3 A RIM - $\sqrt{9}$ A		
3 B Afm		
3 C - cart-ele		
3 D – Anonimi		
4 A Rim/Sia		
4 B – Afm Rossonero		
4 D – Tinta Unita		
4 D – Black and Deker		
4 E – Jimmy		
5 A Rim – Derivators		
5 B- Sia – Sbreps Sbrops		
5 D – Paul -Tony		
5 F – Inf		



Quest’anno, le due classi protagoniste del nostro percorso didattico, hanno partecipato alle gare di Istituto con ben quattro squadre, dimostrando entusiasmo e voglia di mettersi in gioco.
E con grande piacere abbiamo visto vincere, nella categoria Juniores (biennio) proprio una squadra appartenente ad una delle due classi con cui abbiamo lavorato nell’ambito del progetto LSS:

2C - SPINGERE

La soluzione ∃siste

Risolvere un problema significa trovare una strada per uscire da una difficoltà, una strada per aggirare un ostacolo, per raggiungere uno scopo che non sia immediatamente raggiungibile. Risolvere problemi è un'impresa specifica dell'intelligenza e l'intelligenza è dono specifico del genere umano: si può considerare il risolvere problemi come l'attività più caratteristica del genere umano"

G. Polya (matematico ungherese 1887 – 1985)