REGIONE TOSCANA

I principi di conservazione

Grado scolastico: Secondaria Secondo Grado

Area disciplinare: Fisica

IIS ENRIQUES AGNOLETTI – SESTO FIORENTINO

Docente: Paola Falsini

Realizzato con il contributo della Regione Toscana
nell'ambito del progetto
Rete Scuole LSS ***a.s. 2023/24***

I principi di conservazione della quantità di moto e dell’energia meccanica

Classe Terza

Liceo Scientifico Matematico

Docenti coinvolti:

PAOLA FALSINI

Collocazione del percorso nel curricolo verticale

Il percorso si inserisce nel terzo anno del liceo scientifico dopo lo studio delle leggi del moto e della gravitazione (sviluppato attraverso i percorsi didattici presenti sulla piattaforma LSS web, “Moti celesti e moti locali”, “Una nuovissima scienza su un soggetto antichissimo” e “Moti celesti e moti locali: la sintesi di Newton”)

Per quanto gli studenti, alla fine del primo biennio, conoscano la parola energia e la utilizzino, in modo per lo più inappropriato, per interpretare fenomeni fisici, non ne conoscono una definizione rigorosa; la scelta della docente è di trattare i fenomeni termici con approccio macroscopico, introducendo definizioni puramente operative di calore e temperatura.
Nel corso della classe seconda si era trattata, in particolare, l’indipendenza della velocità finale di caduta di un grave dal percorso, presentata da Galileo nei *Discorsi;* come si vedrà dalla descrizione, tale risultato rappresenta un prerequisito.

Oltre alla conoscenza delle leggi della dinamica, è un prerequisito del percorso lo studio dell’equilibrio di un corpo rigido e la nozione di baricentro.

Il tema dell’energia *non si conclude*: qualunque nuovo ambito sperimentale venga indagato (elettricità, magnetismo, ottica, …) l’idea che esista una grandezza che si conserva, a cui si dà il nome di *energia*, sarà continuamente utilizzata a ulteriore conferma della validità del principio di conservazione in questione.

Nelle Indicazioni Nazionali, la trattazione di lavoro ed energia è già tra gli obiettivi specifici di apprendimento per il primo biennio: *Dall’analisi dei fenomeni meccanici, lo studente incomincerà a familiarizzare con i concetti di lavoro ed energia, per arrivare ad una prima trattazione della legge di conservazione dell’energia meccanica totale*. L’esperienza mostra che ciò non è possibile, neppure con un quadro orario di 3 ore settimanali, a meno di non confondere l’apprendimento con l’addestramento alla manipolazione di formule

Obiettivi essenziali di apprendimento

La seguente sintesi del percorso presenta anche i contenuti disciplinari trattati:

1. ***L'idea di conservazione,* Nulla si crea nulla si distrugge**
2. ***La ricerca del motore perpetuo***
3. ***La materia si conserva, il movimento si conserva: definizione e principio di conservazione della quantità di moto***
4. ***Dall'analisi degli urti alla definizione di una nuova grandezza fisica, la forza viva***
5. ***Dalle macchine semplici a una prima definizione di lavoro***
6. ***La relazione tra lavoro e forza viva e la definizione generale di lavoro***
7. ***Dall'idea di conservazione alla definizione di energia potenziale***

Gli obiettivi di apprendimento sono dunque:

- ***Utilizzare i principi di conservazione della quantità di moto e dell'energia nell'analisi e modellizzazione di varie situazioni fisiche***
- ***Rinforzare la consapevolezza sul come si costruisce una nuova grandezza fisica, su come si produce una teoria fisica, sull'intreccio tra fatti sperimentali e ipotesi interpretative***

Elementi salienti dell'approccio metodologico

L'approccio a un tema vasto e concettualmente denso come questo *non è fenomenologico-induttivo*: i concetti elaborati, i principi di conservazione formulati, della quantità di moto e dell'energia meccanica, non sono immediatamente evidenti dall'osservazione dei fenomeni, NON sono ricavabili induttivamente dai dati sperimentali. Gli studenti devono essere condotti alla consapevolezza che la conferma della validità di tali principi deriva dal successo con cui hanno saputo dare conto di una grande varietà di osservazioni e prevedere fatti non ancora osservati.

Come per i percorsi citati sulle leggi del moto, anche questo percorso è costruito intorno allo sviluppo storico dei concetti, nella convinzione che in questo modo si possa offrire agli studenti una via efficace alla costruzione concettuale, a partire alle loro idee di senso comune. La traccia del percorso nasce dal materiale sulla Storia del Principio di Conservazione dell'energia del prof. Fabio Bevilacqua, dell'Università di Pavia.

L'approccio metodologico partendo da un problema posto agli studenti attraverso un testo, una domanda, l'osservazione di un fenomeno, o altro ancora, cerca di sollecitare ipotesi interpretative oppure ne propone alla riflessione personale e alla discussione collettiva, conducendo a una sintesi condivisa.

La scelta delle attività di osservazione, dei brevi testi, dell'intreccio tra osservazione e lettura, delle domande da porre agli studenti ha cercato di mantenere quel clima laboratoriale cui già gli studenti erano abituati fin dal primo biennio e che, per una scelta del consiglio di classe, vivono anche nello studio di altre discipline (matematica, scienze, lingua); si cerca di dare a ognuno la possibilità di imparare dalla discussione critica con l'insegnante e tra pari, lasciando il tempo di riflettere sulle varie sollecitazioni ricevute.

Nella descrizione del percorso non c'è la suddivisione effettiva nelle lezioni; si tenga presente che all'inizio di ogni lezione viene dedicato parecchio tempo a richiamare, con domande agli studenti, le conclusioni raggiunte, le questioni rimaste aperte etc..

Materiali, apparecchi e strumenti impiegati

- Dispense redatte dalla docente (il libro di testo è stato utilizzato quasi solo per l'attività di esercitazione e soluzione di quesiti)

  I. Considerare l'invarianza come chiave per capire il cambiamento - *Nulla si crea nulla si distrugge*

  II. La ricerca del motore perpetuo

  III. La materia si conserva, il movimento si conserva - Definizione di quantità di moto e forza viva

  IV. Le macchine semplici - Prima definizione di lavoro

  V. L'efficienza delle ruote idrauliche

  VI. Leibniz: Qual è la misura della *forza* di un corpo in moto?

  VII. La definizione generale di lavoro

  VIII. La forza latente

- In laboratorio di fisica: pendoli, carrucole, rotaia a cuscino d'aria con fotocellule, altro
- Video sui pendoli di Huygens
- Lavagna interattiva (da tavoletta grafica) condividendo ad ogni lezione le lavagna scritte
- L'uso di Classroom è entrato nella didattica, dopo il Covid, con grande vantaggio: si condividono materiali, si assegnano compiti e si chiede la consegna che spesso è una foto dal quaderno. Si può proiettare il compito svolto da uno studente e discuterlo con tutta la classe, facendo le correzioni. Si torna facilmente a rivedere un'attività, un materiale, una domanda fatta (anche di anni precedenti!)
- Carrello mobile con pc per lavoro di gruppo

Ambienti in cui è stato sviluppato il percorso

- Aula
- Laboratorio di Fisica

Delle tre ore settimanali, una si è svolta sempre in laboratorio di fisica, una in aula di fisica (attigua al laboratorio, e quindi con caratteristiche d'uso simili) e una in aula. Fare lezione in laboratorio è una grande opportunità perché si hanno a disposizione oggetti anche quando la necessità non era stata imaginata dalla docente in anticipo e si possono svolgere brevi attività sperimentali in qualunque momento.

Nell'istituto è in atto da alcuni anni l'orario didattico DADA - Didattica per Ambienti di Apprendimento: la classe si sposta nel corso della mattinata tra diverse aule e laboratori.

Tempo impiegato

- Per la progettazione, circa 30 ore:
  - Per lo studio di testi, soprattutto sull'introduzione della forza viva da parte Huygens, e l'elaborazione del percorso
  - Per la redazione delle dispense per gli studenti; tutte le dispense prodotte, già scritte dalla docente in passato, sono state riviste in modo radicale, con l'inserimento di quesiti che fossero da guida allo studio e al consolidamento;
  - per la preparazione di altri nuovi materiali, del laboratorio, per la strutturazione dei compiti per casa
- Tempo-scuola di sviluppo del percorso: 22 ore (3 ore settimanali)
- Per la documentazione:
  - una media di 2 ore per ogni ora di lezione per la redazione del diario di bordo della docente, a partire dalle registrazioni audio delle lezioni (circa 40 ore); la stesura del diario di bordo è molto impegnativa, il diario è molto più del registro delle lezioni: il docente cerca di descrivere gli interventi degli studenti, soprattutto quelli cruciali per lo sviluppo concettuale del percorso; il limite è l'impossibilità di riportare ogni intervento degli studenti (anche usando la registrazione audio)
  - per la raccolta e revisione di tutto il materiale e per la stesura della presentazione si stimano circa 50 ore

Bibliografia e Sitografia

1. F. Bevilacqua, *L'evoluzione del concetto di energia in Fisica*, http://ppp.unipv.it/PagesIT/StoriaScienza/PDF/1_Is_86.pdf
2. F. Bevilacqua, *Un'interpretazione multimediale del pendolo*, http://www.sisfa.org/wp-content/uploads/2013/03/83-94BevilacquaBari.pdf
3. http://ppplab3.unipv.it/Pubblica/Energia/Il%20PCE%20una%20genealogia%202.pdf
4. A.A.V.V., *P.P.C.(Project Physics Corse) Progetto Fisica*, vol A, Bologna, Zanichelli, 1986
5. "The Law of impact: Wallis, Wren and Huygnes" in https://nature.berkeley.edu/departments/espm/env-hist/dissertation/ch_2.pdf
6. A.Baracca, U. Besson, *Introduzione storica al concetto di energia*, Le Monnier, Firenze, 1990
7. Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche*, a cura di E. Giusti, Torino, Einaudi, 1990
8. A. D'Elia, *Christiaan Huygens. Una biografia intellettuale*, Milano, Franco Angeli, 1985
9. E. Mach, *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico*, Torino, Bollati Boringhieri, 1977
10. T. S. Kuhn, *La tensione essenziale*, Torino, Einaudi, 1985
11. Y. Elkana *La scoperta della conservazione dell'energia*, Feltrinelli, Milano, 1977
12. A.E. Haas, *Lo sviluppo storico del Principio di Conservazione della Forza*, 1909, http://ppp.unipv.it/silsis/Pagine/Corso1/PDF_Files/En%20lez/En%20lez%20Art/3_HAAS.pdf
13. A.B. Arons, *Guida all'insegnamento della Fisica* , Bologna, Zanichelli, 1992
14. N. Grimellini Tomasini e G. Segrè, a cura di, *Conoscenze scientifiche: le rappresentazioni mentali degli studenti*, Firenze, La Nuova Italia, 1991
15. P. Falsini, S. Pirollo, *Il principio di conservazione dell'energia*, in Didattica delle scienze n. 264, 265, 266 e 267, nov 2009 - apr 2010
16. R. H. March, *Fisica per poeti*, Edizioni Dedalo, Bari, 1994

Descrizione del percorso didattico

1. *L'idea di conservazione,* **Nulla si crea nulla si distrugge**
2. ***La ricerca del motore perpetuo***
3. ***La materia si conserva, il movimento si conserva: definizione e principio di conservazione della quantità di moto***
4. ***Dall'analisi degli urti alla definizione di una nuova grandezza fisica, la forza viva***
5. ***Dalle macchine semplici a una prima definizione di lavoro***
6. ***La relazione tra lavoro e forza viva e la definizione generale di lavoro***
7. ***Dall'idea di conservazione alla definizione di energia potenziale***

La suddivisione schematica presentata indica lo sviluppo del percorso svolto, ma non va intesa in modo troppo rigido, come si capirà dalla descrizione.

Non si è potuto presentare tutto quanto si è svolto. Si è privilegiato lo sviluppo concettuale, mentre si è omessa, in generale, la parte di esercitazione, soluzione di quesiti.

I*ndicazioni per la lettura:*

Le parti tratte direttamente dal diario di bordo della docente *sono scritte con il carattere e il colore del testo qui sottolineato*

Le parti tratte dalle dispense redatte per gli studenti sono sullo sfondo di questa riga

Nulla si crea, nulla si distrugge

Il percorso è iniziato con la lettura del testo di F. Bevilacqua (vedi bibliografia [1]) in cui sono citati brani di alcuni filosofi:

L'idea che dietro il mondo mutevole che percepiamo ci sia un ordine immutabile che non percepiamo immediatamente, che tutti i cambiamenti apparenti non sono che il ridisporsi in accordo a regole stabilite di elementi permanenti, segna l'inizio di una visione scientifica del mondo, in opposizione ad una visione soprannaturale, dove magia, animismo e capriccio avevano il sopravvento. In accordo a quest'ultimo punto di vista, tutto può accadere. Ogni cosa può essere trasformata in un'altra: uomini in animali, piombo in oro...e, secondo antichi racconti, questi eventi capitavano comunemente nel passato. Ora la scienza moderna non ammette queste trasformazioni magiche, richiede un processo basato su regole ben definite, limita le possibilità e pertanto definisce un dominio di impossibilità. […] Fin dai tempi di Democrito (V a.C.) datano due espressioni che saranno fondamentali per il nostro percorso: **"niente viene dal niente e niente può diventare niente"**; *Epicuro (IV-III a.C.) aggiungerà: "***altrimenti tutto può venire fuori da tutto"** *, e ritorneremmo così in una concezione soprannaturale.* Con Epicuro l'idea di conservazione era entrata prepotentemente nel patrimonio filosofico:

> **Nulla s'origina dal nulla,** perché ogni cosa nascerebbe da qualsiasi cosa, senza bisogno di alcun seme generatore. E se ciò che dispare si dissolvesse nel nulla, tutte le cose sarebbero ormai perite, perché, nelle singole dissoluzioni si sarebbe ridotta al nulla la materia che le costituiva....
> **Gli atomi poi, sono in continuo moto sempre** […] **Questi moti poi avvengono ab aeterno, perché eterni sono gli atomi ed il vuoto**. [Epistola ad Erodoto]

Lucrezio (I a.C.), il cantore latino dell'atomismo greco, dedica alcuni versi memorabili del primo libro del *De Rerum Natura* a questa fondamentale concezione:

> ***Nulla si crea dal nulla***
> *Viene da ciò la paura che opprime gli uomini tutti: scorgono in cielo ed in terra prodursi vari fenomeni, fatti dei quali non possono scorgere punto le cause, e che riportano, quindi, alla potenza d'un dio. Ma se tocchiamo con mano che* ***non può nascere nulla dal nulla****, allora più chiaramente sapremo comprendere quello che andiamo indagando: donde ogni cosa si generi, e come ognuna si generi, senza che adoperi un dio. […]*
> ***Nulla si distrugge***
> ***I corpi tutti ne' suoi atomi poi la natura se li dissolve di nuovo, non ne distrugge nessuno****.*

Si legge alternando la lettura da parte del docente e degli studenti, chiedendo continuamente agli studenti di intervenire, di fare esempi sulla base delle loro conoscenze.

Ho spiegato che era scritto da un fisico, storico della scienza. L'idea espressa nasce quasi venti secoli prima della rivoluzione scientifica di Galileo e Newton, hanno presente. Il testo afferma che con la magia "si può fare tutto", dice Tommaso. Invece per una legge scientifica, questo si può fare, questo no. Nel passato le persone pensavano che queste cose accadessero davvero; per l'appunto ieri sera c'è stata un'eclissi di Sole visibile negli USA; Elettra sa che nell'antichità era considerata presagio di catastrofi. La scienza moderna non ammette trasformazioni magiche, tipo piombo in oro; sapete come si chiama la pseudoscienza che studiava queste trasformazioni? Risponde Luca, è l'alchimia. Sapete quando nasce la chimica? Sì, nel corso della classe seconda hanno svolto un percorso di Scienze su Lavoisier e la nascita della chimica.

Mi pare che i testi che leggiamo siano chiari. Non hanno studiato Epicuro, Democrito sì. Atomi e vuoto, in contrapposizione con Aristotele, per il quale il vuoto non esiste (ricordiamo il percorso svolto in prima sull'abbandono della teoria dell'horror vacui). Lucrezio non l'hanno ancora studiato, né a latino né a filosofia, Tommaso dice che l'hanno incontrato forse in qualche versione. Faccio leggere a Giulia, poi rileggo io. Gli uomini si spaventano, e pensano a un Dio. Non c'è bisogno di ricorrere a Dio per spiegare le cose della natura. "Nulla si distrugge", avete incontrato nello studio delle scienze un'idea simile? Stefano "è quella delle masse", Federico la espone più precisamente "la somma delle masse dei reagenti…". Conoscono il principio di conservazione della massa e lo hanno riconosciuto nel testo letto.

La conservazione non era attribuita solo alla materia. Di fondamentale importanza per noi è che ***gli atomisti attribuivano eternità anche ai moti dei loro atomi****, sebbene ovviamente non a ciascun moto individualmente. Anche il moto dunque fu concepito come qualcosa che potesse essere indefinitamente redistribuito, ma mai completamente annullato.* ***Tutti i fenomeni dell'universo consistevano di redistribuzioni di materia-movimento.***

Quando si arriva alla parola redistribuzione Leonardo chiede chiarimenti, dice che non capisce. Chiedo se mi fanno un esempio di reazione chimica; Giulio propone: $C_6H_{12}O_6 + O_2 \rightarrow H_2O + CO_2 + ATP$; ecco questa è una redistribuzione di atomi, dico Chiedo cos'è ATP, l'energia, rispondono… proprio di questo ci occuperemo! Il testo però parlava anche di redistribuzione di movimento. Decido che si rilegge ognuno per conto suo, poi rilegge Gemma, poi si commenta insieme; cosa si conserva? "La materia"; ma anche? **Qualcuno dice il moto, qualcuno la forza**. Potrebbe sia aumentare che diminuire, dico io. Perché potremmo essere indotti in errore? Anna risponde che il movimento non si vede, c'è anche quando vediamo tutto fermo; sta certamente pensando agli atomi.

Riflessione sui termini scientifici

Propongo un'ulteriore riflessione sui testi letti, attraverso due domande inserite al termine della dispensa e pubblicate su Classroom:

1. ***Nei testi che abbiamo letto compaiono termini che conosciamo dallo studio della fisica, quali sono?***
2. ***Ritieni che il significato con cui sono usati in questi testi sia lo stesso con cui li abbiamo usati in fisica?***

Queste domande avevano lo scopo di far riflettere, come successo già in diverse altre occasioni nello studio della fisica, sulla differenza di significato che uno stesso termine può assumere in contesti diversi (riflessione che verrà ripresa più volte nel percorso). Gli studenti hanno riconosciuto molti termini:

forza, moto, quiete, vuoto, nulla, materia, atomo, cambiamento, immutabile, conservare, universo, cosmo, fenomeno.

La maggioranza degli studenti ha risposto che il significato era simile a quello con cui utilizziamo questi termini in fisica, ma diversi hanno colto delle differenze. Leonardo ha scritto che: ***Il significato dei termini fisici usati nei testi antichi non è identico a quello della fisica moderna. Negli atomisti c'era una visione filosofica, mentre oggi i concetti sono quantitativi e sperimentali***

Luigi, che aveva scelto i termini ***moto, corpi , vuoto,*** ha scritto che ***i corpi e il moto intesi da Lucrezio sono gli stessi che trattiamo noi, mentre il vuoto ha un altro significato.*** Cosimo ritiene che ***forza, vuoto e moto non siano usati come detto in fisica;*** e anche per Giulio ***vuoto e materia assumono significato diversi.*** Per Anna ***l'atomo è visto in modo diverso da come lo concepiamo, infatti è visto come particella indivisibile alla base di tutto mentre gli altri concetti sono concepiti allo stesso modo.*** Per Stefano ***sebbene i termini si sono evoluti e sono diventati più specifici, il loro significato alla base è lo stesso***

Le risposte sono state lette commentate con gli studenti.

Ho voluto riprendere quanto scritto da Leonardo; gli chiedo di precisare, lui si rifa a quanto imparato a Scienze e aggiunge che non facevano misure nell'antichità. Bene, aggiungo che in effetti è con Galileo che la misura è entrata nella descrizione della realtà fisica.
Mi aspettavo che si soffermassero sul termine forza, ma nessuno lo ha fatto, quindi lo riprendo io. Osservo che molti termini che usiamo in ambito scientifico vengono dal linguaggio comune, altri invece sono specifici soltanto dell'ambito scientifico; chiedo se sanno fare un esempio tra quelli che abbiamo introdotto. Qualcuno dice subito "atomo"; io faccio l'esempio di "baricentro". Invece, tra queste parole che avete individuato, ce n'è una che è molto usata nel linguaggio comune e che in questi testi non è usata con il significato esatto che ha in fisica. Tommaso, Pietro e Mattia dicono subito "forza". Richiamo un'espressione del testo letto (non c'è un posto dove possa salire questa forza) e poi chiedo cos'è la forza per noi in fisica. Chiedo a Sofia, risponde che è una grandezza vettoriale, altri dicono che è qualcosa che modifica lo stato di un corpo,. Osservo che "qualcosa" un po' vago, Giulio precisa : un'azione.
In che senso modifica lo stato? Rispondono di quiete, e poi anche di moto. Finiamo di ricostruire la definizione di forza; cosa vi ho insegnato in prima, e anche quest'anno? Che cosa si deve specificare? Immediatamente tanti: da cosa e su che cosa è esercitata una forza. **Concludiamo che la parola forza in questo testo non è usata con l'accezione che abbiamo insieme ricostruito.**

La riflessione si è conclusa con alcune osservazioni sulla parola *moto* e la parola *atomo*; alcuni le avevano scelte come esempi di termini che non hanno lo stesso significato nel testo e nella scienza oggi, riferendosi anche a quanto studiato in filosofia su Parmenide, e sul paradosso di Zenone

Nel sintetizzare questa introduzione al percorso la docente ha chiesto quali termini o espressioni fossero più significative. Gli studenti hanno scelto la parola ***Conservazione*** e le affermazioni che meglio la esprimono, ***Nulla si crea dal nulla, Nulla si distrugge***, riferite sia ***alla materia che al movimento.*** E sarà proprio intorno alla conservazione del movimento che si svilupperà il percorso.

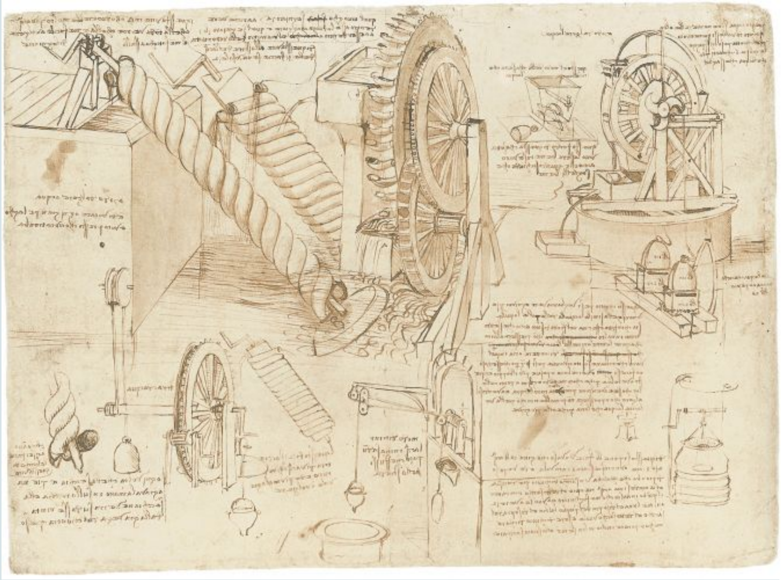
La ricerca del *motore perpetuo* (slides 16-18)

Dalla dispensa presentata agli studenti: *L'idea del "Nulla si crea nulla si distrugge" ha un legame molto forte con con lo sviluppo delle macchine e la formazione di alcuni concetti fisici che studieremo; ma si tratta di un legame molto travagliato. Ne è prova il fatto che, per molti secoli, numerosi pensatori dedicarono risorse intellettuali e finanziarie al tentativo di trovare una macchina che potesse fornire una continua prestazione senza una corrispondente compensazione. Essi credevano cioè nella possibilità di un perpetuum mobile, un* ***motore perpetuo****.*

E' chiaro cosa vuol dire questa frase? Mi sapete fare un esempio? Tarda un po' a venire l'esempio, qualcuno pensa al pendolo, credo che lo abbia suggerito l'aggettivo perpetuum; lavoreremo molto sul pendolo, ma ora riporto l'attenzione sulla continua prestazione senza compensazione. Federico ha suggerito un mulino, cosa fa un mulino? Macina il grano. Cosa vuol dire che il mulino continua a funzionare senza una corrispondente compensazione? Tommaso dice che "da solo non va, ci vuole l'acqua". Beh, questo è banale, ma vedrete proprio degli esempi di tentativi di costruire mulini che in qualche maniera non abbiano bisogno di questa continua compensazione. Altri esempi? Un telefono che funziona senza doverlo ricaricare; una macchina in cui non devo fare il pieno. Fanno fatica a trovare degli esempi, li considerano ridicoli; lo faccio notare. Eppure, fino a tempi relativamente recenti, sono stati fatti moltissimi tentativi, sempre più sofisticati, di costruire dei marchingegni che una volta messi in funzione potessero continuare a fornire la prestazione voluta senza una qualche compensazione.

Al fine di sollecitare una riflessione personale, la docente ha chiesto agli studenti di proseguire la lettura della dispensa lavorando in gruppi di 2-3 persone; ogni gruppo aveva a disposizione un pc per la lettura e per la visualizzazione delle risorse. Sono state poste alcune domande guida; la conclusione del lavoro è stata assegnata come compito a casa.

I tentativi di costruire un motore perpetuo sono durati per molti secoli, con grande dispendio di risorse intellettuali e finanziarie; essi erano volti a inventare e costruire una macchina che, una volta messa in moto, potesse continuare a funzionare da sola (per esempio sollevando pesi, muovendo oggetti…), senza interventi esterni.
Attenzione! Non moto perpetuo, la cui possibilità in linea di principio è affermata dalla legge d'inerzia, ma motore perpetuo.
Vediamo, per esempio, come Leonardo da Vinci (1452-1519) che pure si dichiarerà convinto dell'impossibilità del motore perpetuo, abbia immaginato alcuni marchingegni per costruire un motore perpetuo, come si capisce da alcuni suoi disegni (qui a fianco).



Una sezione del sito del Museo Galileo di Firenze presenta le risorse di una mostra dedicata a questo argomento:
https://www.museogalileo.it/it/museo/esplora/esposizioni-temporanee/1801-leonardo-e-il-moto-perpetuo.html

Visitate varie sezioni del sito; in particolare soffermatevi sull'idea di motore perpetuo nell'antichità (Prima di Leonardo*), sui* modelli di Leonardo *e su un esempio di progetto di motore perpetuo, il* mulino ad acqua morta*. Per quest'ultimo caso, descrivetene il funzionamento basandovi sull'animazione presente; una variante del mulino ad acqua morta è rappresentato nel disegno (per comprendere il progetto di questo mulino, del XVII secolo, visitate il sito del Museo Galileo sul funzionamento della vite di Archimede :* http://mostre.museogalileo.it/archimede/video/Viterchimede.html
http://catalogo.museogalileo.it/multimedia/ViteArchimede.html**).**

Anche per questo mulino descrivete il funzionamento che è stato immaginato da chi l'ha progettato. Discutete infine se il mulino ad acqua morta, nelle due varianti che avete descritto, può funzionare o meno.

Sull'impossibilità di realizzare un motore perpetuo hanno scritto e si sono pronunciati diversi studiosi in varie epoche; è attribuita a Leonardo da Vinci stesso questa affermazione:
"O speculatori sul moto perpetuo, quante vane chimere avete creato in questa ricerca?Andate e prendete il vostro posto tra i cercatori d'oro".

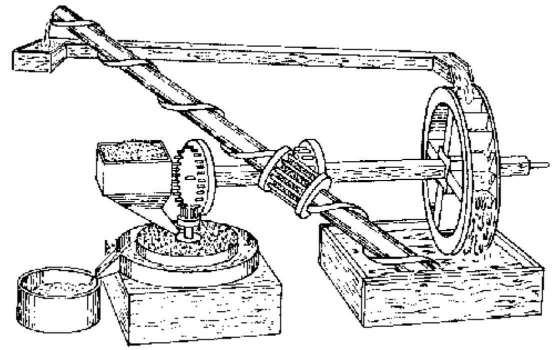
Nota: *In rete si possono trovare moltissimi esempi (purtroppo anche molto recenti) di progetti per macchine che realizzino il motore perpetuo (cercando anche mouvement perpetuel e perpetual motion).*
Particolarmente divertente il motore a gatto imburrato: http://www.youtube.com/watch?v=wvRzWYCZ2e0

Giro un po' tra i gruppi; vedo che ridono tantissimo (Luigi, Firas, Sofia…) del motore a gatto imburrato, sento tanti miagolii del gatto. Spiego a qualcuno che si tratta proprio di una presa di giro del tentativo di costruire un motore perpetuo Chiedo se hanno capito il funzionamento della vite di Archimede, preciso che è una vera macchina, per sollevare acqua.

Dai lavori a casa sulla ricerca del *motore perpetuo*

Nelle immagini sono mostrati i due modelli di mulino ad acqua morta sul cui possibile funzionamento gli studenti erano stati interpellati e le descrizioni sintetiche di Anna:

una pompa a stantuffo preleva dell'acqua che permette il movimento di una ruota idraulica la quale aziona una macina. la pompa è azionata dalla ruota stessa.



Un condotto a chiocciola intorno ad una vite pesca l'acqua dal fiume e, facendo ruotare la vite, l'acqua, avendo un percorso in continua discesa, sale lungo il condotto e fuoriesce dall'altro foro. l'acqua scende sulla ruota facendola ruotare; infine la ruota fa girare la macina e la vite di Archimede

Volendo sintetizzare le risposte degli studenti, quasi tutti hanno capito che questi progetti erano destinati a fallire, ma sulle cause sono stati poco precisi, oppure ne hanno individuate solo alcune, le più semplici (gli attriti, il fatto che l'acqua diminuisce per evaporazione). Tutti capiscono che è necessaria l'acqua, che la quantità potrebbe non essere sufficiente, ma poi non non hanno colto il problema, perché l'acqua non è sufficiente.

Alcuni non si sono pronunciati; altri vedono più facile il funzionamento del modello che include la vite di Archimede (forse perché ne hanno capito meglio il funzionamento)

Alcuni hanno usato termini come energia o potenza, ma senza arrivare all'analisi corretta. Solo uno studente (aiutato, come ha ammesso, da una persona esperta) ha scritto che: *non può funzionare per sempre perché per sollevare l'acqua serve energia. Questa energia viene tolta dal movimento della ruota idraulica, che quindi rallenta fino a fermarsi*.

Giulia e il suo gruppo hanno scritto, oltre all'assenza di attrito, che funzionerebbero se la pompa o la vite fosse azionata da qualcuno, avvicinandosi quindi all'analisi corretta (ma allontanandosi dall'idea di motore perpetuo!)

Cosa non va nell'idea di *motore perpetuo*?

La docente non è sorpresa delle risposte degli studenti, perché ha posto la questione molte volte, negli anni passati, ad altri studenti ricevendo risposte simili

Comincio esaminando il mulino; a cosa serve? A macinare il grano, lo dicono insieme molti. Quindi bisogna che la macina giri. Chi fa girare la macina in quei mulini? Tutti la ruota, io preciso "con un ingranaggio che collega l'asse della ruota a quello della macina". Chi fa girare la ruota? L'acqua. Normalmente succede questo nei mulini. Ma in questi mulini … perché si chiama ad acqua morta? Stefano: perché riusa sempre la stessa acqua. Sottolineo il circuito chiuso. Analizziamo il mulino del disegno, quello con la vite di Archimede A cosa serve la vite? In diversi rispondono "ad alzare l'acqua, .. a sollevare acqua". Faccio notare che nella ruota l'acqua ci deve arrivare da sopra per metterla in moto (accenno anche al fatto che in alcune ruote arriva da sotto, ma non mi soffermo; questa è per di sopra). La ruota fa girare la macina, dice Gabriele; e basta? Federico aggiunge: fa girare anche la vite di Archimede. Riporto in sintesi cosa hanno descritto come difficoltà; però l'idea in sé vi è piaciuta, non ci avete visto una difficoltà di principio. Esaminiamo bene anche l'atro mulino, quello con la pompa aspirante a stantuffi(che conoscevano bene dalla prima).

Continuiamo la lettura della dispensa, in particolare l'opinione di Leonardo da Vinci:

Sull'impossibilità di realizzare un motore perpetuo hanno scritto e si sono pronunciati diversi studiosi in varie epoche; è attribuita a Leonardo da Vinci stesso questa affermazione:
"O speculatori sul moto perpetuo, quante vane chimere avete creato in questa ricerca?Andate e prendete il vostro posto tra i cercatori d'oro".

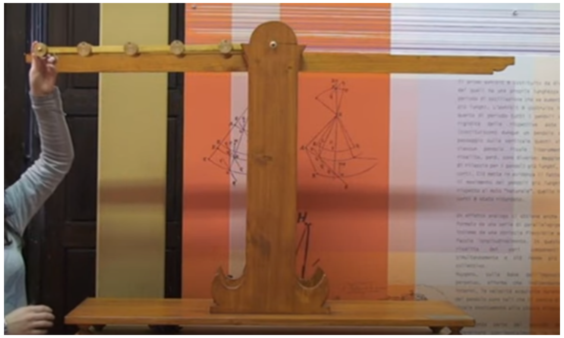
Invece il brano seguente è di C. Huygens, il Galileo degli olandesi (si accenna ai contributi scientifici più importanti):

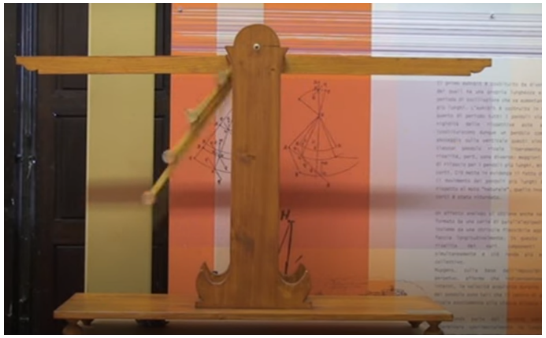
"Se quanti si vogliano oggetti pesanti, in virtù della loro gravità, cominciassero a muoversi, il centro di gravità da essi composto non potrebbe salire più in alto di quanto si trovava all'inizio del moto" . *E ancora:* "Infatti, se quei costruttori di nuove macchine, i quali con inutili sforzi si danno da fare per ottenere il moto perpetuo, avessero conosciuto come usare questa ipotesi, avrebbero facilmente scoperto i loro errori e avrebbero compreso che quella cosa non è affatto possibile con mezzi meccanici" [*Orologium Oscillatorium*, 1673]

Impossibilità del *motore perpetuo* e altezza del centro di gravità

Riguardo al testo di Leonardo, chiarisco il significato figurato della parola chimera, non lo conoscevano. Hanno invece capito il paragone con i cercatori d'oro, gli alchimisti, la ricerca della trasformazione dei metalli in oro paragonata alla ricerca del motore perpetuo. Passiamo al brano di Huygens, leggo e rileggo (cenno all'opera da cui è tratto il brano, costruzione degli orologi di precisone). Chiedo se hanno capito. Usa un'espressione, centro di gravità, non li vedo convinti. Decido di mostrare un video, perché c'è bisogno di qualcosa di concreto su cui ragionare

Il video si trova a questo link: https://www.youtube.com/watch?v=XEa6Zkg2TMU. Si tratta di un exhibit della mostra "Energia, questa trasformista", allestita nel 2010 dall'Università di Pavia; è ampiamente illustrato in Bevilacqua [2], da cui è tratto anche il disegno nella slide 23.

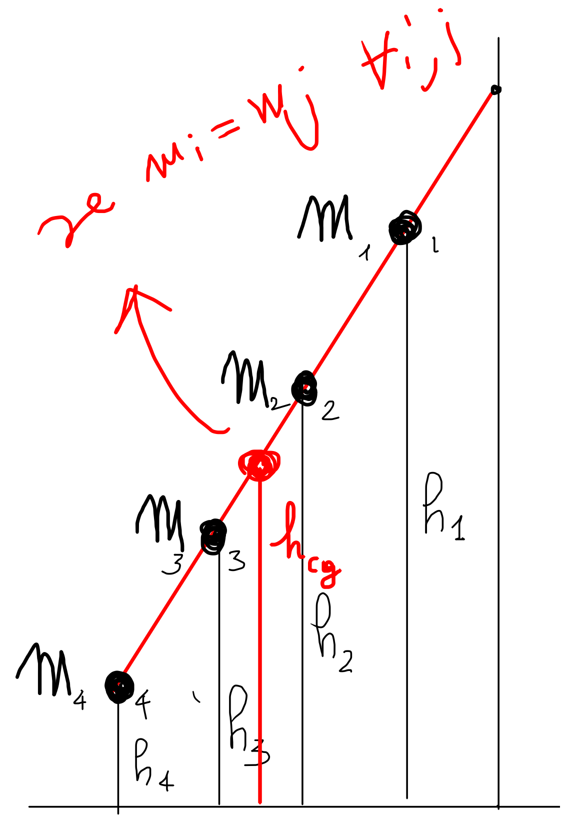




Ci fermiamo e riguardiamo molte volte il video. Perché il periodo è diverso? Sofia, da cosa dipende? Dalla lunghezza, bene; vi ricordate la formula? In tanti rispondono correttamente. Proseguiamo (difficile capire come sono vincolate le varie aste). Fermando il video sull'immagine delle aste tutte insieme all'inizio, chiedo come definirebbero il centro di gravità. Avevamo già introdotto la definizione di centro di massa (senza proprietà) e quella di baricentro (in base al momento meccanico).

Introduciamo i simboli, generalizzando a masse diverse; come definireste l'altezza del centro di gravità? Ve lo chiedo perché è alla vostra portata (avevamo risolto un problema di equilibrio di una scala con un uomo sopra). Preparo un disegno alla lavagna, che riproduca cosa si vede nel video. Andiamo a scrivere la formula, provate ciascuno sul quaderno; alzano la mano per dirla. Insisto perché scrivano sul quaderno, parlano un po' tra di loro. Qualcuno propone una versione semplificata con masse uguali, no troviamola nel caso generale. Chiedo a Christian, ok, propone la definizione corretta, che vado a riscrivere alla lavagna:

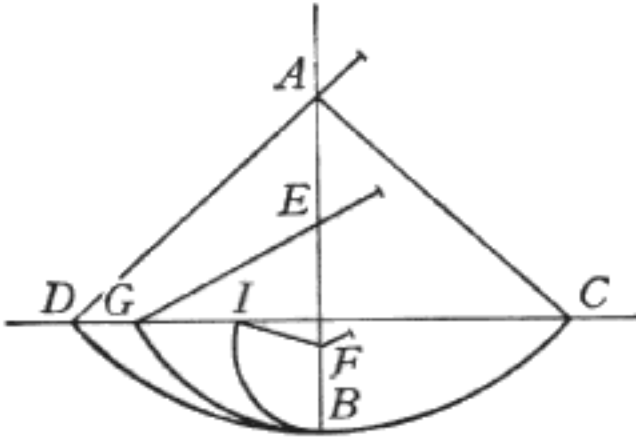
$$h_{cg} = \frac{m_1 h_1 + m_2 h_2 + m_3 h_3 + m_4 h_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$



Sulla definizione dell'altezza del centro di gravità

Torniamo al video: si vedono i pendoli che nel primo quarto di oscillazione scendono vincolati e poi invece sono liberi. Lo guardiamo diverse volte; parlano tra loro, cercano di capire. Giorgia sempre sospettosa, critica; le dico fidati, è una fonte affidabile! Guardiamo cosa succede. Il periodo di oscillazione quando sono vincolati è intermedio, dopo ognuno oscilla con il suo periodo. Cerco di fermare nel punto giusto, mi aiutano loro suggerendo di cambiare la velocità di riproduzione. Lo fermo quando sono all'inizio (aste orizzontali); chiedo, secondo Huygens dov'è ora il centro di gravità? Chiedo a Gabriele, a che altezza? E' anche troppo facile, sono tutti alla stessa altezza che è anche quella del centro di gravità. Firas? Cosimo? cosa diceva Huygens nel brano che abbiamo letto? I corpi scendono grazie alla gravità, non sarà possibile che risalgano in modo che il centro di gravità risalga più su dell'altezza di partenza (Pietro lo ha detto). Guardiamo di nuovo, fermo il video più volte. Leonardo, ridiciamo un'altra volta la convinzione di Huygens: l'altezza massima del centro di gravità è quella iniziale, sulla linea orizzontale che abbiamo visto. Andiamo a verificare nel video, provando a fermare l'immagine quando sono tutti liberi e alla massima altezza, per niente facile! Vedrete che questa idea è molto feconda. Giorgia chiede: e come si trovano le altezze di risalita di ciascuno? Eh! Bella domanda. Si potrebbero calcolare, ma è molto complicato.

La domanda della studentessa ci porta proprio a richiamare quanto avevamo studiato l'anno precedente: *Ragionando sulle affermazioni di Huygens non possiamo non pensare a Galileo e alle conclusioni ricavate dallo studio del pendolo interrotto. Cosa ricordate?*
Viene mostrata nella dispensa l'immagine tratta dai *Discorsi*; gli studenti ricordano molto bene perché avevano realizzato a casa l'esperimento. In E e F ci sono chiodi, il pendolo lasciato cadere da C risale alla stessa altezza (D, G, I); e scendendo da D, G, I risale comunque in C (in condizioni ideali). Si ricostruiscono insieme le conclusioni, che ci serviranno più aventi nel percorso:



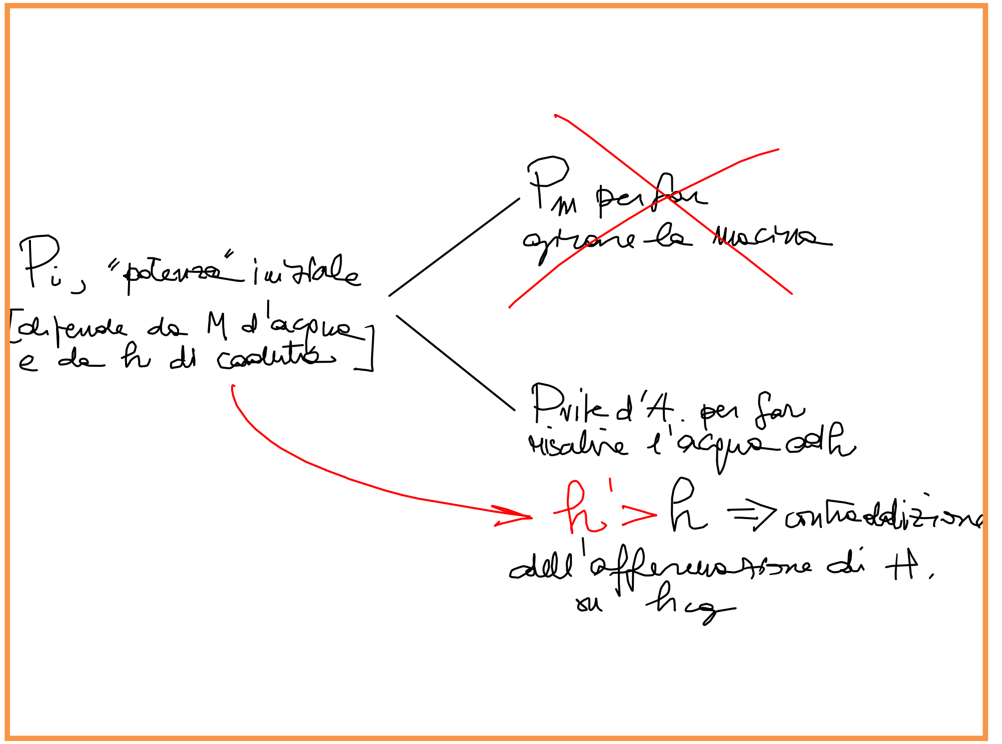
Cadendo da D, G, I acquistano la stessa velocità in B. Cosa hanno in comune D, G, I? Sono alla stessa altezza dice qualcuno. Infatti Galileo conclude che… Giulio: la velocità dipende dall'altezza. Anna. solo dall'altezza!

Conclusioni sull'impossibilità del *motore perpetuo*

Della lezione in cui si è letta l'affermazione di Huygens definendo l'altezza del centro di gravità è stato chiesto agli studenti di scrivere il diario di bordo, individualmente (si veda https://drive.google.com/drive/folders/19Nu3f1f6qzqp7SqI-7xsdJ_WvNzd738lKJu_XlwFV2CbBggTZMCzLusXq_T_z21uM8MRNjM5?usp=sharing)

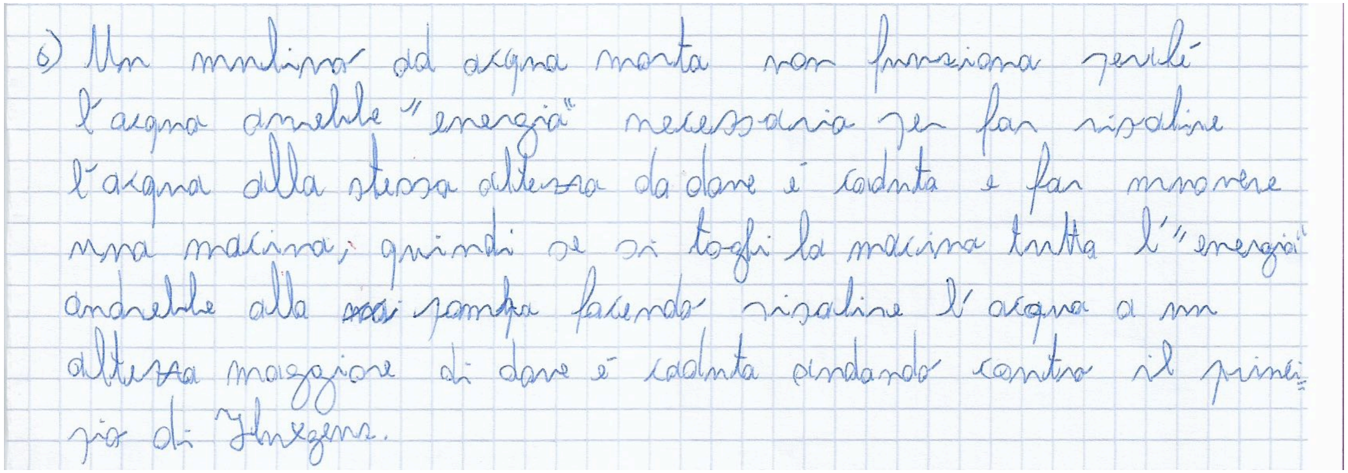
A questo punto dobbiamo capire perché l'affermazione di Huygens sull'altezza del centro di gravità implica l'impossibilità del motore perpetuo.

Cosa afferma Huygens, Luigi? Sintetizza bene. Gabriele, cosa c'entra con il motore perpetuo? E' confuso (è chiaro che non ha riletto a casa); introduce il termine potenza. Luca vuole provarci: parla di una potenza iniziale, parla di una potenza iniziale, non è possibile che venga usata sia per far risalire l'acqua sia per far girare la macina (gli concedo l'uso della parola "potenza" senza precisare meglio, poi vedremo). Bene, ha proposto l'impostazione che ci porterà alla conclusione corretta. Li devo aiutare: proviamo a pensare di "staccare" la macina … Tommaso dice che quella potenza resta nel sistema. Ma se resta nel sistema, dice Giulio, viene usata tutta per risollevare l'acqua. E dunque? Non ci arrivano subito.



Riprendo il ragionamento dall'inizio, poi chiedo a Sara, per cosa la uso quella "potenza" che usavo per far girare la macina? Per sollevare l'acqua, risponde; e quindi l'acqua cosa fa, visto che riuscivo già a risollevare l'acqua? Federico dice che la solleverò più velocemente [e non avrebbe torto, ma devo portarli a una conclusione più semplice]. Finalmente ci arrivano, risale più in alto. Ripeto tutto daccapo. Cosa ha a che fare con quello che ha detto Huygens?
Schematizzo alla lavagna. Da cosa dipende la "potenza" iniziale? Dalla quantità di acqua, e da cosa? dall'altezza da cui cade (avevano anche detto dalla velocità, che sappiamo dipendere solo dall'altezza). Schematizziamo insieme alla lavagna. Conseguenza? L'acqua sale di più, $h' > h$. E questo cosa contraddice? Che il centro di gravità non può risalire a un'altezza maggiore di quella da cui è partito. Quindi a cosa equivale questa affermazione di Huygens? L'impossibilità di costruire un motore perpetuo.

Qui di seguito il ragionamento sintetizzato da uno studente nella verifica scritta
Si è infine letta la dichiarazione dell'Académie Royale des Scienze di Parigi, del 1775, che stabilisce di non voler più esaminare proposte per la realizzazione del motore perpetuo (*La costruzione di una macchina del motore perpetuo è assolutamente impossibile*).


6) Un mulino ad acqua morta non funziona perché l'acqua avrebbe "energia" necessaria per far risalire l'acqua alla stessa altezza da dove è caduta e far muovere una macina; quindi se si togli la macina tutta l'"energia" andrebbe alla ~~ma~~ pompa facendo risalire l'acqua a un altezza maggiore di dove è caduta andando contro il principio di Huygens.

La materia si conserva, il movimento si conserva: la definizione di quantità di moto

Torniamo all'idea di conservazione proponendo la lettura di alcuni testi riportati nella dispensa preparata dalla docente, dove sono stati evidenziati i passaggi che contengono la definizione di quantità di moto a cui si vogliono condurre gli studenti:

L'idea di conservazione che abbiamo letto in alcuni testi (Epicuro, Lucrezio, ..) si ritrova nel modo di concepire la natura nel corso e dopo la rivoluzione scientifica del XVII secolo; così si esprime Cartesio nei Principia Philosophiae *del 1644:*

"[…] Dio, […] per sua onnipotenza ha creato la materia con il movimento e il riposo, e […] conserva adesso nell'universo, col suo concorso ordinario, tanto movimento o riposo quanto ce n'ha messo creandolo. Poiché sebbene il movimento non sia che un modo nella materia che è mossa, essa ne ha pertanto una certa quantità che non aumenta e non diminuisce mai, benché ce ne sia ora più e ora meno in alcune delle sue parti. **Ecco perché quando una parte della materia si muove due volte più presto di un'altra, e questa è due volte maggiore della prima noi dobbiamo pensare che c'è tanto movimento nella più piccola che nella maggiore,**

Come possiamo definire in termini matematici la "*quantità di movimento*" seguendo proprio gli esempi presentati da Cartesio?

Cartesio nei Principia Philosophiae del 1644 definisce la QUANTITA' DI MOTO
→ c'è un corpo di massa m_1 che si muove due volte più velocemente di un altro corpo di massa m_2 quest'ultimo ha la massa doppia di m_1

m_1, $v_1 = 2v_2$ $\quad q_1 \quad \underline{q_1 = q_2}$
$m_2 = 2m_1$ $\quad q_2$ "c'è tanto movimento" ossia la stessa quantità di moto.

Qual'è la definizione della quantità di movimento?

$\boxed{q \stackrel{def}{=} m \cdot v}$, infatti

$q_1 = m_1 \cdot v_1 = \frac{1}{2} m_2 \cdot 2v_2 = m_2 \cdot v_2 = q_2$

Due o più corpi hanno la stessa quantità di moto se masse e velocità sono INVERSAMENTE PROPORZIONALI

Dal quaderno di uno studente la trascrittura del testo di Cartesio e la definizione di *quantità di moto.* Come già in tante occasioni, si è chiesto a ciascuno di provare a scrivere una proposta di definizione, riportando alla lavagna vari tentativi, correggendo , arrivando alla sintesi condivisa

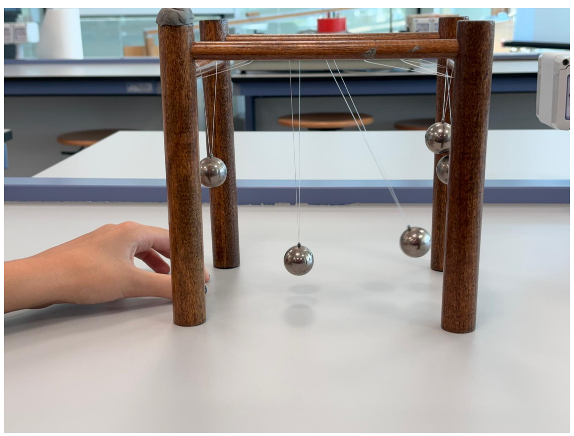
La materia si conserva, il movimento si conserva: la conservazione della quantità di moto

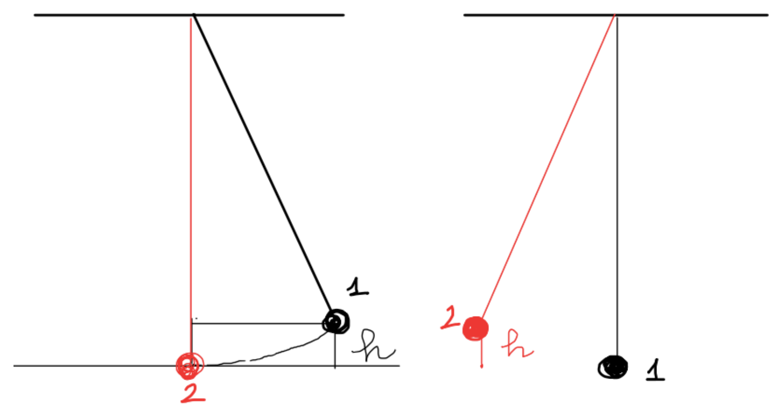
Dopo aver fissato la definizione di quantità di moto, aver fatto alcuni esempi quantitativi, aver stabilito le unità di misura, si è tornati alla lettura dei testi:

… e che tutte quante le volte il movimento di una parte diminuisce, quello di qualche altra parte aumenta in proporzione. […] Poiché egli ha mosso in molte maniere differenti le parti della materia, quando le ha create, e le mantiene tutte nella stessa maniera e con le stesse leggi […], conserva incessantemente in questa materia un'uguale *quantità di movimento.”*

Sullo stesso argomento così si esprimeva Gottfried Leibniz, contemporaneo di Newton (1646-1716):
"Secondo la mia opinione, la stessa forza e lo stesso vigore restano sempre nel mondo, e si limitano a passare da una parte della materia all'altra, conformemente alle leggi della natura”

Che parola vi viene in mente? Pietro B. dice proprio conservazione. Per dare subito concretezza a questa affermazione osserviamo l’urto tra due sferette d’acciaio di uguale massa, una inizialmente ferma (il disegno mostra ciò che si è osservato; lo chiameremo Urto I)



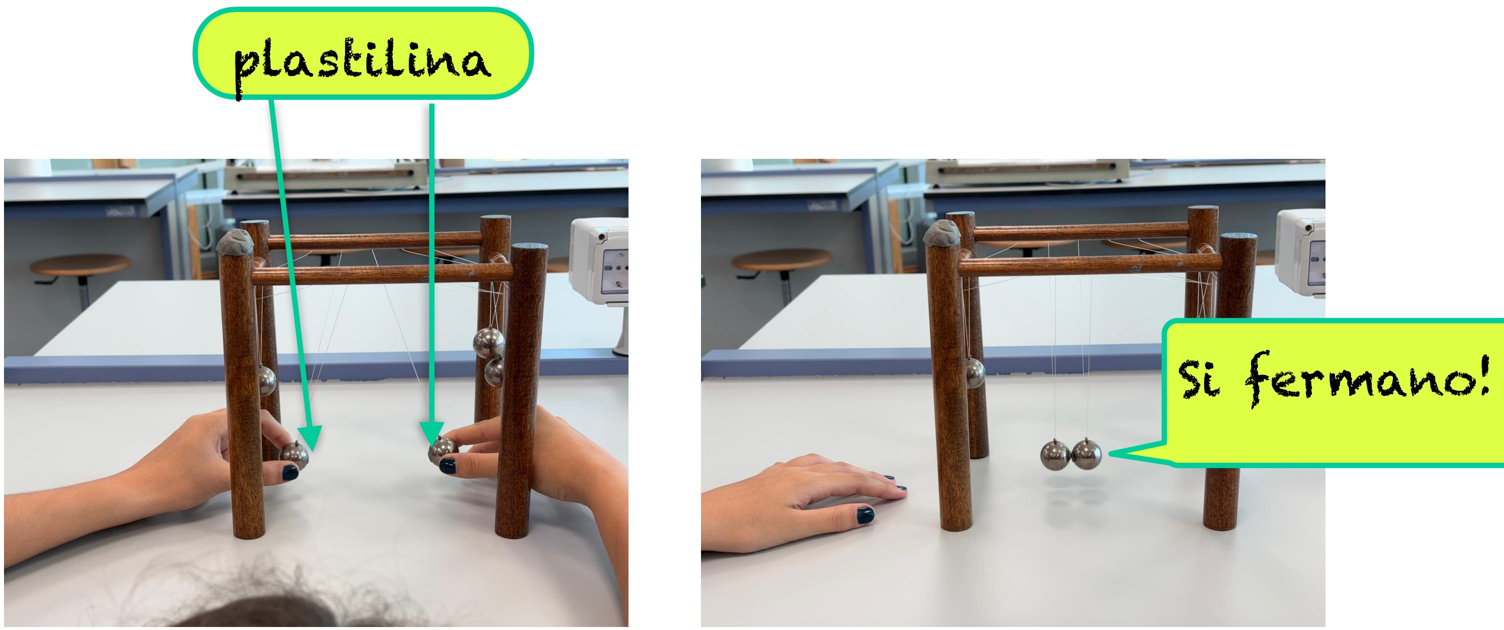


Come descrivereste cosa succede? Firas dice che la pallina oscilla; ma non è una pallina che oscilla su e giù. Leonardo: la sferetta 1 che arriva trasferisce il suo moto alla sferetta 2, che risale alla stessa altezza da cui è partita la prima, precisa Pietro. E Anna aggiunge: perché il centro di massa non può salire più in alto.
Si conserva la quantità di moto? Risposta non facile, li aiuto. Cosa possiamo capire dal fatto che la sferetta 2 risale alla stessa altezza da cui è partita la sferetta 1? In tanti rispondono che ha la stessa velocità di quella che è arrivata …

Affinamento della definizione di quantità di moto

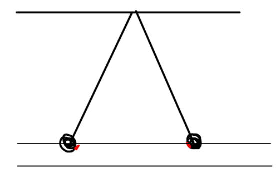
… E' fondamentale che per risalire a quell'altezza deve aver acquistato la velocità perduta dall'altra. Prima dell'urto quanto era la quantità di moto? $m \cdot v_1 + m \cdot 0$, e un attimo dopo l'urto? $m \cdot 0 + m \cdot v_2'$, quindi di nuovo mv_1 dal momento che $v_2' = v_1$ (lo abbiamo capito dal fatto che risale alla stessa altezza). Introduco la notazione con apice per il "dopo l'urto". Dunque concludiamo che la quantità di moto di è conservata, è la stessa prima e dopo l'urto.

Per introdurre la natura vettoriale della quantità di moto, si è mostrato un altro tipo di urto (lo chiameremo Urto II): si è aggiunta una piccolissima quantità di plastilina a ciascuna sferetta, nel punto in cui erano in contatto prima di essere sollevate e in cui entreranno dunque in contatto nell'urto, e si sono lasciate cadere le due sferette dalla stessa altezza. Si osserva che le due sferette si fermano appena entrano in contatto



Restano sorpresi! Domanda importante, da scrivere sul quaderno: **si è conservata la quantità di moto tra prima e dopo l'urto?** Scrivo la domanda alla lavagna.

Ciascuno ci pensi per conto proprio, intanto ripeto la prova. Li guido un po': acquistano la stessa velocità perché le faccio partire dalla stessa altezza. Ci sono solo due risposte possibili, sì o no. Quali ragioni per dire sì e quali per il no? Si fermano, dice Tommaso; e Giorgia aggiunge che quindi verrebbe da dire di no, che non si conserva. Però… fanno una battuta perché hanno capito che non è questa la risposta. Sento che ne parlano tra di loro. Sento che Anna dice che è come se una fosse positiva e una negativa. Richiamo il principio di conservazione enunciato da Cartesio. Immediatamente prima dell'urto ci pareva di poter dire che c'era quantità di moto; mentre di sicuro non c'è dopo l'urto. Scrivo alla lavagna le affermazioni che sto facendo. Per poter dire che si conserva, dice Giorgia, bisognerebbe poter dire che non c'era nemmeno prima dell'urto, che era nulla. Come è possibile? Silenzio mentre scrivo quello che diciamo alla lavagna. Cerco di guidarli, ripeto che le due palline arrivano nel punto di contatto, nel punto più basso con la stessa velocità perché le ho fatte partire dalla stessa altezza. Come potrei affermare che anche prima la quantità di moto è nulla? Attenzione, la quantità di moto totale del sistema costituito dalle due palline. Nell'esperimento precedente la quantità di moto totale era quella di una sola pallina….



• plastilina

Partono dalla stessa h,

acquistano stessa v … Sì FERMANO (osservato)

"Tra prima e dopo l'urto si è conservata q. di moto?"

- Sì ferma … NO
- Sicuramente dopo l'urto è nulla $q'=0$
- dovrei poter dire che anche $q=0$

La quantità di moto è una grandezza vettoriale

… Federico ha alzato la mano: hanno la stessa quantità di moto ma andando in verso opposto si annullano. Chiedo a Anna di dire a voce alta quello che aveva detto prima: ne consideriamo una positiva e una negativa. Capite dove arriviamo? Verso opposto… Giorgia: la quantità di moto bisogna che sia vettoriale, una grandezza vettoriale dice Giulio. Scrivo alla lavagna $\vec{q} = m\vec{v}$. Scrivo poi la quantità di moto totale prima dell'urto e dopo l'urto. Mi voglio assicurare che tutti stiano seguendo; chiedo a Christian di ridirmi perché la quantità di moto è nulla. Risponde: perché le masse sono uguali, vero. Ma dobbiamo considerare anche le velocità, precisiamo meglio quello che ha detto Federico: $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2$. Dopo l'urto? Scriviamo tutto alla lavagna.

Grandezza vettoriale

$$\vec{q} = m\vec{v}$$

Prima dell'urto:

$$\vec{q}_{tot} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0 \quad \text{perchè} \quad m_1 = m_2, \quad \vec{v}_1 = -\vec{v}_2$$

Dopo l'urto:

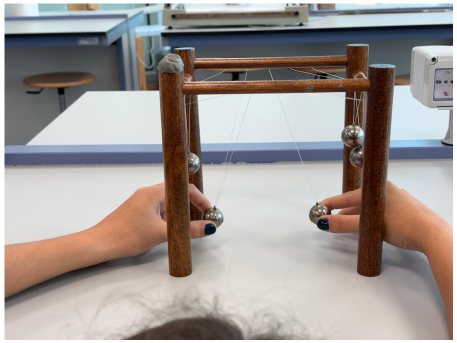
$$\vec{q}\,'_{tot} = m_1\vec{v}_1\,' + m_2\vec{v}_2\,' = m_1 \cdot 0 + m_2 \cdot 0 = 0$$

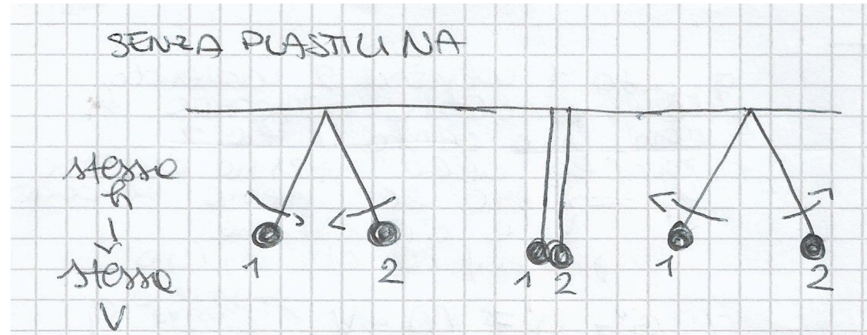
A questo punto sarebbe stato necessario affrontare in modo più rigoroso il principio di conservazione della quantità di moto mostrando come esso discenda dalle leggi di Newton. Ma l'esito di questo urto ha incuriosito molto gli studenti che hanno proposto di osservare altri tipi di urto (l'equivalenza tra principio di conservazione della quantità di moto nei sistemi isolati e la seconda e terza legge di Newton è stata assegnata da studiare a casa sul libro di testo* e poi ripresa successivamente).

* Nei manuali la trattazione della quantità di moto viene dopo quella del lavoro e dell'energia, un ribaltamento che non ha nessuna consistenza epistemologica. La struttura di questo percorso rende necessario un utilizzo molto limitato e attento del manuale

La quantità di moto non basta…

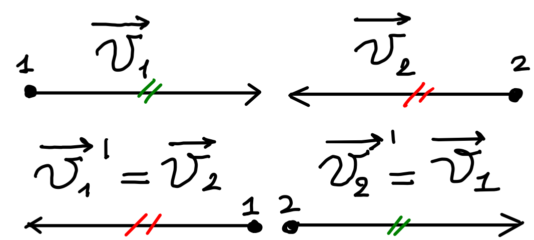
L'esito dell'urto con la plastilina ci lascia un po' interdetti. Guardiamo un altro urto; Gemma suggerisce di guardare la stessa situazione ma senza plastilina; si ripuliscono bene le sferette. Osserviamo, stessa altezza di partenza. Sempre sorprendente osservare le sferette che risalgono alla stessa altezza, ripetutamente (Urto III)





Gemma chiede se continua all'infinito. Molti dicono di no perché c'è attrito. Lei aveva pensato alle condizioni ideali. Ripetiamo ancora. E' un esito completamente diverso da quello con la plastilina. Qualcuno ha detto che le palline si scambiano (Firas). In che senso chiedo? Chiariamo: è vero proprio perché considero le quantità di moto vettorialmente.

Scriviamo insieme alla lavagna: $\vec{q} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$. Chiedo se la quantità di moto prima dell'urto è zero o diversa da zero. Mi rivolgo a Gabriele in particolare, ci pensa un attimo e dice che è sempre zero, intende come nel caso con la plastilina, è la stessa situazione. Dopo l'urto $\vec{v}'_1 = \vec{v}_2$ e $\vec{v}'_2 = \vec{v}_1$. Con calma, sono attenti, ci ragionano.



Quindi andiamo a scrivere la quantità di moto dopo l'urto: $\vec{q}' = m\vec{v}'_1 + m\vec{v}'_2 = m\vec{v}_2 + m\vec{v}_1 = \vec{q} = 0$.
Con plastilina o senza la situazione è tale che la quantità di moto totale prima dell'urto sia zero e dopo l'urto sia zero. Quindi si conserva? Sì, dice Firas.
Però, che ve ne pare? Commentate … restano zitti. Sono in difficoltà perché hanno appena finito di chiarirsi le idee e subito gliele metto in discussione!

Alla ricerca di una nuova grandezza fisica (slides 32-34)

Il principio di conservazione della quantità di moto non ci soddisfa tanto perché tratta questi due urti allo stesso modo, ma succedono cose completamente diverse! E ora entra in scena di nuovo Huygens, vedremo come si è interrogato sugli urti e ha capito cosa c'è di diverso.

Si è scelto di introdurre la nuova grandezza fisica *forza viva* integrando la trattazione del Project Physics Course [4] con la ricostruzione storica del lavoro di Huygens presente in Bevilacqua [1] e in Mach [9]. In PPC troviamo che nel 1666 alcuni membri della Royal Society di Londra, durante una riunione, assistettero a una serie di esperimenti, simili a quello che si è svolto con gli studenti, con due pesanti sfere di legno duro, di uguale grandezza, sospese ciascuna all'estremità di una corda formando due pendoli. Queste esperienze destarono un grande interesse tra i membri della Royal Society; nel 1668 il matematico John Wallis, l'architetto Christopher Wren e il fisico Christiaan Huygens esposero le loro idee su questo problema alla Royal Society. Wallis e Wren fornirono solo delle risposte parziali mentre Huygens fece un'analisi dettagliata dell'intero problema. Si è ricostruito, in una versione semplificata, in che modo Huygens arriva a introdurre la *forza viva*.

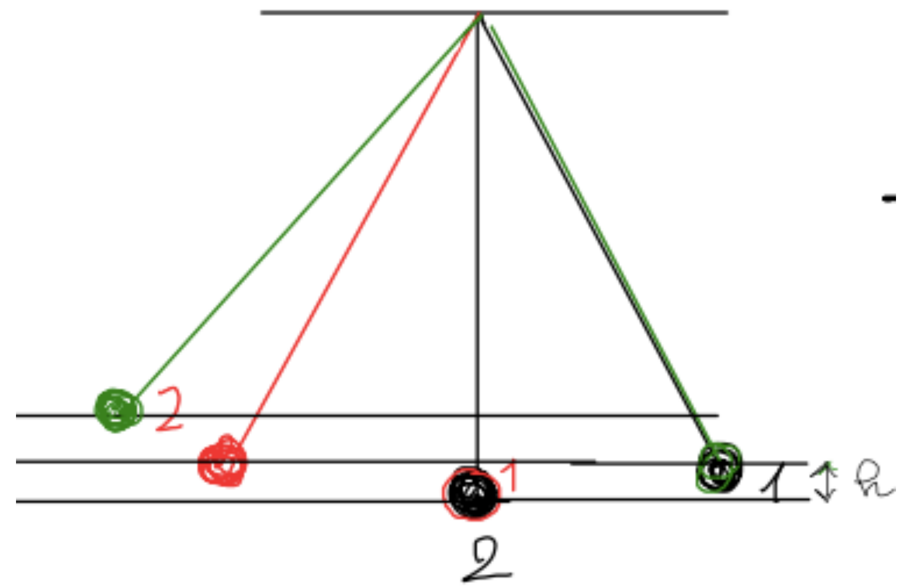
Come commentereste l'urto con la plastilina? Coraggio, non con le parole della fisica, con parole vostre. Giulio: la plastilina ha bloccato (credo che abbia pensato a un effetto colla). Tommaso: la plastilina assorbe, prende qualcosa. Se vogliamo parlare di conservazione, la quantità di moto si conserva, però …. Poiché nessuno si esprime, chiedo io: siete d'accordo che si perde qualcosa? Sì; ma non si perde…? Cosimo dice che non si perde quantità di moto. E allora dobbiamo capire cosa si perde; c'è un'altra grandezza in gioco, dobbiamo definire un'altra grandezza.

Torniamo all'ultimo urto osservato (III); immaginiamo un altro esito che sia comunque compatibile con la conservazione della quantità di moto, lo descrivo: la sferetta (1) che è stata lasciata cadere dall'altezza h torna indietro e risale dopo l'urto alla stessa altezza e la sferetta (2), che era ferma, parte con una velocità doppia di quella della (1) che l'ha colpita. Rappresento con un disegno: in nero la situazione iniziale, in rosso ciò che si osserva effettivamente (le due sferette si scambiano le velocità, come aveva detto Firas), in verde l'esito immaginato. Infine scriviamo l'espressione della quantità di moto, sia per l'urto reale che per quello immaginario.

Domando: perché immaginare questo urto?

Luigi: perché in questo urto la quantità di moto è conservata… ma non esiste dice Firas. Perché questo esito non si verifica mai? Sento che Luca e altri discutono e forse hanno già la risposta. Calma, cerchiamo di essere precisi (e di farci arrivare tutti).

Firas: il centro di gravità non può risalire a un'altezza maggiore di quella iniziale; anche altri lo avevano detto parlando tra loro.



Reale:

$$\vec{q}\,' = m\vec{v}_1{}' + m\vec{v}_2{}' =$$
$$= m\cdot 0 + m\vec{v}_1 = \vec{q}$$

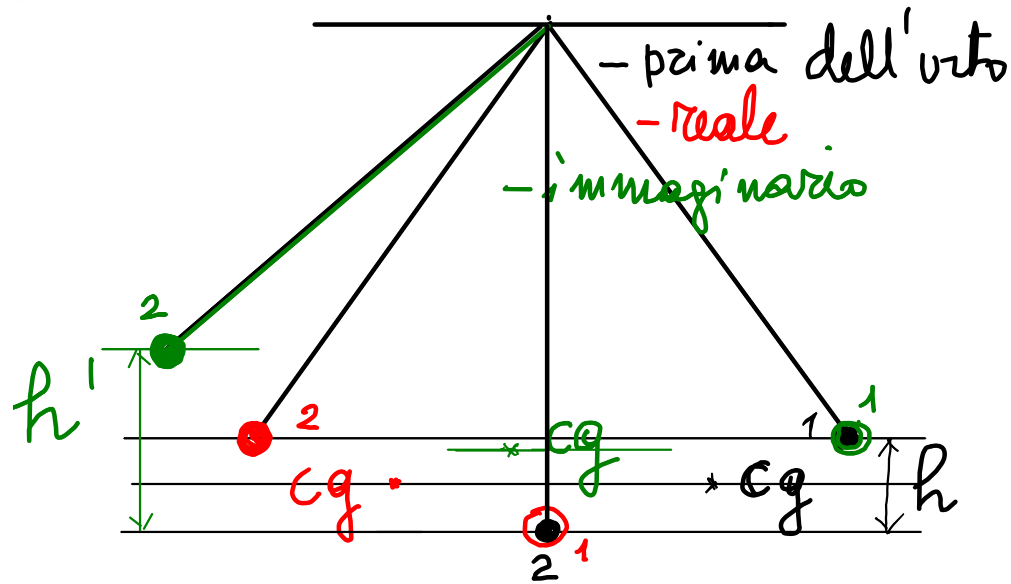
Immaginario:

$$\vec{q}\,' = m\vec{v}_1{}' + m\vec{v}_2{}' =$$
$$= m(-\vec{v}_1) + m(2\vec{v}_1) =$$
$$= m(-\vec{v}_1 + 2\vec{v}_1) =$$
$$= m\vec{v}_1 = \vec{q}$$

Qual è l'altezza del centro di gravità all'inizio? Scriviamola; ma prima faccio un disegno più preciso e lo sviluppo via via. Si confrontano tra loro.

Maria Sole? Risponde correttamente che è $\frac{h}{2}$

Ora passiamo all'urto immaginario; qual è l'altezza del centro di gravità? Chiedo a Pietro che non è attento e non sa rispondere. Elettra? Ok, si scrive e viene il valore medio tra h e h' (li segno sul disegno). Qualcuno chiede ancora chiarimenti, segno le varie posizioni del centro di gravità. Nel caso reale (rosso) risale alla stessa altezza da cui è disceso; nel caso immaginario, verde, sale più su: $h' > h$.



$$h_{cg} = \frac{mh + m \cdot 0}{2m} = \frac{h}{2}$$

$$h_{cg} = \frac{mh + mh'}{2m} = \frac{h+h'}{2} > \frac{h}{2}$$

Huygens comprende che bisogna considerare un'altra grandezza. Guidati ci potete arrivare...

Non è stato semplice arrivare a scoprire quale grandezza deve essere conservata, nel senso che non può aumentare, oltre alla quantità di moto. Sono state necessarie, dalle osservazioni degli urti alla conclusione, quasi due ore intere di lezione. Gli studenti sono stati guidati e alla fine il risultato è arrivato. Vediamo come.

La forza viva (slides 35-37)

Huygens comprende che ci deve essere un'altra legge di conservazione, un'altra grandezza in gioco che ancora non è emersa. Vado a scrivere nuovamente le formule per l'altezza del centro di gravità. Ma introduciamo anche la generalizzazione al caso di urti tra oggetti di masse diverse, ma non più di due masse. Scrivo l'h_{cg} prima dell'urto; la sferetta 1 acquista la velocità v_1, ditemi la formula, $v_1 = \sqrt{2gh_1}$.. ok. Stessa cosa per la sferetta 2, si scrive anche v_2

$$h_{cg} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i h_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \quad \left(\frac{m_1 h_1 + m_2 h_2}{m_1 + m_2} \right)$$

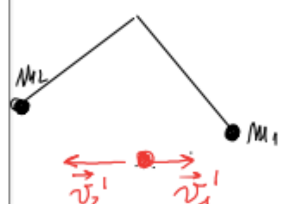
$$1 \rightarrow v_1 = \sqrt{2gh_1}, \quad h_1 = \frac{v_1^2}{2g}$$

$$2 \rightarrow v_2 = \sqrt{2gh_2}, \quad h_2 = \frac{v_2^2}{2g}$$

Avete capito perché quello che sto scrivendo è più generale rispetto a quanto scritto in precedenza? Giulia? Sono diverse le masse; ok, ma anche? Le altezze iniziali (nell'urto III erano uguali, nell'urto I un'altezza iniziale era nulla). Disegno la situazione.

Andiamo ora a scrivere l'altezza del centro di gravità dopo l'urto, h'_{cg}. Che cosa sono h'_1 e h'_2? Ok, Stefano dice che sono le altezze cui risalgono le due palline dopo l'urto.

Ora il passaggio più difficile: come scriviamo l'altezza a cui risale la pallina 1? Federico dice che è uguale a h_2. No, attento, non correre, ora le masse non sono uguali, non possiamo estendere quello che abbiamo visto per masse uguali a una situazione più generale.



$$h'_{cg} = \dots \quad \left(\frac{m_1 h_1' + m_2 h_2'}{m_1 + m_2} \right)$$

$$1 \rightarrow h_1' = \frac{v_1'^2}{2g}$$

$$2 \rightarrow h_2' = \frac{v_2'^2}{2g}$$

Da cosa dipende l'altezza a cui risale la pallina 1? Dalla velocità con cui riparte, dice Giorgia. Andiamo a scrivere, coraggio… Come la chiamo questa velocità? Cosimo? v'. No, precisa, v'_1. Ok. A cosa sarà uguale h'_1? Scriviamo insieme…

Cosa sappiamo di h_{cg} e h'_{cg}? Che devono essere uguali. Giulio precisa che, nella realtà, forse la seconda sarà un po' minore. Imponiamo il caso ideale, che siano uguali: $h_{cg} = h'_{cg}$. Provate a scrivere voi, sostituite… Arriverete, in una situazione molto guidata, alla legge di conservazione scoperta da Huygens.
Lascio qualche minuto, è solo una sostituzione. Dopo due minuti vedo Gemma perplessa, si è fermata,; vado a vedere il suo quaderno, ha sviluppato correttamente, pensa che si possa semplificare $2g$. E tutti hanno subito semplificato la somma delle masse al denominatore. Mi faccio dettare da Gemma il risultato ottenuto:

$$m_1 h_1 + m_2 h_2 = m_1 h_1' + m_2 h_2'$$
$$m_1 \cdot \frac{v_1^2}{\cancel{2g}} + m_2 \frac{v_2^2}{\cancel{2g}} = m_1 \left(\frac{(v_1')^2}{\cancel{2g}} \right) + m_2 \left(\frac{(v_2')^2}{\cancel{2g}} \right)$$

Siamo di fronte a una nuova grandezza fisica, il prodotto della massa per la velocità al quadrato; è scalare o vettoriale? Rispondono alcuni, con sicurezza, che è scalare. Questa grandezza fu successivamente chiamata **forza viva**, da Leibniz. Dunque, sintetizzo, se è vero che il centro di massa non può risalire più in alto etc.. e se è vera la relazione scoperta da Galileo tra altezza e velocità, allora bisogna che la somma delle forze vive prima dell'urto e dopo l'urto sia la stessa.
Il termine forza usato qui ci confonde le idee, ma perché ce le avevano confuse anche loro! Continueremo per un po' chiamare questa grandezza così.

Sulla dispensa III preparata per gli studenti sono riportati il procedimento svolto e la conclusione:

$h_{cg} = h'_{cg}$, cioè $\dfrac{\sum m_i v_i^2}{2g\sum m_i} = \dfrac{\sum m_i v_i'^2}{2g\sum m_i}$

(nel caso di due sole masse: $\dfrac{m_1\frac{v_1^2}{\cancel{2g}} + m_2\frac{v_2^2}{\cancel{2g}}}{\cancel{m_1+m_2}} = \dfrac{m_1\frac{v_1'^2}{\cancel{2g}} + m_2\frac{v_2^2}{\cancel{2g}}}{\cancel{m_1+m_2}}$)

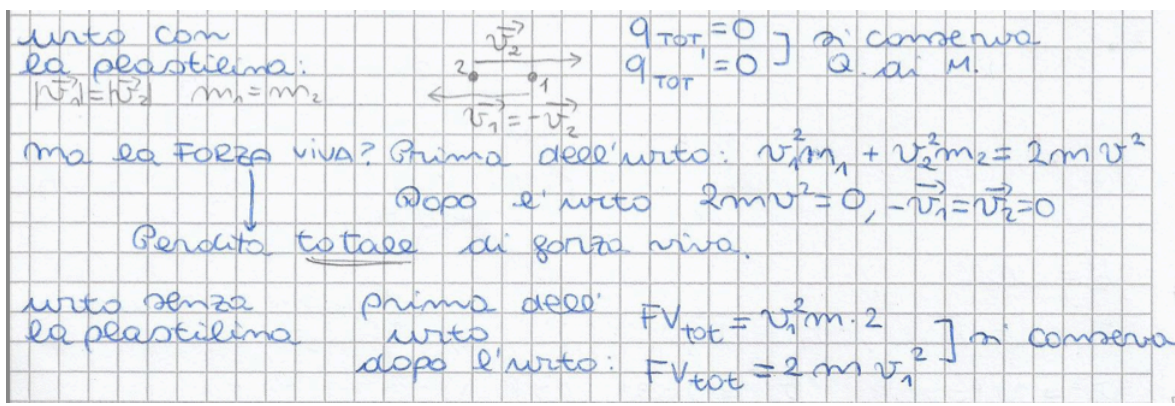
E quindi: $\sum m_i v_i^2 = \sum m_i v_i'^2$

Alla grandezza $m \cdot v^2$ si dette il nome di *forza viva;* fu lo scienziato e filosofo tedesco G. Leibniz (1646-1716) a introdurre questa espressione.

Ecco dunque la nuova legge di conservazione:

Non solo $\vec{q}_{tot} = \sum m_i \vec{v}_i$ resta costante ma anche **la forza viva totale** $\sum m_i v_i^2$ **deve rimanere costante in seguito all'urto, o meglio, pensando all'urto con la plastilina, la forza viva totale non può aumentare.**

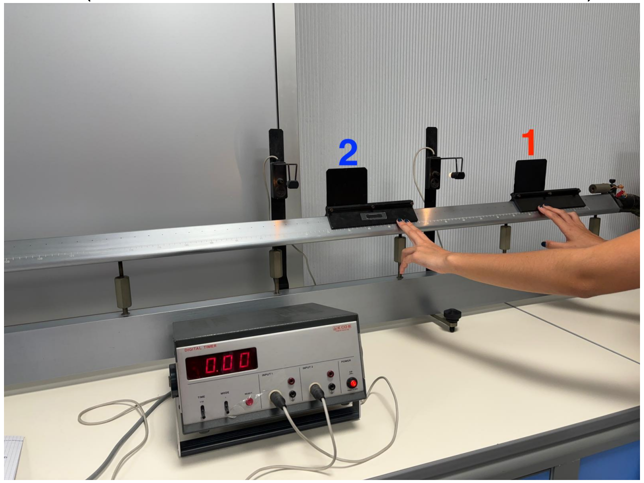
Non può aumentare ma, dicono, può diminuire, quando c'è la plastilina (Urto II). Stefano dice che si azzera. Faccio disegno alla lavagna dei due vettori velocità, $\vec{q}_{tot} = 0$, lo faccio dire a Sofia; e pure dopo è uguale a zero. Ma la forza viva totale prima dell'urto? Gabriele lo dice, nel caso particolare di masse uguali è $2mv^2$. E dopo? Giulia dice che è 0, perdita totale della forza viva. Ora pensiamo all'urto senza plastilina, quello in cui si scambiano le velocità. Che cosa succede? Concludiamo che in questo caso la forza viva si conserva. Lo chiameremo urto elastico.



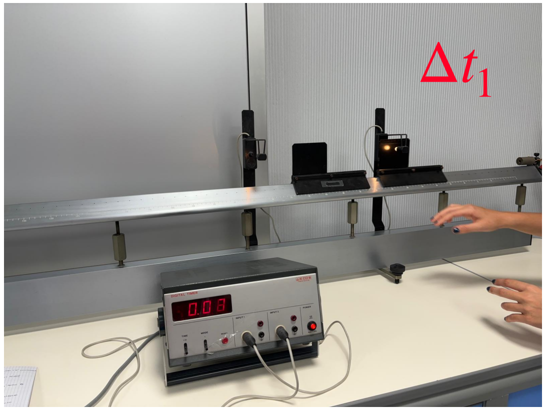
Consolidamento su conservazione della quantità di moto e della forza viva

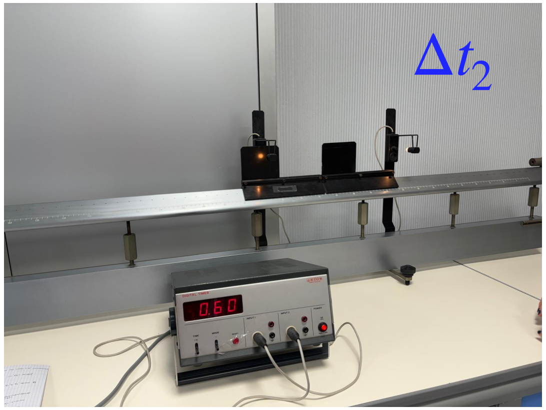
Abbiamo svolto misure relative al moto di due carrelli, aventi circa la stessa massa, che si urtano su una rotaia a cuscino d'aria, nel caso di urto elastico (o meglio, che ritenevamo essere elastico) e nel caso di urto con plastilina. In entrambi i casi un carrello era fermo prima dell'urto (si è molto insistito, anche in altre occasioni, sul fatto che non perdiamo in generalità in quanto possiamo sempre scegliere il sistema di riferimento in cui uno dei due carrelli è fermo). Le foto si riferiscono all'urto senza plastilina; sono stati misurati, tramite fotocellule, tre intervalli tempo:

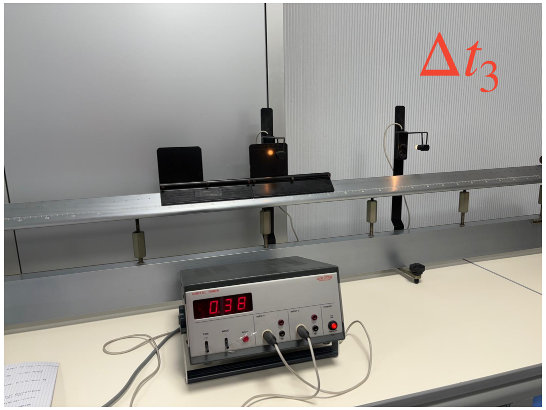
- Δt_1 del passaggio del carrello 1 da una prima fotocellula
- Δt_2 del passaggio del carrello 2, inizialmente fermo, che viene messo in moto da 1 (mediante una seconda fotocellula)
- Δt_3 relativo al passaggio del carrello 1 sulla seconda fotocellula.



Le masse dei due carrelli erano leggermente diverse; l'apparato è stato preparato insieme agli studenti, controllando che la rotaia fosse orizzontale (ci si è dovuti accontentare, non in tutti i punti i carrelli, lasciati a se stessi, restavano fermi), che le fotocellule fossero alla distanza più opportuna; la prova con la plastilina è stata suggerita da una studentessa (l'aumento di massa era inferiore alla sensibilità della bilancia). Si sono esaminate tutte le possibili forze esterne che rendessero il sistema non isolato; si è concluso che entro, le incertezze di misura, la quantità di moto è conservata in entrambi gli urti. Si è anche verificato che in entrambi i casi è diminuita la forza viva (nel secondo urto la perdita è del 50%, nel primo poco meno). L'elaborazione dati è stata svolta in parte insieme e in parte assegnata come compito a casa.

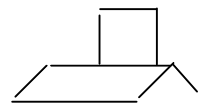






URTI tra carrelli su rotaia a cuscino d'aria

$l = 10\,cm$ (identica per i due carrelli)



$m_1 = 424,3\ g$ $\qquad m_2 = 425,8\ g$

(incertezza sulle masse $\sim \pm 0,5\,g$)

$\Delta t_1 = 0,17\,s$; $\Delta t_2 = 0,25\,s$; $\Delta t_3 = 0,68\,s$ $\quad (\pm 0,01\,s)$

carrello (2) dopo l'urto

carrello (1) dopo l'urto

$v_1 = \frac{10\,cm}{0,17\,s} \qquad v_2 = 0$

$v_1' = \frac{10\,cm}{0,68\,s} \qquad v_2' = \frac{10\,cm}{0,25\,s}$

verifichiamo se $\vec{q}_{tot} = \vec{q}\,'_{tot}$:

$m_1 v_1 + \cancel{m_2 v_2} = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

$424,3\,g \cdot \frac{\cancel{10\,cm}}{0,17\,s} \overset{?}{=} \overbrace{424,3\,g \cdot \frac{\cancel{10\,cm}}{0,68\,s} + 425,8\,g \cdot \frac{\cancel{10\,cm}}{0,25\,s}}^{6\%}$

$i_\% = \frac{0,5}{425}$

$2,5\,\frac{g}{s} \times 10^3 \simeq 2,3\,\frac{g}{s} \times 10^3$

$i_\%$ su $|\vec{q}\,'|$:

$\frac{0,5}{424} + \frac{1}{68} + \frac{0,5}{426} + \frac{1}{25} \simeq 6\%$

Sul $|\vec{q}|$: $i_\% = \frac{1}{17} + \frac{0,5}{425} = 0,06 = 6\%$

6% di $2,5 \times 10^3 = 0,15 \times 10^3$

6% di $2,3 \times 10^3 = 0,14 \times 10^3$

q di moto si conserva entro le incertezze di misura

Per motivi di ampiezza del percorso non ci soffermiamo a descrivere in dettaglio quanto svolto su:

- diversi esempi di urto, la loro classificazione in elastici, anelastici, totalmente anelastici, centrali o obliqui; i casi particolari
- altre situazioni (un proiettile sparato da un'arma, un'esplosione, …) in cui la forza viva aumenta, molto diverse dal caso in cui agiva solo la forza di gravità;
- equivalenza tra principio di conservazione della quantità di moto nei sistemi isolati e leggi di Newton.

Le macchine semplici

Durante il percorso torneremo presto a considerare la grandezza introdotta, la forza viva. Ora riprendiamo in considerazione le macchine, a cui ci eravamo interessati per il problema del motore perpetuo. Si è cominciato con il porre una domanda:

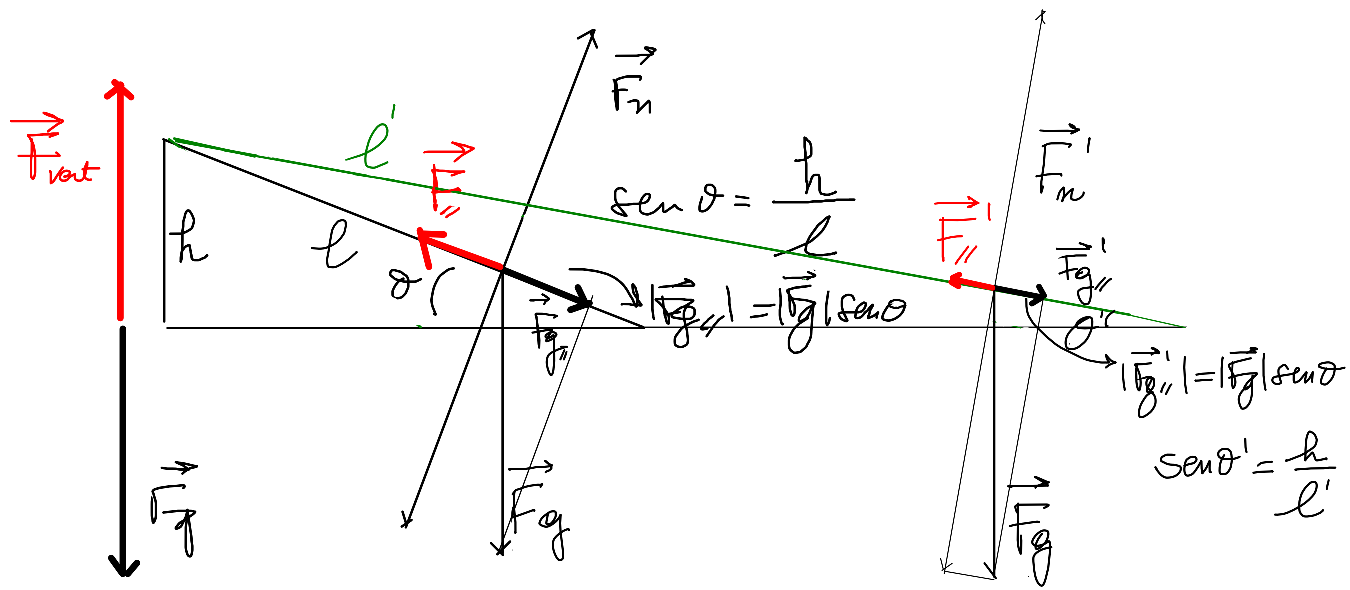
Dalle risposte vediamo che le parole che compaiono con maggiore frequenza sono "produrre" , " lavoro", "aiuto".

Andiamo a considerare insieme alcune macchine, un po' di delusione nel ritrovarsi davanti un piano inclinato (tanto studiato in fisica fin dal primo anno); dico che è a tutti gli effetti una macchina, per esempio utilizzata nella costruzione delle piramidi, migliaia di anni fa (Giza 2600 aC - 2500aC). Vediamo di capire perché un piano inclinato facilita il lavoro dell'uomo; diamoci lo scopo: a cosa mi serve il piano inclinato? Rispondono a spostare, trasportare, far muovere…. Più precisamente? Sollevare!

Una regola delle macchine semplici

Disegno, supponiamo che debba sollevare di h un blocco. In che senso il piano inclinato mi aiuta? Subito qualcuno, Giulia A, Anna, dicono che si scompone la forza di gravità. Giulio dice che una componente viene uguagliata dalla forza normale, la reazione vincolare del piano. Quindi? Con un'opportuna inclinazione del piano … Ricordate le formule (ci abbiamo lavorato moltissimo), disegno alla lavagna quello che mi hanno suggerito, sento che parlano tra loro. Evidenzio la componente che mi resta non equilibrata, quella da vincere. Dunque qual è il vantaggio della macchina? Basta vincere la componente della Fg parallela al piano. Se lo volessi sollevare in verticale dovrei esercitare una forza uguale a tutta la forza di gravità.

Il piano inclinato sarò tanto più vantaggioso quanto meno è inclinato, lo dicono loro. Più piccolo è l'angolo θ più piccola diventa la forza da vincere. Disegno altri piani, più lunghi. Però… c'è uno svantaggio… Anna, Leonardo dicono che aumenta la lunghezza; io preciso che fissata l'altezza un angolo minore implica una forza minore ma aumenta l, che è il percorso da far fare al blocco che devo sollevare. Quello che guadagno in forza lo perdo in lunghezza. Riduco la forza da vincere ma la devo applicare su un percorso più lungo.



Fissata h, θ minore $\Rightarrow |\vec{F}_{/\!/}|$ minore ..

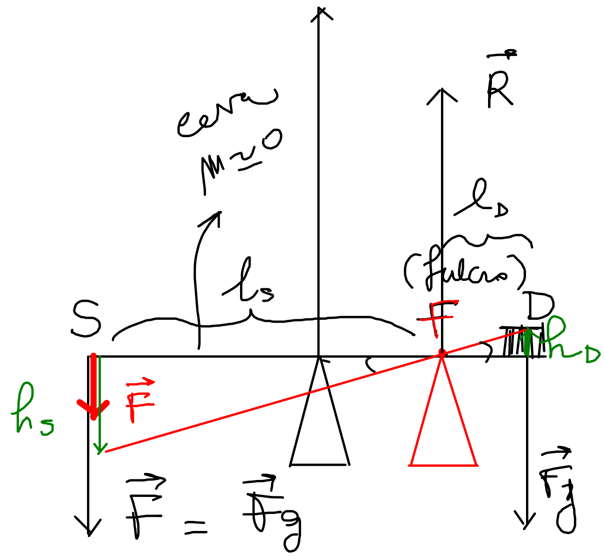
ma aumenta ℓ:

$$|\vec{F}_{/\!/}| \geq |\vec{F}_g| \cdot \frac{h}{\ell}$$

Consideriamo un'altra macchina su cui abbiamo lavorato molto nello studio dell'equilibrio del corpo rigido, la leva. Analizzo le forze, quando sarà vantaggiosa la leva? Giulia A, quando devo applicare meno forza. E quindi sposto il fulcro (nel disegno) più vicino all'oggetto, dice Anna. Gabriele, Mattia, suggeritemi le grandezze da introdurre: i bracci, oltre alle forze. Basta una forza più piccola perché riesca a sollevare l'oggetto, vincendo $\vec{F}_g$. Che relazione ci deve essere? Anna chiede se la tavola ha massa trascurabile, sì, caso ideale. Gemma mi detta l'equazione dei momenti, altri suggeriscono, momenti rispetto al fulcro. Firas? Non sa dirlo subito. Leonardo? $F_g \cdot l_d = F \cdot l_s$.

Ora immaginiamoci di applicare una forza leggermente più grande e sollevare; disegno la nuova posizione. L'arco di circonferenza è piccolo, posso approssimarlo all'altezza di cui sollevo. Evidenzio h_d e h_s, approssimati a archi di circonferenza. Che relazione c'è tra i due? Dicono subito che sono direttamente proporzionali; scriviamo $\frac{h_d}{h_s} = \frac{l_d}{l_s}$.

Ma il rapporto tra i due bracci a cosa è uguale? Introduciamo le forze e, usando l'equazione dei momenti meccanici, arriviamo a $\frac{h_d}{h_s} = \frac{F}{F_g}$. Osserviamo che anche qui applico una forza minore ma su uno spostamento maggiore, **"quello che guadagno per la forza … lo perdo nello spostamento"**. Hanno imparato la regola (la regola rassicura sempre, è una semplificazione)



Equilibrio:
$\vec{F}_{RIS} = 0$
$\vec{M}_{RIS} = 0$
$M_{\vec{F}_g} = M_{\vec{F}}$
$|\vec{F}_g| \cdot l_D = |\vec{F}| \, l_s$

$\frac{h_D}{h_S} = \frac{l_D}{l_S} = \frac{|\vec{F}|}{|\vec{F}_g|}$ $\qquad$ $\frac{|\vec{F}|}{|\vec{F}_g|} = \frac{h_D}{h_S}$.

Anche qui quello che guadagno in forza lo perdo in spostamento

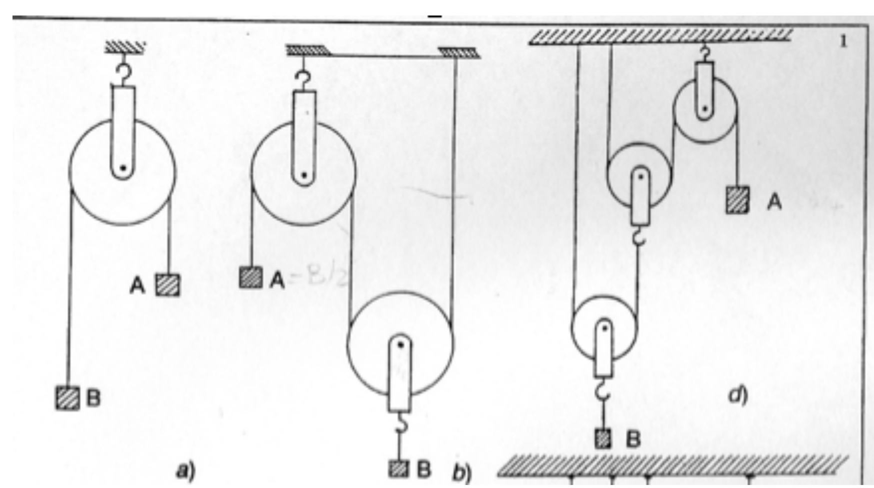
Altre macchine confermano la regola

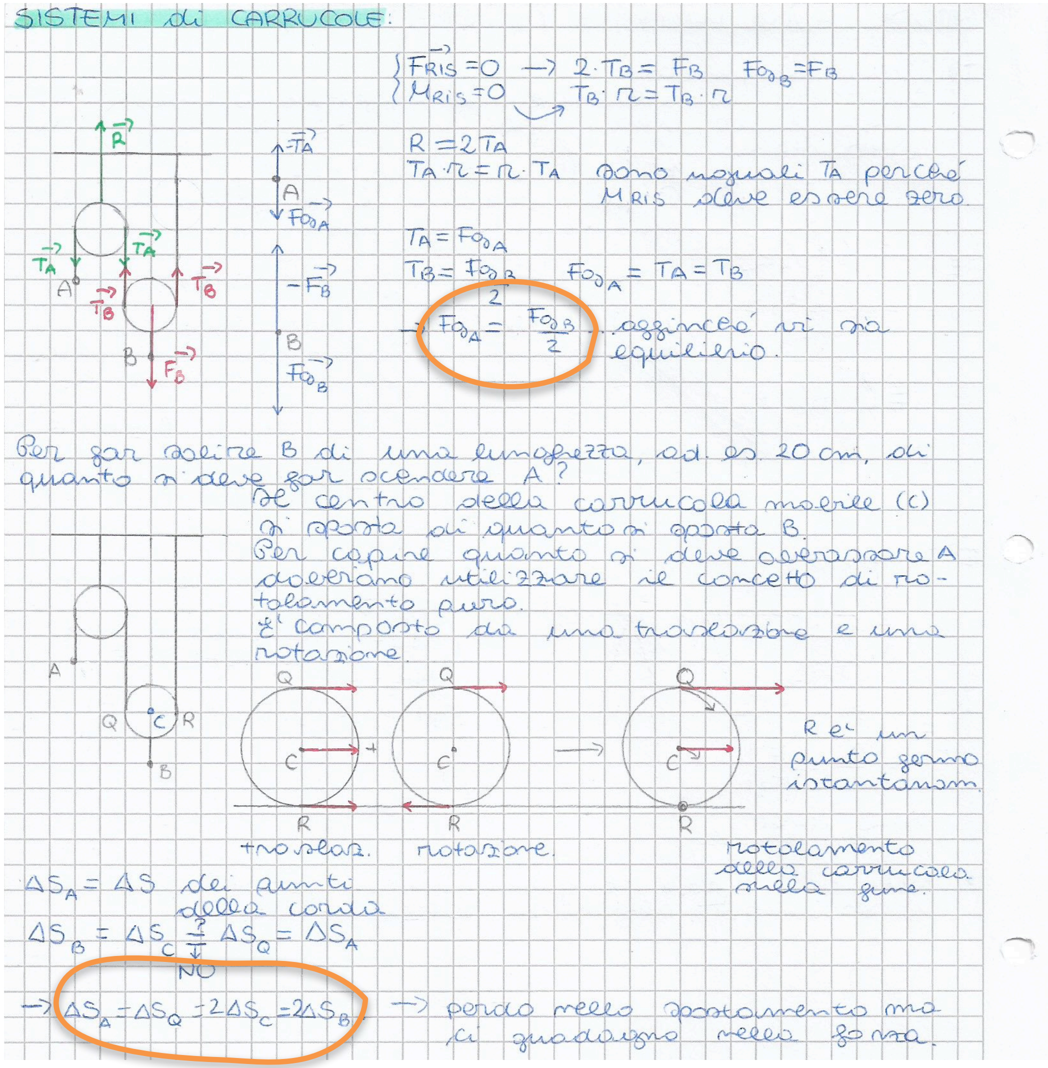
Dopo l'analisi del piano inclinato e della leva si è assegnato per casa di analizzare forze e spostamenti in alcuni sistemi di carrucole; anche per questo argomento, si era preparata un dispensa, aggiornata lezione dopo lezione con quanto svolto e con quesiti (idea e immagine tratte da [6]):

Sono presentate 5 diverse situazioni (qui se riportano solo 3) in cui il peso B ha sempre lo stesso valore, per esempio 4,9 N (0,5 kg): *quanto deve valere il peso A in ciascuna situazione affinché vi sia equilibrio?* Introduciamo in ciascun caso la tensione T nelle corde, facendo attenzione al fatto che corde diverse avranno tensioni diverse.

Immaginiamo ora di aggiungere in ciascuna situazione al peso A un piccolissimo peso affinché sia rotto l'equilibrio e A scenda lentamente mentre B sale: *per far salire B di una lunghezza sempre uguale, ad es. 20 cm, di quanto si deve far scendere A in ciascun caso?*

Il caso a) è banale; nel caso b) e nei successivi





SISTEMI di CARRUCOLE:

$\begin{cases} \vec{F}_{RIS} = 0 \\ \vec{M}_{RIS} = 0 \end{cases} \rightarrow 2 \cdot T_B = F_B \quad F_{O_B} = F_B$

$T_B \cdot r = T_B \cdot r$

$R = 2 T_A$

$T_A \cdot r = r \cdot T_A$ sono uguali T_A perché M_{RIS} deve essere zero.

$T_A = F_{O_A}$

$T_B = \frac{F_{O_B}}{2}$ $\quad F_{O_A} = T_A = T_B$

$\rightarrow F_{O_A} = \frac{F_{O_B}}{2}$ affinché vi sia equilibrio.

Per far salire B di una lunghezza, ad es. 20 cm, di quanto si deve far scendere A?

Il centro della carrucola mobile (c) si sposta di quanto si sposta B.

Per capire quanto si deve abbassare A dovremo utilizzare il concetto di rotolamento puro.

È composto da una traslazione e una rotazione

traslaz. rotazione rotolamento della carrucola sulla fune

R è un punto fermo istantaneam.

$\Delta S_A = \Delta S$ dei punti della corda

$\Delta S_B = \Delta S_C \stackrel{?}{=} \Delta S_Q = \Delta S_A$

NO

$\rightarrow \Delta S_A = \Delta S_Q = 2\Delta S_C = 2\Delta S_B$ $\rightarrow$ perdo nello spostamento ma ci guadagno nella forza.

Tutti a casa hanno trovato correttamente la relazione tra le forze in gioco; in diversi hanno anche intuito la relazione tra gli spostamenti (probabilmente hanno indovinato assumendo che la regola trovata con piano inclinato e leva fosse valida anche in questi casi; che era invece da dimostrare valida!). Nessuno ha saputo dare una giustificazione adeguata. Abbiamo ripreso tutto a scuola, insieme. L'analisi delle forze è stata piuttosto semplice, più impegnativa quella degli spostamenti:

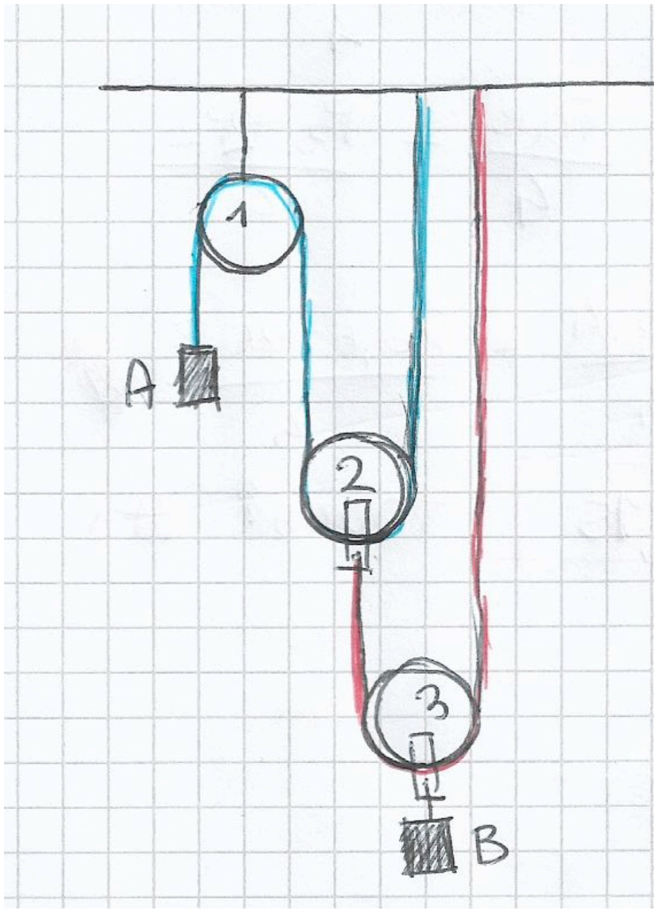
Spostiamo un pochino A. Sapreste segnare da qualche parte un punto che si posta quanto A? Rispondono la corda, tutti i punti della corda. La seconda carrucola si sposta, c'è attaccato B che vogliamo far salire... Inserisco i nomi dei due spostamenti per A e per B, li disegno. C'è qualcuno che ha capito di quanto si sposta B? Ho visto che diversi di voi hanno risposto correttamente, ma come giustifichiamo? Vedete B che si sposta come il centro della carrucola a cui è attaccato. Quindi è proprio quello che ci interessa, capire come si sposta il centro C. Nomino i due spostamenti Δs_A e Δs_B. In che relazione sono?

Si sono ottenute le relazioni tra gli spostamenti di punti notevoli di una ruota nel caso del rotolamento puro. Nel quaderno di uno studente la sintesi di quanto svolto insieme, ritrovando la regola già ricavata per le altre due macchine

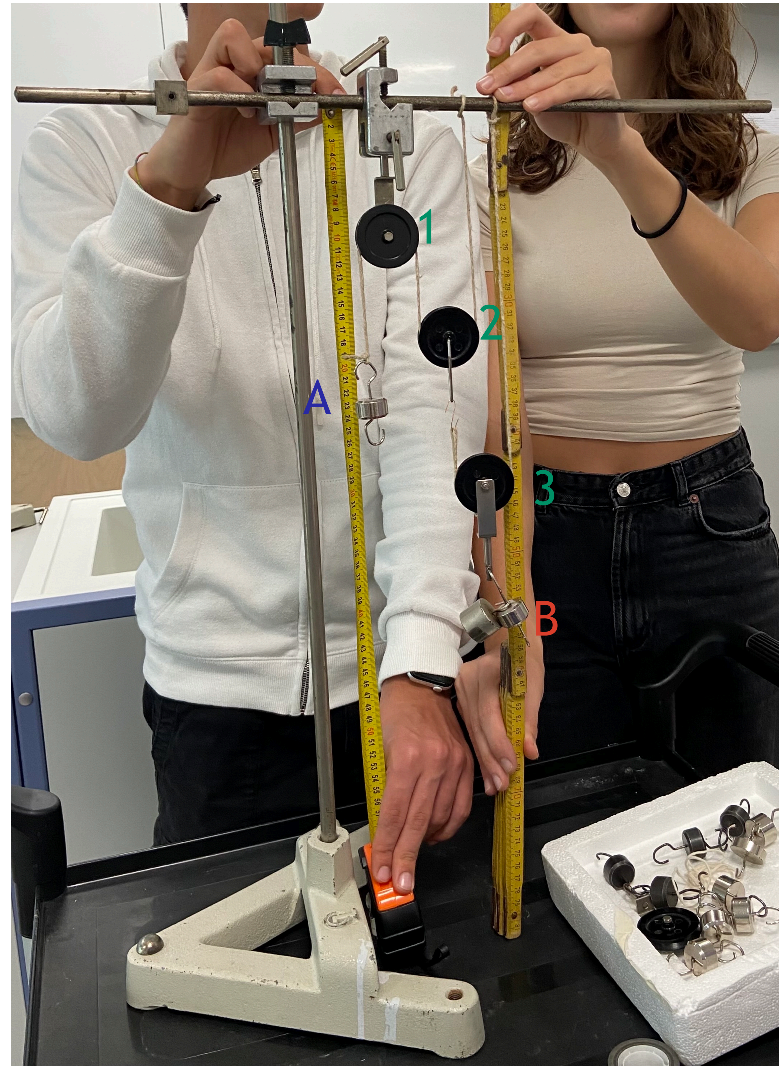
Misure di masse e spostamenti in sistemi di carrucole (Slides 45-47)

Il caso dei sistemi di carrucole è stato studiato anche in laboratorio, data la sua novità e maggiore complessità. É stato molto istruttivo dal momento che le previsioni fatte non erano verificate dalle misure; l'interpretazione di tale discrepanza ha coinvolto in modo vivace gli studenti

Ripensiamo al ragionamento di ieri, qui abbiamo una carrucola in più. Io indico gli oggetti, voi scrivete sul quaderno e disegniamo insieme le forze. Che forze agiscono su ciascuna carrucola? Scriviamo le forze, alcuni aiutano e correggono. Scriviamo le equazioni: collaborano, concludiamo che $F_{g_A} = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}F_{g_B})$.
Confrontiamo con il risultato ottenuto con due carrucole nella lezione precedente: l'aggiunta di una carrucola dimezza la forza necessaria per il sollevamento del corpo B, quindi abbiamo qui un fattore un quarto. Abbiamo un problema, per questa carrucola, quale? Ieri abbiamo trascurato il fatto che anche le carrucole hanno un peso; finché una carrucola è di plastica questa approssimazione va bene ma, guardate, questa carrucola ha parti di metallo, probabilmente non possiamo trascurare la sua massa.
Noi cosa ci s'aspettava, Luca? Che con un pesetto A se ne potessero sostenere 4 uguali, invece sono 3 soltanto! Perché? Si solleva anche la carrucola, lo dice Luca; cosa facciamo adesso? Pesiamo, dice Gemma



Prendiamo la bilancia … non c'è, serve a un altro docente. Allora intanto misuriamo gli spostamenti. Chiamo due persone, Tommaso e Anna, prendiamo due metri. Ci vogliono altre persone per leggere, Gemma e Giorgia. Leggiamo le posizioni iniziali. Ora spostate, abbassate A, misuriamo di quanto scende e di quanto sale B. Facciamo il punto sugli errori; sono misure per differenza, che stima sulla singola lettura? Dicono 0,5 cm. Facciamo altre prove, sì in effetti molto variabile, errore enorme. Alla fine otteniamo che se A si abbassa di 6,5 cm B si alza di 2 cm. E' vero che l'incertezza è molto grande ma, dico, mi interessava mostrare quanto poco si alza B quando si abbassa A; la forza ci ha guadagnato tanto e abbiamo perso tanto in sollevamento.



Che facciamo adesso? Pesiamo, abbiamo la bilancia; si deve smontare tutto. Ho bisogno di aiutanti, Gemma e Stefano. Smontiamo: una carrucola con il suo gancetto di metallo è 26,60g. Attenzione! Numeriamo le carrucole: 1, 2, 3. Smontare la 2 è più complicato. La sua massa è 10,45g. La 1 ha massa 26,80g. Le masse di A e B: 50,20g è quella di A, quella di B 149,40g.

Verifichiamo, ma ci dovete lavorare con calma. L'incertezza sulle masse è trascurabile (0,05g) rispetto a quella sugli spostamenti. Segnate tutto. Riporto tutto alla lavagna, me lo faccio dettare da loro.

$F_{gA} = T_A = 50{,}20 \cdot 9{,}81 \cdot 10^{-3} N = 0{,}492 N$, e T_B? Attenzione dobbiamo cambiare il diagramma, aggiungere le $\vec{F}_g$ delle carrucole. T_A non è uguale a $\frac{T_B}{2}$. La massa della carrucola 1 non era necessaria, perché inciderà sulla reazione vincolare R che non ci interessa.

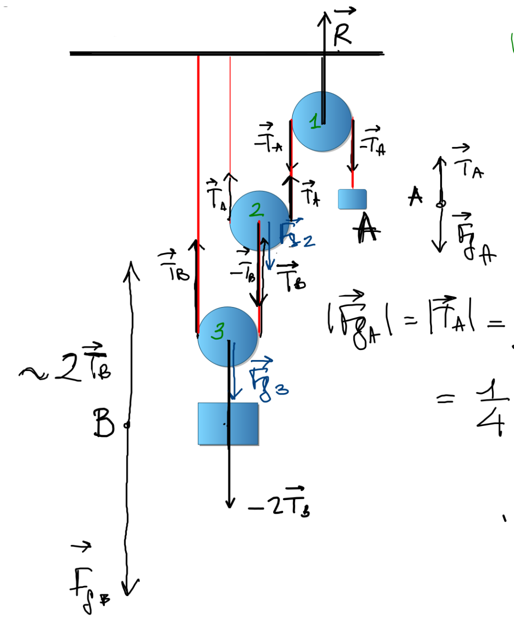
Invece avremo che $F_{gA} = T_A = \frac{T_B + F_{g2}}{2}$. Ora dobbiamo andare a scrivere a cosa è uguale T_B, Leonardo? Cosa aggiungo sulla carrucola 3? Ok, il suo peso, F_{g3} :

$$F_{gA} = T_A = \frac{T_B + F_{g2}}{2} = \frac{\frac{F_{gB} + F_{g3}}{2} + F_{g2}}{2} = \frac{F_{gB} + F_{g3} + 2F_{g2}}{4}$$

Complicato, bravi quelli che mi stanno seguendo! Quindi:

$$F_{gA} = \frac{F_{gB}}{4} + \frac{F_{g3} + 2F_{g2}}{4}$$

Ora, inserendo le masse misurate, vediamo se la relazione è verificata:



MASSE :

$m_3 = 26{,}60\,g$

$m_2 = 10{,}45\,g$

$m_1 = 26{,}80\,g$

$m_A = 50{,}20\,g$ (T_A)

$m_B = 149{,}40\,g$

sensibilità 0,05g
errore trascurabile

$$|\vec{F}_{gA}| = |\vec{T}_A| = \frac{1}{2}|\vec{T}_B| = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}|\vec{F}_{gB}|\right) = \frac{1}{4}|\vec{F}_{gB}|$$

TEORICO con masse carrucole = 0

$$\frac{F_{gB}}{4} + \frac{F_{g3} + 2F_{g2}}{4} = \left(\frac{149{,}4}{4} + \frac{26{,}60 + 2 \cdot 10{,}45}{4}\right) \cdot 9{,}8 \cdot 10^{-3} N = 0{,}483 N$$

Le incertezze sulle misure delle masse sono trascurabili; ci aspettavamo $0{,}492 N$. D'altra parte non abbiamo ripetuto le misure, non abbiamo considerato altre forze (attriti?), non abbiamo considerato che anche le corde hanno massa! Per casa:

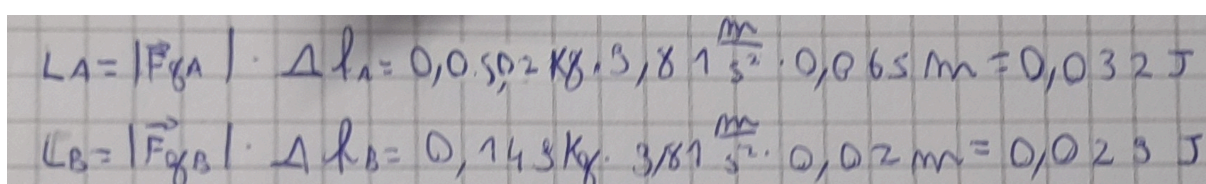
Misure di spostamento :

$|\Delta h_A| = |23{,}5 - 30|\ cm = 6{,}5\ cm \quad (\pm 1\ cm) \qquad 5{,}5 - 7{,}5$

$|\Delta h_B| = |57 - 55|\ cm = 2\ cm \quad (\pm 1\ cm)$!! $\qquad 1 - 3$

Avendo presente che l'obiettivo della macchina analizzata è sollevare il peso B, quanto lavoro è stato svolto effettivamente dalla macchina? Come si può giustificare la discrepanza tra i dati che abbiamo ottenuto?

Nella discussione finale si è individuato che, oltre al peso B e le due carrucole 2 e 3, si dovrebbe tenere conto anche della massa della corda; e inoltre i dati sul lavoro sono affetti da una grande incertezza dovuta all'imprecisione delle misure di spostamento


$L_A = |\vec{F}_{gA}| \cdot \Delta h_A = 0{,}0502\ Kg \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}065\ m = 0{,}032\ J$

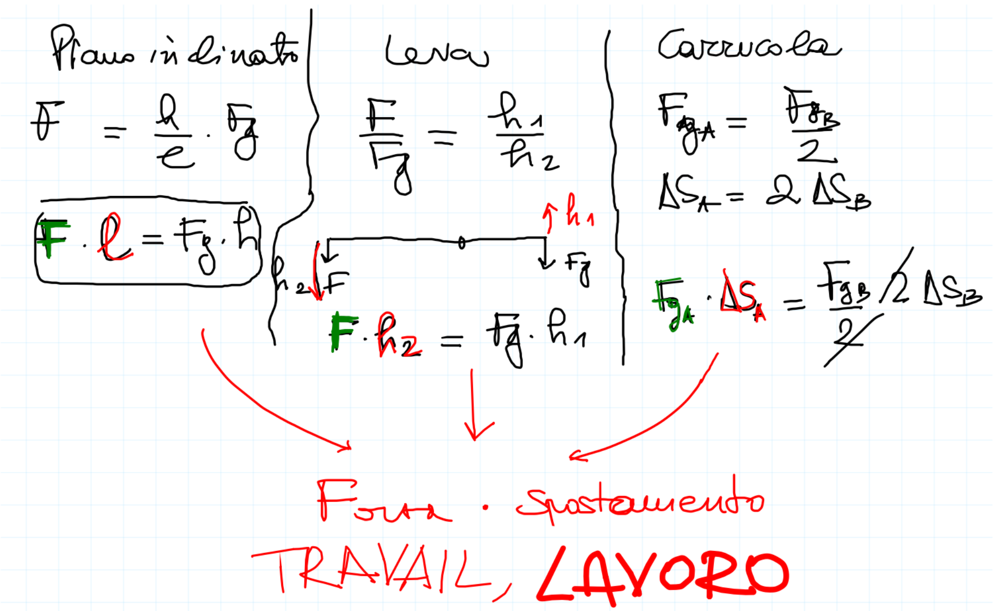
$L_B = |\vec{F}_{gB}| \cdot \Delta h_B = 0{,}149\ Kg \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}02\ m = 0{,}029\ J$

Dalla regola a una prima definizione di lavoro

Nelle tre macchine che abbiamo esaminato dunque vale questa regola, nota già agli ingegneri del Rinascimento. Non è una regola vaga, è molto precisa; torniamo a vedere le formule: per il piano inclinato, per la leva e per la carrucola. Mi dettano loro le formule da scrivere; faccio una quadro di sintesi alla lavagna; vediamo cosa ci suggeriscono queste formule, la prima la possiamo riscrivere come $F \cdot l = F_g \cdot h$, allo stesso modo operiamo sulle altre …

Quindi cosa fanno le macchine? Mi permettono di avere un bel vantaggio sulla forza ma mi fanno "perdere" in spostamento. La macchina mi aiuta, mi permette di usare forze piccole ma ciò che la macchina non fa cambiare è, ditelo, **il prodotto tra la forza e lo spostamento**. **A questo prodotto si cominciarono a dare diversi nomi** (come scritto sulla dispensa); alla fine ha prevalso il nome usato dal franceseJ. Poncelet (1788-1867): travail, in italiano **LAVORO**.

Qual è l'unità di misura di questa grandezza? Newton x metri, stesse unità di misura di un momento meccanico, osservano; ma questa la chiameremo Joule, in onore di J.P. Joule (1818-1889), uno scienziato che ha dato un grande contributo alle idee che stiamo studiando.

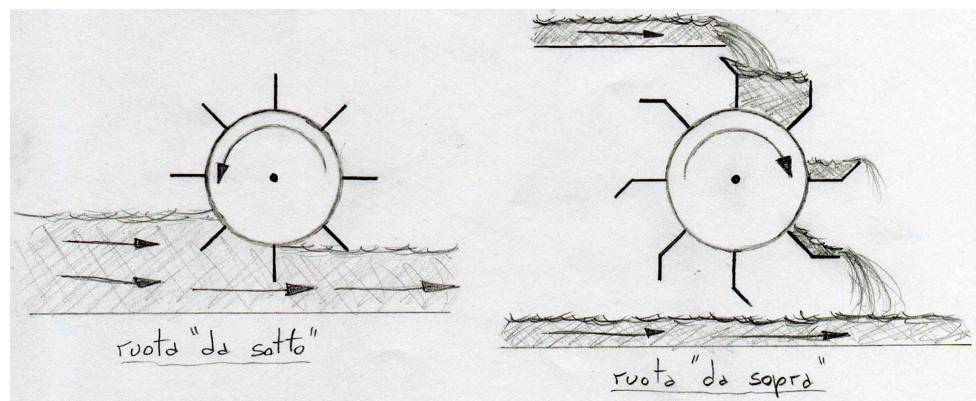


Prima il significato, poi il nome: come in tutto lo studio della fisica il nome attribuito a una grandezza servirà a fissarne il significato, significato che abbiamo costruito insieme, attraverso l'analisi delle macchine, prima della definizione (ricordiamo che gli studenti avevano pensato alle macchine come dispositivi che fanno lavoro, che aiutano il lavoro dell'uomo, con la parola lavoro usata nel significato del senso comune). Si capisce anche che il nome della grandezza si è scelto tra altri possibili

Sull’efficienza delle ruote idrauliche (Slides 49-52)

Il legame tra lavoro e forza viva è stato costruito attraverso la presentazione delle ruote idrauliche, come in A. Baracca e U. Besson [6]: brevemente si sono mostrati alcune immagini ed esempi di utilizzo; in particolare il sistema di mulini di Barbegal, nei pressi dell’Abbazia di Montmajour, Arles, costituito da due serie di 8 ruote di diametro 2,7metri che, agli inizi del IV sec d. C., poteva provvedere al fabbisogno di macinazione di una popolazione di 80000 abitanti. Ovviamente la trattazione dell’evoluzione di questi dispositivi è stata limitata agli aspetti essenziali (ricavandoli dal testo di Baracca, Besson [6])

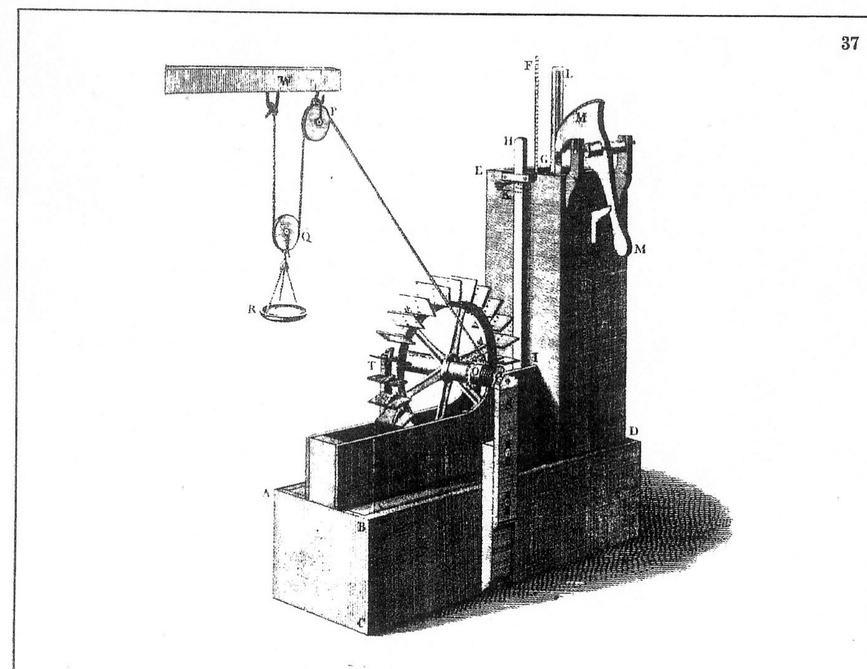
Osservate bene i due tipi di ruota. Quelle per di sotto sono più antiche, capite che sono molto più facili da costruire? Basta piazzare la ruota su un corso d’acqua. Cosa avviene tra l’acqua e le pale? Immaginate di fermare l’acqua e poi lasciarla andare, l’acqua… accelera, spinge le pale.. quindi avviene un .. contatto, dice Mattia; un contatto tra corpi a diversa velocità è un …? Urto, dicono Giulia e Tommaso. Nel corso dei secoli la ruota per di sopra comincia a sostituire quella per di sotto, nonostante sia più laboriosa da costruire, perché l’acqua ci va portata tramite un canale. Si era capito, empiricamente, che era più conveniente. Leggiamo dalla dispensa preparata:



A proposito della loro efficienza così si esprimeva J. Smeaton, un ingegnere inglese, nel 1759 in un articolo pubblicato sul "Philosophical Transactions":

"Ragionando in astratto si potrebbe essere portati a immaginare che comunque diverso sia il modo di applicazione, tuttavia ogni volta che la stessa quantità discende perpendicolarmente attraverso lo stesso spazio la potenza effettiva naturale sarebbe uguale, supponendo il macchinario privo d'attrito [...] Si sarebbe portati a supporre che un pollice cubo d'acqua, lasciato cadere per lo spazio di 30 pollici e incidente là su un altro corpo sarebbe capace di produrre un uguale effetto per collisione, come se lo stesso pollice cubo fosse disceso attraverso lo spazio con un moto più lento e avesse prodotto i suoi effetti gradualmente, perché in entrambi i casi la gravità agisce su un uguale quantità di materia, attraverso uno spazio uguale; e conseguentemente che qualunque sia il rapporto tra la potenza e l'effetto nelle ruote azionate da sotto, lo stesso si otterrebbe in quelle azionate da sopra [...] Tuttavia per quanto conclusivo possa sembrare questo ragionamento, apparirà nel corso delle seguenti deduzioni che l'effetto della gravità dei corpi che discendono è molto diverso dall'effetto del loro urto quando sono *non elastici,* benché generati da un'uguale potenza meccanica [...]. L'effetto delle ruote azionate da sopra, nelle stesse circostanze di quantità e di caduta, è in media doppio di quello delle ruote azionate da sotto.

Giulia A. dice "è un urto non elastico". Christian, prova a dire cosa hai capito: "l'urto fa meno della forza di gravità". Lo vogliamo dire meglio? Il trasferimento del moto nell'urto ha meno effetto del moto acquistato dalla ruota grazie al peso dell'acqua sulle pale. L'acqua nel cadere ha acquistato qualcosa, può far girare la ruota; guardiamo il disegno del dispositivo di Smeaton, nella dispensa: con una pompa l'acqua viene fatta salire e poi cadere sulla ruota che, messa in rotazione e collegata a un sistema di carrucole, solleva un peso. Conosce quanta acqua scende e da quale altezza. E misura a che altezza riuscirà far salire il peso.



Modello di Smeaton per misurare la potenza delle ruote idrauliche azionate di sotto.

Fa… lavoro, dicono. Quindi, sollecito una conclusione, l'acqua, cadendo, acquista… Giulia A dice "lo stesso lavoro", anche altri dicono lavoro; io suggerisco che acquista la possibilità, la capacità .. di fare lavoro, concludono alcuni. Riassumo: l'acqua ha acquistato la capacità di fare lavoro; Smeaton misura quanto lavoro viene fatto. Rileggiamo l'affermazione di Smeaton: l'efficienza è doppia, perché i corpi non elastici comunicano solo una parte della propria potenza. Cosa succede di sicuro nell'urto tra l'acqua e la pala? Si perde, dice Leonardo; cosa si perde? chiedo; tutti, forza viva. Pensate ai pendoli, dopo tanti urti che succede? Si perde tutto. Discutono tra loro, chiedono conferma l'uno all'altro di ciò che hanno capito.
Mattia prima ha parlato di contatto, ma se la velocità è uguale non c'è urto, e così è nella ruota per di sopra, la perdita è minore.[…]

Sono stati assegnati per casa alcuni quesiti per consolidare le conclusioni ottenute (e anche per preparare futuri sviluppi)

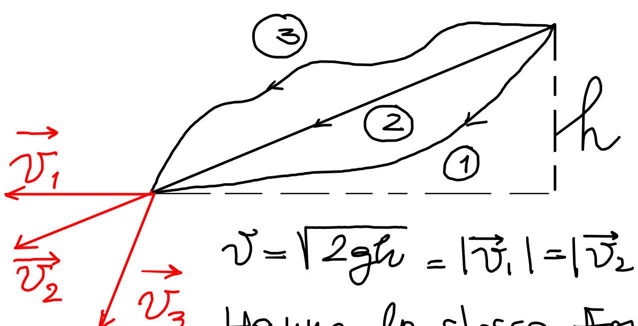
Rispondi ai seguenti quesiti (relativi al dispositivo costruito da Smeaton):

1. *Perché possiamo affermare che il dispositivo nel suo complesso compie lavoro?*
2. *Come possiamo calcolare il lavoro che compie?*
3. *Perché possiamo affermare che l'acqua alla fine della discesa, avendo acquistato velocità, ha acquistato la capacità di compiere lavoro?*
4. *Se la massa d'acqua è M e la velocità acquistata cadendo da un'altezza h è V, scrivi , in funzione di h, l'espressione della quantità di moto acquistata dall'acqua alla fine della caduta e l'espressione della forza viva acquistata dall'acqua alla fine della caduta.*
5. *Nel testo di Smeaton, l'autore fornisce una spiegazione del perché le ruote da sotto sono meno efficaci; con quali parole lo spiega?*

VETTORI?

In occasione di questa discussione sulle ruote idrauliche, è emerso un dubbio sulla natura non vettoriale della forza viva:

Gemma mi chiede "ma perché la forza viva non è una grandezza vettoriale?" Non mi sorprende, è un dubbio, comune, a volte non esplicitato. Osservo che è una questione importante, e scrivo la domanda alla lavagna. Anna e altri dicono che c'è la velocità al quadrato; sicuramente pensano che, come il quadrato di un numero è sempre positivo, il quadrato della velocità faccia perdere informazioni sul vettore. Ma non è abbastanza. Faccio un disegno: tre discese diverse, la velocità finale è la stessa in modulo (Galileo), la forza viva è la stessa; gli oggetti hanno tuttavia velocità diverse vettorialmente, hanno diverse quantità di moto.

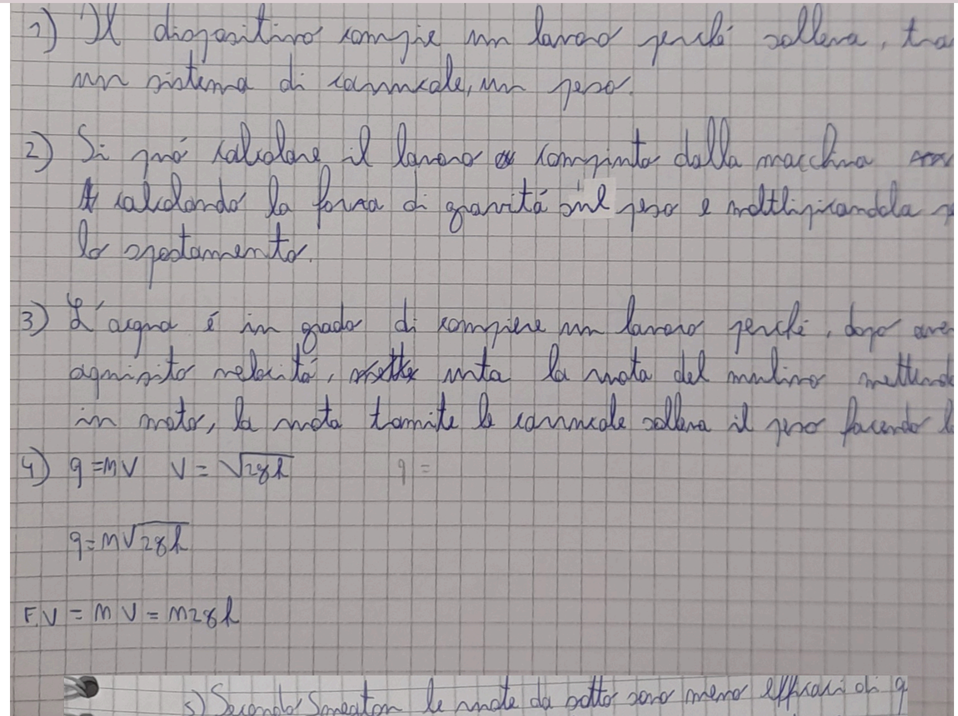


$$v = \sqrt{2gh} = |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = |\vec{v}_3|$$

Hanno la stessa Forza viva
Non hanno la stessa QdM

$$\vec{q} = m\vec{v}$$

A casa, sulle ruote idrauliche



1) Il dispositivo compie un lavoro perché solleva, tra[mite]
un sistema di carrucole, un peso.

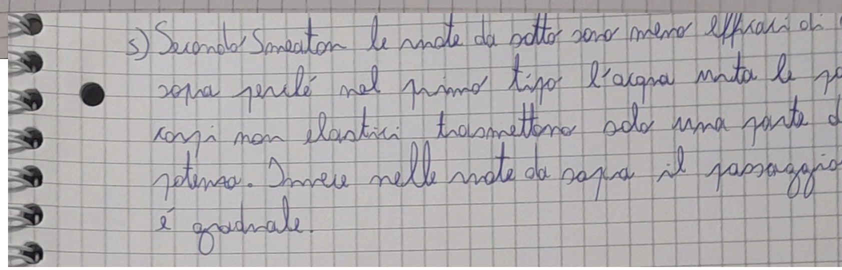
2) Si può calcolare il lavoro ~~ce~~ compiuto dalla macchina ~~sor~~
~~A~~ calcolando la forza di gravità sul peso e moltiplicandola p[er]
lo spostamento.

3) L'acqua è in grado di compiere un lavoro perché, dopo aver
acquisito velocità, ~~mette~~ mette la ruota del mulino mettendo[la]
in moto, la ruota tramite le carrucole solleva il peso facendo l[o]

4) $q = mv \quad v = \sqrt{2gh} \qquad q =$

$q = m\sqrt{2gh}$

$F.V = mv = m2gh$



5) Secondo Smeaton le ruote da sotto sono meno efficaci di q[uelle da]
sopra perché nel primo tipo l'acqua urta le pa[le]
corpi non elastici trasmettono solo una parte de[lla]
potenza. Invece nelle ruote da sopra il passaggio
è graduale.

L'argomentazione non è stata del tutto convincente; quando si introdurrà la relazione con il lavoro sarà più evidente che non c'è necessità di vedere la forza viva come vettore.

Potenza: dal significato di senso comune alla definizione

Nell'analisi delle ruote idrauliche, come in quella di altri dispositivi in precedenza, è stata spesso utilizzata la parola *potenza*, con il significato del linguaggio comune. Aver definito il lavoro ci mette ora nella condizione di poter definire con precisione che cosa s'intende per *potenza* in fisica

C'è un'altra grandezza che non abbiamo ancora introdotto e che voglio ora definire: cosa rende una macchina migliore di un'altra? Non è solo questione di quanto lavoro fa, c'è un'altra grandezza in gioco… Firas dice "il tempo"; spiega meglio. "Se fai più veloce è meglio". Faccio io un esempio: ogni automobile può arrivare al Rifugio Gualdo, ma ci possiamo mettere tempi ben diversi. Cosa rende diversi due motori? Qualcuno dice "i cavalli", qualcuno "la potenza", ne parlano tra loro.
Osservo che la parola potenza la stiamo usando senza una definizione precisa, con il significato del linguaggio comune. Vogliamo definirla con precisione. Cerchiamo di arrivare insieme alla definizione che ci serve: confrontiamo una macchina che fa una certa quantità di lavoro L in un tempo Δt_1 e una macchina che fa la stessa quantità di lavoro in un tempo Δt_2 minore, che potrò affermare? Giulia F. dice che la seconda è più potente, altri hanno detto che è più efficiente. Quale sarà il termine giusto? Mi pare Gemma insista su efficienza. Mi devo quindi soffermare sul significato di efficiente; faccio l'esempio del carburante per un'auto, è ciò che spendo perché la macchina faccia un certo lavoro. Ma il tempo non c'entra. La grandezza che andremo a definire ha a che fare con il lavoro fatto e il tempo impiegato a farlo. Cosa proponete? Rispondono in tanti (non so chi e non so quanti) $\dfrac{L}{\Delta t}$.

Invece, l'efficienza ha a che fare con "quanti chilometri posso fare con un litro di carburante?" O con "quanti litri ci vogliono per fare 100 km?", esempi ben noti agli studenti.
La potenza delle auto, invece, da cosa è data? Molti dicono "i cavalli", altri "la cilindrata". Spiego l'origine di "cavalli": le macchine sostituivano il lavoro fatto dai cavalli. Fatemi un esempio di un motore con molti cavalli, dicono 200. Vuol dire che quel motore può fare in 1 secondo il lavoro che possono fare 200 cavalli in 1 secondo. Stefano dice che esiste una Bugatti da 1000 cavalli. Per la cilindrata non è immediato il legame tra volume interno dei cilindri e potenza, faccio l'esempio del motorino.

Ma l'unità di misura della potenza che andiamo a introdurre non sono né cavalli né cm^3, ma WATT, il cognome di uno scienziato, James Watt, vissuto nel XVIII secolo, costruttore di macchine che studierete il prossimo anno. Cosa vuol dire che la potenza è 1 W? Christian? Ok, lo dice un po' sbrigativamente, un Joule al secondo.

L e $\Delta t \rightarrow$ POTENZA

$$P \stackrel{def}{=} \frac{L}{\Delta t} \rightarrow \frac{J}{S} = \text{Watt} \quad (KW, MW)$$

Watt ↓ Scienziato

Leibniz: *qual è la misura della forza di un corpo in moto?* (Slides 55-58)

La riflessione sulle ruote idrauliche e sulla diversa efficienza tra quelle per di sopra e quelle per di sotto ha preparato alla "scoperta" del legame tra lavoro e forza viva. La dispensa redatta per gli studenti è una rielaborazione dal testo di Bevilacqua [1]; crediamo opportuno riportarla integralmente:

Sappiamo che la "forza" del vento, la "forza" dell'acqua possono essere utilizzate per far girare ruote e, in ultima analisi, per compiere lavoro; a volte abbiamo usato la parola potenza al posto di forza. Inoltre, abbiamo capito che l'idea di conservazione applicata al moto, oltreché alla materia, portava anche a pensare che questa "forza" presente nell'universo si conservasse. **Ma non sappiamo qual è la misura di questa "forza", quale grandezza fisica la esprime.** (Attenzione! Qui per *forza* non s'intende il concetto newtoniano di *azione esterna esercitata su un corpo*, non la forza dei principi della dinamica)

Potrebbe essere una delle grandezze conosciute, si potrebbe fare un sondaggio … Abbiamo capito che i candidati sono forza viva e quantità di moto. Christian, perché? Risponde perché tutti e due contengono massa e velocità. Io aggiungo che non conosciamo altre grandezze con questi requisiti. Sarà la quantità di moto o la forza viva a esprimere la capacità di compiere lavoro? Chi vota per la forza viva? Tutti, tranne Federico! Cosa vi ha portato a questo? La ruota, dice Giulia F., perché abbiamo capito che il motivo per cui quella per di sopra funziona meglio è che non si perde qualcosa nell'urto, come accade in quella per di sotto. E sappiamo che nell'urto di perde forza viva, non quantità di moto. Andiamo a leggere la dimostrazione di Leibniz:

In un famoso articolo del 1686 G. Leibniz (1646-1716) si contrappone a Cartesio e dà vita ad una lunga polemica, che è stata oggetto di approfondite analisi da parte degli storici della Scienza. Il titolo del lavoro di Leibniz è molto esplicito: *Breve dimostrazione di un errore memorabile di Descartes e di altri concernente la legge naturale secondo la quale essi affermano che la stessa quantità di moto è sempre conservata da Dio, una legge che essi usano in maniera erronea nei problemi meccanici.*

Leibniz accetta, come Cartesio, che esista in natura un principio generale di conservazione (pur non basando questa convinzione sul riferimento a Dio): si conserva nel mondo la "potenza motrice" totale. Infatti, nessuna "forza" motrice può essere persa da un corpo senza essere trasferita ad un altro, né può essere aumentata "perché non esiste il *perpetuum mobile*" e nessuna macchina è capace di mantenere la sua "forza" senza un impulso addizionale esterno.

Attenzione: non è cambiando nome che otteniamo una definizione; all'epoca di Leibniz si parlava di potenza motrice, virtù motrice, forza motrice… Ma si tratta di una grandezza che non è ancora ben definita, una grandezza che si ottiene dalla somma di tutte le "forze motrici" nell'universo, una grandezza che si trasferisce da un corpo a un altro e complessivamente si conserva.

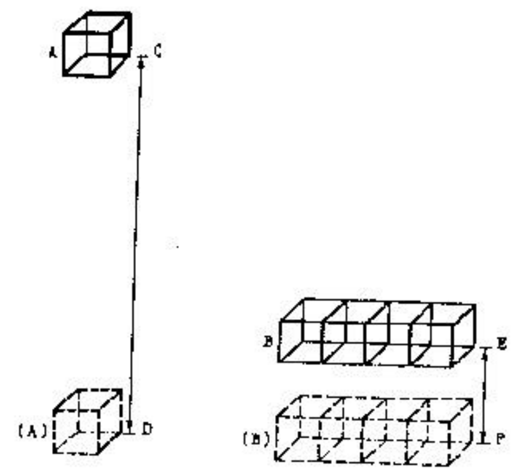
Ma cos'è questa "potenza" motrice? Come è definita? Come si misura? Corrisponde a qualcuna delle grandezze che conosciamo? Vediamo come si sviluppa l'argomentazione di Leibniz.

Secondo Cartesio tale grandezza è la quantità di moto; secondo Leibniz, pur convinto che la quantità di moto si conservi, ***non è la quantità di moto a misurare la virtù motrice, la "forza" motrice.***

Vediamo come si sviluppa l'argomentazione di Leibniz e a quale conclusione arriva.

Leibniz: *qual è la misura della forza di un corpo in moto?* (II)

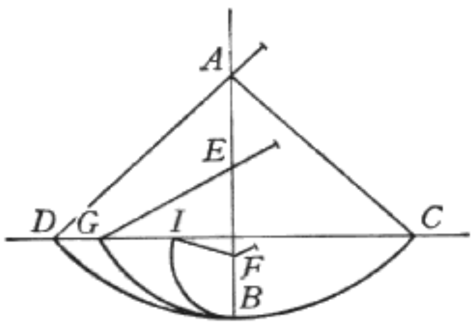
Egli è convinto che la misura della “forza” di un corpo sia data dall’altezza a cui può innalzare un dato corpo**.** In altre parole, **due corpi che hanno la stessa “forza” motrice sono in grado di compiere lo stesso lavoro (I)**



Questa assunzione non è un’idea nuova per gli studenti grazie all’analisi delle ruote idrauliche, si tratta solo di un’esplicitazione di qualcosa di già acquisito.
Il passaggio successivo del ragionamento di Leibniz non ha creato alcuna difficoltà:

Procede, poi, osservando che **la “forza” che può innalzare** ***quattro libbre all’altezza di un piede*** **è la stessa che può innalzare una libbra di quattro piedi (II).** Infatti se si dividono le quattro libbre in quattro unità da una libbra sollevarle una dopo l’altra all’altezza di un piede sarebbe come sollevarne una di un piede per volta quattro volte consecutive (quindi quattro piedi).
In altre parole, è necessario lo stesso lavoro per sollevare la massa *4m* all'altezza *h* di quello necessario a sollevare la massa *m* all'altezza *4h; i*nfatti:

$$(4mg) \cdot h = (mg) \cdot 4h$$



A questo punto troviamo un’affermazione ben conosciuta se espressa tramite la velocità (ricordiamo che si era già incontrata l’anno precedente nel percorso sul moto e in questo percorso nello studio dei pendoli):

Leibniz, poi, assume esplicitamente che **"un corpo che cade da una certa altezza acquista una “forza” motrice tale da permettergli di risalire alla stessa altezza" (III)** (trascurando gli attriti). A questo proposito cita esplicitamente gli esperimenti con i pendoli di Galileo (*dalla Giornata Terza dei DISCORSI di Galileo, pendolo interrotto*).

Si arriva adesso al passaggio più difficile del ragionamento, dove la difficoltà non sta tanto in un'idea nuova quanto nel tenere presenti tutte le premesse e cavarne una conclusione; si è continuata la lettura della dispensa:

Dunque, dalle assunzioni precedenti (le proposizioni in grassetto), segue che quando i due corpi, *4m* e *m* cadono dalle rispettive altezze *h* e *4h* essi **posseggono la stessa"forza" motrice (IV)**: pensiamo ad esempio di far cadere una sferetta di acciaio di massa *4m* da un'altezza *h;* se potesse trasferire tutta la forza viva acquistata a una sferetta di massa *m* ferma, questa salirebbe all'altezza *4h.*

Si è voluto sottolineare che il trasferimento, nell'esempio presentato, non potrebbe avvenire tramite un urto perché, e gli studenti lo hanno richiamato facilmente, solo se le masse sono uguali la sferetta in moto si ferma e l'altra acquista tutta la tutta la forza viva di quella in moto.
Da qui in poi il ragionamento è più facile e si arriva facilmente alla conclusione

Dobbiamo allora trovare quale grandezza è uguale nei due casi, alla fine della caduta dell'oggetto di massa 4m da h e di quello di massa m da 4h. Lo fate voi, avete alcuni minuti (ed è un calcolo già assegnato per casa). Scrivo il quesito nella lavagna, faccio i disegni dei due segmenti... Preparo proprio tutto, gli resta solo da fare il calcolo. E' facilissimo... Giulio dice "la forza viva; ho provato con la quantità di moto e non è la stessa, quindi è la forza viva". Verifichiamo insieme; Firas, concludi te, lo aiuto appena, ci siamo.
Quindi la forza viva è la grandezza che dice quanto lavoro quell'oggetto può fare

q. di moto o forza viva?

4m da h   m da 4h

$v_i = 0$

$4h$

$v_i = 0$

h

$$q_{4m,h} = 4m \cdot \sqrt{2gh} \neq q_{m,4h} = m \cdot \sqrt{2g \cdot 4h}$$

FORZA VIVA :

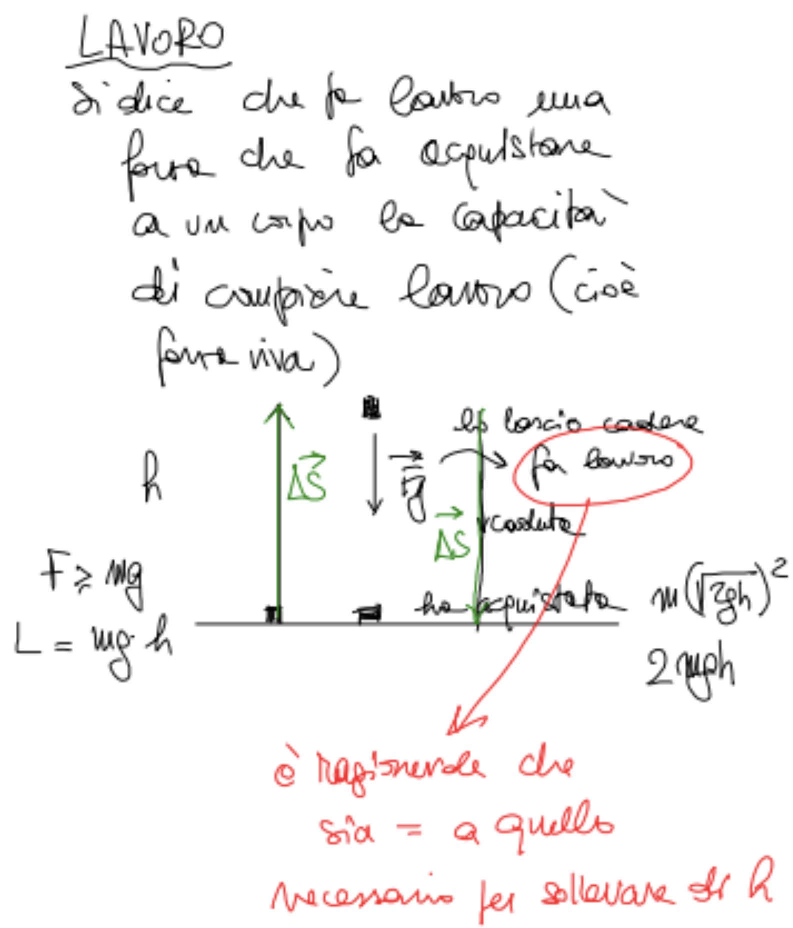
$$4 \cdot m \cdot 2gh = m \cdot 2g \cdot 4h$$

=> la misura della "forza" di un corpo in moto, cioè della sua capacità di compiere lavoro, è la forza viva (mv^2)

Generalizzazione della definizione di lavoro (Slides 59-63)

Il legame tra lavoro e forza viva deve ancora essere precisato, e ciò ci aiuterà anche a generalizzare la definizione di lavoro (fino a questo punto è il prodotto tra forza che solleva un peso e altezza di sollevamento)

C'è un piccolo inghippo … Faccio una domanda: $4m \cdot 2gh = m \cdot 2g(4h)$ è il lavoro compiuto? Mi spiego, se voglio riportare su i due oggetti devo fare un certo lavoro, ma non è questa quantità. Il lavoro da fare è $4m \cdot gh = m \cdot g(4h)$. Pietro M. osserva che la forza viva acquistata è il doppio del lavoro. Stefano dice che c'è di mezzo un fattore 2. Vediamo.
Torniamo sulla definizione di lavoro, diciamo che una forza fa lavoro quando … in molti rispondono "solleva un oggetto"; ma Tommaso ha detto "quando c'è spostamento". Più precisamente? Quando la forza sposta qualcosa… Ma se lo sposta in orizzontale fa lavoro? Dichiaro che vogliamo estendere la definizione di lavoro. La forza di gravità che agisce sull'acqua di un fiume e la fa diventare sempre più veloce, la potremmo considerare una forza che fa lavoro perché fa acquistare all'acqua … ? dicono velocità, forza viva e quindi? Cosa abbiamo concluso (e avete studiato a casa)? Claudio dice che fa acquistare la "possibilità di fare lavoro". Quindi, possiamo dire, in fisica si dice che **una forza fa lavoro, non solo quando solleva un corpo, ma anche quando fa acquistare a un corpo la capacità di compiere lavoro, cioè forza viva** (lo scrivo per esteso sulla lavagna).
Disegno alla lavagna: sollevo un corpo, faccio lavoro; lascio cadere, acquista forza viva grazie alla forza di gravità, dico che la forza di gravità fa lavoro.
E' ragionevole pensare che il lavoro fatto dalla forza di gravità sia uguale a quello necessario per riportare su l'oggetto; quanta forza viva acquista? Rispondono senza problemi, ovviamente, $m \cdot (\sqrt{2gh})^2$.
Li faccio riflettere di nuovo sul fatto che se la forza viva è la misura del lavoro che può fare ora l'oggetto c'è qualcosa da sistemare in quanto $mgh \neq m \cdot (\sqrt{2gh})^2$, c'è un 2 di troppo, come avevamo già detto.



Gemma mi dice che non ha capito. Ci ragioniamo daccapo! Si dice che una forza che fa acquistare forza viva, cioè capacità di compiere lavoro, fa essa stessa lavoro. Di nuovo ragionamento su mgh etc… "il lavoro fatto da Fg è ragionevole che sia uguale a quello che ci vuole per sollevare di h". Scrivo alla lavagna. Mormorio, ma sembra accettato, la perplessità su ciò che c'è da sistemare è superata. Tranquillizzo che riporterò tutto in una dispensa. Abbiamo detto che la forza viva è la misura della capacità di compiere lavoro ma ora facciamo un passo ulteriore …. Per identificare lavoro e forza viva dobbiamo modificare qualcosa nelle nostre definizioni.

Torniamo al momento in cui abbiamo definito la forza viva; cercate sul quaderno. Gemma si ricorda che era il 22 aprile. Apro la lavagna di quel giorno e riporto in quella di oggi la parte che ci interessa. Vi ricordate che ci siete arrivati voi? Ragionando sul centro di gravità che non può risalire etc.. vi siete messi lì e avete fatto i conti. Abbiamo definito forza viva il prodotto $m \cdot v^2$, abbiamo visto che la somma di queste quantità resta uguale prima e dopo l'urto, imponendo che non salisse il centro di gravità più dell'altezza da cui era disceso. Come risolviamo il fatto che la forza viva acquistata, che vogliamo essere uguale al lavoro che può fare l'oggetto che la possiede, non viene uguale al lavoro da fare per far risalire l'oggetto? Davanti alla formula con le semplificazioni, sul quaderno, Stefano, Luigi, altri hanno detto **"non si semplifica il 2, si semplifica solo g"**.

$$\frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{\cancel{2g}} = \frac{m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2}{\cancel{2g}}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 \longrightarrow \text{FORZA VIVA}$$

Potevamo semplificare solo g!

La conservazione c'è lo stesso

Altri sono perplessi, silenzio. Avete capito? No! Sento che parlano tra loro, se lo spiegano l'uno con l'altro. L'importante era l'uguaglianza; dai, Tommaso, prova a spiegarlo te; invece lo spiega Giulio: invece di semplificare $2g$ si poteva semplificare solo g. Faccio notare che g è una grandezza fisica, 2 è un fattore numerico. Modifico la vecchia formula; se avessimo fatto così che cosa avremmo chiamato forza viva? $\frac{1}{2}mv^2$, dice Gemma. Continua il confronto tra loro. Giulia F. è veramente perplessa. Qualcuno rinuncia mal volentieri a ciò che aveva imparato, è quasi un mese che ormai si lavora con la forza viva.

Vi ricordate che, per spiegare quello che succede negli urti, noi cercavamo, con Huygens, una nuova legge di conservazione? Una quantità che è uguale prima o dopo l'urto. Questo qualcosa che resta uguale prima e dopo l'urto, sarebbe rimasto conservato anche se fosse stato $3mv^2$ o $\frac{1}{3}mv^2$ o quello che volete. Cambieremo anche il nome; e qualcuno già dice la parola **energia**.

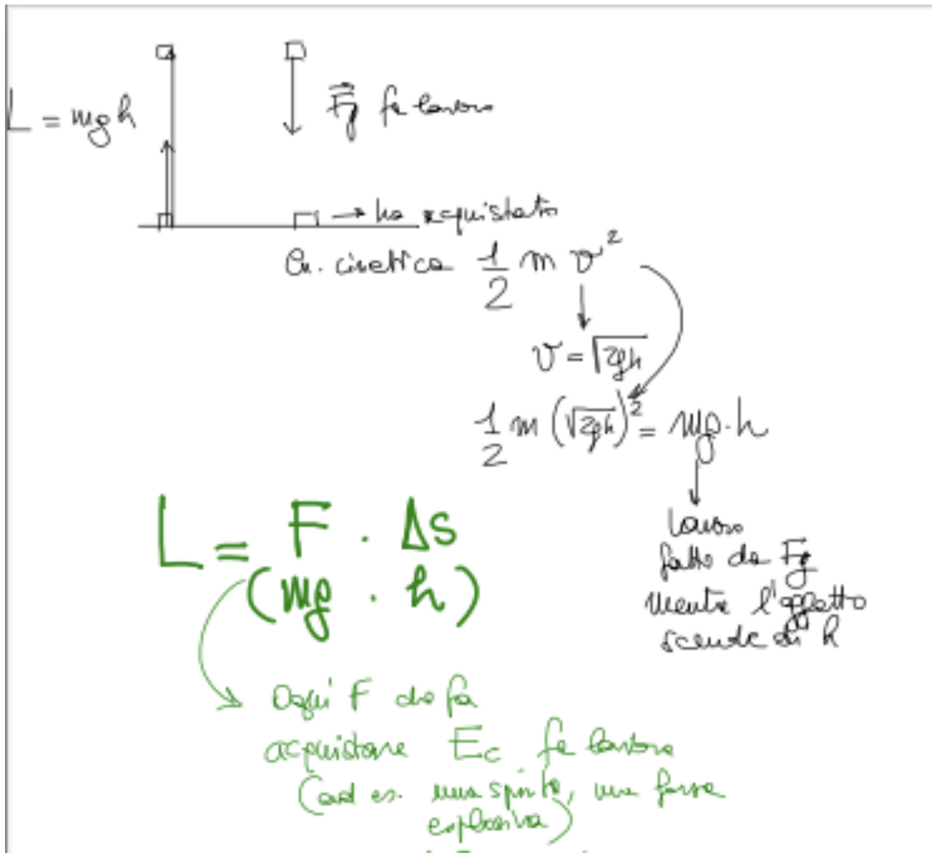
Il primo a usare il termine *energy* (dal greco ενεϱγεια, *energheia,* = forza, azione, attività, …) al posto di *FORZA*, fu il medico inglese Thomas Young, nelle *Lectures on Natural Philosophy* del 1807 (in un capitolo intitolato *Sull'urto*):

"Il vocabolo energia può essere applicato in modo molto appropriato al prodotto della massa o peso del corpo per il quadrato del numero che ne esprime la velocità"

In termini moderni, la forza viva viene chiamata ***energia cinetica.***

Sarà questo legame tra energia cinetica e lavoro a condurci ad ampliare la definizione di lavoro. Ci arriveremo analizzando diverse situazioni di forze che fanno acquistare energia cinetica o che non la fanno acquistare o che la fanno perdere, costruendo insieme una definizione matematica che funzioni in ogni situazione. Il disegno mostra una porzione della lavagna che schematizza il ragionamento iniziale

Rifaccio il solito disegno… anche Fg fa lavoro, l'oggetto ha acquistato energia cinetica $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\sqrt{2gh})^2$ a cosa è uguale? A mgh; e che cos'è? Il lavoro per farlo salire, ma anche, dice Luigi, per farlo scendere. Lavoro fatto da Fg mentre l'oggetto scende di h. Ci siamo?
Non è finita qui. Come si ridefinisce il lavoro ? Qualcuno dice $\frac{1}{2}mv^2$, non è sbagliato; qualcuno mgh. Se lo voglio esprimere mediante la forza? Dicono F x h, cioè Forza x Spostamento (Anna). Chiedo: solo la forza di gravità è in grado di far acquistare energia cinetica ? Cioè capacità di compiere lavoro? Giulio propone una "forza esplosiva"; certo, va bene. Altro esempio? Tommaso dice "una spinta" e io rilancio alla classe. Per esempio, sulla rotaia a cuscino d'aria spingo l'oggetto e questo acquista sempre più … energia cinetica, dicono. E se alla fine della rotaia ci fosse una rampa potrebbe farlo risalire. **Ogni forza che fa acquistare energia cinetica fa lavoro.**



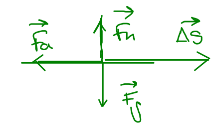
Ora fatemi un esempio di forze che non fanno mai lavoro (scrivo sulla lavagna). In diversi propongono la forza d'attrito. Perché l'attrito non farà mai lavoro? Perché rallenta, dice Leonardo. Quindi fa diminuire l'energia cinetica. Però, dico io… Pensiamo ad altre forze, Cosimo dice la forza normale, bravissimo. Che problema ha? Pensateci; ne parlottano tra loro. Immaginate la rotaia a cuscino d'aria, che forze agiscono? La forza normale e la forza di gravità. Possiamo dire che queste due forze fanno acquistare forza viva? No, perché il carrello si muove a velocità costante. Eppure ci sono, e l'oggetto si sposta. Cosimo, perché hai pensato alla forza normale? Risponde "perché fa stare in equilibrio, l'oggetto non si muoverà mai grazie alla forza normale, non fa aumentare la velocità". Giorgia si ricorda però del ruolo della forza normale nell'ascensore accelerato. Quindi non è la forza normale in sé che non fa lavoro; torniamo all'esempio della rotaia.

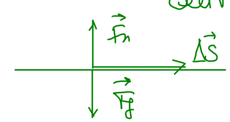
Disegno alla lavagna forze e spostamento per il caso della rotaia, confrontiamo con il caso del sollevamento o della caduta. Giorgia dice: ha direzione diversa. Aggiungiamo anche la forza d'attrito, la disegno. Avevate detto che non farà mai aumentare la forza viva. Faccio notare che neanche la forza di gravità qui fa aumentare la forza viva. La forza d'attrito la fa diminuire…Quale deve essere dunque la condizione perché una forza faccia lavoro? La forza e lo spostamento devono avere la stessa direzione e lo stesso verso, dice Tommaso. Lo scrivo alla lavagna.

E in questo caso? Disegno una forza che forma un angolo di 30-40° con lo spostamento… mormorio, sento che qualcuno dice, la scompongo. Gemma? Si scompone, ripete; e quindi? Una delle due componenti ha la la stessa direzione e lo stesso verso dello spostamento e quindi fa lavoro, risponde. La chiameremo $\vec{F}_{\parallel}$. Ripetiamo ancora, basta che ci sia una componente della forza lungo la direzione dello spostamento. Lo scriviamo alla lavagna.

Esempi di forze che non fanno lavoro:

- attrito: Fa diminuire E_c (K)
- $\vec{F}_n$, $\vec{F}_g$ su rotaia senza attrito, orizzontale



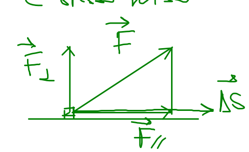


$\vec{F}_n \perp \vec{\Delta S}$

$\vec{F}_g \perp \vec{\Delta S}$

$\vec{F}$ e $\vec{\Delta S}$ devono avere stessa DIR e stesso verso

. . .



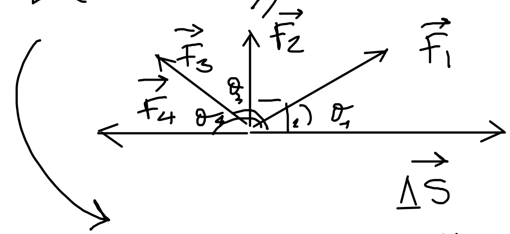
No, basta che $\vec{F}_{//}$ $\vec{\Delta S}$ sia $\neq 0$

$F_{attrito}$: fa lavoro negativo!

$\Delta E_c < 0$

E che dire della forza d'attrito? Rispondono che ha verso opposto allo spostamento, cosa fa rispetto alla forza viva? La fa diminuire, dice Gemma. Quindi potremmo dire che fa un lavoro …? Alcuni dicono negativo, altri opposto. Attenti, il lavoro non è un vettore, diciamo che fa lavoro negativo, perché la variazione dell'energia cinetica è negativa. Qualcuno dice che è un lavoro controproducente. Vero, ma lo chiameremo negativo. Giulia F. Chiede "ma allora lo fa lavoro?" Sì, lo fa, ma lo fa negativo. Riassumo quanto abbiamo allargato la nostra definizione di lavoro … una forza che solleva, una forza che fa acquistare capacità di compiere lavoro (lo dice bene Christian, rende possibile fare lavoro) … anche la forza d'attrito fa lavoro, purché consideriamo che in quel caso possa venire negativo.
Quale sarà allora formula che riassume tutto?

$L = |\vec{F}| \cdot |\vec{\Delta s}|$?



- Come va corretto precisato?
- a cosa è uguale $|\vec{F}_{\parallel}|$?

Siamo arrivati scrivere $L = F_{\parallel} \cdot |\overrightarrow{\Delta s}|$ oppure $L = F_x \cdot |\overrightarrow{\Delta x}|$ ove $F_{\parallel}$ e F_x indicano la componente cartesiana della forza..
Scrivere la definizione di lavoro valida per ogni situazione ha richiesto un po' di attenzione perché gli studenti non conoscono ancora le funzioni goniometriche, se non tramite le relazioni tra lati di un triangolo rettangolo, per cui il coseno di un angolo è definito solo per angoli compresi tra 0 e 90°.
Si è preferito utilizzare la componente cartesiana della forza, F_x, avendo preso l'asse x nella direzione e nel verso dello spostamento, anche continuando a indicarla come $F_{\parallel}$ (il che sposta solo di poco la difficoltà di non disporre della definizione generale di coseno di un angolo)

Consolidamento della definizione di lavoro

Si sottolinea il ribaltamento rispetto alla trattazione dei manuali dove il capitolo sulla conservazione dell'energia meccanica inizia con la definizione di lavoro, seguita dalle applicazioni ai vari casi. E l'energia cinetica è definita dallo sviluppo della definizione di lavoro tramite l'applicazione della seconda legge della dinamica

Stiamo moltiplicando due vettori ma non otteniamo un vettore, dice Anna; preciso che otteniamo uno scalare e si chiama "prodotto scalare" il risultato ottenuto con la procedura descritta. Altre volte abbiamo avuto a che fare con prodotti che coinvolgevano i vettori, quali vi ricordate? Ovviamente dicono $\overrightarrow{F} = m \cdot \overrightarrow{a}$. Altro esempio? Fanno fatica perché in realtà c'è una divisione, $\overrightarrow{a} = \dfrac{\Delta \overrightarrow{v}}{\Delta t}$. Quindi il prodotto o il quoziente di un vettore per uno scalare ci dà un vettore. Giulio fa una domanda: ma allora il lavoro non è vettoriale? No, il prodotto del modulo di un primo vettore per la componente del secondo lungo la direzione del primo non è un vettore. Ma dai commenti che sento capisco che non hanno le idee chiare, si confondono ad associare a un'entità, il vettore, più grandezze (modulo, componenti).

Si ricordi la perplessità di Gemma a capire che la forza viva non è una grandezza vettoriale; qui, trovato il legame tra lavoro e forza viva, definito il lavoro in modo più rigoroso e generale, si fa un passo avanti nel concepire tali grandezze come scalari. Sarà poi la consuetudine con queste grandezze, attraverso il loro utilizzo in moltissime situazioni a fissare in modo più sicuro quanto appreso.

Per casa si sono assegnati quesiti che servissero a rielaborare e consolidare le definizioni presentate

1. *Utilizzando la seconda legge della dinamica e le leggi del moto uniformemente accelerato, dimostrare che il lavoro compiuto, definito come* $|\overrightarrow{F}| \cdot |\overrightarrow{\Delta s}|$, *è effettivamente uguale alla variazione dell'energia cinetica* $\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$, *dove le velocità sono da intendersi all'inizio e alla fine dello spostamento* $\overrightarrow{\Delta s}$ *durante il quale è applicata la forza* $\overrightarrow{F}$ *(ragionate in generale, non pensando a una particolare situazione; limitatevi al caso di forza e spostamento sulla stessa direzione e nello stesso verso)*
2. *Per ciascuno dei casi seguenti stabilisci se il lavoro compiuto dalla forza agente è positivo, negativo o nullo (disegna in ciascun caso vettore forza e vettore spostamento)*
   - *I. Lavoro compiuto dalla forza di gravità su un oggetto che scende lungo un piano inclinato*
   - *II. Lavoro compiuto dalla forza di gravità su un oggetto che cade verticalmente*
   - *III. Lavoro compiuto dalla forza d'attrito su un oggetto che scende lungo un piano inclinato*
   - *IV. Lavoro compiuto dalla forza di gravità su un oggetto che sale lungo un piano inclinato*
   - *V. Lavoro compiuto dalla forza normale su un oggetto che scende lungo un piano inclinato*
   - *VI. Lavoro compiuto dalla forza della guida sulla sferetta (pensa alla guida interrotta)*
   - *VII. Lavoro compiuto dalla forza gravitazionale della Terra agente sulla Luna (approssimazione dell'orbita circolare)*
   - *VIII. Lavoro compiuto dalla forza gravitazionale del Sole su un pianeta (considera vari tratti dell'orbita ellittica)*
   - *IX. Lavoro compiuto dalla forza di gravità su un oggetto che sale verticalmente verso l'alto dopo un lancio*

Come sempre i compiti a casa vengono poi controllati insieme, in modo più approfondito laddove hanno creato più difficoltà

Dall'idea di conservazione alla definizione di energia potenziale (Slides 66-71)

In questa documentazione non si riporta tutta l'attività di esercitazione svolta sui temi trattati; sono stati assegnati diversi esercizi e problemi in cui si è utilizzata la relazione tra il lavoro e la variazione dell'energia cinetica, dando ampio spazio anche agli aspetti più "tecnici" che sono occasione di commettere errori (più di tutto nella scrittura del lavoro compiuto da una forza, nel saper tener conto nella formalizzazione di ciò che l'intuizione suggerisce sul segno del lavoro compiuto). La correzione ha cercato sempre di coinvolgere tutti gli studenti.
A questo punto siamo giunti all'ultima parte del percorso, quella in cui si arriva a formulare il principio di conservazione dell'energia meccanica. Si sono proposte alcune semplici situazioni in cui l'idea di conservazione sembra violata:

Vi ricordate il titolo del percorso che stiamo facendo? Principi di conservazione; ne abbiamo incontrati due: il principio di conservazione della quantità di moto, che vale per i sistemi isolati; abbiamo visto esempi di sistemi isolati e non etc. E poi la conservazione della forza viva, che ora chiamiamo energia cinetica, su cui abbiamo fatto dei distinguo: c'è conservazione solo negli urti elastici.
Dunque questa idea di conservazione incontra delle limitazioni … Tuttavia se questa idea di carattere metafisico, che viene dalla riflessione filosofica, ci sembra convincente, se è un'idea forte, che funziona (i fisici la usano con successo) dobbiamo riflettere su questa apparente perdita.
Vado ad aprire un'altra dispensa, nuova, l'ultima del percorso. Il titolo è "La 'forza' latente"

Commentiamo ancora una volta il termine "forza". F. Bevilacqua, nell'introduzione al testo del fisico e storico della scienza Arthur Erich Haas (1884 –1941) *Storia dello Sviluppo del Principio di Conservazione della Forza* del 1909, afferma che: *"Sia a Cartesio che a Leibniz mancava la distinzione tra il concetto di forza e quello di energia (problema ancora irrisolto nell'opera di Helmholtz del '47 e cui fa eco il titolo stesso del lavoro di Haas)"*. Si tratta di un elemento molto importante per la didattica; i docenti devono essere consapevoli di quanto sia stato complesso il cammino di costruzione di quei concetti e principi che allo specialista della disciplina appaiono semplici.

Leggiamo nella dispensa un testo molto importante che esprime il pensiero di Leibniz (citato per es. in Bevilacqua [1] e PPC [4]) sulla perdita di forza viva:

Riflettiamo sulla conservazione della forza viva, che noi ormai chiamiamo energia cinetica. Sappiamo che negli urti anelastici non è conservata; leggiamo cosa pensava Leibniz della perdita di forza viva (energia cinetica) in questo tipo di urti: ″si *obietta che quando due corpi soffici o non elastici si incontrano, perdono un po′ della loro forza…E′ vero, essi ne perdono un po′ rispetto al loro moto totale; ma questa frazione è ricevuta dalle loro parti, scosse dalla forza dell′urto. Questa perdita è pertanto solo apparente. Le forze non sono distrutte, ma disperse tra le parti piccole. I corpi non perdono le loro forze; ma questo caso è lo stesso che si ha quando gli uomini cambiano denaro in moneta spicciola″*

Legge Giulia A. … non correre così! Che vuol dire? Leibniz cerca di darsi una spiegazione su dove finisca questa forza viva perduta. Dove potrebbe andare a finire? Anna dice "negli atomi" (è così veloce che non faccio in tempo a dire "alzate la mano per rispondere"). Dunque le energie non sono distrutte. L'idea della moneta spicciola forse non è stata colta subito. Giorgia chiede cosa significa questa idea che la forza viva perduta sia in realtà acquisita dalle parti microscopiche. Ora non possiamo sviluppare questa idea, ve ne occuperete il prossimo anno.

Pur non potendo trattare la teoria cinetica della materia, si è voluto lo stesso leggere questo testo come esempio della fiducia nell'idea di conservazione.

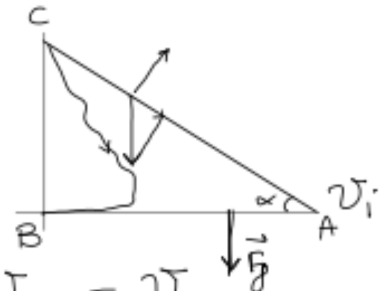
Si è poi passati a considerare un’altra situazione:

Lanciate un oggetto verso l’alto. Lanciano gli oggetti che hanno sotto mano, io una gomma. Riflettete.. Vi faccio questa domanda: si parlava di conservazione.. Ma mentre l’oggetto sale che gli succede? Rallenta, cioè perde? Velocità, energia cinetica. Arriva nel punto più alto e lì non ha affatto energia cinetica. Da lì ricade e ricompare l’energia cinetica. Qui, forse correndo un po’ troppo, dico subito: proprio per continuare a credere in un principio di conservazione i fisici hanno immaginato che questa energia non fosse perduta ma fosse nascosta, che questa energia l’oggetto ce l’abbia in un’altra forma, una forma nascosta; la chiamavano la forza latente. Noi la chiameremo in un altro modo, forse qualcuno lo sa già… In effetti sento che qualcuno dice la parola “potenziale”, quindi energia potenziale.

Notiamo che, ancora, la prima descrizione degli studenti, quella spontanea, è molto legata ai dati più familiari e consolidati: prima di tutto hanno detto che l’oggetto rallenta, poi, sollecitati, hanno detto che diminuisce la velocità. Solo dopo un’ulteriore sollecitazione sono arrivati all’energia cinetica. Solo la lunga consuetudine con un concetto lo renderà familiare al punto da evocarlo in una risposta immediata.

Prendiamo una situazione simile, dagli esercizi: un oggetto risale un piano inclinato, senza attrito. All'inizio l’oggetto ha energia cinetica, man mano che sale la perde, nel punto più alto non ha energia cinetica e scendendo la riacquista; e Giorgia dice che quella che riacquista è uguale a quella con cui era partito. Che idea possiamo applicare? Sento due ragazze che dicono “la conservazione”. Dove finisce l’energia cinetica perduta? A qualcuno viene in mente Leibniz. Eh no! E’ molto diverso dal caso a cui si riferiva Leibniz, secondo il quale l’energia perduta è assorbita dalle piccole parti di cui gli oggetti a contatto sono fatti. Nel caso dell’attrito le piccole parti di cui parla Leibniz non ci restituiscono ciò che si prendono, mentre l’energia cinetica perduta in salita la ritroviamo di nuovo tutta quando l’oggetto riscende. Cito un passaggio del libro di R. March [17]: “*La gravità sembra essere una forza <onesta>; il lavoro compiuto per sovrastare il suo effetto non produce immediato guadagno sotto forma di movimento, ma può essere recuperato in un secondo tempo. Non tutte le forze godono di questa piacevole proprietà; il lavoro compiuto trascinando un sasso su un terreno accidentato è perduto per sempre*”. Per questo possiamo introdurre l’energia potenziale; andiamo a definirla in maniera rigorosa.

Considerate questa situazione, un oggetto scende da C ad A lungo il piano inclinato oppure da C a B in verticale e poi si sposta in orizzontale fino ad A; disegno alla lavagna. Sappiamo che le velocità finali in B e in A sono le stesse. Calcoliamo $L_{C\rightarrow A\rightarrow B}$: riutilizziamo quanto abbiamo appena imparato risolvendo gli ultimi esercizi; ora consideriamo il lavoro sul tratto verticale, scrivo tutto alla lavagna… Arriviamo alla conclusione che $L_{C\rightarrow A\rightarrow B} = L_{C\rightarrow B}$; e si può dimostrare (disegno un altro percorso alla lavagna) che questo lavoro fatto dalla forza di gravità nello spostamento da C a B viene sempre lo stesso. Quindi come possiamo sintetizzare questa conclusione? Il lavoro compiuto dalla forza di gravità dipende… dall'altezza dice Giulia A., meglio? Dalla differenza di altezza, oppure? Non dipende dal percorso. E se considerassi $C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$, quanto sarebbe il lavoro? Stefano, Gabriele e altri dicono 0. Come fate a essere sicuri? Christian: si è detto che sono uguali, se torna indietro. Ok, oppure, più semplice? Elettra: è come se rimasse fermo, quindi L=0, perché lo spostamento è nullo. Quindi dire che il lavoro non dipende dal percorso oppure dire che il lavoro su un percorso chiuso è zero sono due affermazioni equivalenti.



$v_{CB} = v_{CA}$

Percorso 1 : $C \rightarrow A \rightarrow B$ $\quad L_{CAB} = mg \underbrace{\operatorname{sen}\alpha \cdot \overline{AC}}_{\overline{BC}} + 0$

" 2 : $C \rightarrow B$ $\quad L_g = mg \cdot \underbrace{\overline{CB}}_{|\Delta \vec{s}|}$

Il lavoro L_g dipende da Δh, ma non dipende dal percorso

[$C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ $\quad L = 0$]

Difficile per tutti questo passaggio concettuale sulla possibilità di definire un'energia potenziale. Successivamente (classe quarta) si mostrerà che il lavoro della forza gravitazionale, nella sua espressione generale $F_g = \frac{GM_1M_2}{d^2}$, non dipende dal percorso arrivando all'espressione $U_g = -\frac{GM_1M_2}{d}$. Ciò non cambierà la difficoltà, poiché si potrà solo affermare che è così, dato che il calcolo degli integrali è argomento del quinto anno

Vi ho mostrato questa proprietà della forza di gravità perché ci serve per la definizione di energia potenziale. Se la forza di gravità facesse un lavoro diverso sui due percorsi considerati, il corpo acquisterebbe una diversa energia cinetica e quindi non potrei dire che in C ha una certa energia potenziale; solo per questa proprietà della forza di gravità posso affermare che l'energia cinetica che ha acquistato è energia che l'oggetto possedeva in C. Silenzio. So che vi viene facile dire "perde energia potenziale e acquista energia cinetica" ma dovete capire che è possibile dirlo solo perché il lavoro, e quindi l'energia cinetica acquistata, non dipende dal percorso.

Dunque, associamo all'oggetto nel punto più alto, C, un'energia potenziale …con che criterio? Che espressione avrà? Anna dice in base alla sua altezza; senz'altro giusto, ma non basta. Vogliamo giustificare il fatto che in B compare energia cinetica, e ci sta guidando l'idea che l'energia si conservi. Quindi a cosa deve essere uguale l'energia potenziale in C? Rispondono che deve essere uguale a quella cinetica acquistata in B (ovvio, a questo punto). L'energia potenziale scendendo da C a B, per qualunque percorso aumenta o diminuisce? Diminuisce, rispondono; e di quanto diminuisce? Di quanto aumenta quella cinetica. (dicono" inversamente", solito errore, li riprendo).
Se vogliamo credere alla conservazione dell'energia, è necessario che ΔE_c sia uguale a cosa? Ci pensano, propongono che sia uguale all'energia potenziale; pensateci per benino… qualcuno dice che ci vorrà un segno meno. Alcuni ci arrivano, (Luca, Stefano) sarà uguale a $-\Delta U_g$. Qualcuno chiede di tornare indietro, al perché del segno meno, chiarimenti, si ripete il ragionamento fino a $\Delta E_c = -\Delta U_g$.

⇒ Associamo a C un'energia:
Se vogliamo credere
alla conservazione
dell'energia
è necessario che $\Delta E_C = -\Delta U$ energia potenziale

Se $\Delta E_c > 0$, $\Delta U < 0$
⇒ ci vuole segno −

L_g

La vera definizione, in verità, è un'altra, ci arriviamo da quest'ultima uguaglianza. A cosa è uguale ΔE_c? Al lavoro totale; ma se l'unica forza che fa lavoro è la forza di gravità, come è nei casi esaminati, avremo che il lavoro totale è L_g, e quindi $L_g = -\Delta U_g$. Assumiamo questa come definizione (infatti la considerazione sul lavoro totale ci fa capire che non sempre si avrà $\Delta U_g = -\Delta E_c$) . Borbottio…

Altro elemento di complessità, non si definisce una grandezza ma la sua variazione! $\Delta U_g = -L_g$

$$\boxed{\Delta U = -L_g}$$

Solo se $L_{tot} = L_g$

ΔE_c

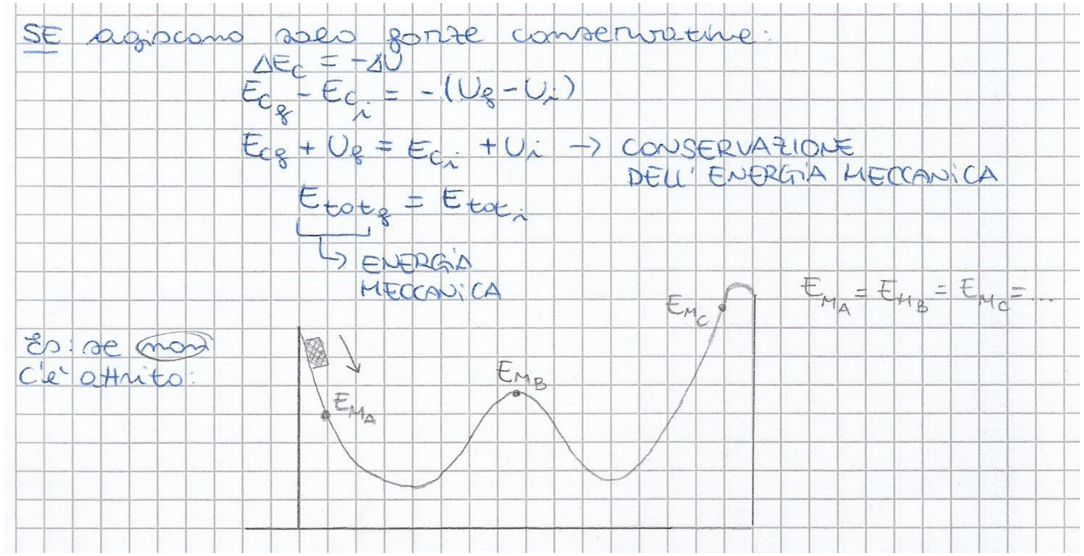
Per esempio se c'è attrito

$\Delta E_c \neq -\Delta U$

Mettiamola alla prova. Un oggetto cade, il lavoro compiuto dalla forza di gravità è positivo o negativo? Positivo, l'energia cinetica aumenta; la variazione di energia potenziale quindi è negativa, con il segno - le due grandezze risultano uguali. Oggetto lanciato vero l'alto? Il contrario, lo diciamo insieme. Mattia chiede conferma: ma questo vale solo se il lavoro totale è uguale al lavoro fatto dalla forza di gravità? Sì, bravo, complimenti! Gli dico; gli altri fanno un applauso, risate, campanella.

Energia meccanica e forze non conservative

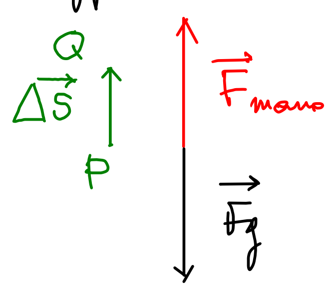
La conservazione dell'energia meccanica è stata espressa anche nella forma più esplicita che afferma che la somma dell'energia cinetica e quella potenziale è costante, concettualmente più facile per gli studenti. Si sono considerati alcuni esempi e risolti alcuni problemi (che non vengono qui riportati)



Importante anche la riflessione sulle forze *non* conservative:

Prendo un oggetto sulla cattedra e lo sollevo a velocità costante. Quali forze agiscono? Christian, forza di gravità e forza della mano. La forza della mano fa lavoro? Farebbe aumentare l'energia cinetica (e all'inizio lo fa), se non ci fosse Fg. Scriviamo alla lavagna quello che abbiamo detto. L_g negativo, L_{mano} positivo; $L_{tot} = \Delta E_c = 0$. Ora vi domando: l'energia dell'oggetto in P e quella in Q sono uguali?

Oggetto sollevato da P a Q, a $\vec{v}$ costante



$$|\vec{F}_{mano}| = |\vec{F}_g| = mg$$

$$L_g = -mg \cdot |\vec{\Delta S}| < 0$$

$$L_{mano} = mg \cdot |\vec{\Delta S}| > 0$$

$$L_{tot} = L_g + L_{mano} = 0,$$

infatti $\Delta E_c = 0$

Energia in P = Energia in Q ?

No, dicono Giulio e Stefano, ma altri sono incerti. Ripeto la domanda, altri dicono sì. Chiedo a Cosimo, no, quella potenziale sarà maggiore, è più in alto. Avete sentito? E capito? Sofia dice di sì, ma poi le chiedo di ripetere e ci mette un po', alla fine dice che è aumentata l'energia potenziale. Siamo qui a costruire i significati, se non capite me lo dovete dire. Giorgia è perplessa perché si sapeva che $\Delta E_c = -\Delta U$… Eh no, proprio qui è il problema! Questo non è vero in questo caso! Anna dice "perché non c'è solo la gravità a fare lavoro". Vi ricordate la risposta alla domanda di Mattia? Sì, ripeto $-\Delta U = \Delta E_c$ è vero solo se l'unica forza che fa lavoro è la gravità. Ma qui anche la forza della mano fa lavoro. Concludiamo che è una forza…. non conservativa, perché? Che succede qui all'energia? Pietro M. dice che aumenta. Lo ripeto, l'energia meccanica totale aumenta! L'esempio della forza d'attrito è il primo che ci viene in mente quando parliamo di forze non conservative, l'attrito fa diminuire l'energia meccanica; ma questa forza applicata su questo oggetto nel modo che abbiamo osservato e descritto fa aumentare la sua energia meccanica; infatti se io poi lo lascio andare torna nel punto P con un'energia cinetica che all'inizio non aveva. Dunque anche le forze che fanno aumentare l'energia meccanica sono non conservative.

Considerazioni conclusive

A conclusione del percorso, sarebbe stato interessante tornare sull'impossibilità del motore perpetuo esprimendola tramite il principio di conservazione dell'energia meccanica (così come poter mostrare altri esempi dell'efficacia dei principi di conservazione trattati nell'analisi di questioni celebri di storia della fisica, ad esempio la scoperta del neutrone). Purtroppo, la collocazione del percorso al termine dell'anno scolastico, inevitabile per diversi motivi, ha fatto sì che ciò non sia stato possibile per mancanza di tempo.

D'altra parte, si presenteranno nello studio successivo della disciplina svariate occasioni per utilizzare i principi studiati.

Verifiche degli apprendimenti (I)

Sono state svolte 2 verifiche scritte durante il percorso, le ultime dell'anno scolastico.

Si sono svolti colloqui orali solo per alcuni studenti, quelli che avevano avuto risultati negativi nelle prove scritte; pur riconoscendo il valore del colloquio individuale, non si è potuto dedicare tempo a questa modalità di valutazione, dato che la metodologia utilizzata espande molto i tempi. Comunque, come questa documentazione ha cercato si descrivere, l'interazione con gli studenti è stata continua, ricca e vivace; la documentazione del percorso ha favorito la possibilità di far corrispondere una valutazione agli interventi degli studenti, pur restando problematico stabilire dei criteri di valutazione per questi interventi brevi.

La valutazione finale è scaturita anche dall'impegno, la correttezza e la puntualità dei lavori assegnati per casa su Classroom (anche se non è stato possibile, per la docente, controllarli tutti ogni volta, per motivi di tempo).

Verifiche degli apprendimenti (II)

La griglia di valutazione delle prove scritte attribuiva punteggi alle risposte sulla base di tre indicatori:

- **Conoscere e comprendere definizioni, leggi, quadri teorici, nonché sviluppi, sia speculativi che sperimentali, che hanno condotto a tali conoscenze**

- **Utilizzare concetti e leggi note nell'analisi e modellizzazione di una situazione fisica proposta e nell'impostazione di procedimenti risolutivi**

- **Sviluppare procedimenti risolutivi**

Per ogni prova il peso dei tre indicatori è stato diverso (53% - 22% -25% nella prova di aprile e 35% - 41% - 24% in quella di maggio)

Nei quesiti proposti si è richiesto di ricostruire cosa ci ha condotto alla definizione di un concetto, su cosa si basa la fiducia in una legge. Dunque, non solo *sapere che…* ma anche *come facciamo a sapere che* …. Alcuni esempi di quesiti:

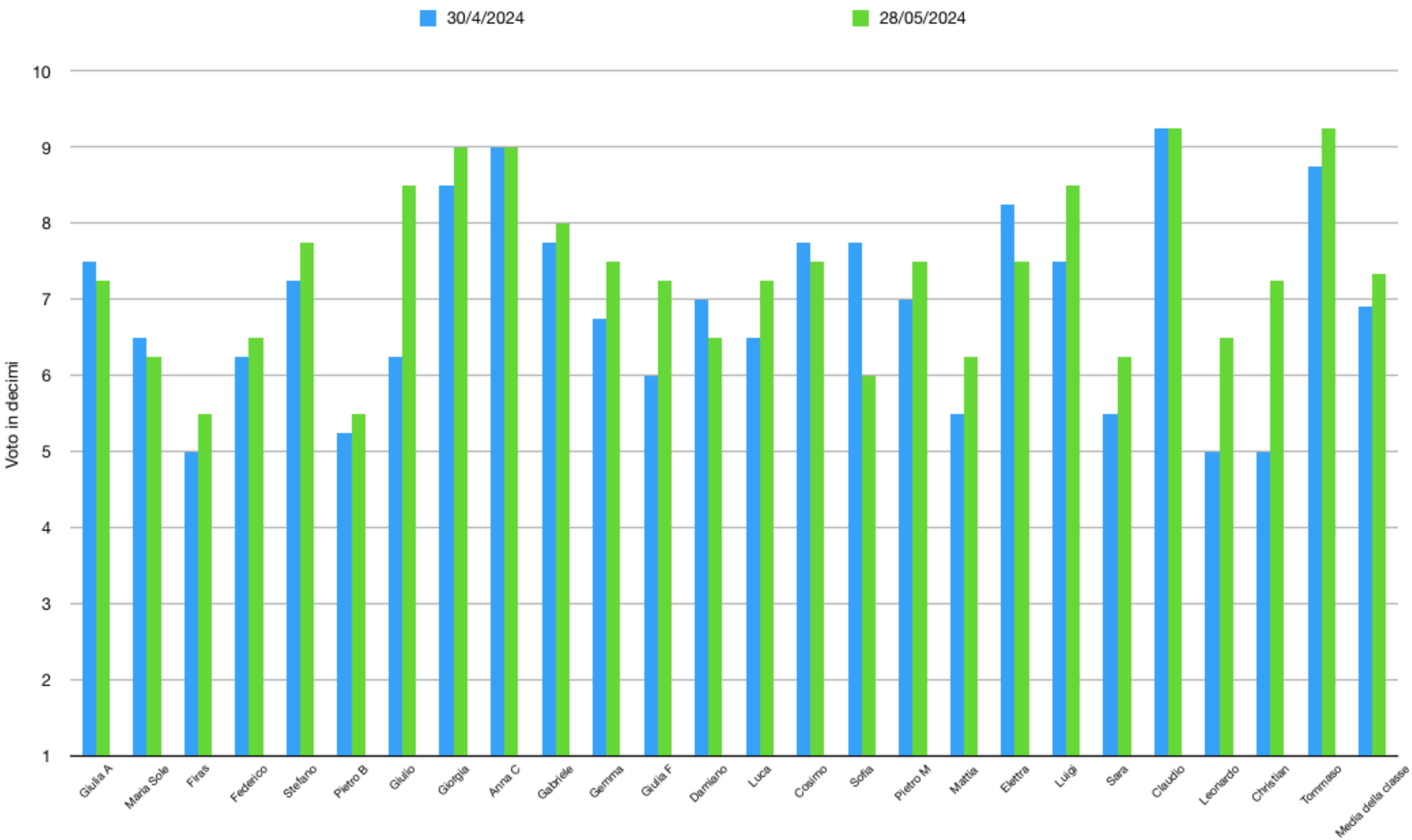
- Illustra le prove che abbiamo svolto con i pendoli e gli esiti osservati con e senza plastilina tra le sferette. Spiega quale fatto osservato ci ha condotto a definire la quantità di moto come grandezza vettoriale.

- Dopo avere esposto il principio stabilito da Huygens riguardo all'altezza del centro di gravità di un sistema di masse, mostra come tale principio abbia condotto a individuare la nuova grandezza fisica detta forza viva. (Non solo formule! Spiega). Classifica poi gli urti in base alla conservazione o meno della forza viva.

- Spiega come il principio esposto da Huygens sul centro di gravità può essere usato per negare la possibilità di far funzionare un mulino ad acqua morta

Ogni prova viene restituita con le correzioni ma senza alcuna valutazione; dopo che lo studente ha preso visione delle correzioni, dei commenti etc si invitano gli studenti di autovalutarsi e, infine, si fornisce a ciascuno la griglia di valutazione con i punteggi e il corrispondente voto in decimi.

Risultati ottenuti (valutazione in decimi nelle 2 prove scritte)



RISULTATI OTTENUTI, analisi critica in relazione agli apprendimenti degli alunni

I risultati sono decisamente buoni, come si evince dal grafico riportato. Il tema dei principi di conservazione sarà nuovamente affrontato in tutto il curricolo di fisica, offrendo ulteriori occasioni di consolidamento.

Nelle prove non è stato richiesto solo di ripetere qualcosa che si è memorizzato (che sia un contenuto o un procedimento), di usare una formula cui si è addestrati, ma piuttosto di mostrare comprensione piena della situazione fisica proposta e capacità di analizzarla utilizzando gli strumenti concettuali introdotti. E' inoltre sempre richiesta l'argomentazione delle risposte e dei risultati.

Nella classe sono presenti tre studenti BES: uno con DSA che ha ottenuto risultati buoni e seguito sempre con interesse e impegno; gli altri due erano studenti con gravi problemi di salute che in un caso hanno pesantemente condizionato gli esiti finali (non presente nel grafico precedente perché non ha svolto le prove).

I risultati ottenuti nelle prove scolastiche sono molto condizionati da una molteplicità di fattori quali l'accuratezza nella preparazione (molti studenti sono sicuri di essere preparati, di aver capito, e non dedicano tempo al consolidamento), la capacità di lavorare serenamente in modo autonomo durante la prova, la motivazione nei confronti dell'esito scolastico, per accennare solo ai fattori più importanti.

Valutazione dell'efficacia del percorso in relazione alle aspettative e motivazioni del gruppo LSS

- Il percorso qui presentato, come emerge dalla documentazione, è stato progettato e realizzato avendo ben presenti i criteri LSS, declinati per l'insegnamento della Fisica in una classe terza di liceo scientifico.
- Il tema dei principi di conservazione è fondante nell'insegnamento della fisica nella scuola secondaria di II grado e necessita senz'altro di essere trattato con la massima cura agli aspetti concettuali, perseguendo sempre la costruzione di significato piuttosto che la trasmissione di contenuti e di verità precostituite e cercando di non ridurre tutta la trattazione a puro formalismo matematico
- Ai nuovi concetti e alle nuove leggi si è giunti attraverso una reinterpretazione dell'approccio fenomenologico-induttivo ai contenuti disciplinari: non sono i fenomeni osservati a suggerire immediatamente concetti e leggi, ma una riflessione profonda e articolata su fatti di per sé semplici, ben noti (un oggetto lanciato verso l'alto, l'oscillazione di un pendolo, un oggetto che si ferma a causa dell'attrito, un urto …)
- L'articolazione dei contenuti scelta è nuova per il gruppo LSS e solo alcuni docenti l'hanno, almeno in parte, sperimentata. La scelta metodologica che pone attenzione alla costruzione di significati da parte del singolo studente, è invece praticata dagli altri docenti del gruppo LSS