REGIONE TOSCANA

Algebriamo?

Scuola Secondaria di I Grado

Area disciplinare: matematica

I.C. Cassola

Docenti coinvolti: Prof.ssa Daniela GASPERINI

Realizzato con il contributo della Regione Toscana
nell'ambito del progetto
Rete Scuole LSS a.s. 2023/2024

"Nella vita reale, vi assicuro,
non c'è nulla che si chiami ***algebra****"*.

Fran Lebowiz

ALGEBRIAMO?

Prof.ssa Daniela Gasperini

classe II

Scuola Secondaria di I grado

I.C. Cassola – Cecina

Lo sviluppo del pensiero algebrico: l'introduzione dell'uso delle lettera come incognita attraverso un linguaggio simbolico.

COLLOCAZIONE DEL PERCORSO NEL CURRICOLO VERTICALE

Destinatari: Scuola Secondaria di I grado, Classe Seconda, II quadrimestre

Asse di Riferimento: Matematico (Relazioni e funzioni)

Prerequisiti	· Conoscere il concetto di potenza con esponente intero positivo, sia con basi numeriche che con basi letterali · Calcolare espressioni con le potenze · Operare con le frazioni · Confrontare numeri interi, conoscere il concetto di opposto di un numero · Capacità di operare coi numeri relativi
Obiettivi di apprendimento generali al termine della classe terza della scuola secondaria di primo grado:	· Interpretare, costruire e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà · Esplorare e risolvere problemi utilizzando equazioni di primo grado
Obiettivi di apprendimento specifici:	· Saper associare un monomio positivo di primo, secondo e terzo grado a un modello geometrico · Conoscere la definizione di monomio, di monomio simile e di polinomio · Semplificare addizioni e sottrazioni con polinomi · Applicare i principi di equivalenza per risolvere equazioni di primo grado in una incognita

COLLOCAZIONE DEL PERCORSO NEL CURRICOLO VERTICALE

Obiettivi minimi:	· Saper distinguere monomi da polinomi · Riconoscere monomi simili · Svolgere semplici operazioni con i monomi · Saper riconoscere una relazione di uguaglianza esistente tra due quantità
Metodologie:	· Brainstorming · Cooperative learning · Lezione dialogata · Problem solving · Learning by doing · Didattica digitale
Valutazioni:	· Strutturate (prerequisiti) · Semistrutturate (formative e sommativa) · Verifica delle competenze su griglia di valutazione su quattro livelli in chiave europea · Test autovalutativo metacognitivo · Osservazioni sistematiche · Diario di bordo
Normativa di riferimento:	· DPR n° 275/1999 (L. 59/1997) · D.Lgs. n° 254/2012 (Ind. Naz. 2012) · Consiglio Unione Europea 22/05/2018 · Legge n° 170/210 · Nota MIUR n° 562/2019 · DPR n° 122/2009 · D.Lgs. 62/2017

ELEMENTI SALIENTI DELL'APPROCCIO METODOLOGICO

- *Problem solving* in un contesto ludico
- Approccio di tipo *laboratoriale e cooperativo* connesso a situazioni autentiche.
- Fase iniziale di *brainstorming*, provocazione, insinuazione del dubbio.
- *Errore* come esperienza formativa e di crescita.
- *Debate* per l'acquisizione delle *life skills*.
- La *riflessione scritta* individuale precedente il confronto collettivo sulle esperienza svolte per far emergere eventuali criticità e misconcetti.
- Il *materiale prodotto* quale punto di partenza per una nuova problematizzazione.
- *Osservazione e registrazione* fedele delle strategie per risolvere i problemi proposti, indirizzando costruttivamente le reazioni degli alunni.

MATERIALI, APPARECCHI, STRUMENTI

- I materiali occorrenti fanno parte del normale *corredo scolastico:* quaderni di lavoro, forbici, colla, matite e pennarelli, cartoncini colorati.
- *Oggetti di uso quotidiano* (pasta alimentare, tappi di plastica) o comunque presenti in casa (carte da gioco, fili di lana colorati).
- *Digital board*, *fogli di calcolo* e programmi di grafica e presentazione.
- *Applicazioni* con giochi sul calcolo algebrico su tablet, pc e telefoni cellulari.

AMBIENTE IN CUI SI È SVILUPPATO IL PERCORSO

- Il percorso è stato svolto in aula e nel giardino della scuola durante le normali attività scolastiche. Per favorire la discussione ed il lavoro di gruppo in un contesto di «classe capovolta», i banchi sono stati raggruppati o direttamente allineati ai lati della stanza, mentre in giardino sono stati utilizzati i tavoli grandi e le panche presenti.
- Durante le attività l’insegnante ha abbandonato la postazione alla cattedra.
- Per favorire il confronto, gli alunni sono stati liberi di muoversi fra i banchi e scegliere la postazione preferita.

TEMPO IMPIEGATO

- Incontri di progettazione dei LSS di matematica negli a.s. 2022/23 e 2023/24: 6 ore.
- Progettazione specifica del percorso: ore di programmazione settimanali in tre anni consecutivi, sempre su classi seconde (nello specifico la 2H dell'IC Cassola)
- Sviluppo del percorso: 2 ore/settimana da marzo a maggio; totale: 24 ore, di cui 18 in itinere e 6 di rielaborazione.
- Non sono state effettuate uscite sul territorio.

ARTICOLAZIONE DEL PERCORSO

Il percorso si è sviluppato attraverso quattro fasi. Al termine di ogni fase ho svolto una verifica di tipo formativo. L’attività si è conclusa con una valutazione di tipo sommativo ed un test autovalutativo metacognitivo.

FASE 1 (3 ore in aula): valutazione dei prerequisiti, in particolare il saper padroneggiare semanticamente i vocaboli inerenti il linguaggio matematico (somma, uguale, successivo, maggiore/minore di, prodotto, …).

FASE 2 (5 ore in aula; 1 ora a casa): didattica laboratoriale sull'associazione numero-lettera. Utilizzo di materiale di vario tipo (pasta secca, bottoni, tappi di bottiglia, filo da cucito in vari colori) per la definizione di monomi simili e polinomi. Richiamo alla geometria svolta durante l'anno scolastico (perimetro, area, Teorema di Pitagora) per introdurre addizione e moltiplicazione di monomi. Uso della digital board e dei fogli di calcolo (Excel) per la trasposizione del modello laboratoriale in grafico.

FASE 3 (5 ore in aula; 1 ora a casa): risoluzione di semplici addizioni fra mononi simili non collegati ad oggetti reali. Riduzione dei termini simili di un polinomio. Spazio per la rielaborazione ed il consolidamento attraverso giochi organizzati dagli alunni.

FASE 4 (2 ora in aula; 1 ora a casa): problemi di equilibrio e bilanciamento con i tappi. Applicazione alle leve.

ARTICOLAZIONE DEL PERCORSO

il pensiero algebrico

FASE 1

dal linguaggio verbale a quello matematico

FASE 2

dal linguaggio aritmetico a quello algebrico

FASE 3

"algebrando"...

FASE 4

dal linguaggio algebrico al linguaggio verbale

PREMESSA

- Partendo dalla consapevolezza che le difficoltà relative all'apprendimento della matematica e, in particolare, dell'algebra, <u>possano essere collegate all'aspetto linguistico</u>, il percorso valuta preventivamente la capacità:

- ➢ di tradurre una situazione dal linguaggio naturale a quello matematico e viceversa
- ➢ il significato del simbolo "=" e la definizione di incognita e, più generalmente, del numero e dell'operatore numerico
- ➢ La capacità di passare da una rappresentazione semiotica a un'altra (trasformazione di trattamento)

FASE 1: dal linguaggio naturale a quello matematico

- Quali conoscenze linguistiche in ambito matematico hanno gli alunni nella classe seconda? Valutazione attraverso un test in entrata individuale

Strutturando il test come una prova di lessico in lingua straniera (dal linguaggio naturale a quello matematico e viceversa) sottoforma di tabella e come questionario, ho potuto rilevare le lacune ricorrenti nelle conoscenze e progettare il percorso funzionale per colmarle. Tale percorso ha previsto la condivisione ed il confronto dei risultati, con discussione a coppia o in gruppi di lavoro, quindi collettiva, utilizzando la metodologia didattica del ***debate***.

FASE 1: dal linguaggio naturale a quello matematico

Il numero sconosciuto

TRADUCI dal LINGUAGGIO NATURALE a quello MATEMATICO o VICEVERSA

Il prodotto tra un numero sconosciuto e 8	4+4
Somma 42 a un numero che non conosci	42 + 104

Edoardo

Il «prodotto» è spesso il risultato, non l'operatore. Oppure, il significato di prodotto viene confuso con quello di addizione.

Il prodotto tra un numero sconosciuto e 6 — 4 + 3

Matteo

Somma 41 a un numero che non conosci — 41+0

Gianluca

Leonardo — 6 + @

Nella maggior parte dei casi, il bambino <u>sente l'esigenza</u> di attribuire un valore numerico al numero sconosciuto.

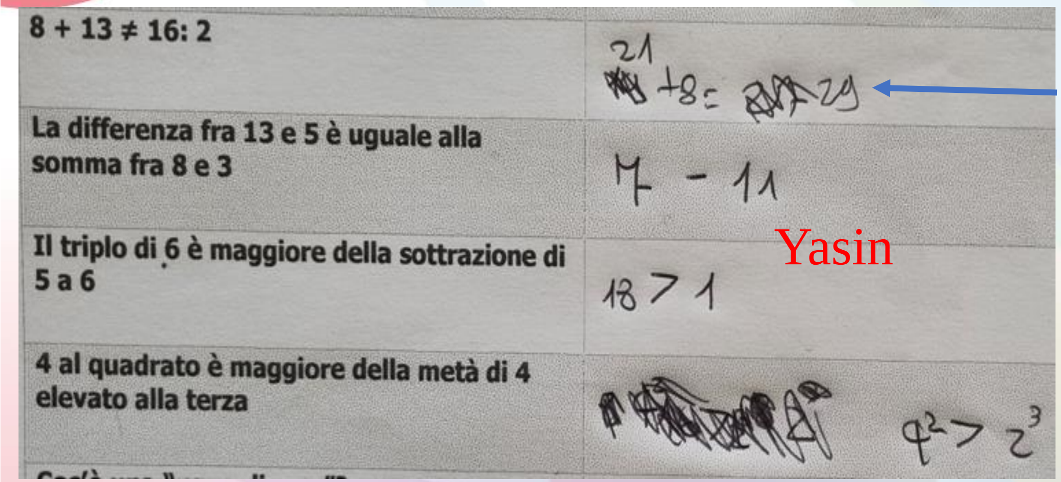
Il prodotto tra un numero sconosciuto e 8	? x 8
Somma 42 a un numero che non conosci	42+?
8 + 13 ≠ 16: 2	

Asya

Oppure lo identifica con lo zero o con un simbolo che evidenzia il suo…essere misterioso.

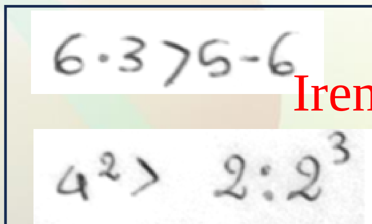
FASE 1: dal linguaggio naturale a quello matematico

I simboli matematici



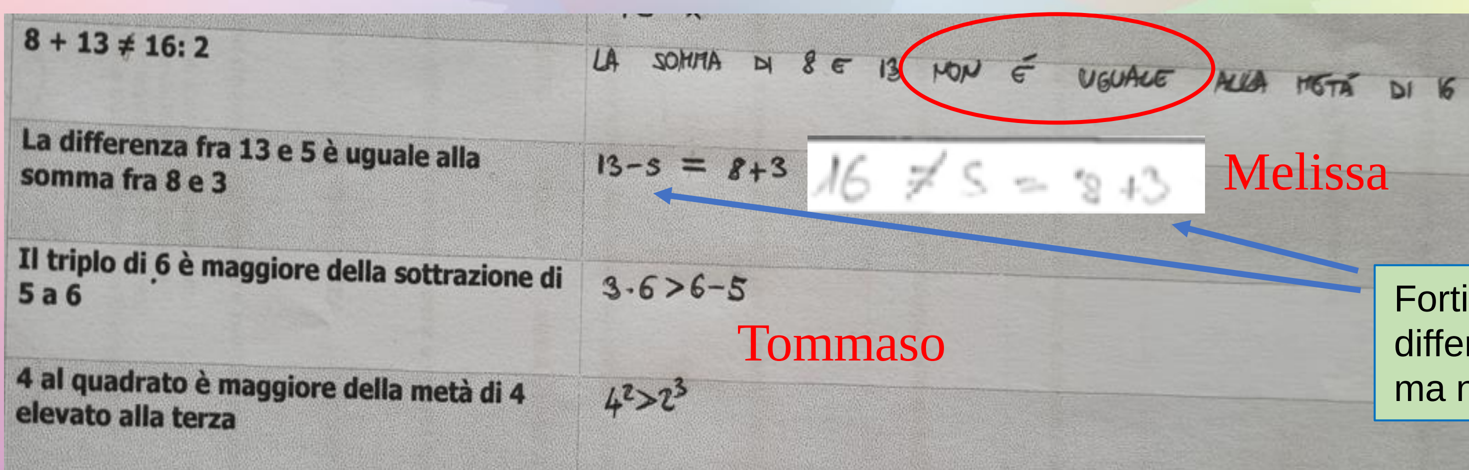
Yasin

Il «*contratto didattico*”: l’alunno ha il compito di risolvere un problema matematico con i dati forniti dall’insegnante, cercando di rispondere a quelle che crede siano le sue attese, senza porsi con giudizio critico (G. Brusseau)



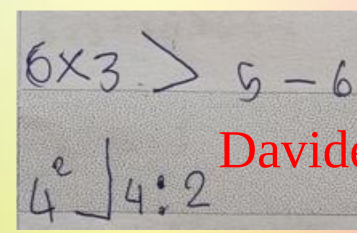
Irene

Il «*traduttore inesperto*”: gli alunni tentano una traduzione letterale del linguaggio



Melissa

Tommaso



Davide

Forti ambiguità tra differenza e sottrazione, ma non per tutti

FASE 1: dal linguaggio naturale a quello matematico

Cosa vuol dire «uguale» in Matematica?

L'uguaglianza significa essere uguali a qualcosa/avere qualcosa di uguale o avere un risultato uguale

COSA VUOL DIRE "UGUALE" PER TE?
GIANLUCA = UGUALE SIGNIFICA CHE 2 COSE O DUE CIFRE HANNO LO STESSO VALORE E SONO IDENTICHE

Il concetto di *«uguale»* è strettamente correlato a un risultato dovuto a una sequenza di operazioni matematiche

Bdo: UGUALE È UNA COSA MOLTO SIMILE AD UN'ALTRA

Il concetto di «*uguale*» è indistinto da quello di «*simile*» o «*identico*»

Cosa vuol dire "uguale" per te? Alessandro: Sono due oggetti molto simili tra loro sia nella funzionalità e qualità sia che nel prezzo. Asya: due cose uguali sono identiche

UGUALE – SIMILE – IDENTICO ?

FASE 1: dal linguaggio naturale a quello matematico

Riflessioni sul concetto di numero…

NICOLÒ: È UNA CIFRA
GIACHI: VALORE NUMERICO
MARCO: È UNA CIFRA PER IDENTIFICARE QUANTI OGGETTI SI HA INTORNO
BOLO: È UN UNITÀ DI MISURA

GIANLUCA = UN NUMERO È UNA CIFRA CHE HA UN VALORE

…e di espressione

TOMMASO: PER ME UN ESPRESSIONE È UNA SEQUENZA DI CALCOLI CON PRECISE REGOLE.

Davide: per me una espressione pò essere di due tipi, l'espressione facciale e l'espressione matematica l'espressione facciale pò indicare le emozioni, mentre l'espressione matematica è un insieme di operazioni da risolvere

I concetti di «*numero*» ed «*espressione*» risultano maturi per l'età anagrafica

FASE 1: sintesi dal diario di bordo dell'insegnante

- Le richieste che hanno creato i problemi maggiori sono state quelle relative <u>al numero sconosciuto</u>, ma ampiamente prevedibili vista l'età degli alunni.
- Invece, sono rimasta colpita dal fatto che molti di loro abbiano confuso il prodotto con l'addizione o inventato un numero e poi svolto la richiesta, imponendo una soluzione.
- L'errore ricorrente nella traduzione è stato quello di avere invertito minuendo e sottraendo o il mancato ricorso alle parentesi.
- Molti alunni confondono la sottrazione con la disuguaglianza: «differenza fra» è inteso come «diverso da» o viceversa. Su questa ambiguità l'insegnante dovrebbe porre particolare attenzione per le conseguenze sullo sviluppo dei concetti di identità ed equivalenza, sia in senso matematico che fisico-chimico.

FASE 1: recupero e potenziamento

- Uno degli interventi di recupero più significativi è stato volto a far riflettere gli alunni sul concetto di “**uguale**”.
- Ho quindi proposto alla lavagna il seguente esempio:

$$\mathbf{28 = 7 \times 4}$$

e chiesto cosa pensassero di questa scrittura. La classe si è dimostrata concorde sul fatto che fosse corretta, ma allo stesso tempo che fosse “**strana**” e che «*sarebbe stato meglio scrivere prima il calcolo e poi il risultato*», dice Tommaso.

- Quindi, quando ho chiesto se l’uguale significasse che bisogna sempre giungere a un risultato, la risposta all’unanimità e stata: “*sì*”. Ma nel caso specifico «*qui il risultato è prima dell’uguale: questo non sono **abituata** a vederlo*», dichiara Gemma.

FASE 1: recupero e potenziamento

- Ho dunque proposto la seguente scrittura alla lavagna:

11 + 8 = 23 – 4

e chiesto se quello che avevo scritto fosse corretto o meno. Anche in questo caso gli alunni non hanno giudicato sbagliata questa scrittura, ma hanno asserito che **mancasse un risultato**!

Samuele: «è un’espressione che **va risolta**. Non si può sapere se la prima parte **è veramente uguale** alla seconda. In matematica il simbolo uguale si usa quando siamo sicuri che i due risultati sono identici. Ci metterei un punto interrogativo. Scriverei:

11 + 8 = 23 – 4 **?**»

FASE 1: sintesi dal diario di bordo dell’insegnante

- Gli alunni hanno difficoltà a riconoscere l’uguale come un simbolo che rappresenta una relazione binaria tra due enti

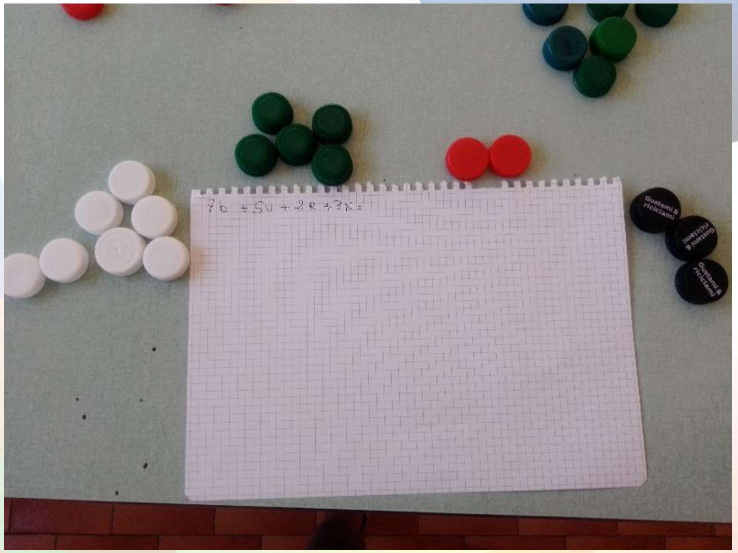
- È molto importante mettere i ragazzi in situazioni che creino un conflitto cognitivo, attraverso il quale essi possano rendersi conto delle proprie difficoltà e superarle

FASE 2: dal linguaggio aritmetico a quello algebrico

- La *Fase 2* è stata realizzata in più laboratori didattici sull'associazione numero-lettera. Ho fatto utilizzare ai ragazzi materiale di vario tipo (pasta secca, bottoni, tappi di bottiglia, filo da cucito in vari colori) per portarli in modo ludico e naturale alla definizione di monomio, di monomi simili e polinomi, cioè favorendo il passaggio tra registri semiotici differenti.
- Ad ogni materiale fornito gli alunni hanno associato una lettera, generalmente l'iniziale del nome dell'oggetto o del suo colore. Quindi in maniera del tutto naturale hanno sommato e sottratto gli oggetti riportando sui loro quaderni le operazioni svolte oppure, viceversa, eseguendo con gli oggetti quanto ordinato loro da una squadra avversaria alla lavagna. Così che la somma di tre tappi bianchi e cinque tappi bianchi veniva schematizzata come $3b + 5b = 8b$ ("b" come bianco), mentre la somma di 4 tappi verdi e 3 tappi rossi ($4v + 3r$) non poteva essere risolta.

FASE 2: dal linguaggio aritmetico a quello algebrico

Pre-algebra: identificazione di un'unità; classificazione di oggetti sulla base del colore o della forma; addizione e sottrazione di unità «simili»

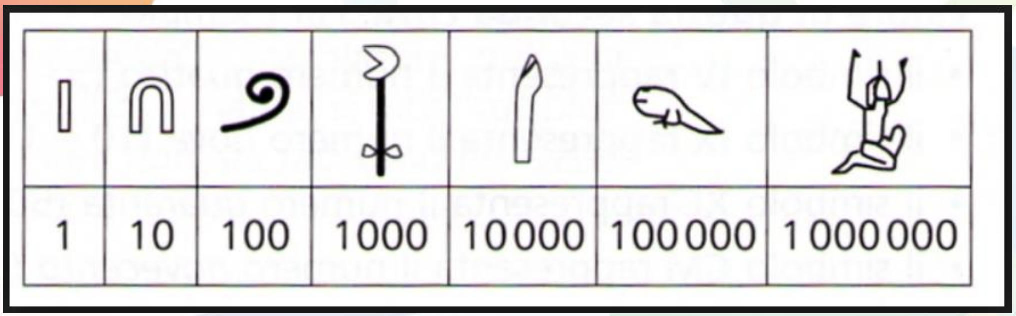


1 tappo rosso = 1r
1 tappo verde = 1v
1 tappo nero = 1n
1 tappo bianco = 1b

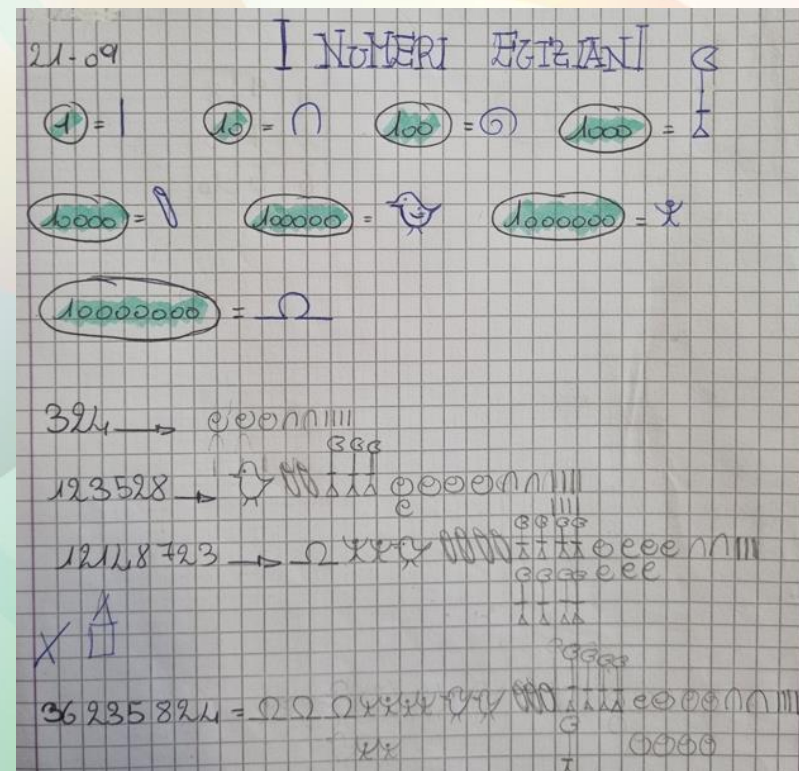
FASE 2: dal linguaggio aritmetico a quello algebrico

- Ho cercato di «agganciare» l’algebra agli argomenti più disparati per accrescere la consapevolezza negli alunni che la matematica non è una disciplina svincolata dalla realtà, astrusa e fatta di problemi e regole che stanno sui libri di testo, ma la si trova ovunque. E’ uno strumento potente perché insegna a ragionare, apra la mente e contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere e rispettare i punti di vista degli altri.
- In quest’ottica sono stati molteplici gli spunti di riflessione e discussione collettiva. Uno dei più interessanti è venuto dalla <u>storia e dal sistema di numerazione egizio</u>.

Gli antichi egizi conoscevano l’algebra?



Mattia: «Secondo me è come quando si contano i metri. Il metro è un simbolo moderno ma funziona alla stessa maniera. Sei metri o sei fiori di loto è uguale».
Insegnante: «Cosa intendi dire con *-è uguale-*?»
Mattia: «Che è lo stesso modo di contare; se hai qualcosa come simbolo, lo puoi (…come si dice)…»
Alessia: «Replicare?»
Mattia: «Sì, moltiplicare»
Nico: «Per me è come contare le monete»



FASE 2: dal linguaggio aritmetico a quello algebrico

I “***Polinoricami***”:

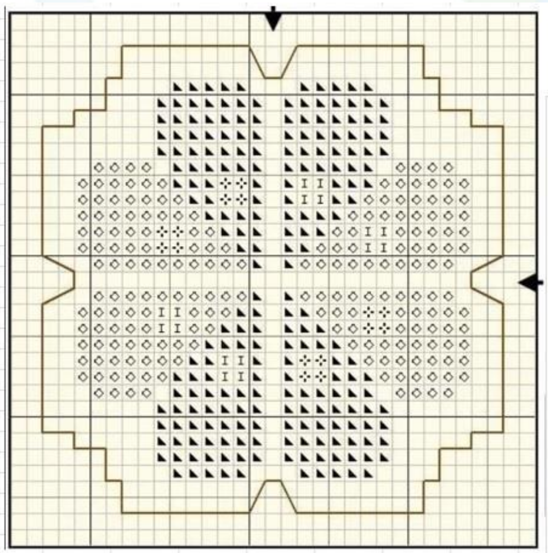
- Gli alunni sono stati invitati a ricamare a “punto a croce” un quadrifoglio colorato sulla base di un modello che richiamava il piano cartesiano ed i concetti di simmetria assiale e centrale.
- Dopo una prima osservazione dei simboli abbinati ai diversi colori, conteggiati il numero di punti per ognuno di essi, gli alunni hanno dovuto trasporre il disegno sul piano cartesiano, assegnando le coordinate ad ogni punto. Quindi, riportarli su un foglio Excel.
- Finalmente hanno riprodotto il disegno su tela aida utilizzando ago e filo da ricamo.

FASE 2: dal linguaggio aritmetico a quello algebrico

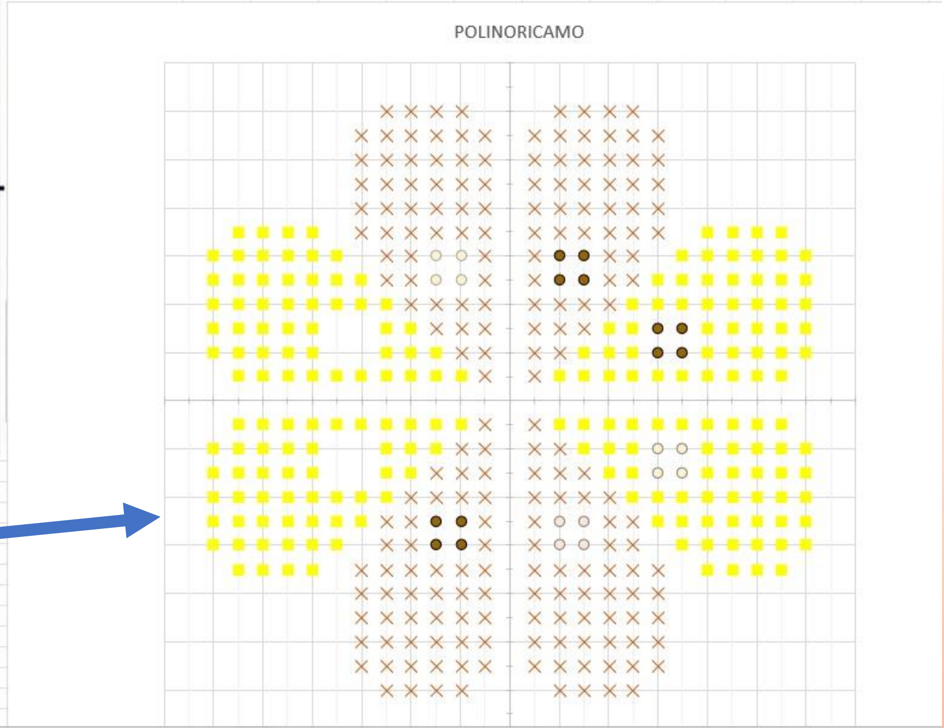
Richiami alla simmetria centrale ed assiale!

Dallo schema alle coordinate dei punti in Excel…

-2	2	1	-1	-2
-3	3	1	-1	-3
-4	4	1	-1	-4
-5	5	1	-1	-5
-6	6	1	-1	-6
-7	7	1	-1	-7
-8	8	1	-1	-8
-9	9	1	-1	-9
-10	10	1	-1	-10
-11	11	1	-1	-11
-3	3	2	-2	-3
-4	4	2	-2	-4
-5	5	2	-2	-5
-8	8	2	-2	-8
-9	9	2	-2	-9
-10	10	2	-2	-10
-11	11	2	-2	-11
-12	12	2	-2	-12
-4	4	3	-3	-4
-5	5	3	-3	-5
-8	8	3	-3	-8
-9	9	3	-3	-9
-10	10	3	-3	-10
-11	11	3	-3	-11
-12	12	3	-3	-12
-5	5	4	-4	-5
-6	6	4	-4	-6
-7	7	4	-4	-7
-8	8	4	-4	-8
-9	9	4	-4	-9
-10	10	4	-4	-10
-11	11	4	-4	-11
-12	12	4	-4	-12
-6	6	5	-5	-6
-7	7	5	-5	-7
-8	8	5	-5	-8
-9	9	5	-5	-9
-10	10	5	-5	-10
-11	11	5	-5	-11



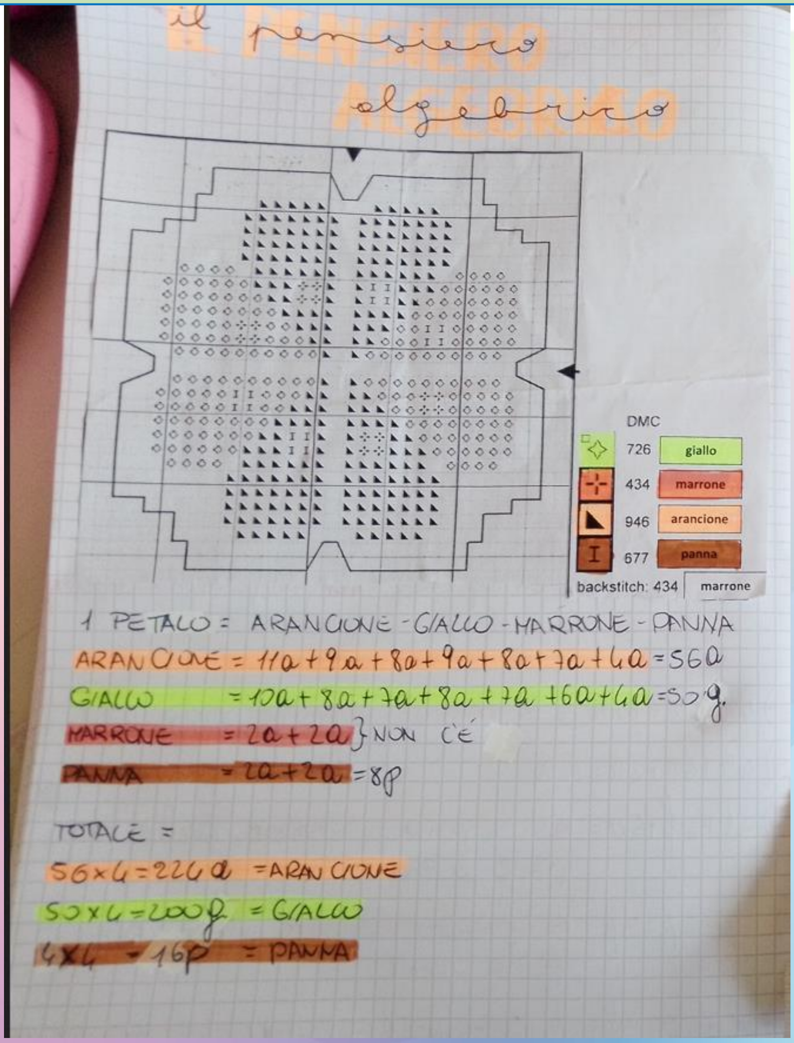
…al grafico



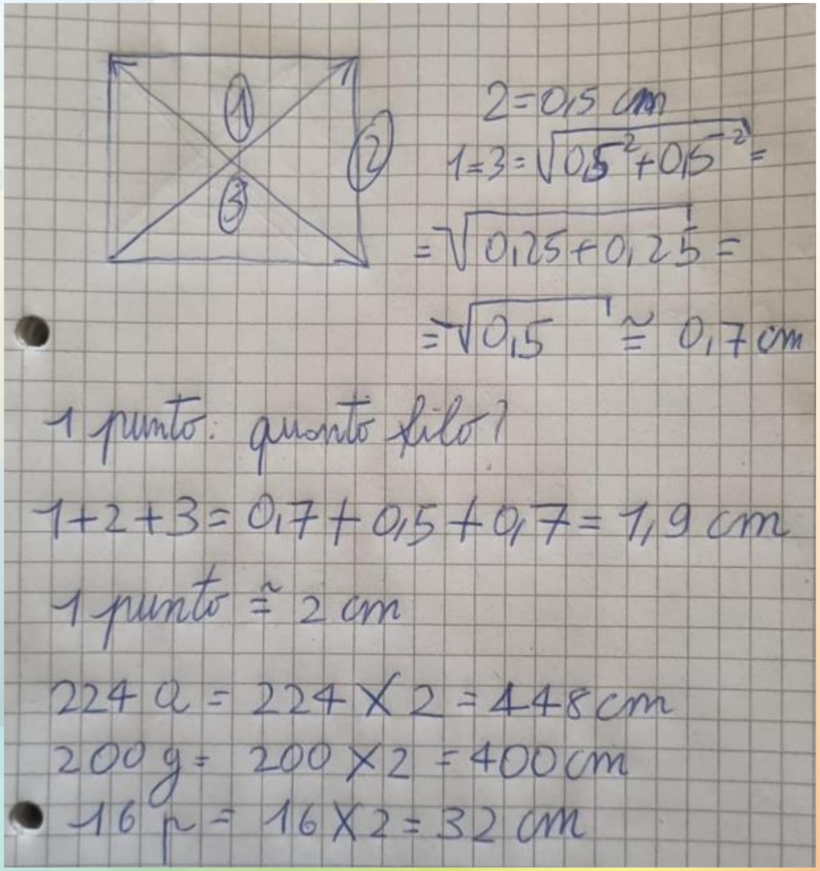
I POLINORICAMI!

FASE 2: dal linguaggio aritmetico a quello algebrico

Raggruppamento di punti a croce dello stesso colore: **primi elementi di addizione algebrica**



Richiami al Teorema di Pitagora nel calcolo di quanto filo occorra per un punto a croce



I *POLINORICAMI!*

FASE 2: dal linguaggio aritmetico a quello algebrico

I *POLINORICAMI!*

FASE 2: dal linguaggio aritmetico a quello algebrico

- ✓ Non esistono differenze di genere
- ✓ Peer to peer
- ✓ Cooperative learning
- ✓ Inclusione
- ✓ Benessere!

…ricamare aiuta!

I *POLINORICAMI!*

FASE 2: sintesi dal diario di bordo dell'insegnante

- Il passaggio da un modello teorico alla sua realizzazione su tessuto ha comportato un notevole sforzo interpretativo negli alunni con scarso senso pratico. Non tutti i ragazzi con i migliori risultati teorici in matematica sono riusciti a trasporre il modello, ad organizzare la sequenza dei punti sulla tela e ad orientarsi con i colori in tempi brevi. Questo, in un certo senso, ha rivalutato il giudizio collettivo sulle capacità dei compagni rendendo il gruppo molto più solidale e reso il clima meno competitivo. I bambini più "capaci" si sono avvicinati spontaneamente ai compagni impacciati, aiutandoli a risolvere i loro problemi.
- La manualità richiesta per svolgere un lavoro decoroso e preciso ha attivato aree del cervello poco stimolate nei bambini della loro età, ormai concentrati su attività di tipo digitale. Tuttavia, questa sfida, se da una parte li ha colti impreparati, dall'altra ha riscosso molto successo sia nelle femmine che nei maschi tanto che a casa, o nelle ore di intervallo, gli alunni hanno continuato a ricamare fino al completamento del loro lavoro (abbandonando cellulari e tablet).
- Lo studio del modello per la sua realizzazione ha richiamato i concetti di simmetria centrale ed assiale affrontati nell'anno precedente.

FASE 2: sintesi dal diario di bordo dell'insegnante

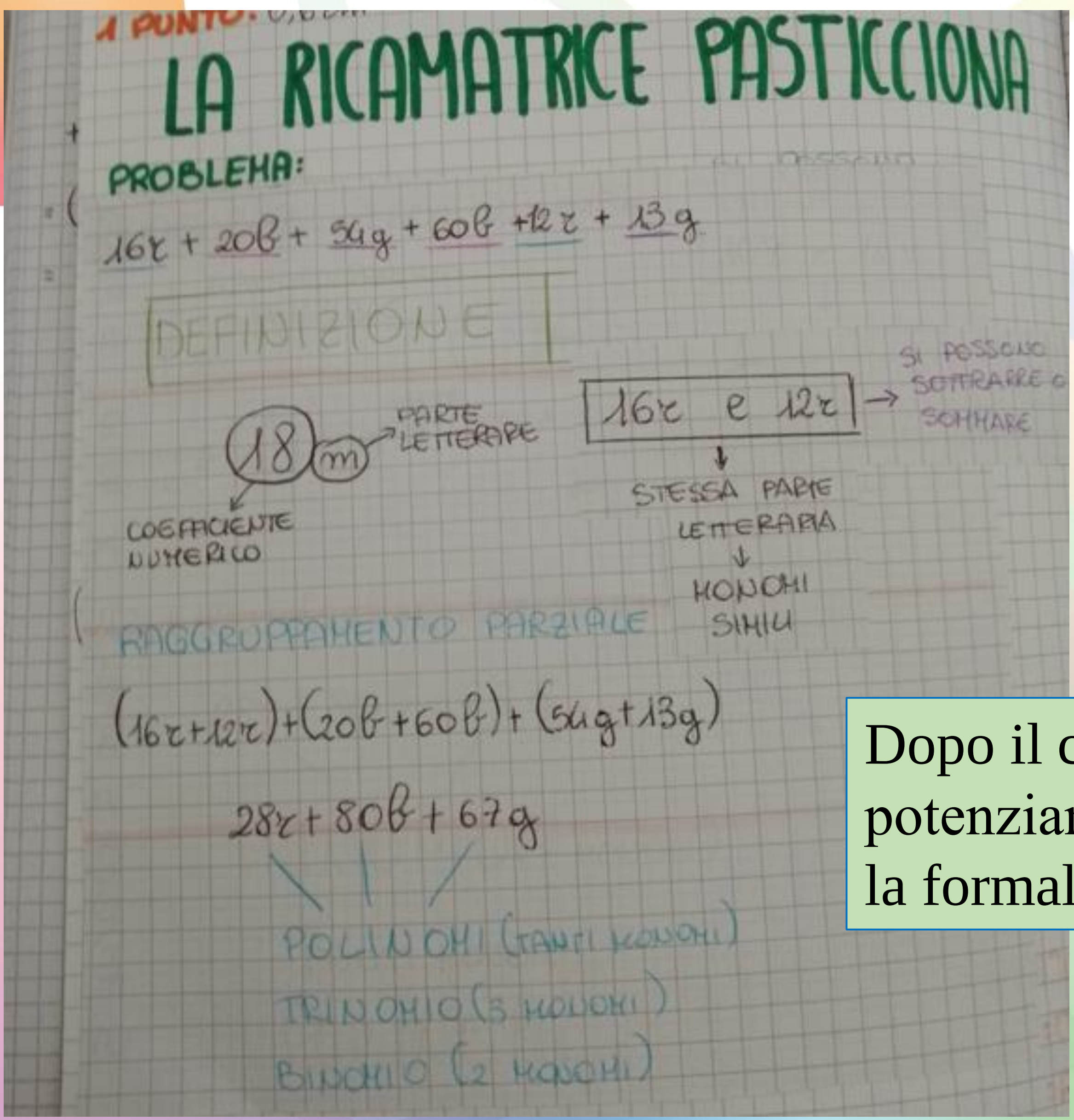
- La trasposizione del modello su carta su un piano cartesiano, quindi su un foglio di calcolo Excel (uso della digital board) ha permesso loro di imparare ad utilizzare un programma di Microsoft Office che ha infinite potenzialità. In breve tempo i ragazzi hanno appreso come lavorare con le coordinate dei punti per la costruzione di un grafico (competenza digitale).
- Come per le altre attività, anche i *Polinoricami* hanno permesso di introdurre i concetti di somma di monomi e polinomi, grazie al conteggio dei punti colorati del disegno (1a + 1a + 1a…..= quanti punti a…rancioni?)
- Il calcolo di quanto filo occorra per un punto ha permesso di richiamare i concetti geometrici di quadrato (lato, perimetro), diagonale, nonché il Teorema di Pitagora
- La stima di quanto filo occorra per completare il petalo colorato (senza spreco) è una competenza personale e promuove l'imparare a imparare

FASE 2: sintesi dal diario di bordo dell'insegnante

- Questa esperienza mi ha permesso di raggiungere diversi obiettivi di apprendimento quali:

- Il concetto di monomio, coefficiente numerico e parte letterale
- Il concetto di monomi simili e monomi non simili
- L'addizione di monomi simili
- Il concetto di polinomio

FASE 3: algebrando….



Dopo il consolidamento ed il potenziamento…
la formalizzazione

FASE 3: sintesi dal diario di bordo dell'insegnante

- Con l'attività della "*Ricamatrice pasticciona*" gli alunni hanno naturalmente raggruppato i monomi simili per "aiutare" la ricamatrice ad organizzare il suo lavoro, consolidando e formalizzando le conoscenze acquisite in modo esperienzale.
- Successivamente hanno provato a risolvere delle addizioni fra monomi sul loro libro di testo, svincolandoli dalla rappresentazione semiotica, compiendo quindi quel "salto" che dall'aritmetica porta all'algebra.
- Commenti durante lo svolgimento degli esercizi:

- Tommaso rivolto a Leonardo: «(3a + 4a + 5a) torna (+12a) e non (+12a^3), come hai scritto tu! Ricordati che 3 punti arancioni + 4 punti arancioni + 5 punti arancioni facevano 12 punti arancioni!». Il richiamo al compito autentico è risolutivo in caso di dubbio.
- Anna: «(2b + 3a) torna (+5ab)?...». Asya: «pensaci bene: non esistono le banananas! Non puoi fare una macedonia!»

FASE 3: algebrando….

- Il consolidamento può passare attraverso ulteriori fasi ludiche e laboratoriali. Ho chiesto agli alunni di progettare un gioco con le carte su ciò che avevano imparato riguardo all'algebra. Pietro ha proposto di abbinare il seme a una lettera in modo che solo le carte delle stesso seme potessero essere addizionate o sottratte fra loro (es., il 3 di quadri è il 3q). In piccoli gruppi, sono state pensate, ottimizzate e condivise le regole del

Gioco…Mazzesco!

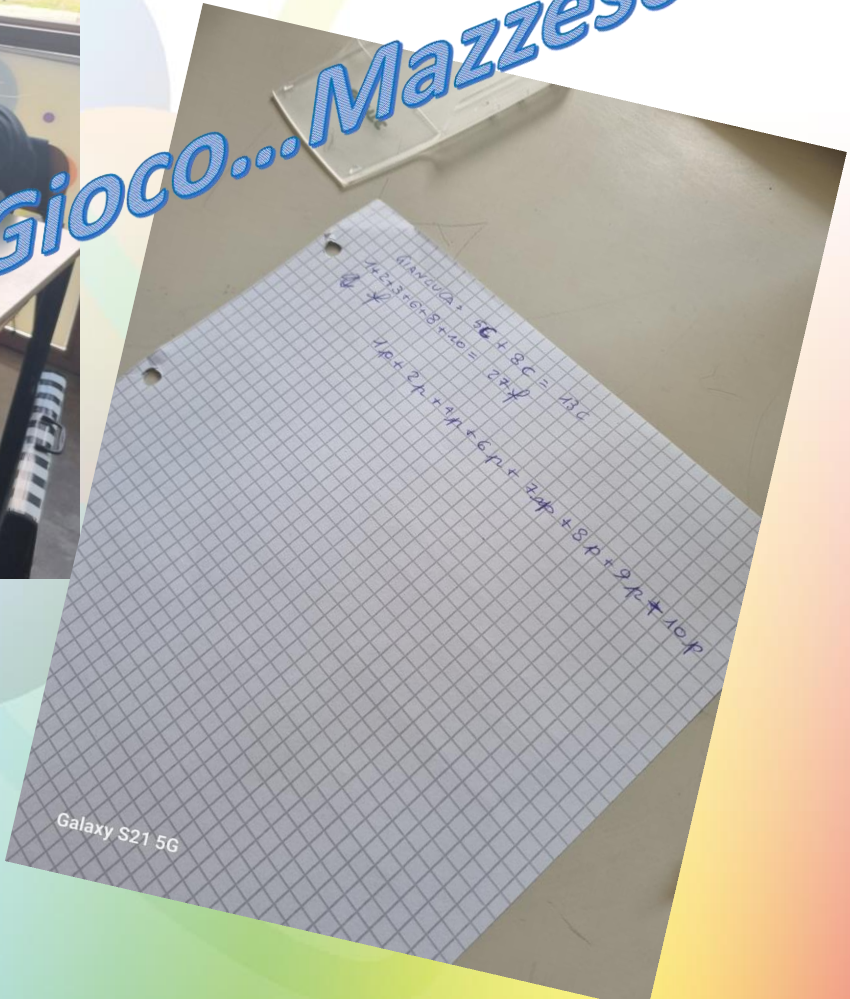
FASE 3: algebrando….Inventiamoci un gioco con le carte

Hanno lo stesso seme?
Allora sono monomi simili travestiti da carte!

Gioco...Mazzesco!

FASE 3: algebrando….Inventiamoci un gioco con le carte

Gioco…Mazzesco!

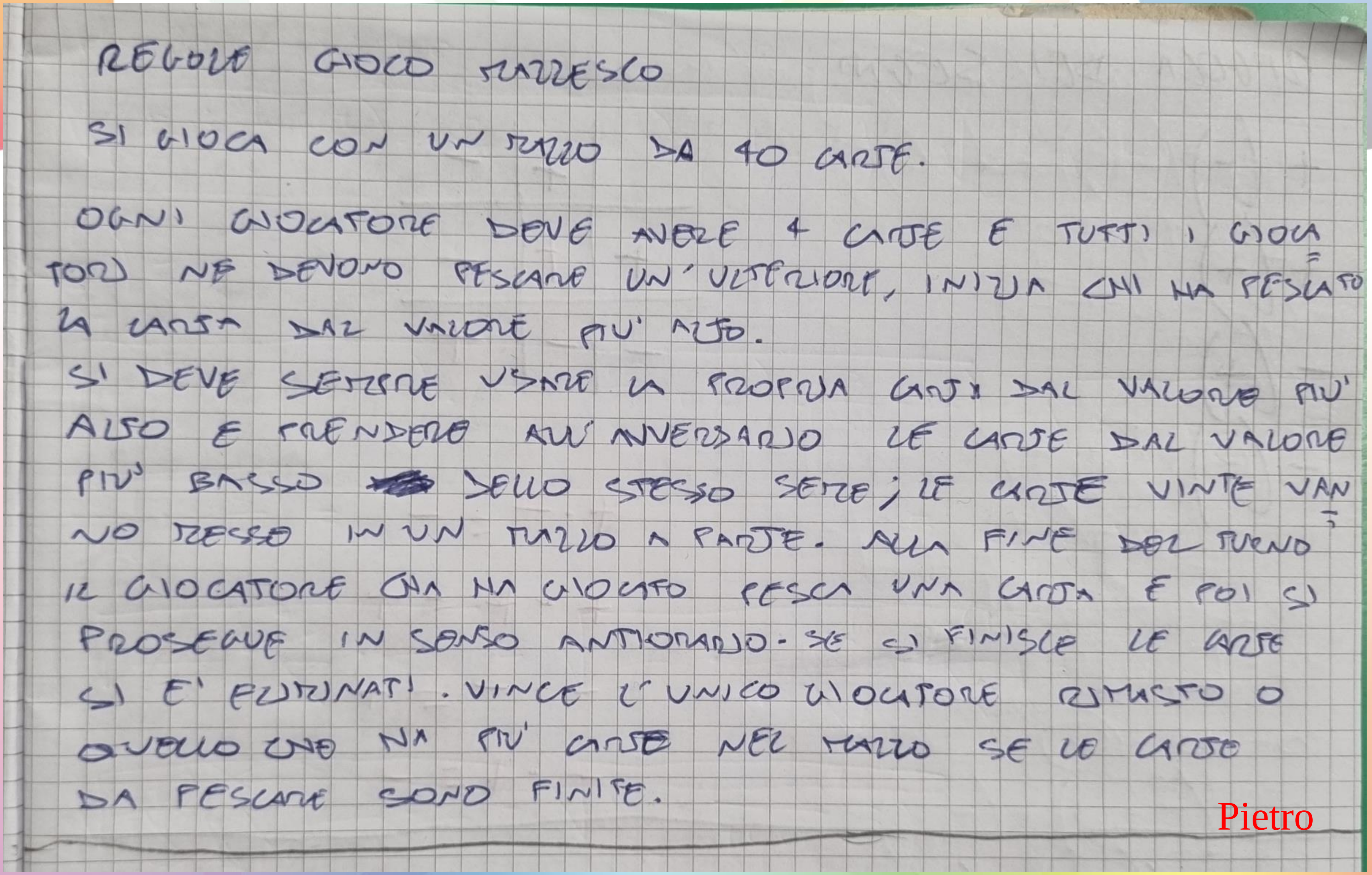


FASE 3: algebrando….Inventiamoci un gioco con le carte

Gioco…Mazzesco!

FASE 3: algebrando….

Gioco…Mazzesco!



REGOLE GIOCO MAZZESCO

SI GIOCA CON UN MAZZO DA 40 CARTE.

OGNI GIOCATORE DEVE AVERE 4 CARTE E TUTTI I GIOCATORI NE DEVONO PESCARE UN'ULTERIORE, INIZIA CHI HA PESCATO LA CARTA DAL VALORE PIU' ALTO.
SI DEVE SEMPRE USARE LA PROPRIA CARTA DAL VALORE PIU' ALTO E PRENDERE ALL'AVVERSARIO LE CARTE DAL VALORE PIU' BASSO DELLO STESSO SEME; LE CARTE VINTE VANNO MESSE IN UN MAZZO A PARTE. ALLA FINE DEL TURNO IL GIOCATORE CHE HA GIOCATO PESCA UNA CARTA E POI SI PROSEGUE IN SENSO ANTIORARIO. SE SI FINISCE LE CARTE SI E' ELIMINATI. VINCE L'UNICO GIOCATORE RIMASTO O QUELLO CHE HA PIU' CARTE NEL MAZZO SE LE CARTE DA PESCARE SONO FINITE.

Pietro

Le regole concordate del gioco

FASE 4: dal linguaggio algebrico a quello verbale

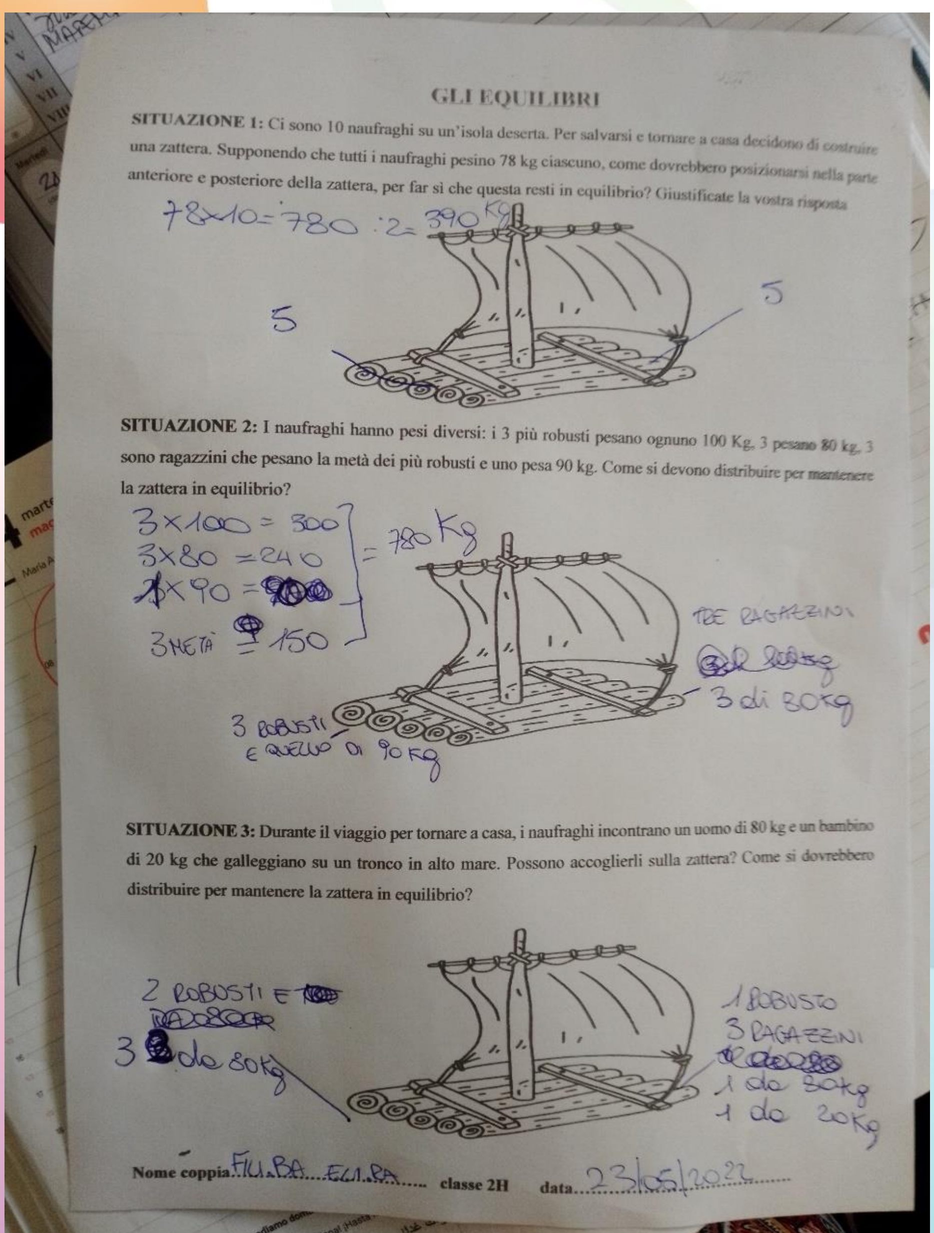
La zattera: tre situazioni diverse…lo stesso EQUILIBRIO

Per favorire il passaggio dall'aritmetica all'algebra, ho fatto ricorso a metafore inerenti oggetti culturalmente significativi per sviluppare la riflessione su un oggetto che potesse rappresentare, metaforicamente, il simbolo "=". L'attività è risultata stimolante e ha visto gli alunni impegnarsi in coppia per trovare le possibili soluzioni agli esercizi proposti.

Nei tre casi, distribuire i naufraghi in modo che la zattera sia sempre in equilibrio

- 10 naufraghi, ognuno di 78 kg
- 3 naufraghi di 100 kg + 3 naufraghi di 80 kg + 3 naufraghi di 50 kg + 1 naufrago di 90 kg
- la seconda zattera può accogliere un uomo di 80 kg e un bambino di 20 kg senza compromettere la sicurezza?

FASE 4: dal linguaggio algebrico a quello verbale



GLI EQUILIBRI

SITUAZIONE 1: Ci sono 10 naufraghi su un'isola deserta. Per salvarsi e tornare a casa decidono di costruire una zattera. Supponendo che tutti i naufraghi pesino 78 kg ciascuno, come dovrebbero posizionarsi nella parte anteriore e posteriore della zattera, per far sì che questa resti in equilibrio? Giustificate la vostra risposta

78x10=780 :2= 390 Kg

5

5

SITUAZIONE 2: I naufraghi hanno pesi diversi: i 3 più robusti pesano ognuno 100 Kg, 3 pesano 80 kg, 3 sono ragazzini che pesano la metà dei più robusti e uno pesa 90 kg. Come si devono distribuire per mantenere la zattera in equilibrio?

3x100 = 300

3x80 = 240

1x90 = 90

3 METÀ = 150

= 780 Kg

TRE RAGAZZINI

3 di 80Kg

3 ROBUSTI E QUELLO DI 90 Kg

SITUAZIONE 3: Durante il viaggio per tornare a casa, i naufraghi incontrano un uomo di 80 kg e un bambino di 20 kg che galleggiano su un tronco in alto mare. Possono accoglierli sulla zattera? Come si dovrebbero distribuire per mantenere la zattera in equilibrio?

2 ROBUSTI E

3 da 80Kg

1 ROBUSTO

3 RAGAZZINI

1 da 80Kg

1 da 20Kg

Nome coppia FILIBA ELIRA **classe 2H** **data** 23/05/2022

FASE 4: dal diario di bordo dell’insegnante

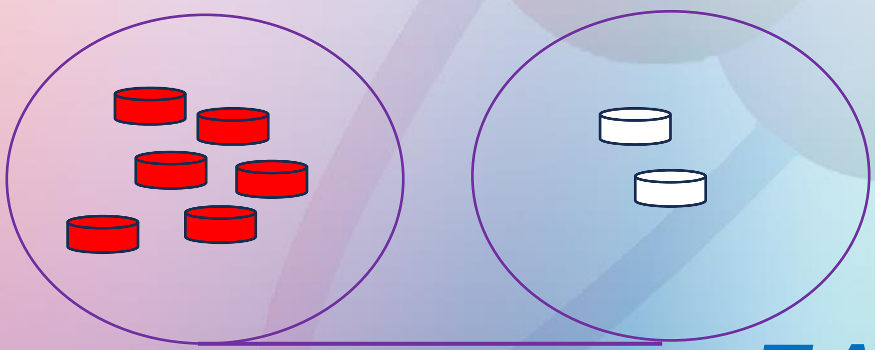
- Nessuna coppia ha avuto difficoltà a posizionare i naufraghi con lo stesso peso sulla **prima zattera**

- Nella **seconda** richiesta gli alunni sono dapprima andati per tentativi, ovvero hanno cercato di combinare i numeri per ottenere due quantità uguali. Solo in un secondo momento si sono resi conto che potevano calcolare il peso totale dei naufraghi sulla zattera e dividerlo in due parti uguali. Qualche alunno ha cercato di porre dei naufraghi al centro della zattera ma non era consentito. Dopo aver scoperto che da ogni parte della zattera dovevano posizionare un peso complessivo di 390 kg, c’è chi ha individuato subito la possibilità di raggruppare le 3 persone di 100 kg e l’unica di 90 kg, e di conseguenza posizionare dall’altra parte i naufraghi restanti. Pochi altri hanno invece optato per una soluzione più elaborata e sostenuta da calcoli

- Alcune coppie non sono riuscite a risolvere il **terzo quesito** perché si sono «cristallizzate» sulla soluzione precedente, tentando di spostare a poppa e a prua naufraghi di peso diverso, ma perdendosi nei calcoli.

FASE 4: dal linguaggio algebrico a quello verbale

La bilancia “a tappi”: da una rappresentazione teorica di equilibrio come quella della zattera, agli alunni è stato chiesto di estrapolare quanti tappi di un certo colore valesse un tappo di riferimento definito come “incognita” (il numero misterioso?!), se posti su due piatti di una bilancia definita in EQUILIBRIO. L’attività ha avuto lo scopo di introdurre la soluzione di un’equazione grazie al bilanciamento di quantità diverse.



FASE 4: dal linguaggio algebrico a quello verbale

La bilancia "a tappi":

Sui piatti di una bilancia virtuale, alcuni tappi sono stati separati sulla base del colore (su un piatto solo tappi bianchi, sull'altro solo rossi). Ad esempio, due tappi bianchi a sinistra e sei tappi rossi a destra davano come soluzione che un tappo bianco "equivaleva" a tre tappi rossi.

$$2b = 6r$$

e la soluzione è risultata semplice!

$$1b = 3r$$

Successivamente sui due piatti della bilancia ho posto sia tappi rossi che bianchi e la richiesta di trovare quanto valesse un tappo bianco in termini di tappi rossi è divenuta complicata per gli alunni:

$$8b = 6b + 12r$$

FASE 4: dal linguaggio algebrico a quello verbale

La bilancia “a tappi”:

Per aiutare gli alunni a trovare una strategia risolutiva ho aggiunto su entrambi i piatti un tappo rosso, chiedendo loro se la bilancia si trovasse ancora in equilibrio. La risposta è stata affermativa perché aggiungendo la stessa quantità (interpretata come “massa”) su entrambi i piatti l’equilibrio non cambia (I principio di equivalenza delle equazioni). Ho posto la stessa domanda sottraendo da entrambi i piatti un tappo bianco. Tutti gli alunni concordavano che la bilancia era ancora in equilibrio ma non era stato utile per trovare quanti tappi rossi valesse uno bianco perché a quel punto sul tavolo si aveva:

$$7b = 5b + 12r$$

Ho tolto un secondo tappo bianco da ognuno dei due piatti: $6b = 4b + 12r$.

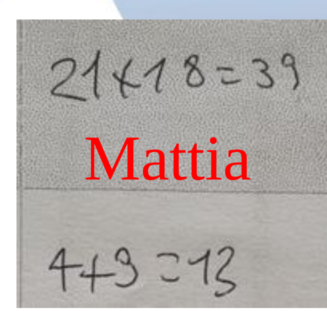
A questo punto Bianca ha intuito che, togliendo il resto dei tappi bianchi, “isolava” i colori sui due piatti (- 4b), cioè i bianchi a sinistra e i rossi a destra, arrivando alla conclusione: $2b = 12r$, quindi

$$1b = 6r$$

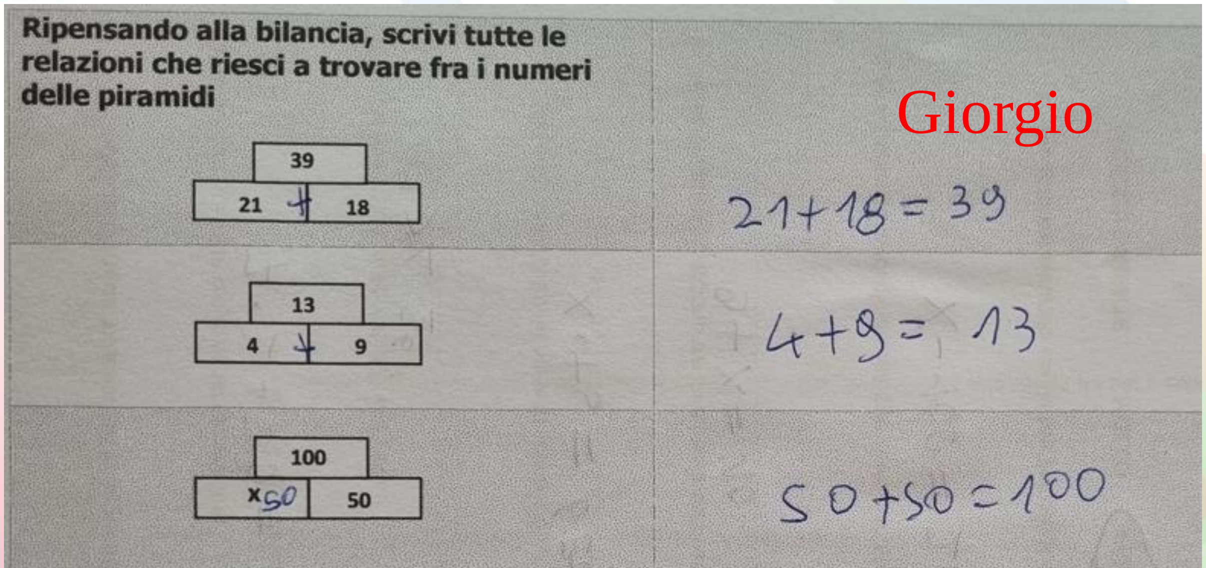
FASE 4: dal linguaggio algebrico a quello verbale

FASE 4: dal linguaggio algebrico a quello verbale

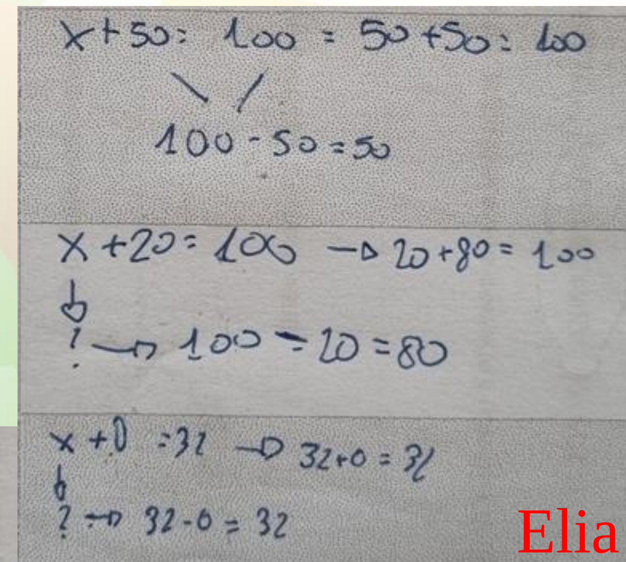
Gli alunni prediligono relazioni additive…



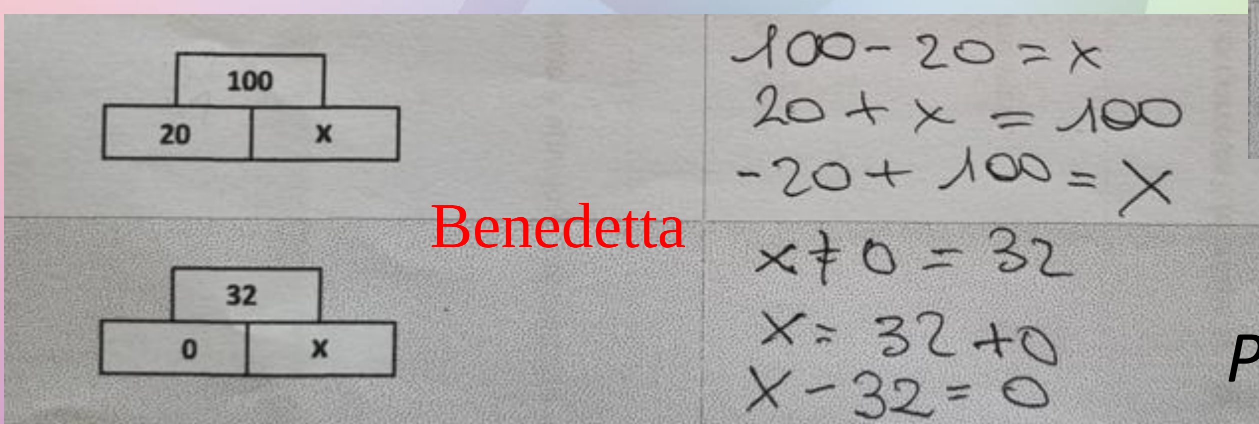
Mattia



Giorgio



Elia



Benedetta

PIRAMIDI e BILANCE

FASE 4: dal linguaggio algebrico a quello verbale

Dopo alcune riflessioni collettive, alcuni alunni propongono anche relazioni moltiplicative

Insegnante: «Ritenete che l'unico modo per ottenere 100 sia aggiungere 80 a 20?»
Camilla: «Sì, perché 80 è il numero che manca»
Insegnante: «E se vi dicessi che il numero che manca è 120?»
Tosca: «Non abbiamo pensato alla sottrazione! 120 – 100 = 20»
Alessia: «Effettivamente il comando non diceva di usare le addizioni»
Insegnante: «Conoscete solo addizione e sottrazione?»
Gabriele: «No! Anche la moltiplicazione e la divisione»
Marco: «100 è uguale a 20 moltiplicato 5. Allora *x* può essere 5»
Tosca: «Hai sbagliato! Dovevi dire 100 diviso 20 fa 5!»
Tommaso: «*x* può essere anche 2000…»
Insegnante: «*x* può essere qualsiasi numero fino a che non si stabilisce quale sia l'operatore matematico»
Camilla: «penso che dietro *x* ci possa stare anche **una espressione lunga**…»

BILANCE da Contaci!

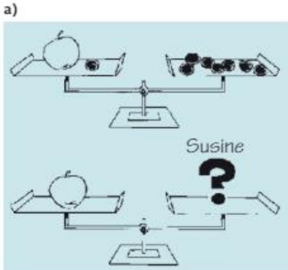
Bertinetto C., Metiäinen A., Paasonen J., Voutilainen E. (2019) Zanichelli Ed.

LEZIONE ESPLORAZIONE

41 Rompicapi con la bilancia

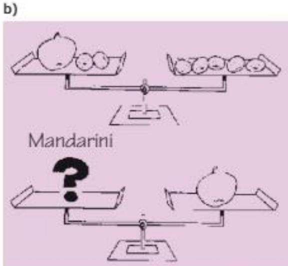
1 Tutte le mele hanno la stessa massa, e così anche le susine e i mandarini.
Porta la bilancia all'equilibrio mettendo sul piatto vuoto il frutto indicato.

a)



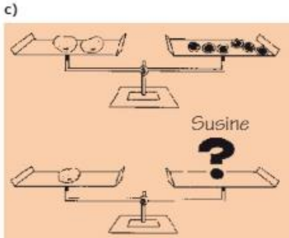
[6]

b)



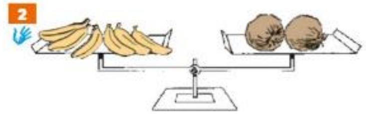
[3]

c)



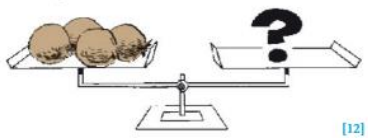
[3]

2



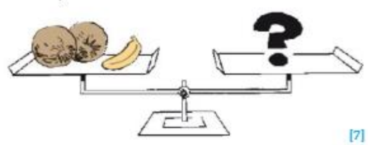
Le banane hanno la stessa massa, e così le noci di cocco.
Quante banane bisogna mettere sul piatto vuoto per portare la bilancia all'equilibrio?

a)



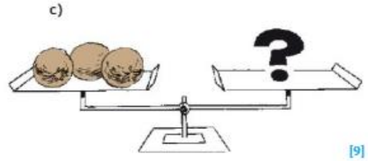
[12]

b)



[7]

c)

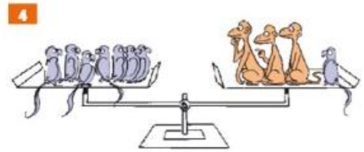


[9]

3 **SFIDA** Tra otto monete uguali, ce n'è una che è più leggera delle altre. A disposizione hai soltanto una bilancia a due bracci, senza i pesi campione.
Come puoi stabilire qual è la moneta più leggera, con tre pesate?
E con due pesate? [▸ INS]

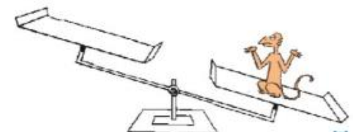
ESERCIZI

4



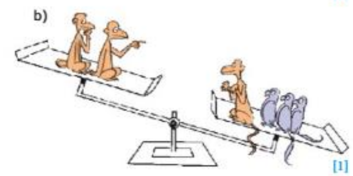
Tutte le scimmie sulla bilancia hanno la stessa massa, e così anche i pappagalli.
Quanti pappagalli devono volare sul piatto di sinistra della bilancia qui sotto per portarla all'equilibrio?

a)



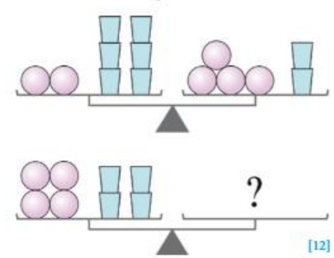
[2]

b)



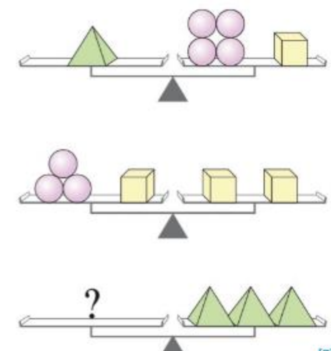
[1]

5 **ARGOMENTA** Le palline hanno la stessa massa, e così anche i bicchieri.
Quanti bicchieri si devono mettere sul piatto vuoto per portare la bilancia all'equilibrio? Motiva la risposta.



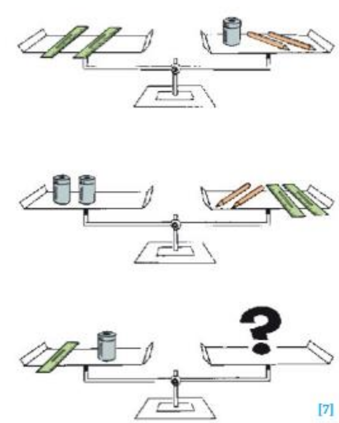
[12]

6 **ARGOMENTA** Le sfere hanno la stessa massa, e così anche i cubi e le piramidi.
Quanti cubi si devono mettere sul piatto vuoto per portare la bilancia all'equilibrio? Motiva la risposta.



[7]

7 **ARGOMENTA** Quante matite si devono mettere sul piatto vuoto per portare la bilancia all'equilibrio? Motiva la risposta.



[7]

BILANCE da Contaci!

Bertinetto C., Metiäinen A., Paasonen J., Voutilainen E. (2019) Zanichelli Ed.

Esercizi per casa

41 Rompicapi con la bilancia

ALLENATI → TEORIA A P. 224

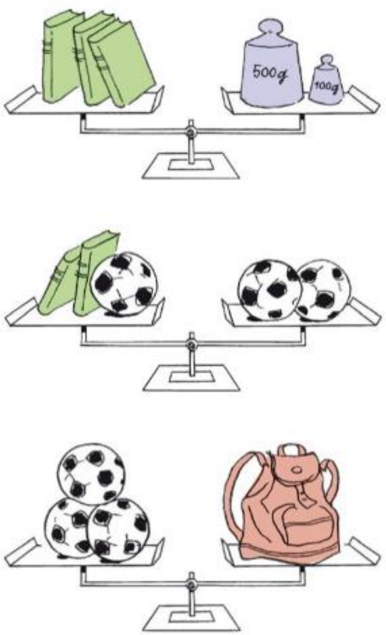
1 **CALCOLA A MENTE** Quale numero può stare al posto di x?

a) $\frac{x}{2} = 8$ [16] d) $\frac{15}{x} = 5$ [3]

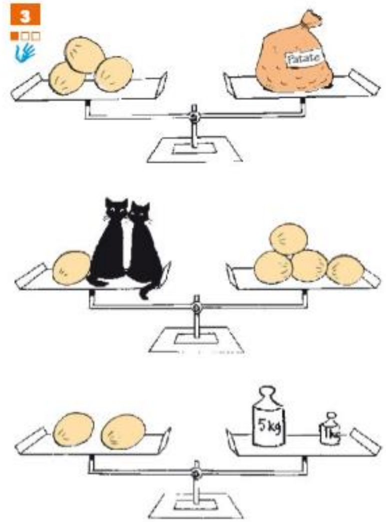
b) $5x = 50$ [10] e) $6 - x = -2$ [8]

c) $70 - x = 1$ [69] f) $\frac{x}{5} + 1 = 3$ [10]

2 I libri hanno la stessa massa, così anche i palloni.
Determina la massa di un libro, di un pallone e dello zaino. [200 g; 400 g; 1200 g]

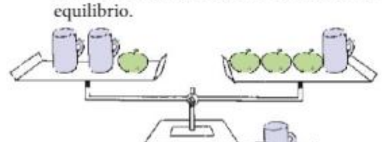


3



Tutti i meloni hanno la stessa massa, e così anche i gatti.
Determina la massa di
a) un melone [3 kg]
b) un sacco di patate [9 kg]
c) un gatto. [4,5 kg]

4 Tutte le mele hanno la stessa massa, e così anche le tazze.
Inventa tre modi per mettere la bilancia in equilibrio.

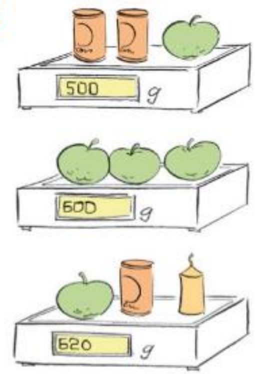


[Una tazza ha la stessa massa di due mele]

5 Inventa da solo un esercizio con la bilancia e dallo da risolvere a un tuo compagno.

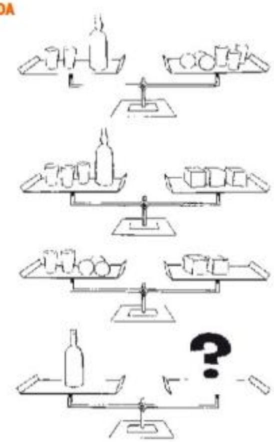
APPLICA

6



Tutti gli oggetti uguali hanno la stessa massa.
Qual è la massa di
a) una mela [200 g]
b) una scatola di conserva [150 g]
c) una candela? [270 g]

7 **SFIDA**

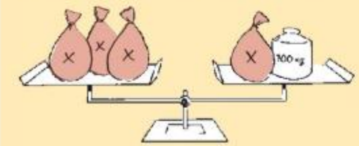


Tutti gli oggetti uguali hanno la stessa massa.
Quanti bicchieri vanno messi sul piatto vuoto per equilibrare la bottiglia? ▸ INS [3]

42 La bilancia e l'equazione

TI RICORDI? → TEORIA A P. 226

Dalla bilancia all'equazione:
- l'incognita si indica con x (o altra lettera)
- l'equilibrio è simboleggiato dall'uguale.



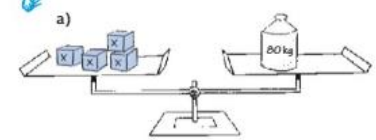
$3x = x + 100$

Per risolvere puoi:
- addizionare o sottrarre uno stesso valore da entrambi i piatti
- moltiplicare o dividere per uno stesso valore ($\neq 0$) entrambi i piatti.

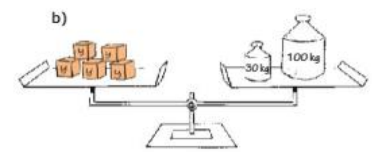
ALLENATI

8 Determina la massa di una scatola in ognuna delle seguenti situazioni.

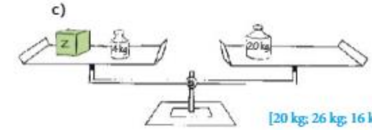
a)



b)



c)



[20 kg; 26 kg; 16 kg]

Dalla **FASE 4** rientriamo nella **FASE 1**!

Trasformo le parole in numeri

Alla base della «matematica magica», quelli che sembrano trucchi sono espressioni algebriche in cui l’incognita è il «numero pensato» ed il risultato è il «numero magico». Lo scopo dell’attività è avvicinare ed appassionare gli alunni alla Matematica attraverso il gioco, stimolando la fantasia e rafforzando la resilienza nella ricerca della soluzione di un problema. Nello stesso tempo, contribuisce alla costruzione del pensiero critico.

- Penso un numero
- Aggiungo 3
- Moltiplico il risultato per 2
- Aggiungo 4
- Sottraggo 10
- Divido per il numero pensato

- Che numero ottengo?

Dalla **FASE 4** rientriamo nella **FASE 1**!

Trasformo le parole in numeri

Prof! Ma perché a tutti torna 2?

L'operatore matematico

Adele: «Una serie di operazioni dà un numero. Ma il risultato è indipendente dal numero pensato…»

Gemma: «Chiamiamo questo numero *Orazio*, oppure il numero «z»!»

Matteo: «[(Orazio + 3) x 2 + 4 -10] : Orazio =

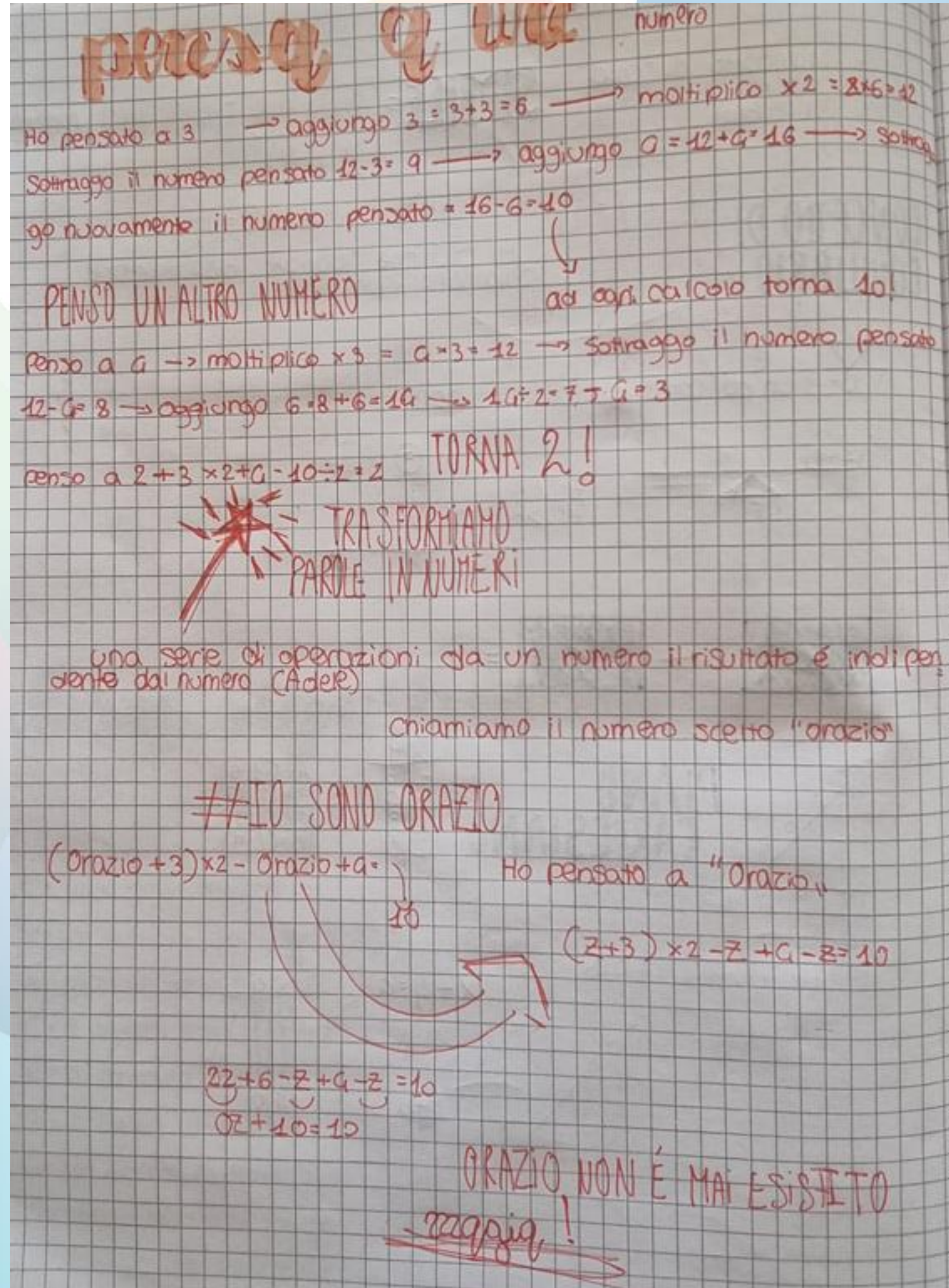
Tosca: «[(z + 3) x 2 + 4 - 10] : z =

= [(z x 2) + (3 x 2) + 4 - 10] : z =

= [2z + 6 + 4 -10] : z =

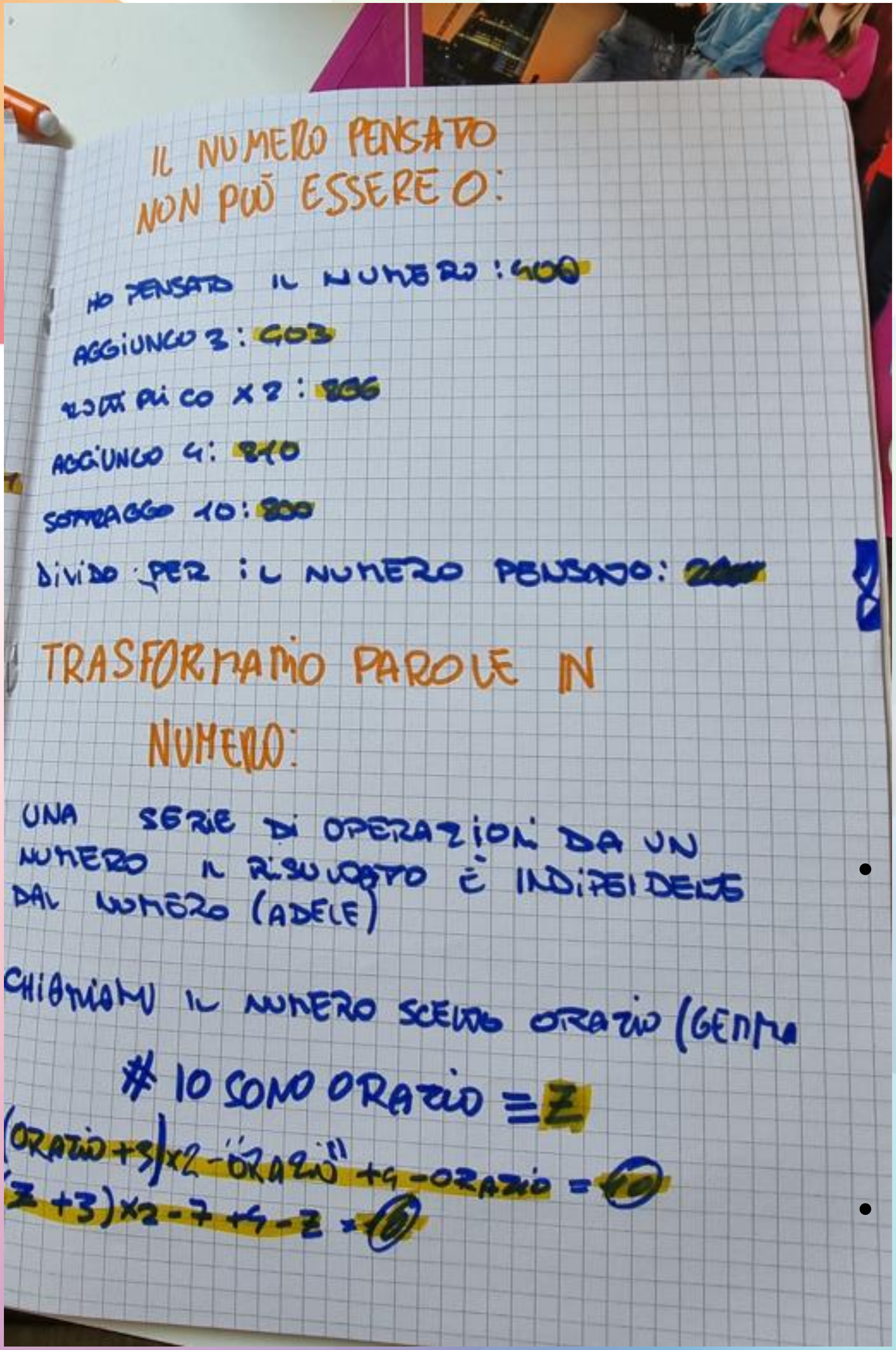
= [2z] : z = 2!!!!»

ORAZIO NON E' MAI ESISTITO!



#ioSonoORAZIO!

Orazio non esiste



Gemma: «Le espressioni possono esistere anche senza numeri. Sono…ragionamenti!»
Adele: «Funziona perché qualsiasi numero pensato viene raddoppiato, ci si aggiunge e poi si toglie la stessa cifra, quindi viene diviso per se stesso.»
Lorenzo: «Se penso un numero, lo triplico e poi ci aggiungo una serie di operazioni che si annullano ma, alla fine, divido per il numero, ottengo 3!»

Dal diario di bordo dell'insegnante

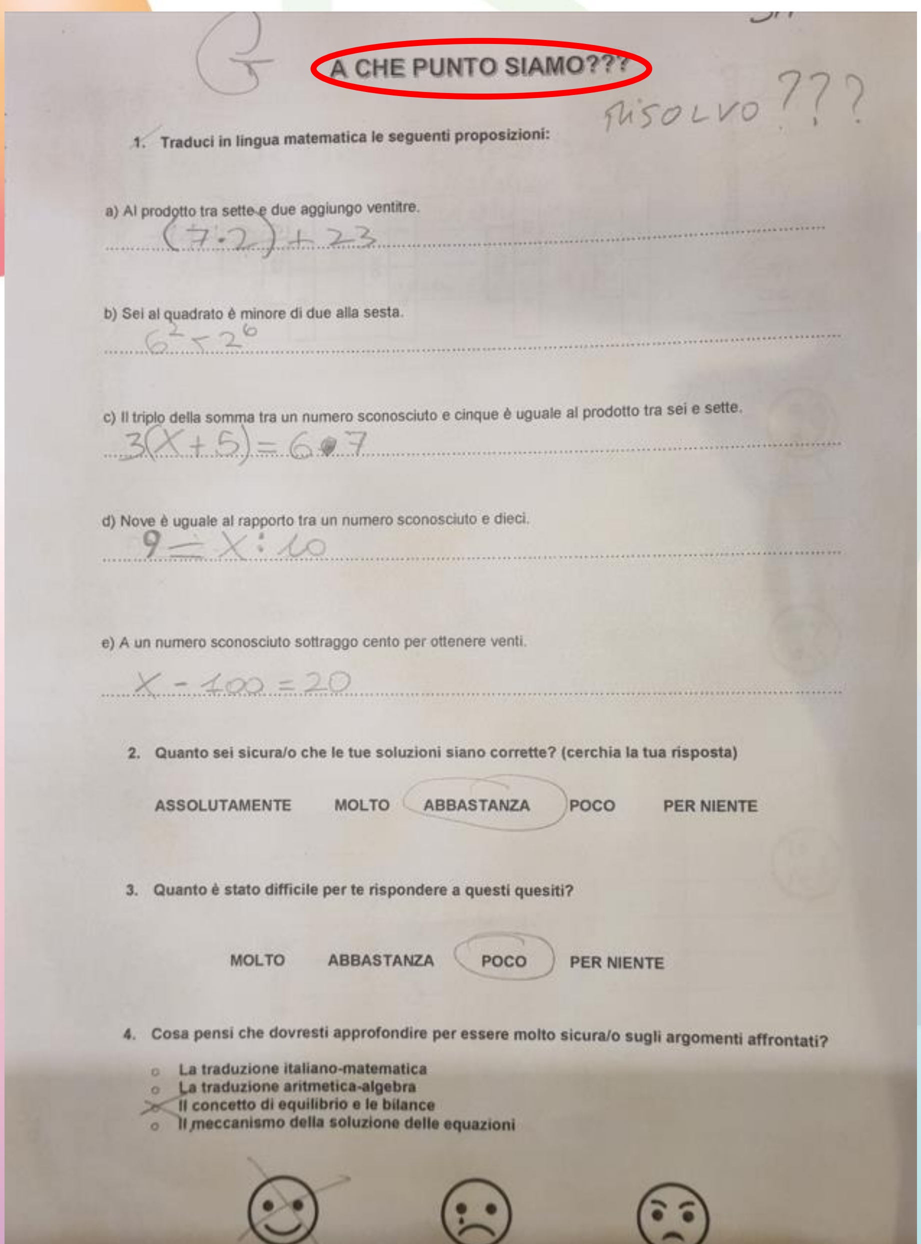
- Trasformando «le parole in numeri», una volta compreso che le numerose operazioni confondono il giocatore ma sono vicendevolmente opposte tra loro, gli alunni si sono divertiti a creare nuovi giochi, sfidandosi.
- Semplici trucchi per operare in maniera prevedibile con i numeri consentono di «familiarizzare» con la matematica.

VERIFICHE DEGLI APPRENDIMENTI

Durante il percorso sono state svolte verifiche:

- Strutturate (prerequisiti)
- Semistrutturate (formative e sommative)
- Verifica delle competenze su griglia di valutazione su quattro livelli in chiave europea
- Test finale autovalutativo
- Osservazioni sistematiche, revisione dei quaderni, prove orali per verificare il processo degli apprendimenti in atto, le conoscenze e le competenze acquisite

TEST FINALE



- Il test finale ripropone una traduzione dal linguaggio naturale al linguaggio matematico per valutare il processo di apprendimento rispetto al test di entrata. Tutti gli alunni risultano significativamente migliorati e più abili come traduttori, passando mediamente da un livello inziale/base ad uno intermedio, fino ad avanzato.
- La tentazione di risolvere le proposizioni, quindi cercare «una soluzione dopo il simbolo uguale» è ancora forte ma gestibile (Tommaso: «RISOLVO???).
- Le risposte alle ultime domande evidenziano una maggiore fiducia nelle proprie conoscenze ed abilità, nonché consapevolezza delle proprie difficoltà.

RISULTATI OTTENUTI

- Acquisizione di un linguaggio specifico in matematica. Solida costruzione dei pre-requisiti per l’apprendimento dell’algebra.
- Miglioramento nella risoluzione di problemi in contesti diversi, valutando le informazioni e la loro coerenza, con un maggiore controllo sui processi risolutivi.
- Più fiducia nelle proprie capacità argomentative nel difendere i propri punti di vista.
- Adeguato utilizzo ed interpretazione del linguaggio matematico, cogliendone il rapporto col linguaggio naturale.
- Sviluppo di un atteggiamento positivo verso la matematica attraverso esperienze significative, utilizzando gli strumenti matematici appresi in situazioni autentiche
- Coinvolgimento di tutti gli alunni, a prescindere dalle loro abilità iniziali. Attività inclusive sia per bambini con BES, non italofoni, indipendentemente dal sesso.
- Clima di benessere, informale ed a misura di bambino durante tutte le attività. Miglioramento delle relazioni all’interno della classe.
- Avendo sperimentato il percorso su più anni, ho avuto modo di verificare a lungo termine i risultati positivi dell’attività, ad esempio nelle prove di matematica di esame di fine ciclo.

RISULTATI OTTENUTI

Criticità:

- Talvolta l’aspetto ludico dell’approccio ha assorbito l’attenzione distogliendo gli alunni dagli obiettivi didattici. Ciò ha richiesto una strategia in cui il gioco si alternava alla didattica frontale ed alla formalizzazione, per tenere «ancorata» la classe alle finalità del percorso.
- Alcuni misconcetti sul linguaggio matematico vengono ereditati dalla scuola primaria e, radicati, sono di difficile soluzione.
- Lo svolgimento del percorso va inevitabilmente ad interagire con la programmazione didattica del secondo quadrimestre della classe seconda. Tuttavia, se i benefici dell’approccio didattico sono verificabili, occorre che la classe destinataria non sia in eccessivo ritardo col programma.
- Ho avuto qualche discussione con alcuni colleghi del consiglio di classe che non hanno condiviso la mia scelta di far utilizzare aghi in classe, pur con la punta arrotondata. Dopo circa due anni, ogni insegnante conosce la sua classe ed è in grado di valutare se l’utilizzo di certi strumenti sia pericoloso o meno. Del resto utilizzano correntemente compassi e forbici. Se motivati ed interessati, anche gli alunni più vivaci si comportano adeguatamente sotto la sorveglianza dell’insegnante.

Valutazione dell’efficacia del percorso didattico sperimentato in ordine alle aspettative e alle motivazioni del Gruppo di ricerca LSS

Il percorso ha soddisfatto positivamente gli obiettivi prefissi dal gruppo di Ricerca LSS:

- ***Approccio fenomenologico-induttivo***: concentrandosi sugli aspetti fondamentali della matematica, il percorso si è basato sul problem solving, attraverso una didattica induttiva e laboratoriale, utilizzando metodologie come il brainstorming, debate, flipped classroom e learning by doing. E’ stato valorizzato l’errore come aspetto significativo nel processo di apprendimento. La motivazione all’ascolto, al confronto ed al rispetto dell’idea altrui, ha migliorato l’autostima nelle proprie capacità, le relazioni interpersonali ed il benessere in classe.
- ***Percorso di apprendimento basato su esperienze***: l’apprendimento è avvenuto per gradi attraverso una serie di esperienze progettate dall’insegnante per la costruzione attiva dei contenuti fondanti dell’algebra
- ***Sviluppo di elementi di concettualizzazione/teorizzazione***: dal brainstorming al problem posing, gli alunni sono stati condotti alla formulazione di ipotesi, guidati nella concettualizzazione dei principi fondanti, quindi supportati dall’insegnante nella formalizzazione.

BIBLIOGRAFIA

D’Amore, B. (2006). Oggetti matematici e senso. Le trasformazioni semiotiche cambiano il senso degli oggetti matematici. La matematica e la sua didattica, 4, 557-583.

Del Monte, R. (2019). Introdurre l’algebra in 3a media. Master degree, SUPSI, Dipartimento Formazione e Apprendimento.

Malara, N.A. (2003). L'esplorazione di situazioni come modalità da privilegiare sin dalla scuola primaria per dare significato allo studio dell'algebra, in D'Amore, B. (a cura di) La didattica della Matematica in aula, Bologna, Pitagora Editrice, 71-86.

Malara, N., & Navarra, G. (2003). Unità 6: Dalla bilancia a piatti all’equazione. Bologna: Pitagora,

Navarra G. (2008). L’early algebra: una prospettiva per una didattica dell’aritmetica e dell’algebra che favorisca il superamento delle difficoltà nell’insegnamento / apprendimento delle due discipline. In Baldi G. e Moriani F. (Eds.), Atti del Convegno nazionale ‘Il piacere di insegnare, il piacere di imparare la matematica’. Pitagora Editrice Bologna. 133-142.

Navarra G. (2009). Early algebra: un approccio relazionale all’aritmetica per promuovere una concezione linguistica dell’algebra.In P. Baratter e S. Dallabrida (a cura di). In Atti del Convegno GISCEL: Lingua e grammatica, Teoria e prospettive didattiche. Trento. 133-154.

Peres, E., Serafini, S. (2006). L'elmo della mente. Manuale di magia matematica. Ed. Salani