

REGIONE
TOSCANA



“TEOREMA”

Il Teorema di Pitagora

Grado scolastico: Secondaria di primo grado – classe seconda

Area/e disciplinare/i: Matematica

Scuola Secondaria Carducci Venturina - I. C. Marconi Venturina Terme

Docenti coinvolti: Umberto Bartoli – Simona Guidoni

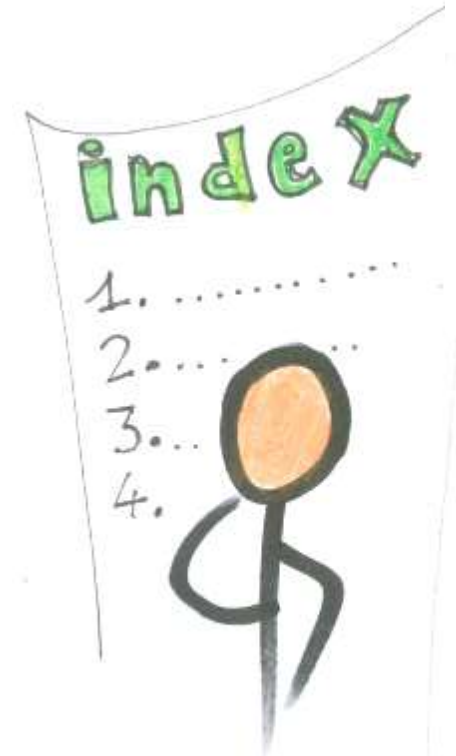
Miriam Colarusso – Luca Giberti

Realizzato con il contributo della Regione Toscana
nell'ambito del progetto

Rete Scuole LSS a.s. 2024/2025

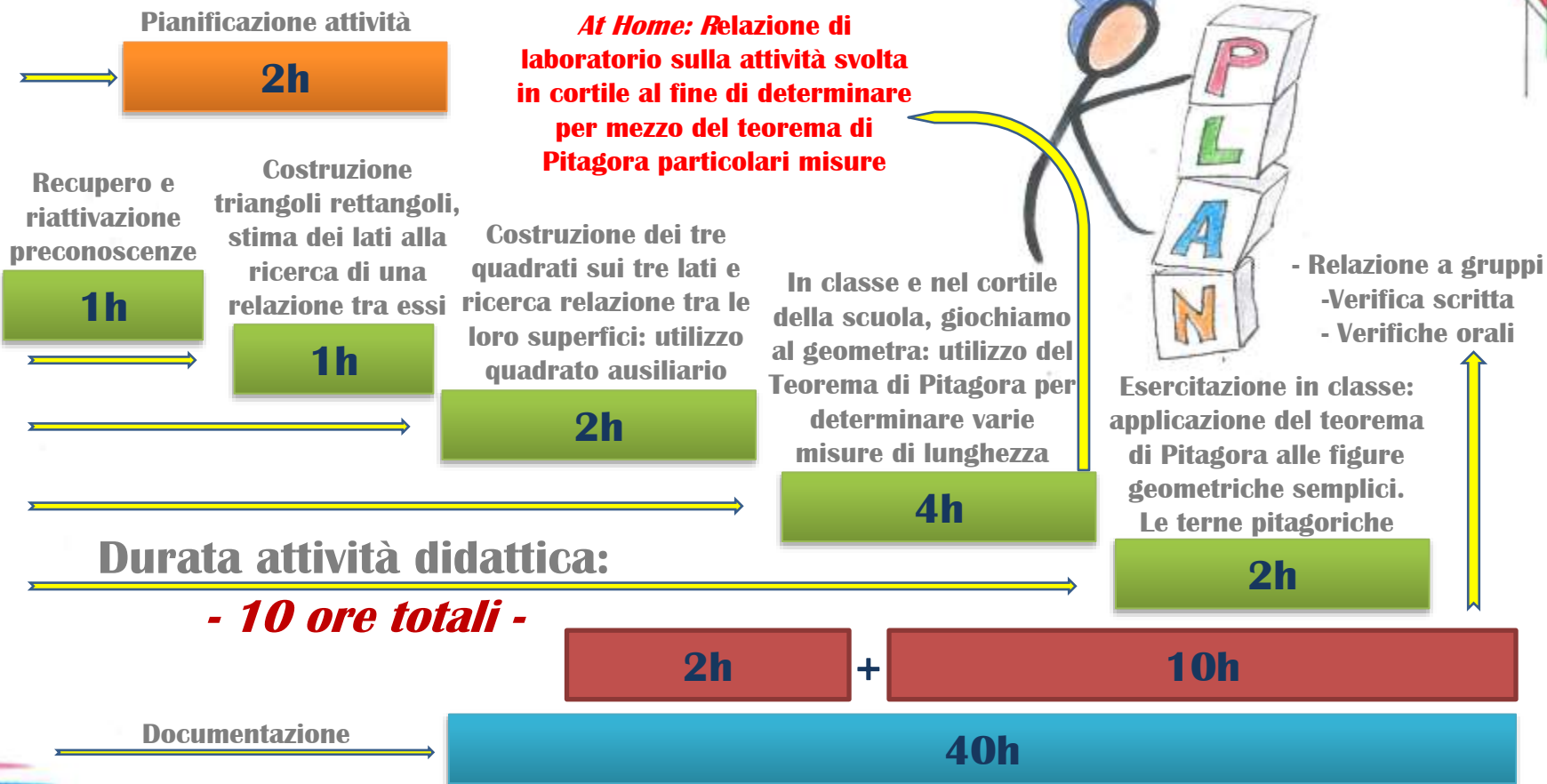
Indice della presentazione

- **Contesto temporale e curricolare**
- **Obiettivi**
 - **Traguardi per lo sviluppo delle competenze**
 - **Competenze Chiave**
 - **Obiettivi essenziali di apprendimento**
- **L'approccio metodologico**
 - **Fasi e approccio**
 - **La mediazione didattica**
- **Materiali Utilizzati, strumenti, ambienti**
- **IL PERCORSO HA INIZIO!**
 - **Fase preliminare**
 - **Recupero e riattivazione preconcoscenze:**
 - **I triangoli: proprietà e definizioni**
 - **Il triangolo rettangolo**
 - **Attività laboratoriale**
 - **La costruzione di un triangolo rettangolo e dei tre quadrati di lato i due cateti e l'ipotenusa. Utilizzo di un quarto quadrato contenente gli altri al fine di scoprire la relazione tra le aree**
 - **In classe: applicazione del teorema a varie situazioni: esercizi e domande stimolo**
 - **Nel cortile della scuola: applicazione del teorema per determinare varie misure di lunghezza (Campo da gioco, recinzioni, pareti, canestro). Determinazione di un cateto o dell'ipotenusa.**
- **Verifica e valutazione**



Contesto temporale e curricolare

- **Materia - UdA di riferimento: Matematica – Il Teorema di Pitagora.**
- **Collocazione temporale: Nella parte conclusiva del secondo quadrimestre, durante il secondo anno della scuola secondaria di primo grado.**
- **Motivo del collocamento: Come da programmazione l'attività deve essere eseguita a valle della trattazione delle aree di tutte le figure semplici (triangolo, quadrato, parallelogramma, rettangolo, rombo, trapezio, figure composte).**



Traguardi per lo sviluppo delle competenze



- *L'alunno attraverso l'esperienza manuale diretta determina la relazione di Pitagora tra i tre lati di un triangolo rettangolo (dopo aver verificato che non si tratta di una relazione semplice lineare), attraverso la costruzione dei tre quadrati che hanno lato uguale alle tre dimensioni del triangolo, e di un quarto quadrato ausiliario.*
- *L'alunno è in grado di individuare un triangolo rettangolo in casi diversi e disparati, laddove poter utilizzare il Teorema*
- *L'alunno riesce a individuare i contesti reali dove poter applicare il teorema per fini pratici. L'alunno riesce a utilizzare l'equazione del teorema per determinare il lato mancante.*

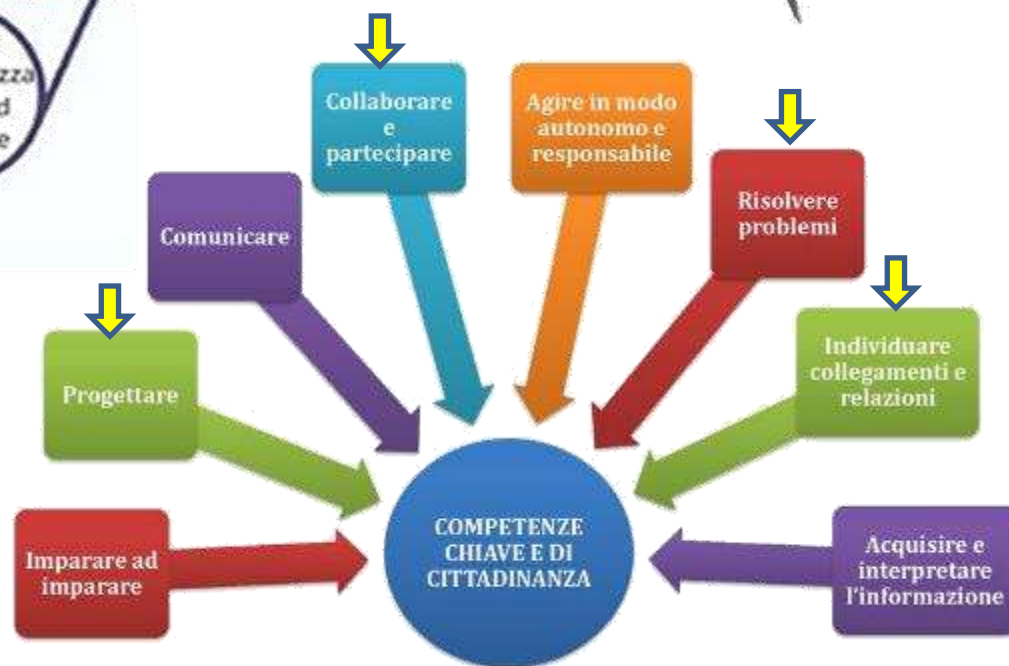
Le competenze chiave



Competenze chiave EU:
(Racc. 2018/189/CE)
Quali vengono attivate?



Competenze di cittadinanza:
(D.M. 139/2007)
Quali vengono attivate?



SCHOOL

Obiettivi Essenziali di Apprendimento



- *Padroneggiare i concetti e le definizioni principali dei triangoli, con particolare attenzione ai triangoli rettangoli (prerequisiti)*
- *Padroneggiare il concetto di area o superficie e saperla determinare per le principali figure piane, con particolare attenzione all'area del quadrato e alla determinazione del lato conoscendo l'area (formula inversa). Aver acquisito il concetto di equivalenza tra figure piane, figure seppur diverse ma che hanno la solita misura di superficie (prerequisiti)*
- *Intuire il carattere non lineare della relazione di Pitagora tra il due cateti e l'ipotenusa in un triangolo rettangolo, legata alle aree dei quadrati costruiti sui tre lati. Verificare e dimostrare l'equivalenza assoluta tra la somma dei quadrati costruiti sui due cateti e quello costruito sull'ipotenusa.*
- *Saper utilizzare l'equazione di Pitagora per determinare il lato incognito in un triangolo rettangolo, sia esso l'ipotenusa o uno dei due cateti.*
- *Saper utilizzare il teorema in contesti di realtà dove in qualche modo possa essere individuato un triangolo rettangolo. Saper utilizzare il teorema con figure piane semplici individuando di volta in volta il triangolo rettangolo per il quale applicare il teorema.*

L'approccio metodologico

Fasi e approccio



La preparazione:

- *Ripasso e consolidamento prerequisiti*
- *Domande stimolo*

Il percorso e la metodologia:

- *Didattica laboratoriale, non libresca*
- *Cooperative learning con discussione e approfondimento delle evidenze*
- *Guida con domande stimolo e tramite osservazione libera delle evidenze geometriche al fine di giungere in maniera autonoma alle conclusioni corrette*

SCHOOL



La mediazione Didattica

L'insegnante è più di ogni altra cosa un **“FACILITATORE”** che deve curare ogni aspetto del suo stare in classe:

- *L'atteggiamento, la postura, il linguaggio*
- *Deve rendere l'ambiente di apprendimento un posto in cui gli alunni si sentano a proprio agio e liberi di commettere errori*
- *Deve creare empatia*
- *Usare l'umorismo*
- *Deve sapersi calare nella realtà degli studenti*
- *Deve far sì che la lezione non sia MAI pesante e noiosa*
- *Deve far capire loro che è stato bambino e adolescente, seduto dietro quei banchi prima di loro*



“L'insegnante deve essere tutto e niente, deve essere un trasformista, con l'obiettivo primario di far sì che i propri alunni STIANO BENE A SCUOLA!”

I materiali utilizzati ...

- *Cartone*
- *Cartoncini colorati*
- *Pennarelli*

... gli strumenti

- *Metro da muratori*
- *Metro ottico da geometri*
- *Forbici*
- *Taglierino*
- *Colla*
- *Nastro adesivo*
- *Lavagna e LIM*
- *Computer*
- *Fotocamera*



... e gli ambienti

- *Aula - laboratorio*
- *Cortile della scuola*



Il percorso ha inizio ...

Fase preliminare:

Recupero e riattivazione preconcoscenze

Focus sui concetti essenziali trattati nel primo biennio e soprattutto durante l'ultimo anno necessari alla comprensione dell'argomento.

... Riassunto delle lezioni precedenti ...

(Lezione partecipata, brainstorming)

Ricordiamoci dei triangoli ...

- Quali erano i punti essenziali?

La classe recupera velocemente ...

- *Perimetro: somma di tutti i lati*
- *Area: base x altezza / 2*
- *Definizioni varie: triangolo scaleno, isoscele, equilatero (relazioni tra i suoi lati), triangolo acutangolo, ottusangolo, rettangolo (relazioni tra i suoi angoli).*
- *La somma interna dei suoi angoli è sempre 180°*
- *La somma di due lati deve sempre superare il terzo (condizione di esistenza di un triangolo)*

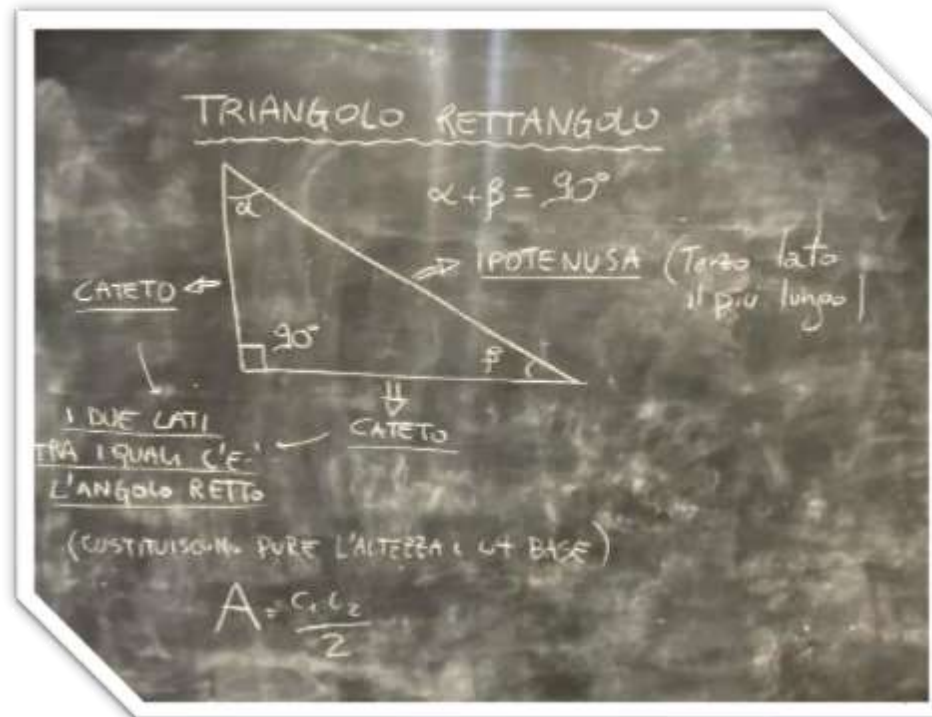


Ricordiamoci ora in particolare dei triangoli rettangoli...

- Quali erano le caratteristiche essenziali?

Anche in questo caso La classe recupera bene ...

- Un angolo retto, uguale alla somma degli altri due
- I due lati minori sono i due cateti e corrispondono anche alla base e all'altezza
- Area: $\text{cateto} \times \text{cateto} / 2$
- Il lato più lungo che chiude il triangolo è l'ipotenusa

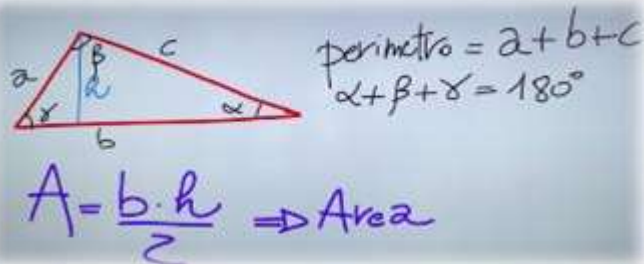
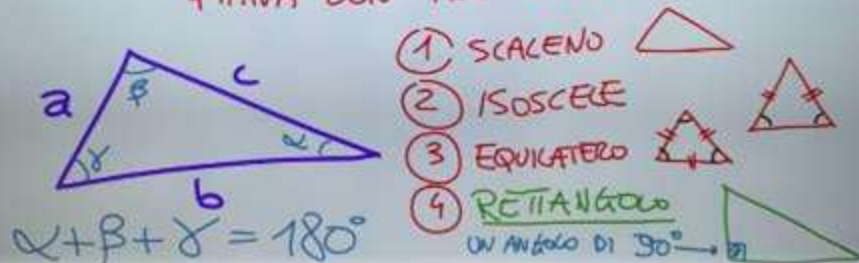


Momenti del recupero preconoscenze...

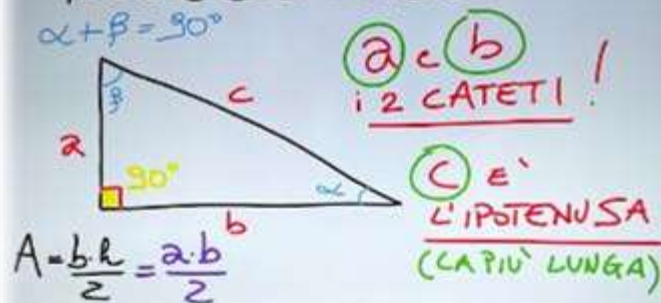


IL TRIANGOLO

Anthony: FIGURA GEOMETRICA
PIANA CON TRE LATI

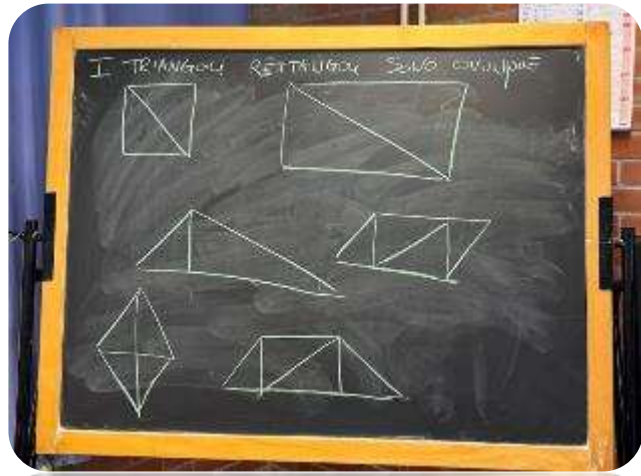


TRIANGOLO RETTANGOLO



Tutto quello che sappiamo sui triangoli in generale e sui triangoli rettangoli in particolare!

I triangoli rettangoli sono ovunque, non solo sul libro di geometria ... cerchiamoli intorno a noi !



Emily e Aurora con le braccia



Anthony ne immagina uno nell'anta dell'armadio nel corridoio



Anche il naso di Alessandro sembra avere la forma di un triangolo rettangolo

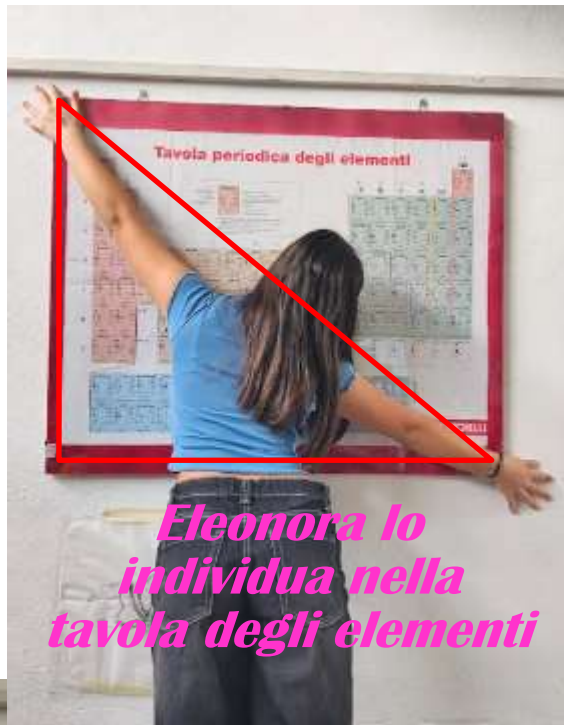


Piro e Jacopo in confidenza





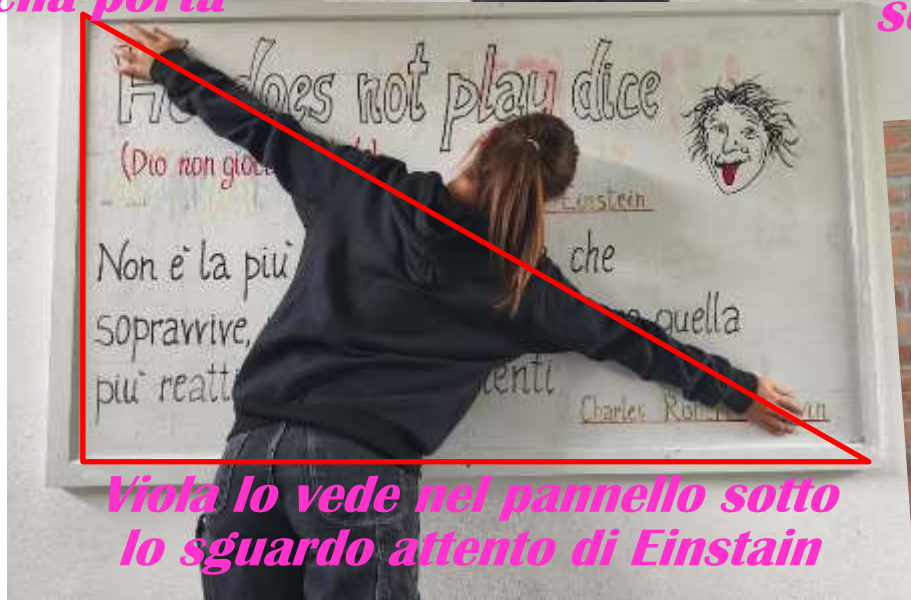
Vittoria lo trova nella porta



Eleonora lo individua nella tavola degli elementi



Anche i tavoli dell'aula di scienze a forma di trapezio ne nascondono un paio



Viola lo vede nel pannello sotto lo sguardo attento di Einstein

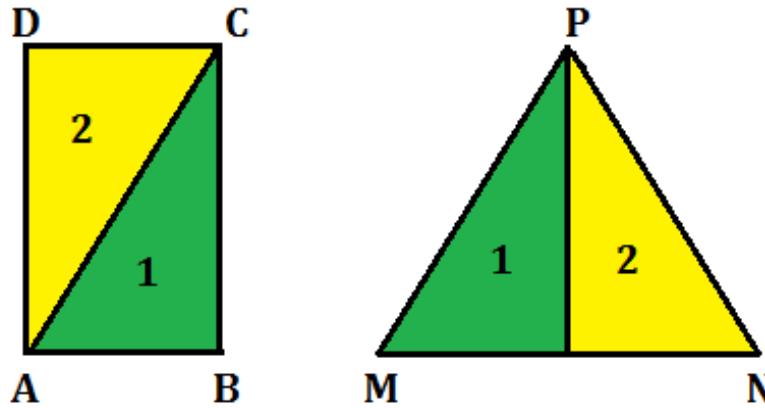
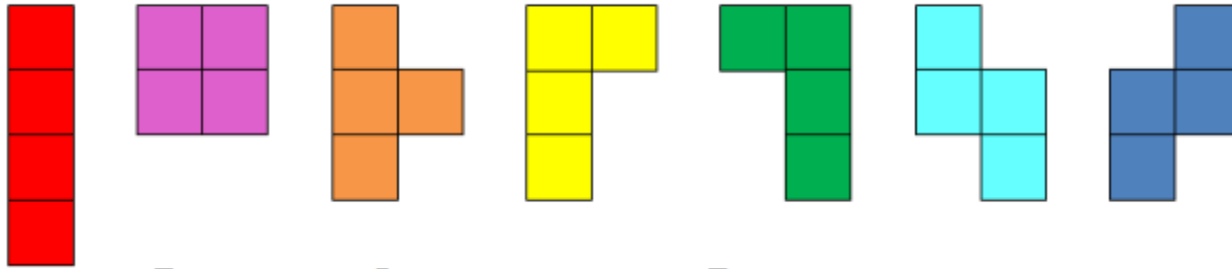


Ilbra lo vede nella LIM divisa a metà

SCHOOL

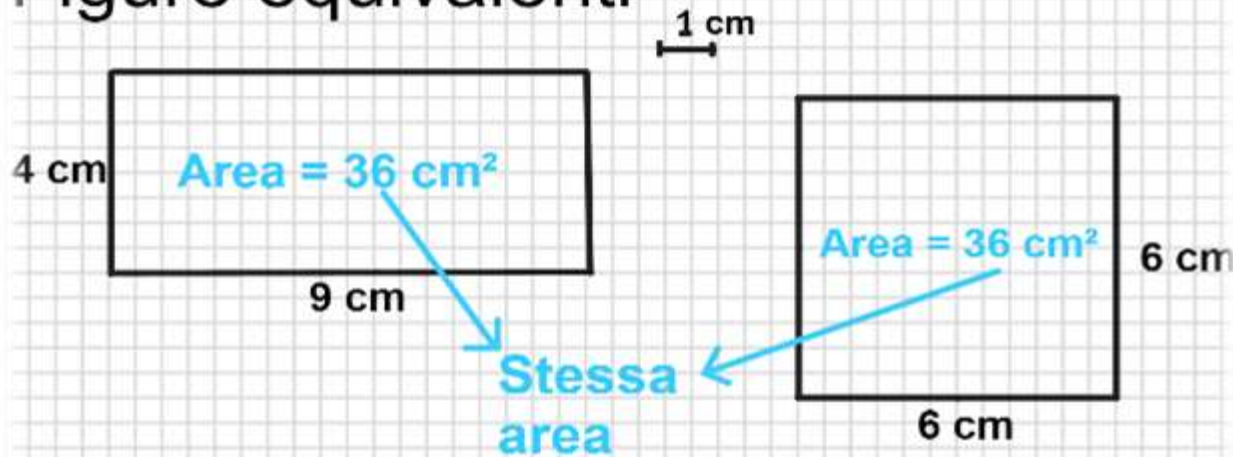


L'equivalenza delle figure piane ... altro concetto fondamentale ...



Dividiamo il rettangolo ABCD lungo la diagonale AC e disponiamo i triangoli 1 e 2 ottenuti in modo da formare il triangolo MNP. Diremo che il rettangolo hanno uguale estensione quindi sono **poligoni equivalenti**.

Figure equivalenti





I ragazzi provano a ricordare e recuperare il concetto di equivalenza fra due figure piane ... che si confonde con il concetto di uguaglianza: DUE FIGURE EQUIVALENTI HANNO LA STESSA AREA E NON SONO NECESSARIAMENTE UGUALI!!

L'utilizzo delle figure componibili in cartoncino e polistirolo aiutano a capire il concetto!



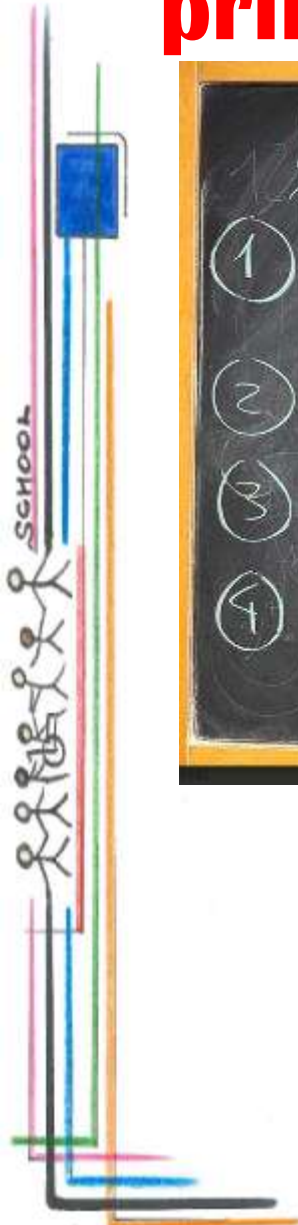
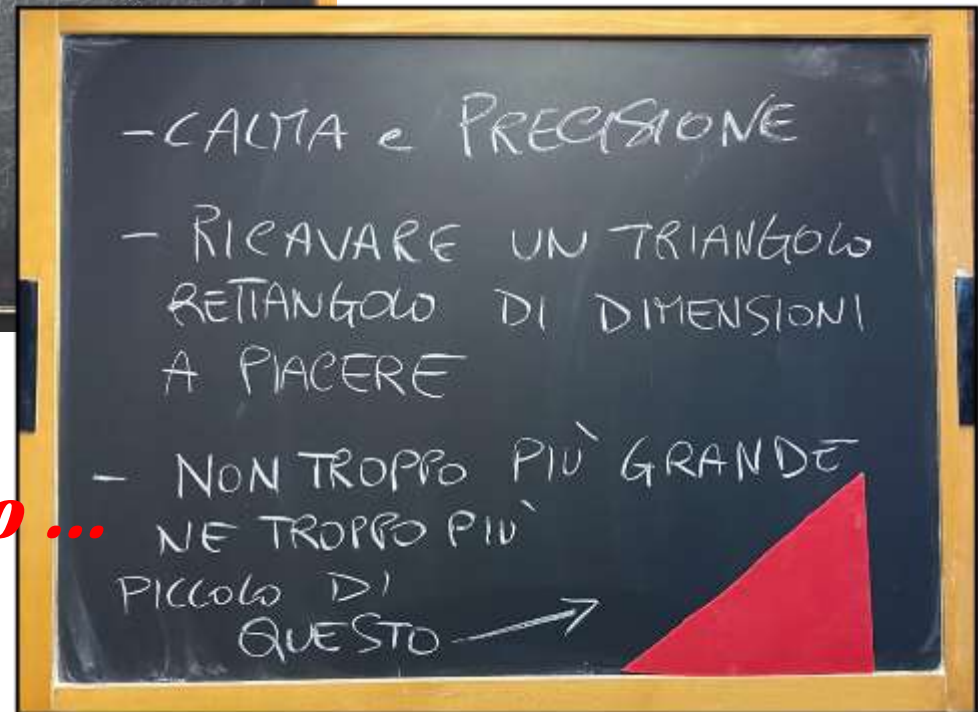
Ultime Raccomandazioni ... prima di cominciare!



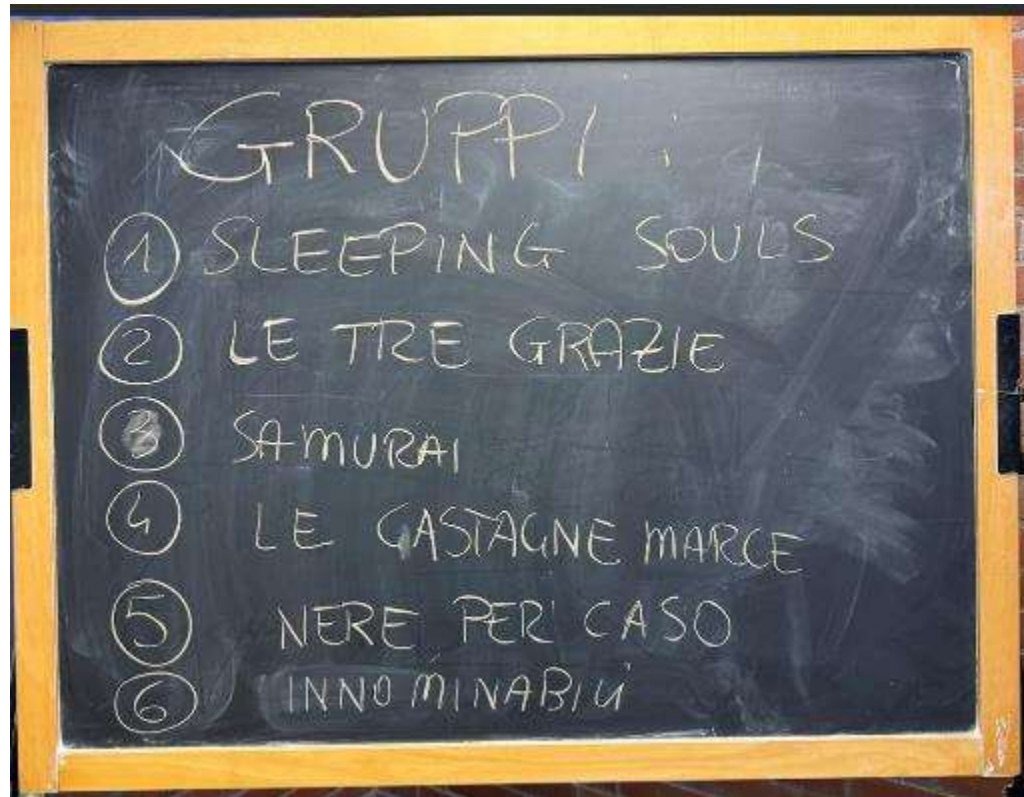
In generale ...



Nello specifico ...

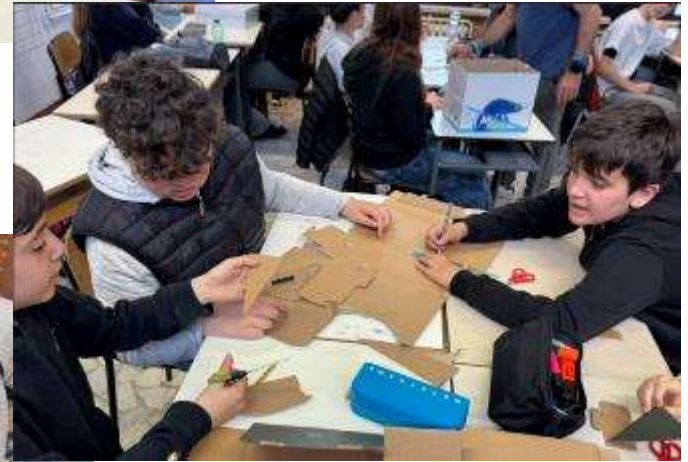
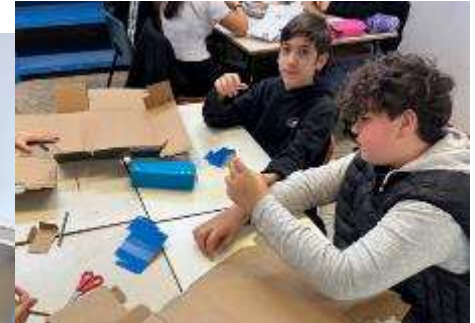


**Bene, siamo quasi pronti ... Intanto
dividiamoci in gruppi!**



**... Un po' di spirito e
coreografia non fa male!**

Utilizzando carta, cartone e cartoncini, forbici e taglierini, costruiamo in ciascun gruppo dei triangoli rettangoli, di dimensioni e forme diversi ... lunghi, alti simmetrici, standard e strani ... L'importante è che abbian tutti ... UN ANGOLO RETTO!



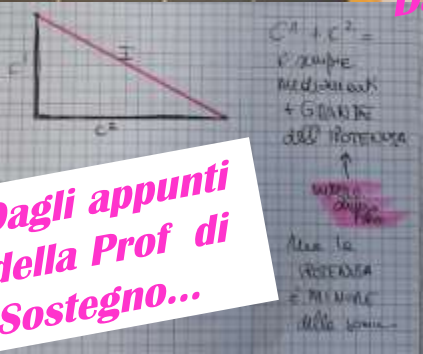
SCHOOL



Proviamo a misurare i lati di tutti i triangoli rettangoli costruiti: andiamo alla ricerca di una qualche relazione tra essi ... mettere tutti questi dati in una tabella ci aiuta!

GRUPPO	C_1	C_2	I
SAMUELA	13	13,6	18,8
"	11,1	8,8	14,2
VITTORIA CAG	12,6	7	14
VITTORIA CASSANO	10,9	22	24,6
VITTORIA MARCE	10,9	12	16
VITTORIA SOUSS	10	8	12,5
"	7,5	8,4	11,5
"	8,1	9,5	13
"	12	11,5	17

Dagli appunti della Prof di Sostegno...



Dagli appunti della Prof di Sostegno...

③ MISURE DEI TRIANGOLI COSTRUITI
③ E ANDARE LATTI MESSI IN UNA TABELLA
 C_1, C_2 IPOTENUSA

«La prima raccolta dei dati e il primo tentativo di trovare una relazione»

Possiamo notare qualcosa?

Jacopo: “I primi due son più piccoli del terzo...”

Vero... Alessandro: “... Vedrai, il terzo è l’ipotenusa, il lato più lungo”

Vero pure questo... Vittoria: “La somma dei primi due è sempre più grande del terzo” ... *Questo è più interessante ...*

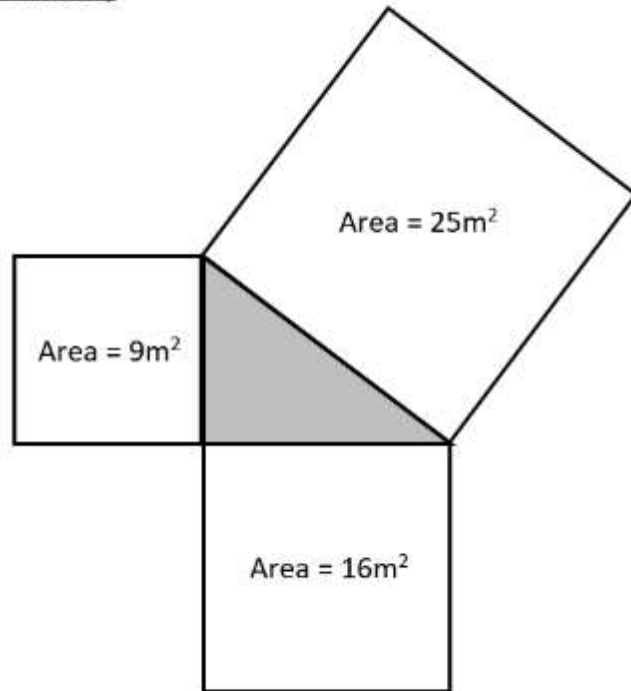
... Ma, a parte certe giuste osservazioni, pare non esistere una relazione precisa tra le tre misure ...

Proviamo adesso a ricordare l'ultimo strano esercizio presente nell'ultima verifica ...

Esercizio N° 11 - Le aree: formule inverse

Calcolare sul foglio protocollo l'area della superficie e il perimetro del triangolo rettangolo grigio e riporta il risultato sotto

(Facoltativo)



Area triangolo grigio _____

Perimetro triangolo grigio _____

Noti qualcosa di curioso riguardo le aree dei tre quadrati?

Dillo a parole tue ...

Elia: “Me lo ricordo ... ma l'ultima domanda non mi era riuscita!”

Alcuni avevano fatto giuste osservazioni ma nessuno aveva notato la relazione precisa che c'è tra le aree dei tre quadrati ...

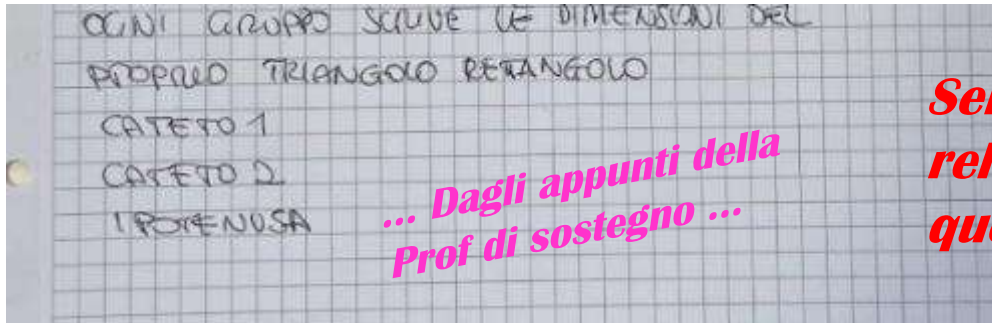
... Che spunto possiamo trarre da questa rappresentazione? ...

Ricordiamoci che stiamo cercando una relazione tra i lati dei triangoli rettangoli realizzati!

Martina: “Ritagliamo tre quadrati come quelli e vediamo che succede!”

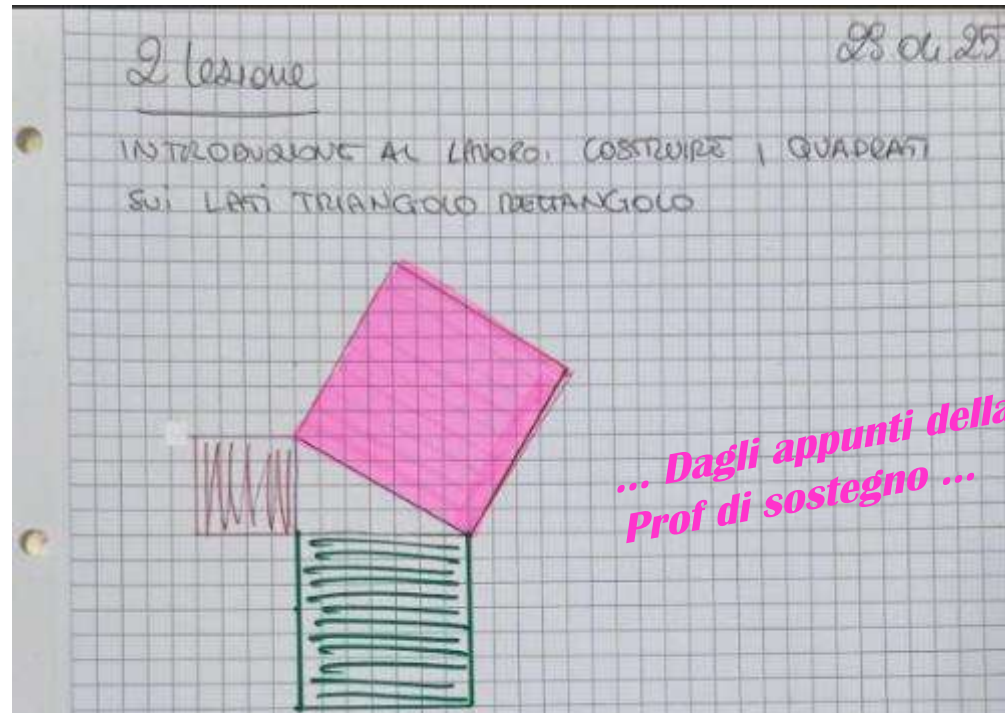
Ottimo suggerimento ... riprendiamo cartoncini, forbici e taglierini!

Pianifichiamo il lavoro:

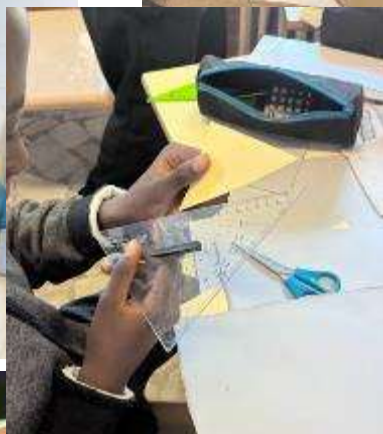
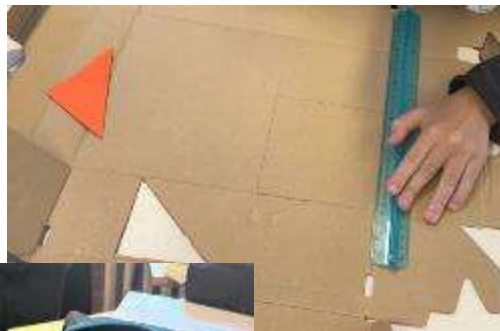


*Sembra non esistere una
relazione particolare tra
queste tre misure...*

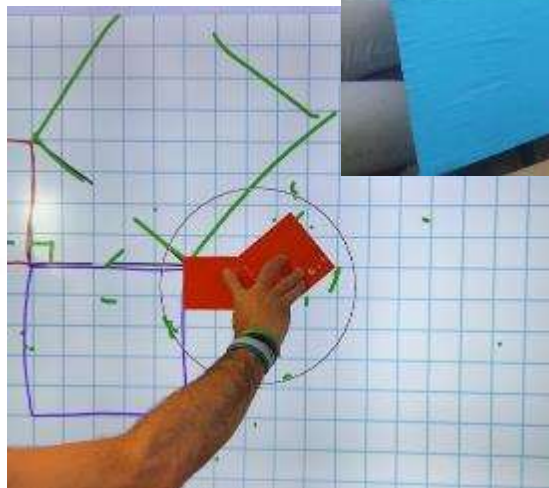
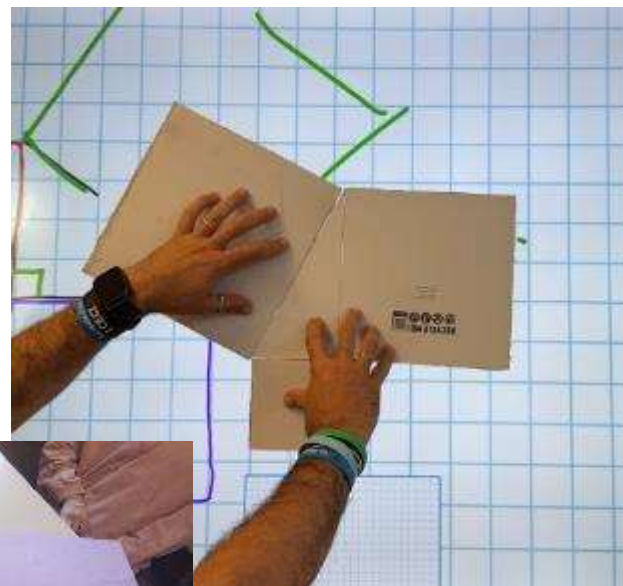
*Come suggerito
proviamo a fare
così ... Che cosa
ci aspettiamo di
trovare?*

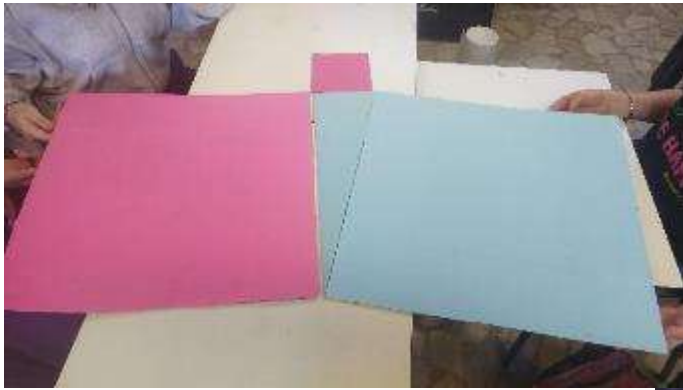


Di nuovo al lavoro col bricolage ... obiettivo: ritagliare tre quadrati con il lato rispettivamente uguale a cateti e ipotenusa dei triangoli rettangoli già realizzati



Si cominciano a vedere i primi risultati ...





... Ricordiamo che siamo alla ricerca disperata di una relazione segreta tra i lati di un triangolo rettangolo ... La costruzione ormai famosa ci suggerisce qualcosa?

Tommaso: "Si trova il perimetro dei quadrati costruiti ..."

OK ... e poi che ci facciamo? ...

... "Si guarda se vengono uguali ... "

... Come fanno a venire uguali se i lati sono diversi?!

Niccolò "... Magari la somma del perimetro di quelli più piccini è uguale al perimetro di quello più grande ..."

... Come si trova il perimetro del quadrato?

Tommaso "... Si fa la somma dei lati!" *... oppure?*

Niccolò "... Si fa lato per 4!"

... Quindi, lato x 4 il primo, lato x 4 il secondo, lato x 4 il terzo ... se non c'era una relazione precisa tra i tre lati può esserci fra i tre perimetri visto che sono semplicemente 4 volte il lato?

... Un po' di indecisione su questo punto anche tra quelli più bravi!

Alla fine Piro "Mi sa che è uguale!"

Non tutti afferrano il ragionamento. Alla fine si fa la prova con un paio di triangoli costruiti verificando che, come non c'era una relazione evidente tra i tre lati del triangolo, non c'è neppure tra i perimetri dei quadrati costruiti sui tre lati.

... Siamo punto e a capo!

... Alla fine qualcuno ha una illuminazione, ripensando al problema proposto nella verifica ...



Jacopo: “Proviamo a trovare le aree dei quadrati costruiti ...”

OK ... e poi che ci facciamo?

Lorenzo: “Le mettiamo nella tabella ... se si vede qualcosa ...”

Ottima idea ... Procediamo!

... Ma ... Come si trova l'area di un quadrato?

Sandy: “Base per altezza ...”

OK ... ma come sono la base e l'altezza in un quadrato?

Sempre Sandy: “... Uguali” ... e quindi? “... Lato per lato!”

... e quindi? ... un po' di indecisione ... come si può scrivere ad esempio 5x5? ... Elia: “... 5^2 !” ... e quindi, l'area di un quadrato?”

Sempre Elia: “... Lato elevato alla seconda!”

Perfetto ... Procediamo, calcoliamo l'area di ciascuno dei tre quadrati e aggiungiamo altre tre colonne nella tabella!

GRUPPO	C ₁	C ₂	I	(C ₁) ²	(C ₂) ²	(I) ²
SAMURAI	13	13,6	18,8			
"	11,1	8,8	14,2			
NERE AN CASO	12,6	7	14			
INCHIARLI	10,9	22	24,6			
CASTAGNE MARCE	10,9	12	16			
SGERING SOULS	10	8	12,5			

GRUPPO	C_1	C_2	I	$(C_1)^2$	$(C_2)^2$	I^2
SAMURAI	13	13,6	18,8	169	185	353
"	11,1	8,8	14,2	123	77,5	201,6
VERE AN CASO	12,6	7	14	158,8	49	196
INMIRABILI	10,9	22	24,6	118,8	484	605,2
CASTAGNE MARCE	10,9	12	16	118,8	144	256
FEEDING SOULS	10	8	12,5	100	64	156,2
"	7,5	8,4	11,5	56	70,5	132
"	8,1	9,5	13	65,6	90,2	169
LE MORE PER CASO	12	11,5	17	144	132,3	289

... Dagli appunti della
Prof di sostegno ...

6) Gli ALUNNI
calcolano le quadrati
dei C_1 C_2 I^2 due loro
elevate

Tutti i ragazzi, calcolatrice alla mano, calcolano le aree dei quadrati costruiti su i due cateti e sull'ipotenusa, elevando alla seconda le tre misure, e si appuntano sui quaderni i risultati ottenuti ... i risultati vengono poi trascritti sulla lavagna nelle tre colonne aggiunte!

DOMANDA STIMOLO:

Possiamo notare qualcosa osservando le tre nuove misure relative alle tre aree dei quadrati costruiti sui lati del triangolo?

Greta: “... Le prime due sono più piccine della terza!”

Vero! ... Questo è strano?

Elia: “No, perché i due cateti sono più piccoli dell’ipotenusa quindi se li fai alla seconda continuano a essere più piccoli!”

... la classe condivide ... e allora?

Sempre Elia: “... Se faccio l’area del primo quadrato più il secondo?”

Martina: “Noi abbiamo già provato (riferendosi al suo gruppo) ma non viene uguale ...”

... Proviamo, che ne dite?

I ragazzi, calcolatrice alla mano, si mettono di nuovo al lavoro e ciascun gruppo comunica il risultato della somma delle aree dei due quadrati ... i risultati vengono poi trascritti sulla lavagna nell’ultimo spazio rimasto disponibile!



... Questo è strano?

Elia: “No, perché i due cateti sono più piccoli dell’ipotenusa quindi se li fai alla seconda continuano a essere più piccoli!”

... la classe condivide ... e allora?

Sempre Elia: “... Se faccio l’area del primo quadrato più il secondo?”

Martina: “Noi abbiamo già provato (riferendosi al suo gruppo) ma non viene uguale ...”

... Proviamo, che ne dite?

**Ancora con la calcolatrice
si calcolano le somme delle
aree dei quadrati costruiti
dai due cateti mettendo i
risultati così ottenuti
nell’ultima colonna
disponibile**

CATETO	C ₁	C ₂	I	C ₁ ²	C ₂ ²	I ²	C ₁ ² +C ₂ ²
ANITA	13	13,6	18,8	169	185	353	354
"	11,1	8,8	14,2	123	77,5	201,6	200,5
STEFANO CAP	4,6	7	14	152,8	49	196	207,8
MIRIAM	10,3	22	24,6	118,8	484	605,2	602,8
CARINE MARCE	10,3	12	16	118,8	144	256	262,8
GIORGIO SONO	10	8	12,5	100	64	156,2	164
"	7,5	8,4	11,5	56	70,5	132	127,5
"	8,1	9,5	13	65,6	90,2	169	155,8
LE MOIRE PER CAGO	12	11,5	17	144	132,3	289	276,3



Allora queste somme ... corrispondono alle aree dei quadrati costruiti sull'ipotenusa?

Emily: "... Le prime due sono più piccole della terza!"

... la classe all'unanimità sostiene che non c'è corrispondenza!

Vittoria però ammette: "In qualche caso sono quasi uguali"

Vero! ... In diversi casi la differenza sembra davvero molto piccola ... Questo che cosa può voler dire?

Elia: "... Siamo stati poco precise nei ritagli e nelle misure?"

Potrebbe essere?

Ester: "... Noi si è approssimato un po' col righello perché le misure non venivano tanto precise!"

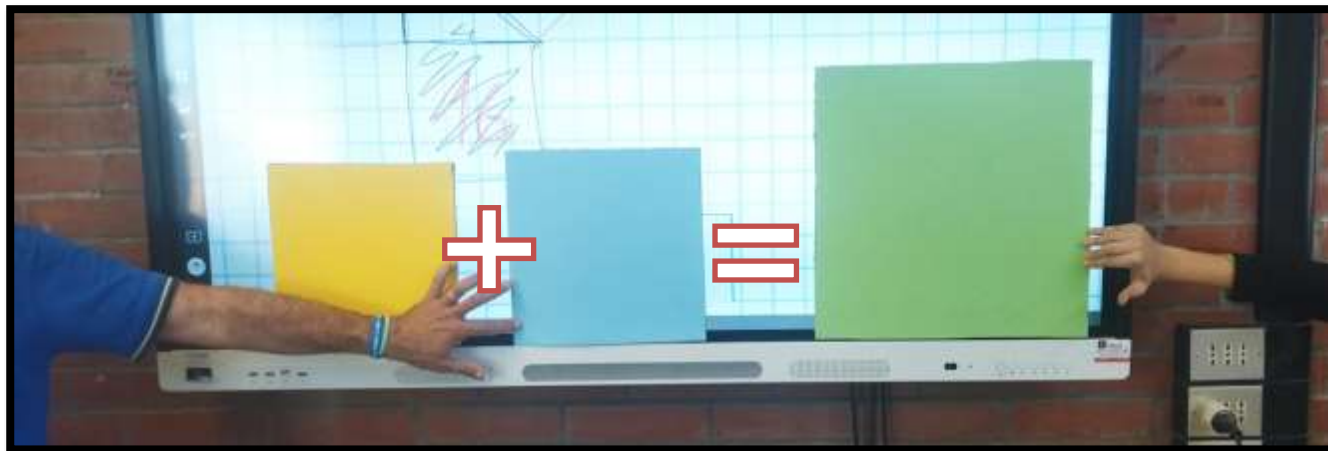
È giusto approssimare ... ma questo che cosa comporta?

Vittoria si illumina: "... Che le due misure sono davvero uguali ma siccome ci sono approssimazioni, difetti di misura e di ritaglio solo in alcuni casi vengono praticamente uguali!"

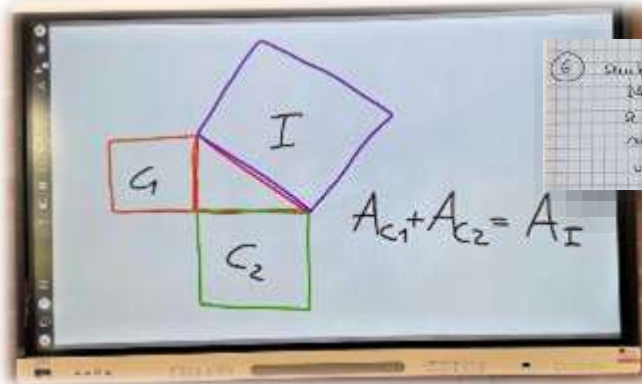
... la classe stavolta si convince che potrebbe essere così, anche perché in diversi casi la differenza tra le due misure è davvero molto piccola ... la cosa è ora condivisa!



***Ecco qua tre dei quadrati tra quelli costruiti dai ragazzi!
... Ormai siamo tutti convinti che sommando l'area dei primi due si dovrebbe trovare l'area del terzo ...***



Lo scriviamo chiaramente anche alla LIM!



⑤ Semplice da ...
Dato un triangolo rettangolo
si costruiscono due quadrati costruiti
sui cateti. La loro somma è
uguale all'area costruita sull'ipotenusa.

***... Anche dagli appunti
della Prof di sostegno ...***

⑤ OSSERVAZIONI SULLA TABELLA SECONDA COLLEGAMENTO
Mio: la somma del quadrato dei cateti è
uguale all'ipotenusa
 $(c_1)^2$ è l'area del quadrato
costruito sul lato c_1 ← **INTERO
CORRETO**
 $= x(c_2)^2$
Sembra che la somma delle due aree
sia uguale a quella costruita sull'ipotenusa!

***... MA NON SIAMO SICURI AL 100%
... LO DOBBIAMO DIMOSTRARE!***

DOMANDA STIMOLO:

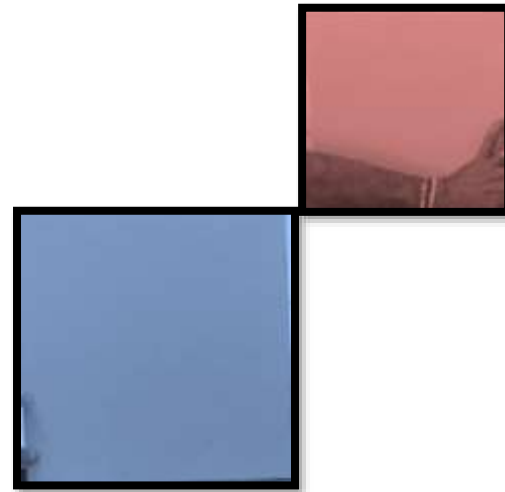
... Come possiamo tentare di dimostrare che la somma delle aree dei due quadrati più piccoli è esattamente uguale a quella del più grande?

Tommaso: “Si tagliano in due e ...”

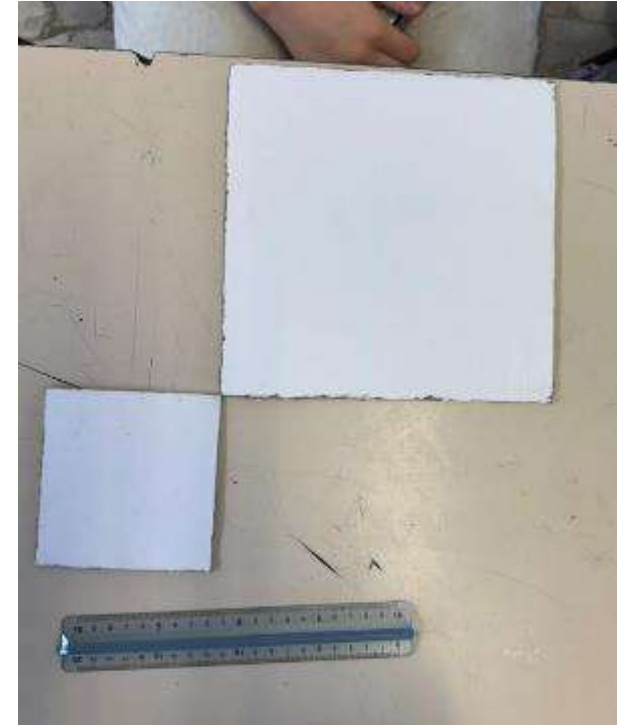
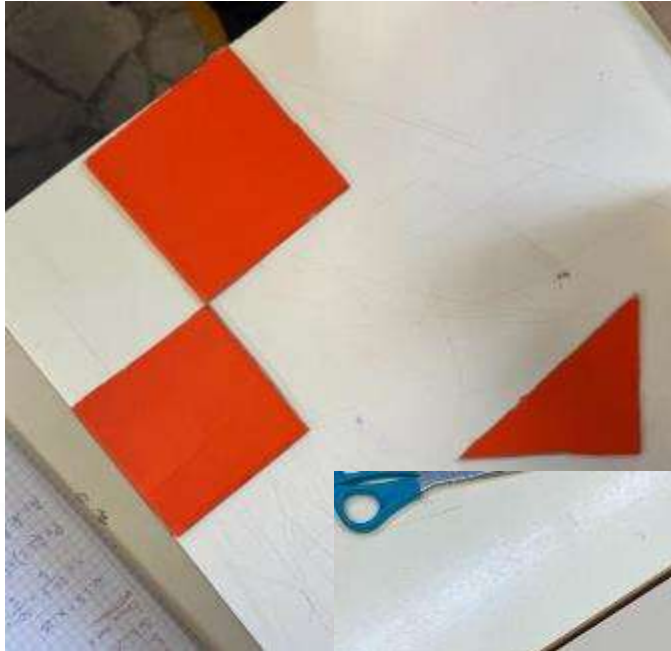
... Altri propongono come Tommaso ritagli vari per tentare di far vedere che i due quadrati piccoli messi insieme fanno il terzo. Il Prof però sconsiglia di seguire questa strada che non porterà a nessun risultato (e per evitare di distruggere i quadrati che serviranno interi!)

... E ne suggerisce un'altra!

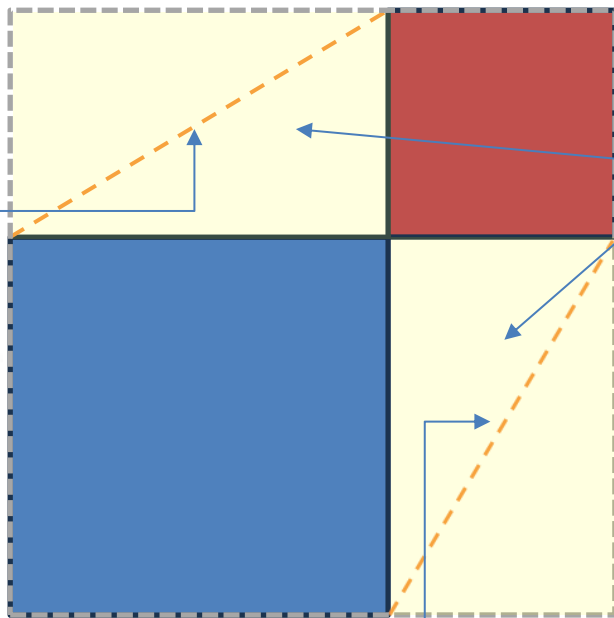
Mettiamo i due quadrati più piccoli nel modo seguente, che si toccano con un vertice e con i lati paralleli tra loro ...



... I ragazzi posizionano i due quadrati più piccoli nel modo suggerito ...



... Il Prof cerca di indirizzare il lavoro indicando la strada da seguire facendo individuare agli alunni un quarto quadrato più grande di tutti gli altri, anche di quello costruito sull'ipotenusa, che viene denominato "il Quadratone"!



Da che cosa è costituito questo "Quadratone"?

*Vittoria: "Da due rettangoli"
Esatto! E come sembrano questi rettangoli?*

*Alessandro: "Sono uguali!"
Effettivamente sembrano ...*

Greta: "La base e l'altezza dei due rettangoli sono proprio i lati dei due quadrati ..."

*Giusto ... ottima osservazione! Allora è ufficiale: SONO UGUALI!
Tutta la classe verifica e condivide ... PROVIAMO ADESSO A
DIVIDERLI IN DUE CON UNA DIAGONALE ... Che cosa si osserva?*

SCHOOL



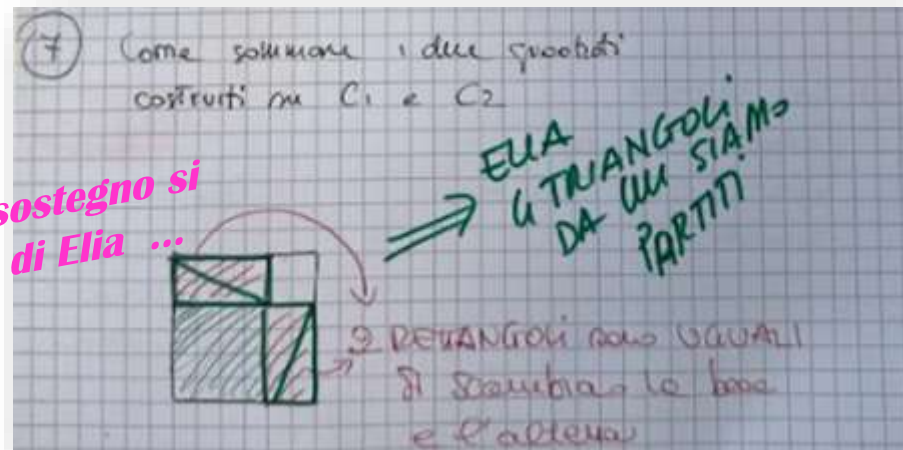
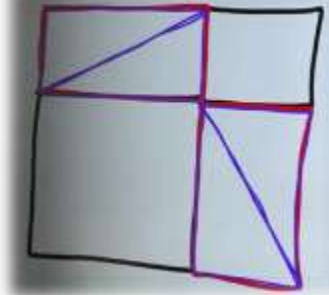
Piro: “Che vengono fuori quattro triangoli”

... Come? ... Ancora Piro: “Triangoli rettangoli ...”

... Come? ... Nicolò: “Tutti uguali!”

Esatto! Ma qualcuno nota qualcosa di ancora più interessante a cui neanche i docenti avevano fatto caso

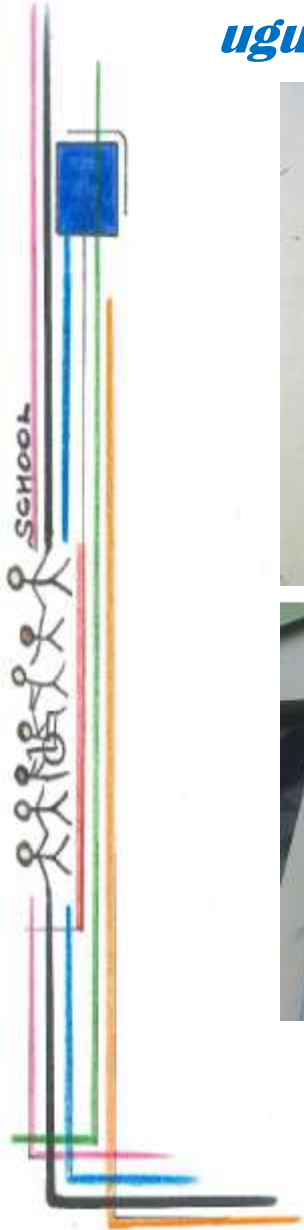
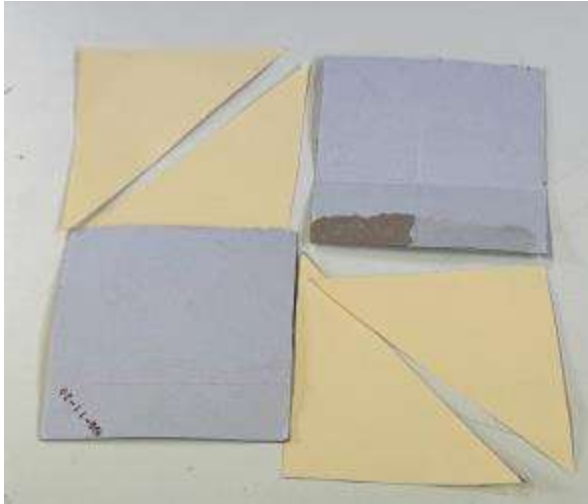
Elia: “Sono tutti uguali al triangolo di partenza perché hanno tutti stessa base e altezza ... cioè i due cateti!”



... Anche la Prof di sostegno si appunta l'intuizione di Elia ...

... Ritorniamo di nuovo al bricolage! ... Gli alunni, utilizzando altro cartoncino ritagliano dapprima i due rettangoli che poi tagliano ulteriormente in due lungo una diagonale per ottenere i quattro triangoli rettangoli uguali a quello di partenza!

*... Tutti quanti compongono il proprio **“Quadratone”**, composto da i due quadrati più piccoli e i quattro triangoli rettangoli uguali tra loro e identici a quello di partenza*



*... Le dimensioni e le proporzioni utilizzate sono le più disparate, come i colori e le tipologie di cartoncino ... **L'UNICA COSA IMPORTANTE È IL PUNTO DI PARTENZA: IL TRIANGOLO DA CUI SI PARTE DEVE ESSERE RIGOROSAMENTE RETTANGOLO!***



... Non ci è rimasto che il terzo quadrato, quello costruito sull'ipotenusa del triangolo rettangolo di partenza, tra i tre il quadrato più grande!



... Che cosa ci facciamo?

... Le idee scarseggiano!

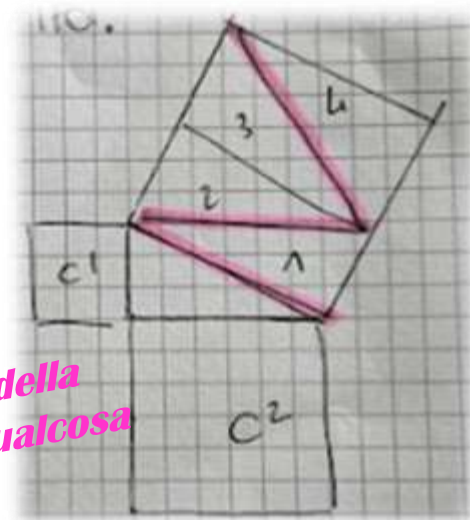
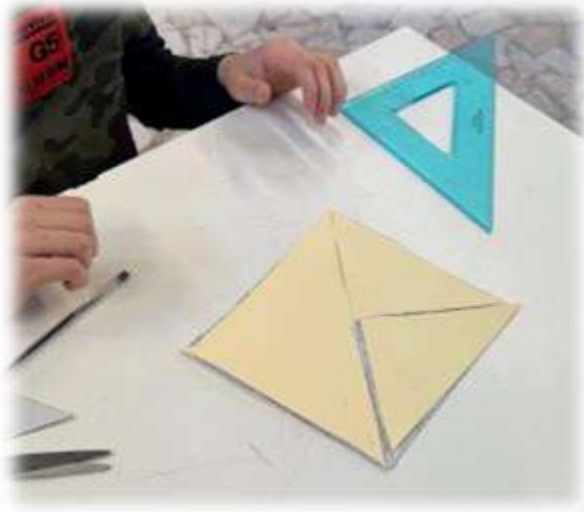
... Un indirizzo e una guida sembrano indispensabili!

ANCHE QUESTO QUADRATO, COME I PRIMI DUE, DEVE ESSERE MESSO IN RELAZIONE CON GLI ORMAI FAMIGERATI QUATTRO TRIANGOLI RETTANGOLI (TUTTI UGUALI A QUELLO DI PARTENZA) PER OTTENERE UN ALTRO ... "QUADRATONE"!



... I ragazzi provano a combinare il quadrato più grande, quello costruito sull'ipotenusa, con i quattro triangoli rettangoli tutti uguali tra loro e uguali a quello da cui siamo partiti

... i primi tentativi risultano però "velleitari" ...



... Anche negli appunti della Prof di sostegno c'è qualcosa di poco convincente ...



... Poi, finalmente, anche grazie a qualche piccolo suggerimento “dall’alto” qualcuno tira fuori una combinazione interessante ... Il gruppo “Sleeping Souls” propone la seguente combinazione:



... L'idea del gruppo "Sleeping Souls" viene condivisa al resto della classe "il Quadratone" numero due è un po' più difficile da metter su ... Si rende necessario un aiuto ...

Da che cosa è costituito stavolta questo secondo "Quadratone"?

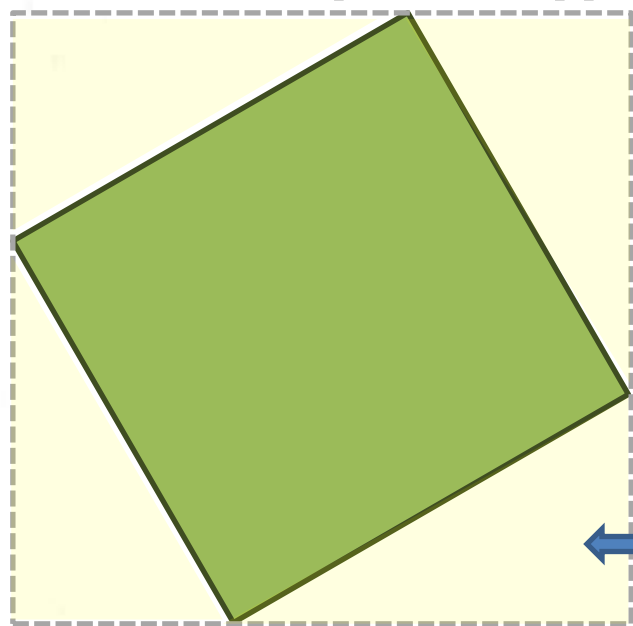
Vittoria: "Dal quadrato verde e dai soliti quattro triangoli rettangoli"

Esatto! L'ipotenusa dei quattro quadratini a che cosa corrisponde?

Jacopo: "Vedrai ... è proprio il lato del quadrato verde!"

Giusto! ... e quindi?

Piro: "Boh ... Si prova a appoggiarli tutto intorno ai quattro lati!"

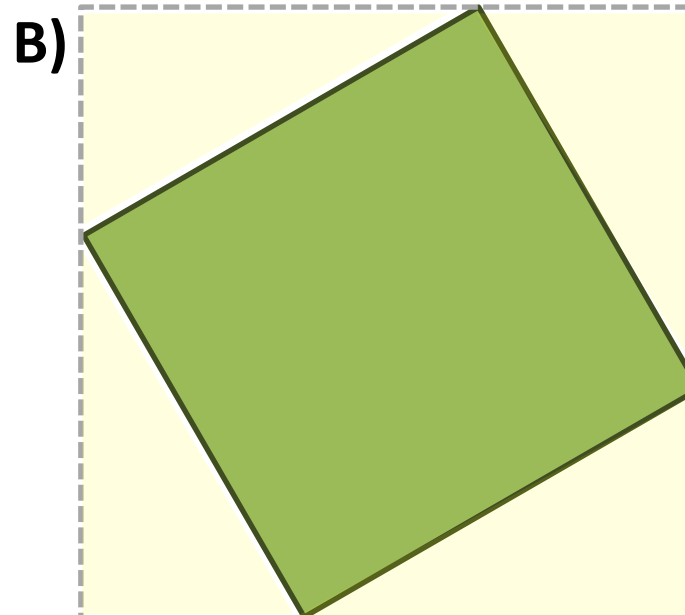
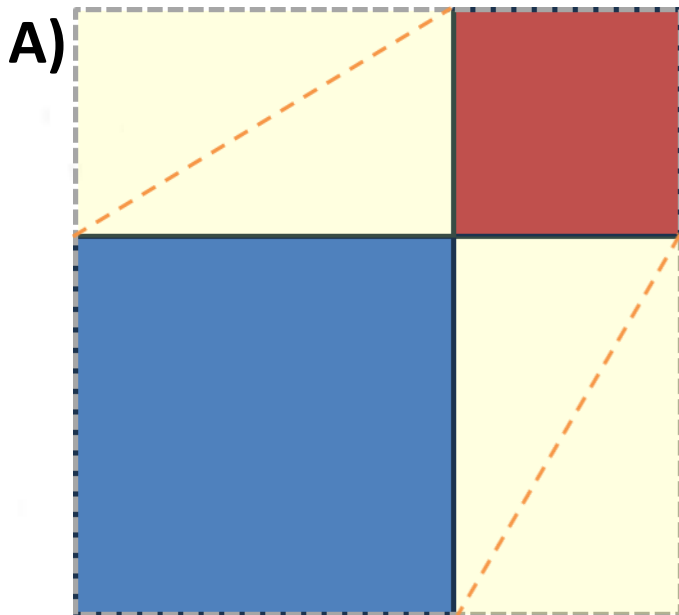


Giusto ... ottima osservazione!
Un verso solo però è quello corretto, qualcuno ci arriva subito, qualcun'altro ha bisogno di assistenza ... Alla fine tutti i gruppi trovano la giusta disposizione che condividono ...
LA SOLUZIONE È QUESTA!

... Il passaggio successivo risulta immediato!

Molti gruppi ci arrivano subito e in autonomia e condividono con gli altri: LE DUE RAPPRESENTAZIONI A CONFRONTO (“A” e “B”) SEMBRANO DAVVERO AVERE LA STESSA GRANDEZZA:

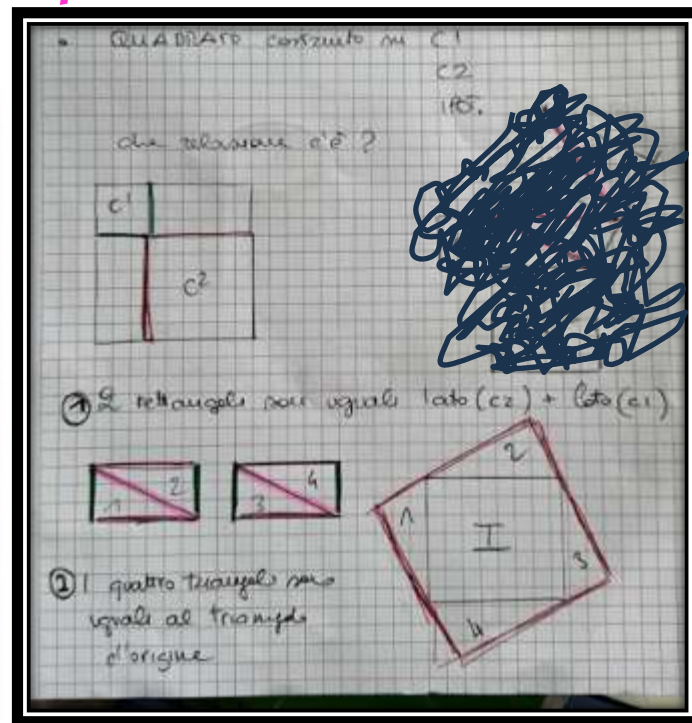
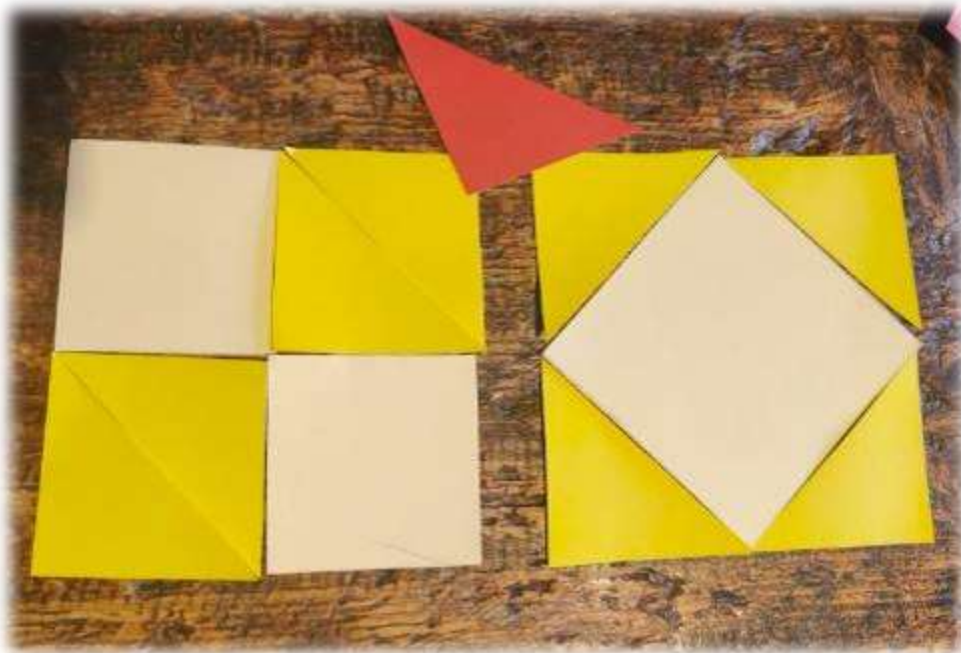
- A. RAPPRESENTAZIONE “A”, con i due quadrati più piccoli e i quattro triangoli rettangoli a due a due**
- B. RAPPRESENTAZIONE “B”, con il quadrato più grande e i quattro triangoli rettangoli tutt'intorno**



I due "Quadrato", costruiti in due modi diversi, sembrano uguali ... Ma lo sono davvero? ... Se sì perché?

Qualcuno mette a confronto le due composizioni ...

... Anche la Prof di sostegno prova a fare le sue valutazioni ...



DOMANDA STIMOLO:

Allora ... perché questi due “Quadrato” dovrebbero essere uguali?

Martina: “Sono uguali perché hanno la stessa area ...”

Sì ... ma perché? ... Come si trova l'area di un quadrato?

Elia: “Lato per lato ...”

Jacopo: “Lato alla seconda!”

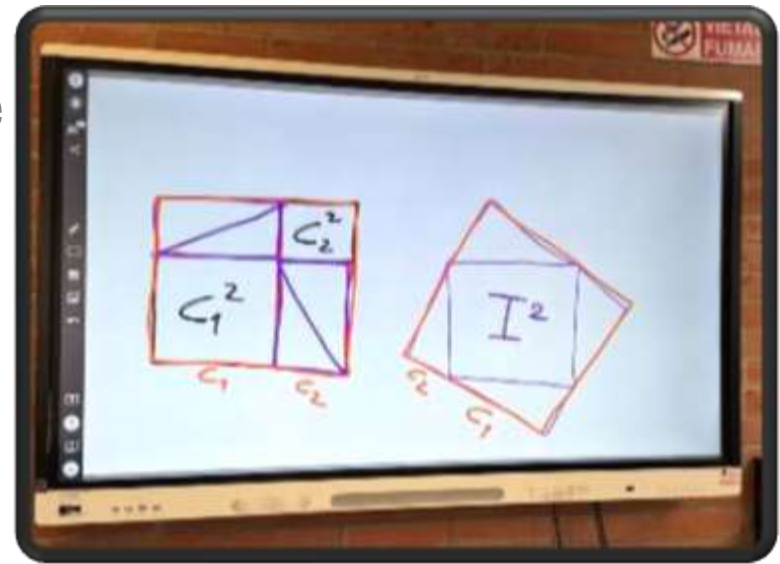
E quindi ...?

Piro: “I lati dei quadrato sono uguali !”

... Cioè? ... Sempre Piro: “In entrambi i casi corrispondono alla somma dei cateti del triangolo! ”

Esatto! ... Tutti realizzano e la scoperta è collettiva!

I due Quadrato sono identici perché hanno i lati della stessa misura che corrisponde alla somma dei due cateti del triangolo rettangolo "solito" da cui siamo partiti!



Siamo quasi arrivati alla meta ...

Se i due “Quadrato”¹, costruiti in due modi diversi, sono uguali ... Che cosa possiamo concludere?

Ancora una volta Piro: “... Che i primi due quadrati fanno il terzo!” ... Spiega meglio! “... Che la somma delle aree dei primi due è uguale all’area del terzo!”

Esatto! ... E per quanto riguarda i tre lati del triangolo rettangolo da cui siamo partiti che cosa alla fine possiamo dire? ...

La classe quasi in coro: “IL PRIMO CATETO AL QUADRATO SOMMATO AL SECONDO CATETO AL QUADRATO DA L’IPOTENUSA AL QUADRATO!”

GIUSTO! ... CHE È PROPRIO QUELLO CHE VOLEVAMO DIMOSTRARE OLTRE OGNI RAGIONEVOLE DUBBIO!



CHE IN LINGUAGGIO MATEMATICO VUOL DIRE ...

$$\underline{a^2 + b^2 = c^2}$$

Quanto vale area di c^1 ?

$A_{c1} = a^2$
 $A_{c2} = b^2$
 $A_{c3} = c^2$

$(c^1)^2 + (c^2)^2 = (c)^2$

$\Rightarrow a^2 + b^2 = c^2$

TEOREMA
teorema dimostrato

Nicolo

... la Prof di sostegno continua ad appuntarsi le considerazioni dei ragazzi che ormai hanno tutti quanti realizzato la scoperta di Pitagora ...

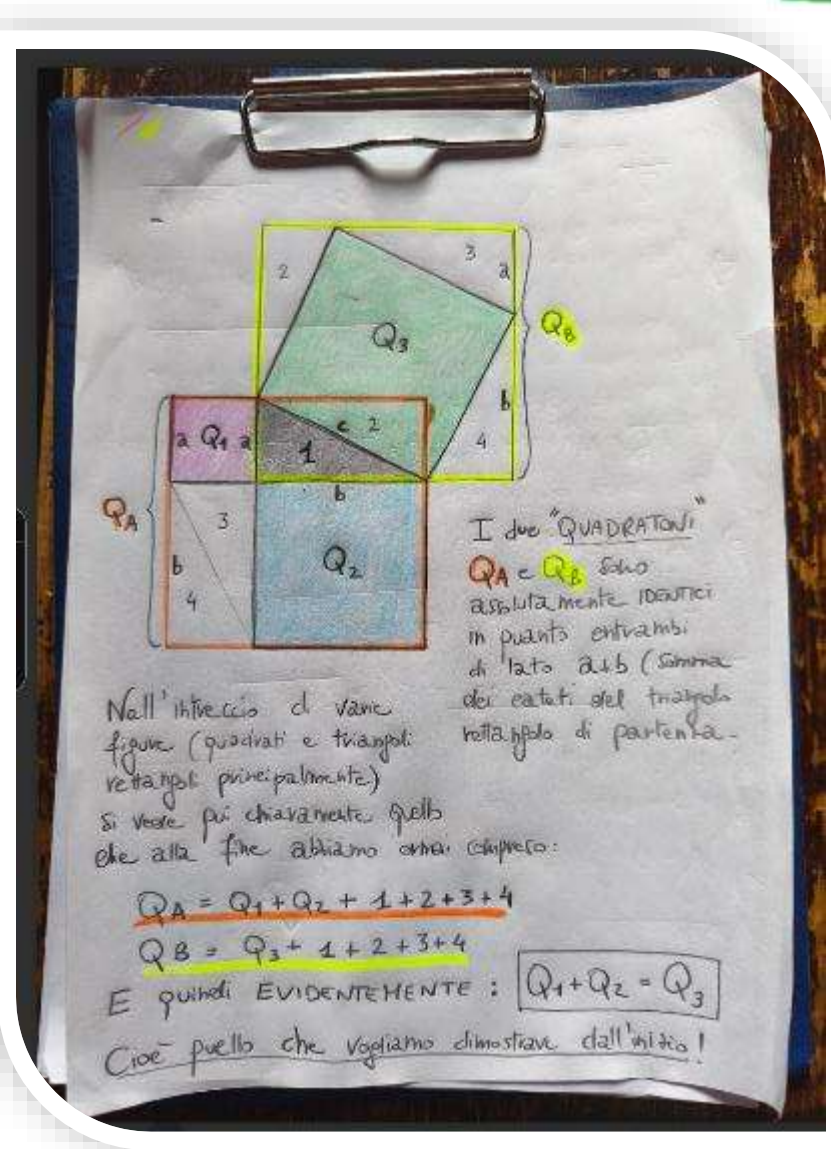


Ora che le conclusioni del Teorema di Pitagora sono comprese e dimostrate, si propone una visione grafica alternativa.

I due **“Quadrati”** Q_A e Q_B uguali (giallo e arancio) che si intrecciano tra di loro intorno al triangolo rettangolo grigio da cui il tutto è partito. Risulta ancora più evidente da questa rappresentazione come questi due quadrati siano formati da quattro triangoli rettangoli ciascuno, tutti identici a quello grigio di partenza, dai due quadrati più piccoli con lati i due cateti del triangolo nel primo caso (Q_1 e Q_2), e dal quadrato più grande con lato l'ipotenusa del triangolo nel secondo caso (Q_3).

E quindi:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$



Il Prof prende una bilancia meccanica a due piatti. Mette sul primo piatto due gruppi di pesetti contrassegnandoli con le etichette a^2 e b^2 e sul secondo piatto un solo gruppo di pesetti contrassegnandoli stavolta con l'etichetta c^2



DOMANDA STIMOLO:
Che cosa osservate?

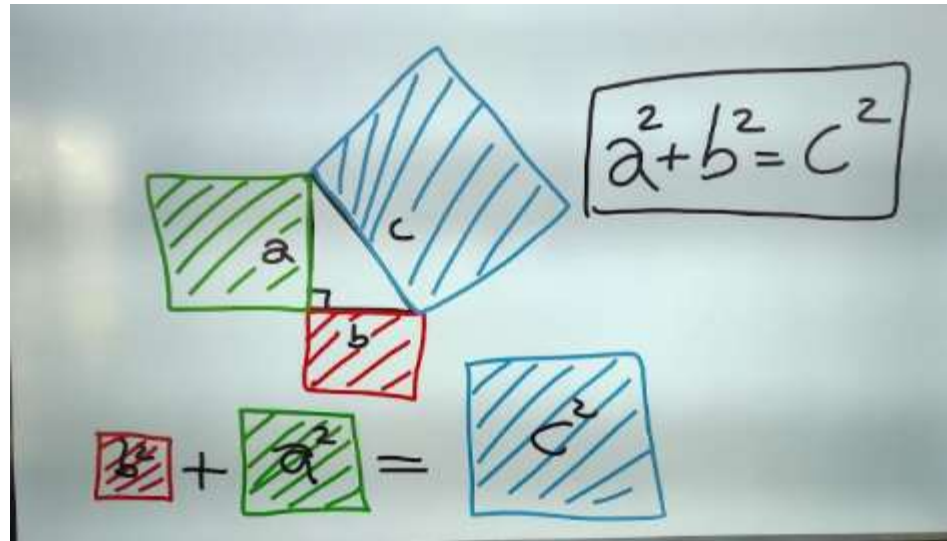
Alessandro: “Pesano uguale perché i piatti sono in equilibrio!”

Esatto! ... E cosa vi ricorda? ...

Vittoria: “Le aree dei quadrati del Teorema di Pitagora!”

Giusto! ... La classe condivide

... Riassumiamo con un disegno alla LIM



Se due di queste quantità fossero note e invece una di queste non lo fosse, ad esempio quella contrassegnata con c^2 sul piatto di destra potrei conoscerla in qualche modo?

Jacopo: “Basta fare la somma delle prime due”

*Lo abbiamo sottolineato a più riprese e la classe condivide
E se invece non fosse nota una di quelle sul piatto di sinistra, ad esempio quella contrassegnata con a^2 sarei in grado di calcolarla conoscendo le altre due?*

Jacopo: “Stavolta si fa il meno ...”

Esatto! Stavolta si fa la sottrazione!

Se $2+3=5$ facendo l'operazione inversa $5-3=2$!

... L'esempio della bilancia si rivela sempre utile per capire come si determina l'oggetto incognito in una semplice equazione!

Manca un ultimo piccolo passaggio!

Quindi ... torniamo al triangolo rettangolo ... Conoscendo la misura dei due cateti **a** e **b**, possiamo determinare la misura dell'ipotenusa **c**?

Martina: “Faccio al solito a^2+b^2 e ottengo c^2 ...”

Sì ... ma noi abbiamo chiesto l'ipotenusa **c** non l'ipotenusa alla seconda? ... Se ho **c**² come faccio a determinare **c**?

Tommaso: “ ... Diviso 2 ...” **Non esattamente!**

L'errore di Tommaso era assolutamente previsto ed è un bene che sia stato commesso!

Se avevi il doppio dell'ipotenusa si faceva diviso due ma qui abbiamo il quadrato, cioè l'ipotenusa per se stessa ...

Quale è l'operazione inversa del quadrato di un numero?

Jacopo: “La radice quadrata!”

Esatto! ... Dopo un momento di esitazione tutta la classe realizza l'errore classico commesso da Tommaso!



***LA RADICE QUADRATA è
l'operazione che si deve fare
per trovare un numero
conoscendo il suo quadrato!***

E allora ...

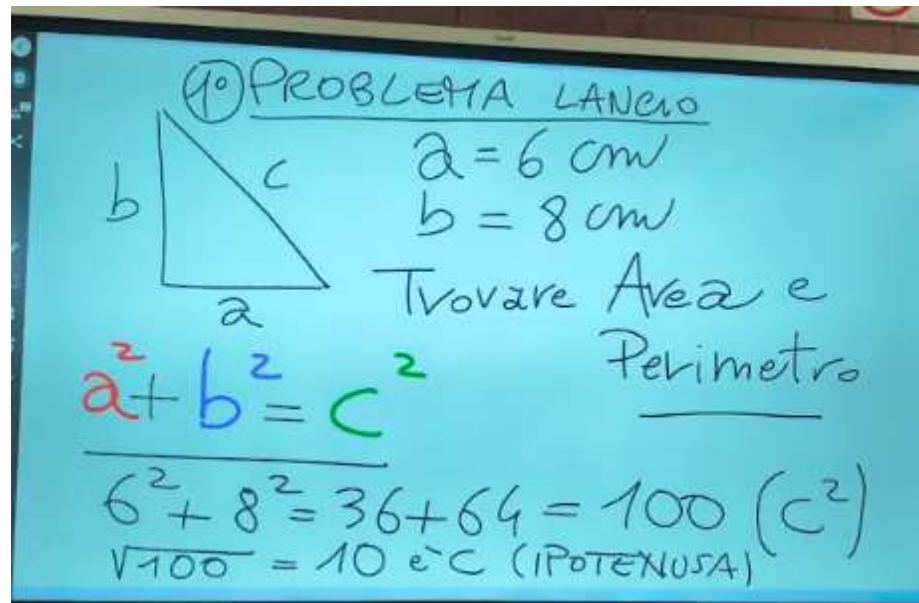
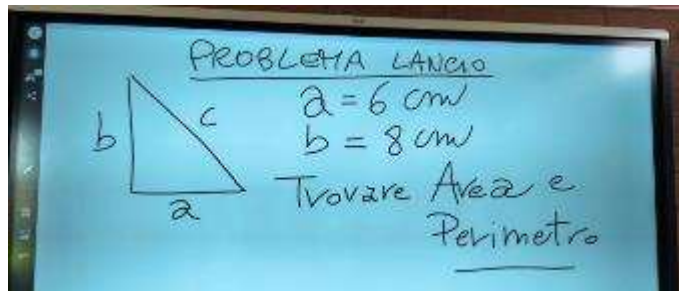
Martina: “Quindi ... Se devo trovare l'ipotenusa faccio al solito a^2+b^2 e ottengo c^2 ... e poi faccio la radice quadrata e trovo c , giusto?”

Esatto! ... E se invece hai l'ipotenusa e uno dei due cateti e vuoi trovare l'altro che fai?

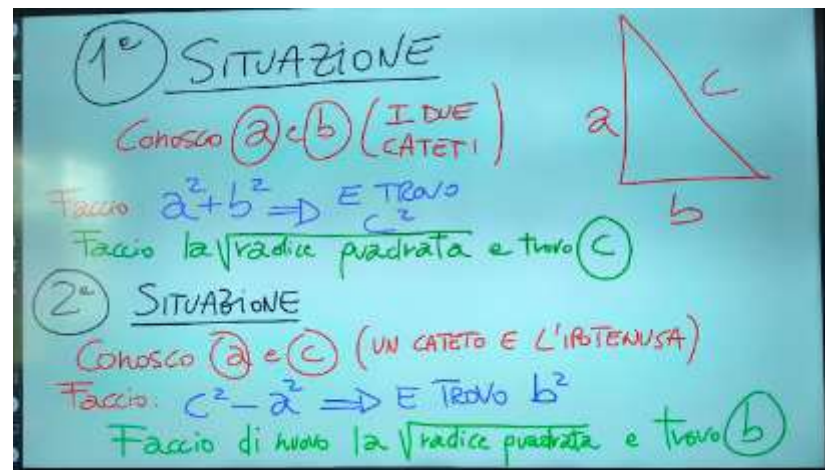
Sempre Martina: “Quasi uguale ... Stavolta col meno ... faccio al solito c^2-b^2 e ottengo a^2 ... e poi faccio la radice quadrata di a^2 e trovo a !”

Il concetto è abbastanza semplice ma il procedimento può creare un po' di confusione specie tra quelli più deboli, tuttavia dopo alcuni momenti di esitazione, con l'aiuto di diversi esempi pratici tutta la classe condivide!

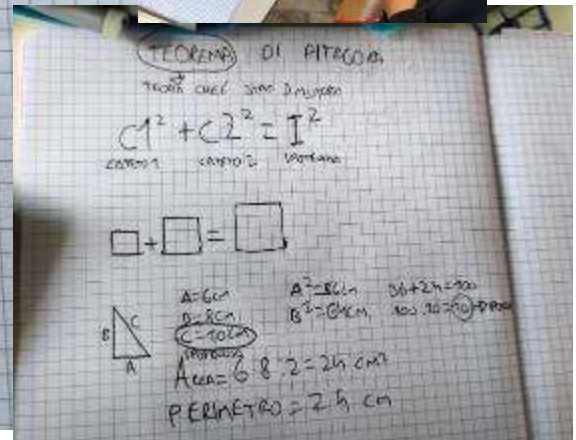
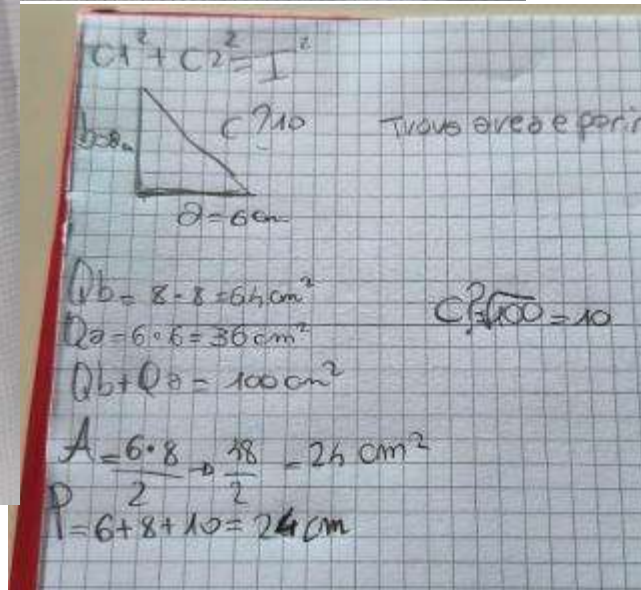
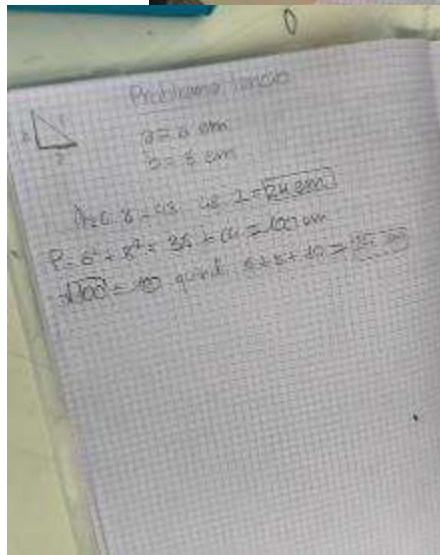
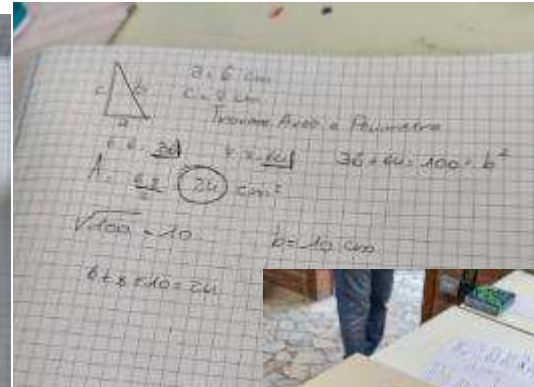
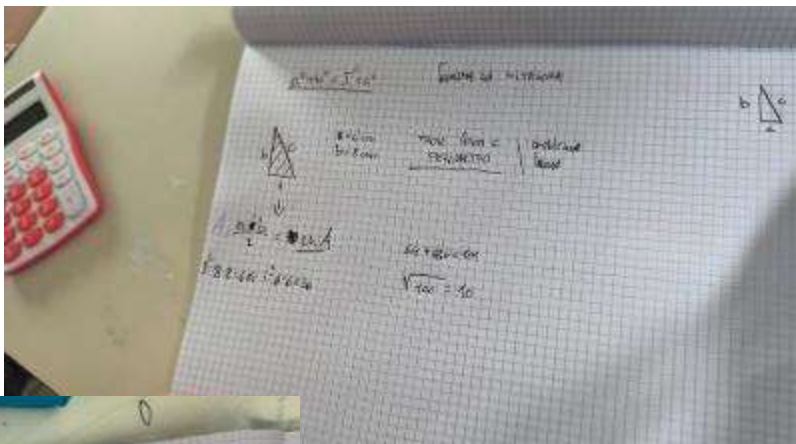
PRIMO PROBLEMA "LANCIO"



... LA BILANCIA sulla cattedra del Prof. sta lì pronta ad indicarci la strada!



... I ragazzi lavorano sui propri quaderni, e tutti quanti riescono ad applicare il Teorema al primo semplice problema ... trovando poi per completezza anche l'area e il perimetro del triangolo rettangolo



Altri due esempi classici alla LIM: Le applicazioni "diretta" e "inversa" del Teorema

Ex. 1 $a=4; b=3$
 $16+9=25$
 $c=\sqrt{25}=5$

$a^2 + b^2 = c^2$
Relazione di PITAGORA

APPLICAZIONE "Diretta":
Conosco due cateti e determino l'ipotenusa, sommando

APPLICAZIONE "Inversa":
Conosco un cateto e l'ipotenusa, determino il cateto mancante sottraendo

Ex. 2 $a=4; c=5$
 $25-16=9$
 $b\sqrt{9}=3$

$a^2 + b^2 = c^2$
Relazione di PITAGORA

Finalmente è giunto il momento di utilizzare lo straordinario risultato di Pitagora di cui adesso siamo tutti fermamente convinti, avendo verificato con mano e avendo dimostrato a scanso di ogni ragionevole dubbio la sua veridicità.

Riassumendo:

DATO UN TRIANGOLO RETTANGOLO, LA SOMMA DELLE AREE DEI QUADRATI COSTRUITI SUI DUE CATETI RISULTA SEMPRE EQUIVALENTE ALL'AREA COSTRUITA SULL'IPOTENUSA:

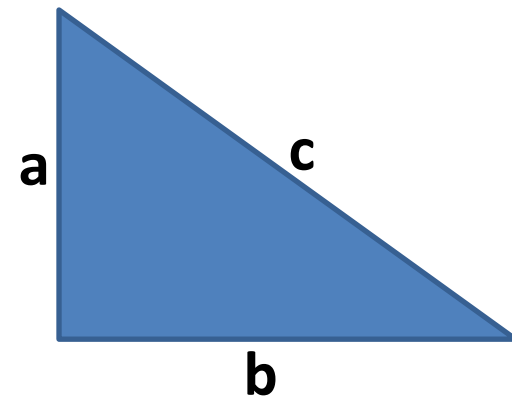
$$a^2 + b^2 = c^2$$

QUINDI, CONOSCENDO DUE DEI TRE LATI, E' POSSIBILE DETERMINARE IL TERZO. NELLO SPECIFICO CONOSCENDO I DUE CATETI, L'IPOTENUSA SARÁ:

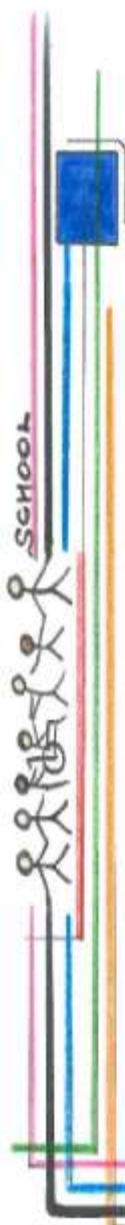
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

INVECE CONOSCENDO UNO DEI DUE CATETI E L'IPOTENUSA, L'ALTRO CATETO SARÁ:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

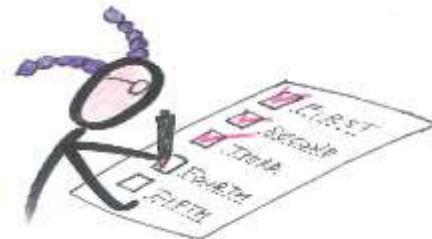


... BENE! SIAMO PRONTI PER METTERE IN PRATICA "SUL CAMPO" QUESTE COMPETENZE!



Attività laboratoriale:

... L'utilizzo del Teorema di Pitagora per applicazioni reali: la determinazione di varie misure di altezza, lunghezza e profondità effettuate alla LIM, nell'ambito "classe" e nel cortile della scuola



PRIMA FASE *(in classe)*

• La classe divisa nei soliti gruppi eterogenei per sesso, attitudini, capacità. Ogni gruppo è composto da massimo 4 studenti ciascuno, e ciascun gruppo al lavoro su un compito di realtà diverso (Libro di testo Contaci!2 - Misure, Spazio e Figure)

SECONDA FASE *(in classe)*

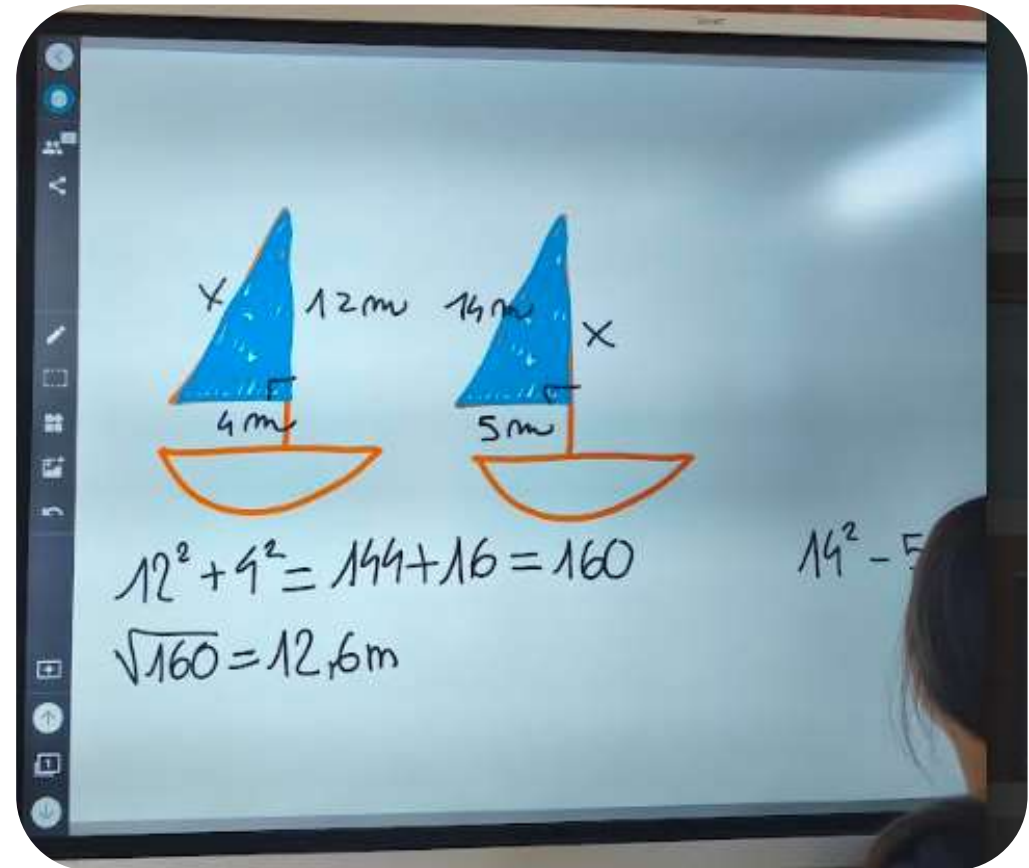
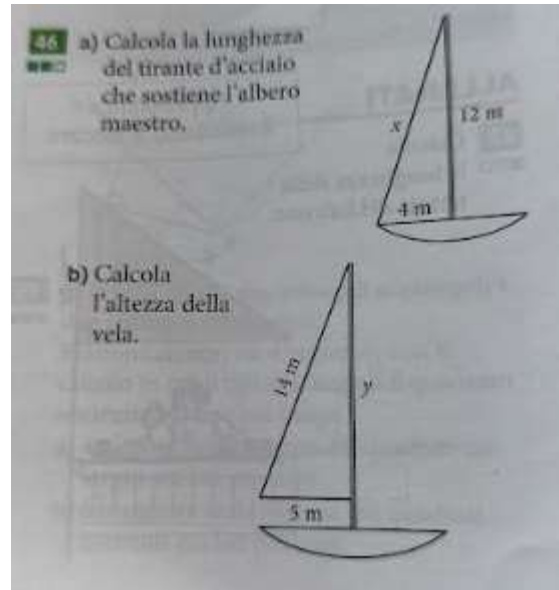
• In classe ci sono diverse cose da misurare, lunghezze da determinare, altezze da calcolare: sempre a gruppi, taccuino, matita ed un metro ottico da muratori

TERZA FASE *(nel cortile della scuola)*

• Andiamo fuori, nel cortile della scuola: sempre a gruppi, sempre con taccuino, matita e metro ottico da muratori, stavolta alla scoperta delle potenzialità del Teorema, al fine di valutare misurazioni per le quali altrimenti avremmo avuto seri problemi di carattere pratico

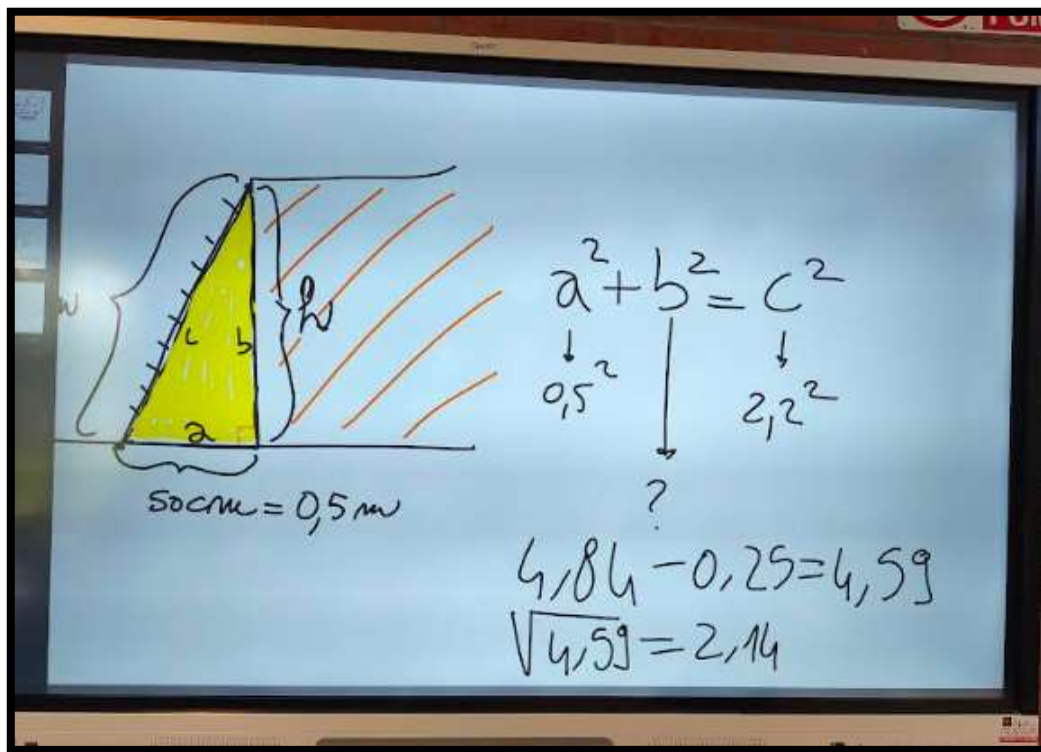
PRIMA FASE *(in classe)*

Sofia con il problema del suo gruppo: l'albero e la vela di una imbarcazione



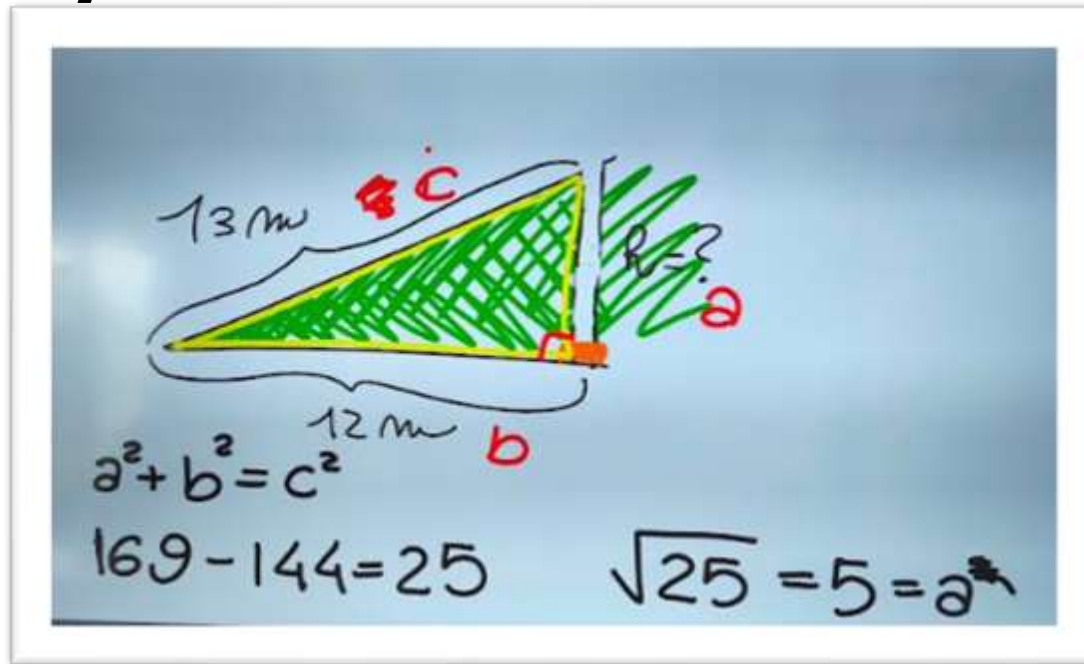
***L'applicazione sia
diretta e inversa
del teorema di
Pitagora ...***

Alessandro con il problema del suo gruppo: la misurazione dell'altezza di un soppalco, conoscendo la lunghezza della scala appoggiata e della distanza dalla base di quest'ultima al muro!



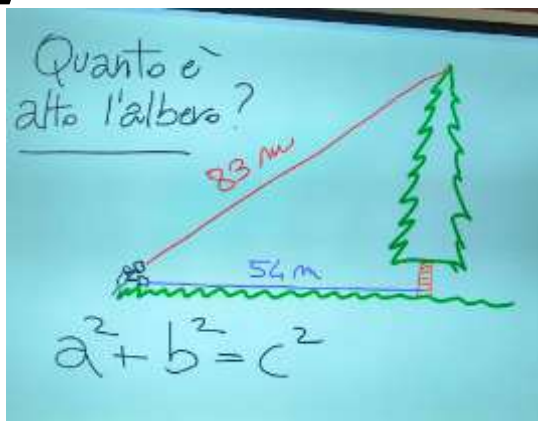
Una applicazione inversa classica del teorema di Pitagora ... Ormai tutti hanno capito quando c'è da sommare e quando da sottrarre!

Greta con il problema del suo gruppo: la misurazione della profondità di un pozzo scavato in cima ad una salita, conoscendo la lunghezza della salita e la distanza tra l'inizio di quest'ultima e la base del pozzo ...

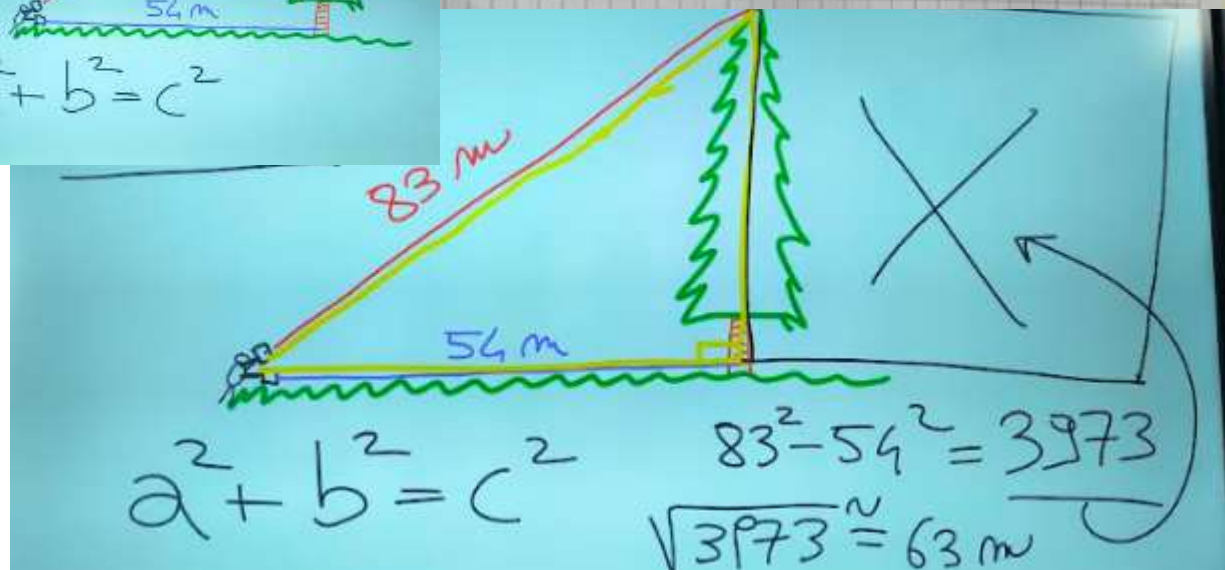


Un'altra applicazione inversa del teorema di Pitagora ... Anche l'individuazione e il riconoscimento del triangolo rettangolo corretto comincia a essere un compito che molti svolgono senza difficoltà!

Eleonora con il problema del suo gruppo: la misurazione dell'altezza di un albero avendo a disposizione un metro ottico ...



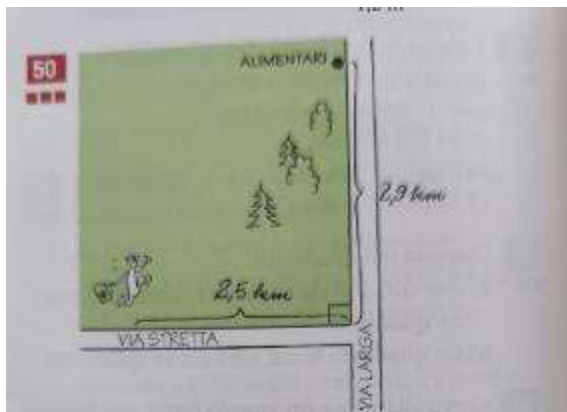
2. problema formula inversa, ricavata si deve sottrarre misurazione fatta con metro ottico ALBERO e la sua altezza.



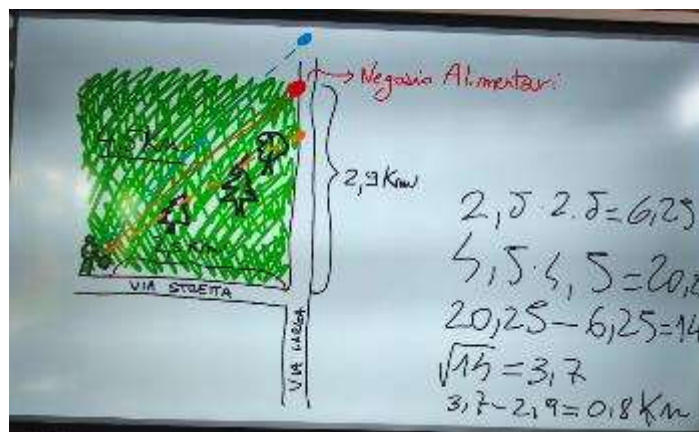
... ovviamente non possiamo misurare con lo strumento direttamente l'altezza dell'albero: il trucco è mettersi a una certa distanza, misurare la distanza con la punta e quella con la base del tronco, utilizzare il Teorema di Pitagora in modo inverso e il gioco è fatto!



Jacopo con il problema del suo gruppo: Pierino prende la direzione sbagliata nella scorciatoia nel bosco ... cosa deve fare quando sbuca su Via Larga?



ARGOMENTA Pierino sta andando al negozio di alimentari che si trova sulla via Larga, a 2,9 km dall'incrocio con la via Stretta. 2,5 km prima dell'incrocio Pierino però prende una scorciatoia tagliando dritto per il bosco. Calcola male la direzione e sbuca sulla via Larga dopo aver percorso 4,5 km sempre nella stessa direzione. Quanto dista dal negozio ora Pierino? (= 800 m)



Prima deve capire dove sbuca, se prima o dopo il negozio di alimentari ... Poi determinare che è costretto a fare 800m all'indietro per raggiungerlo!

SECONDA FASE *(sempre in classe)*

In classe ... inventiamoci "compiti di realtà" con l'utilizzo di un metro ottico.

Impariamo dapprima a capire come funziona lo strumento per utilizzarlo nella maniera corretta

Lo strumento è dotato di un puntatore laser e la distanza viene letta e registrata sul display digitale. I ragazzi provano a turno rendendosi conto che è indispensabile tenerlo fermo per fare correttamente una misura!



Attività Inklusiva

Nicolò comincia con l'altezza della parete dietro la LIM: L'esercizio è praticamente identico a quello dell'altezza dell'albero ...

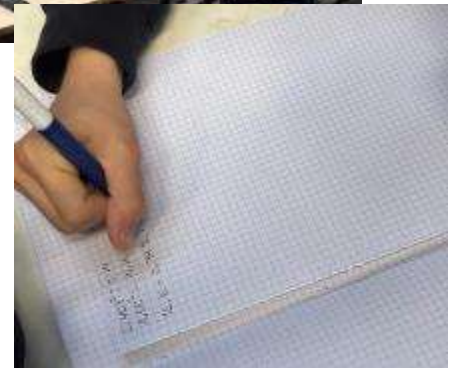


Facciamo fatica a misurare con lo strumento direttamente l'altezza della parete per tutti gli impedimenti che stanno in mezzo (lavagna, cattedra, LIM, ecc.): il trucco è mettersi a una certa distanza, misurare la distanza con la sommità, dove comincia il soffitto, quella con la base della parete, utilizzare il Teorema di Pitagora in modo inverso e il gioco è fatto!

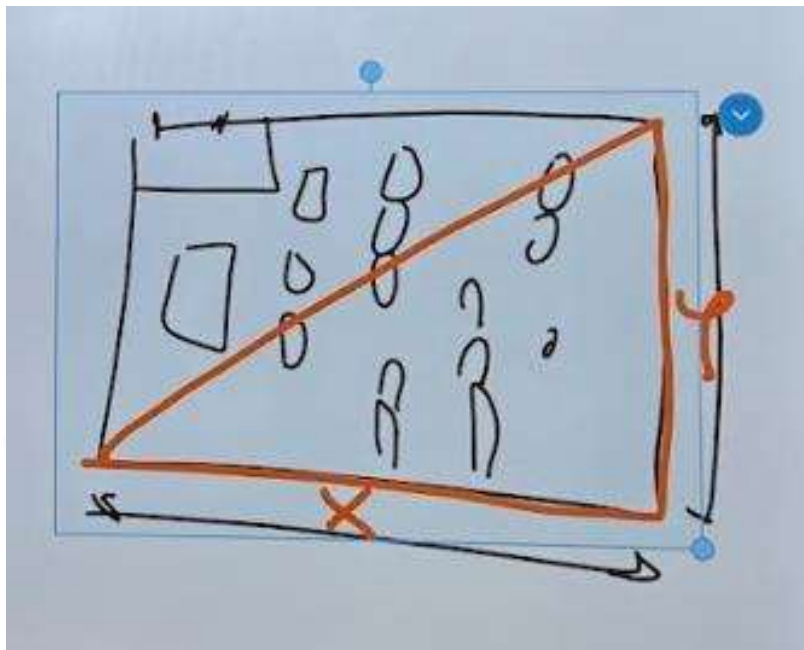
Lorenzo con i suoi vuole determinare l'altezza della tenda che è tutta rotta e deve essere sostituita: L'esercizio è simile a quello di prima, ma con una difficoltà in più di carattere pratico ...



Non si può appoggiare il puntatore per terra come prima perché la tenda inizia a "mezz'altezza" ... Tommaso allora prende una sedia alta praticamente quanto la base della tenda ... Fa proprio al caso nostro!



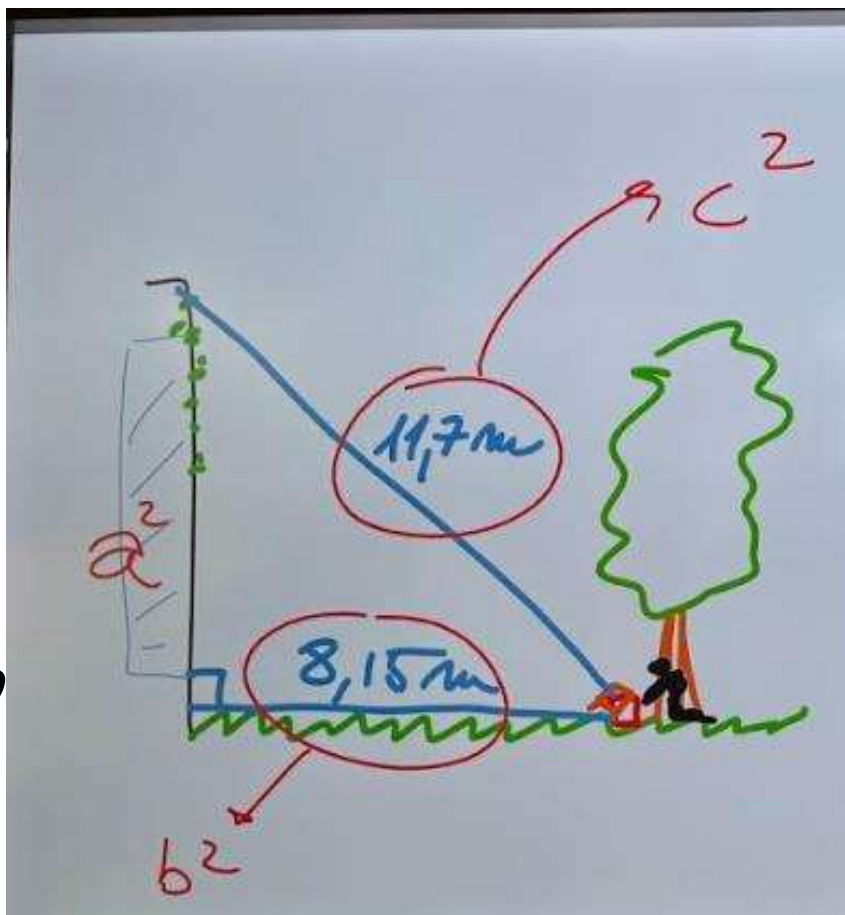
Vittoria e Martina vogliono determinare la lunghezza della diagonale del pavimento della classe di forma rettangolare: ... ci sono i banchi in mezzo però e non possono certo essere tolti tutti!



Una volta misurate le due dimensioni del "rettangolo" si applica il Teorema di Pitagora ... stavolta però in maniera "diretta"!

Aurora ed Emily vogliono invece superarsi e decidono di affacciarsi alla finestra: l'intenzione è quella di misurare l'altezza del fabbricato di fronte all'aula, oltre il giardinetto, sempre appartenente all'edificio scolastico!

Il prof. le aiuta nell'intento facendo un disegno alla LIM dove illustra ciò che si deve fare: come prima misurare la distanza con la sommità dell'edificio, quella con la base del fabbricato, infine utilizzare al solito il Teorema di Pitagora in modo inverso per determinare "il cateto mancante **a**"!



TERZA FASE *(nel cortile della scuola)*

... E adesso si va fuori, nel cortile della scuola con qualcosa di nuovo nel nostro bagaglio della conoscenza: il Teorema di Pitagora!



... Triangoli rettangoli anche qua fuori ce ne sono ovunque, con cateti ed ipotenuse da ricavare!

Verificheremo la “potenza” del Teorema!

VEDIAMO COME UTILIZZARLO ... Ci bastano matite e taccuini, un metro da muratore e il solito metro ottico per arrivare a determinare altezze e distanze che altrimenti avremmo difficoltà a misurare direttamente!



Le fasi del lavoro...
... dalle relazioni dei ragazzi ...



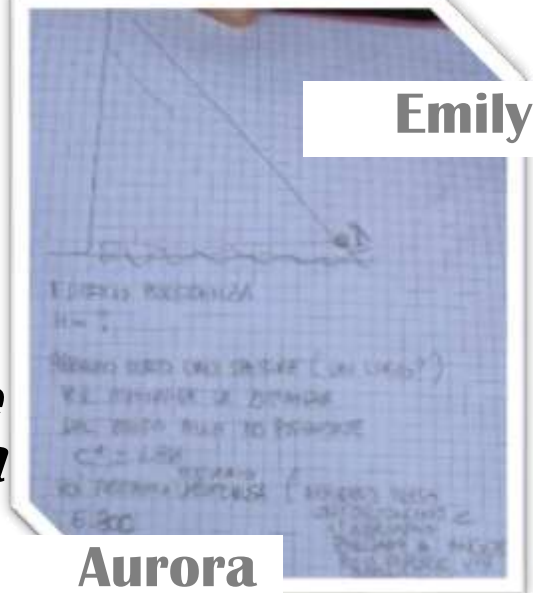
SCHOOL

5 NERE PER CASO



Emily e Aurora, devono determinare l'altezza dello stabile della segreteria ... il problema qui è di carattere "pratico" infatti risulta molto difficile tener fermo il puntatore ottico specie per misurare la distanza da terra alla sommità dello stabile ...

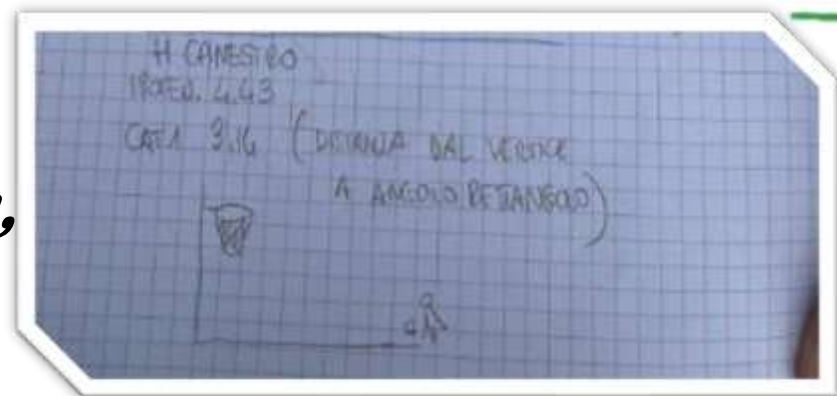
... cioè l'ipotenusa del triangolo rettangolo gigante, che ha come cateti la distanza tra il puntatore e la base del muro e l'altezza stessa dello stabile



**... Le ragazze hanno l'idea di utilizzare un cartone inclinato per tenere fermo lo strumento ... e funziona!
... Determinare l'altezza dello stabile col Teorema di Pitagora risulta poi un gioco da ragazzi!**

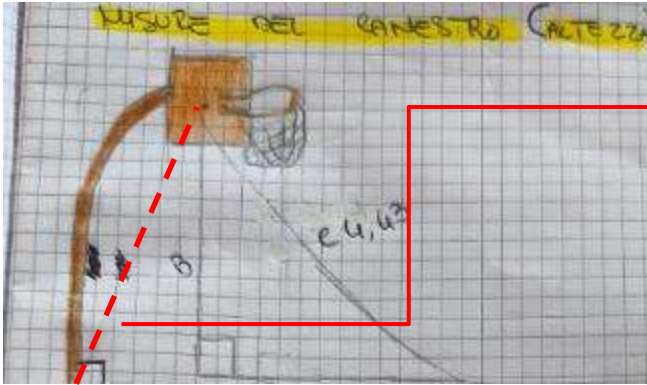
② LE TRE GRAZIE

Sandy, Viola, Sofia e Greta, devono determinare l'altezza del canestro del campo da basket



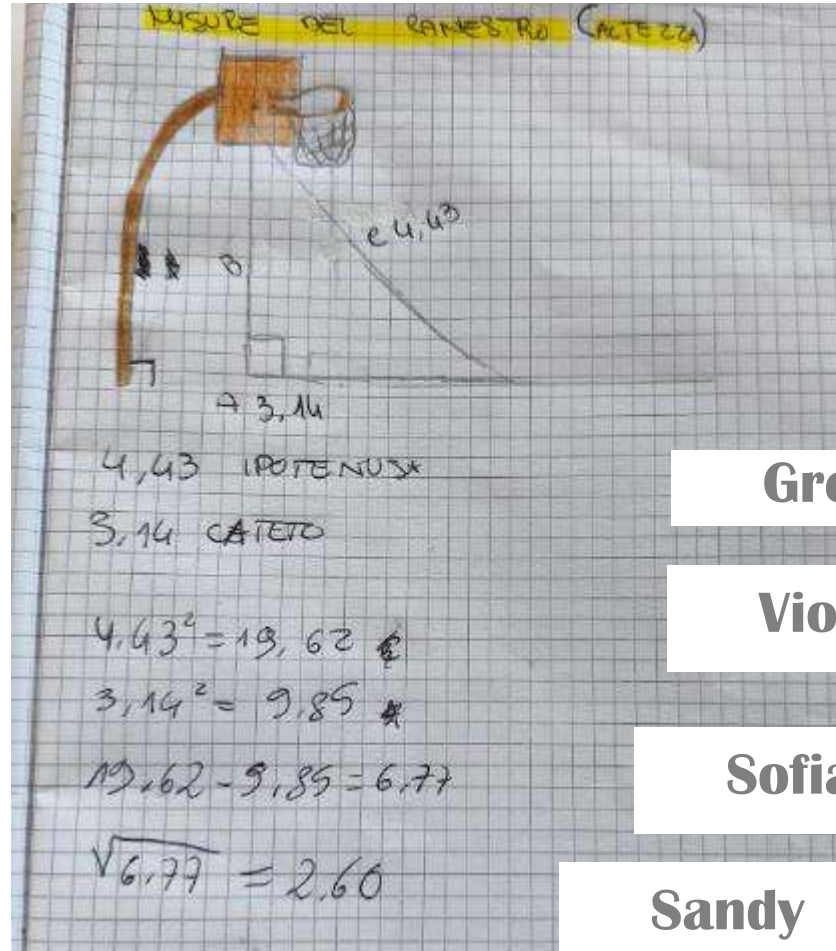
Con l'aiuto dei prof e del metro ottico misurano la distanza tra la lunetta del campo e il canestro e la distanza tra la stessa lunetta e la base del canestro, individuata dal cellulare del prof ...





Sandy, Viola Sofia e Greta, fanno un errore nel disegno, considerando inizialmente un triangolo che non è rettangolo

... Poi si accorgono del problema ... Correggono e arrivano velocemente alla soluzione determinando l'altezza del canestro del campo da basket che sarebbe stato difficilmente misurabile in maniera diretta!



Greta

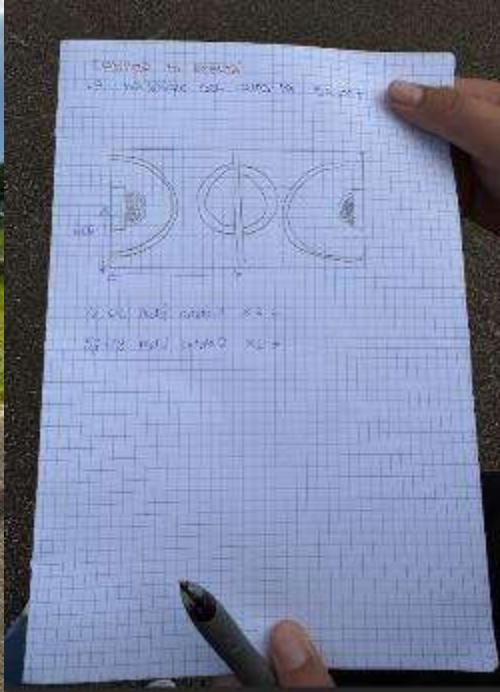
Viola

Sofia

Sandy

⑧ SAMURAI

Alessandro, Lorenzo, Tommaso e Ibra devono determinare la diagonale del campo di basket troppo lunga per essere misurata anche con il metro ottico!



Per utilizzare il metro ottico e misurare la lunghezza e la larghezza del campo sfruttano la sagoma del prof che viene colpito dal puntatore sulla felpa nera! Devono esser fatte più misure che poi andranno sommate tra loro per determinare le dimensioni ...

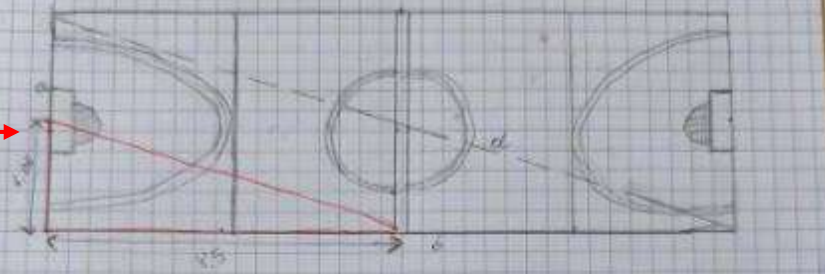
SCHOOL

Anche in questo caso l'individuazione del triangolo rettangolo ha dei problemi ...

... Le varie misure non sono state sommate tra loro per determinare correttamente le due dimensioni

Ci riprovano ... E finalmente la diagonale richiesta viene correttamente stabilita come ipotenusa di un triangolo rettangolo gigante costituito dal campo da basket tagliato a metà da una sua diagonale!

COMPITO DI REALTÀ
LA DIAGONALE DEL CAMPO DA BASKET



Alessandro

Lorenzo

Ilbra

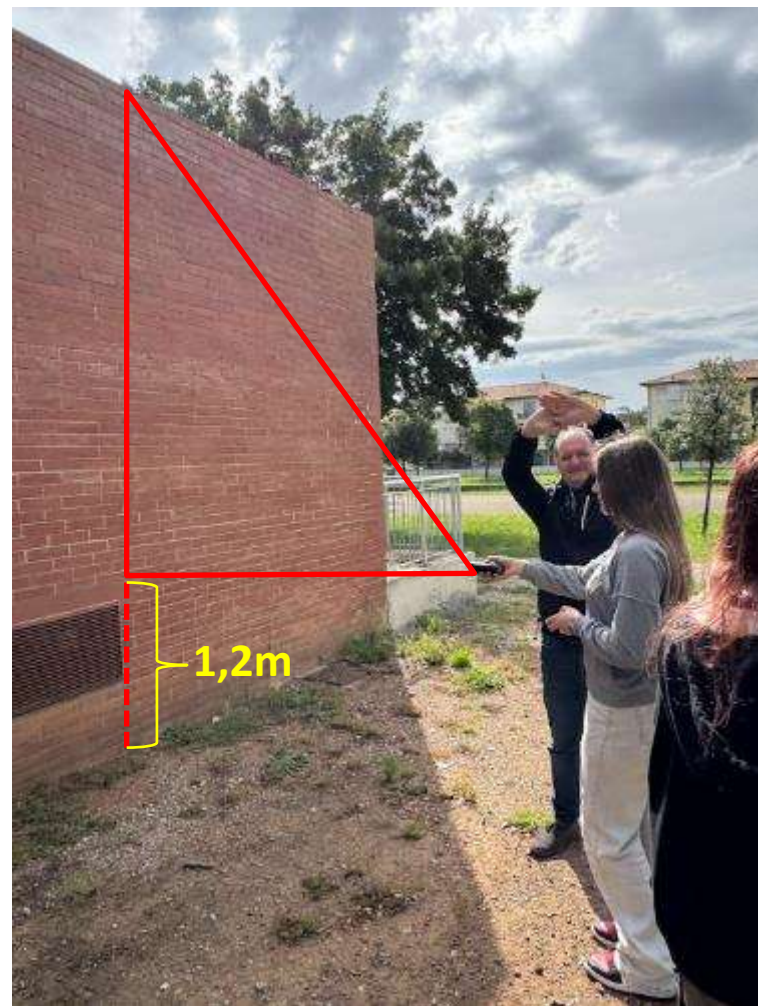
Tommaso

Supponiamo che il campo forma un rettangolo, quindi possiamo usare il Teorema di Pitagora
 $a = 4,06$ metà cortile 1 area $2^{\circ} = 16,4$
 $b = 5,7 = 28$ metà cortile 2 area $2^{\circ} = 32,25$
 $d = \sqrt{a^2 + b^2}$
 $d = \sqrt{16,4 + 32,25} \quad 16,4 + 32,25 = 48,65$
Estrarre la radice quadrata
 $d = \sqrt{48,65} = 6,96$
LA DIAGONALE DEL CAMPO DA BASKET È DI CIRCA 6,96 METRI

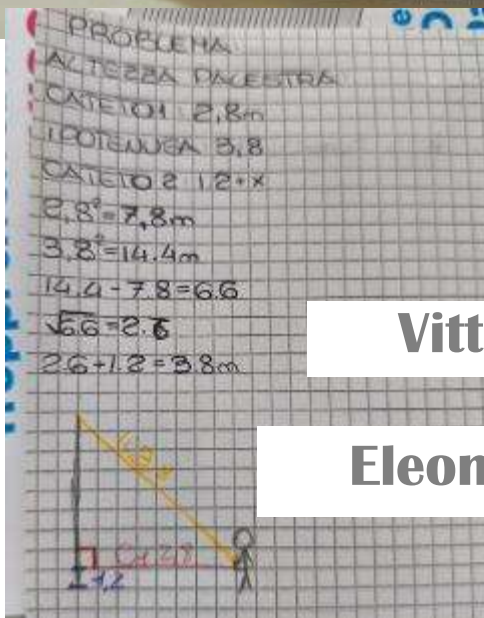
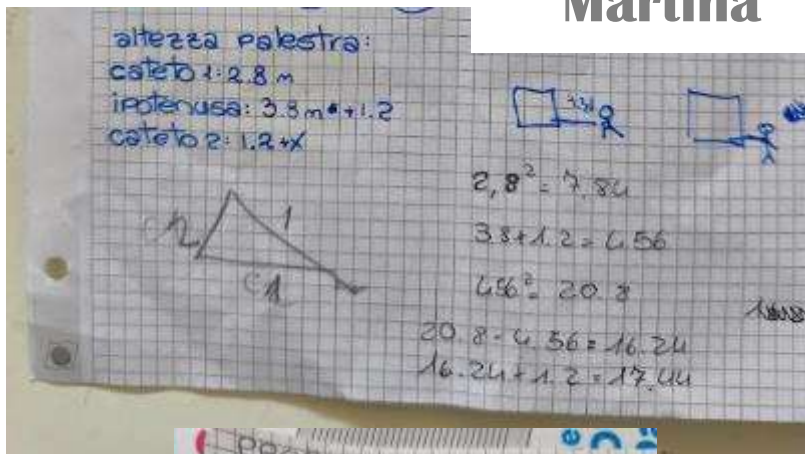


① SLEEPING SOULS

Eleonora, Vittoria e Martina sono alle prese con l'altezza dell'aula di motoria, accanto alla palestra. Vittoria punta al muro col metro ottico. Il triangolo rettangolo è a "mezz'altezza" per cui alla misura trovata del cateto mancante si deve aggiungere 1,2m cioè l'altezza del puntatore da terra. Le ragazze non fanno fatica a capire ... Il Teorema di Pitagora sembra già uno strumento ordinario!



Martina



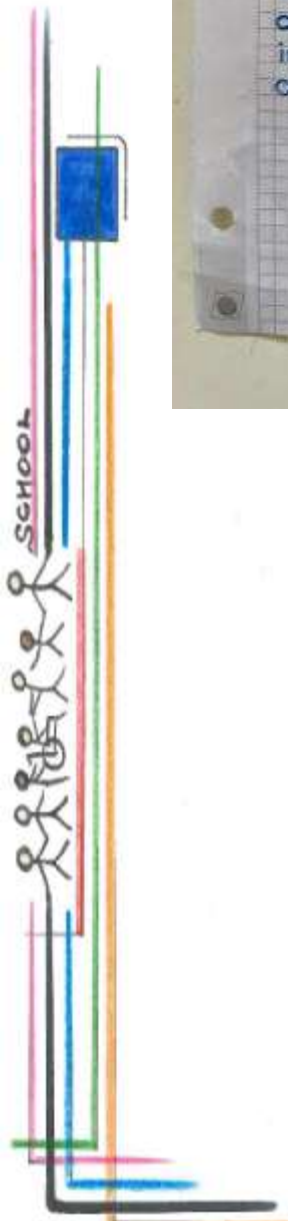
Vittoria

Eleonora



WARNING!

Peccato che Eleonora, Vittoria e Martina dimenticano di fare la radice quadrata! ... Una classica dimenticanza ... Alla fine se ne accorgono e si correggono!



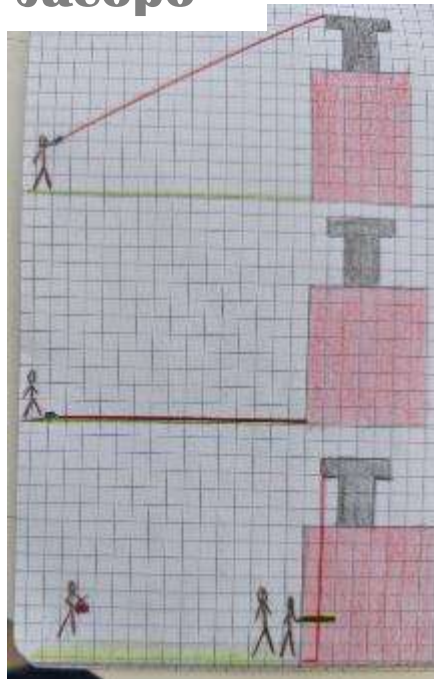
6 INNO MINABIU

Jacopo, Elia, Nicolò ed Emanuele dovranno determinare l'altezza del comignolo della caldaia della scuola, posizionato a fianco della palestra ... Il nuovo problema di carattere pratico stavolta sta nel fatto che il comignolo è "all'interno del tetto" ... Stavolta si deve aggiungere un pezzetto, quello di figura, perché il camino appunto sta dentro, sennò il triangolo non risulta rettangolo!

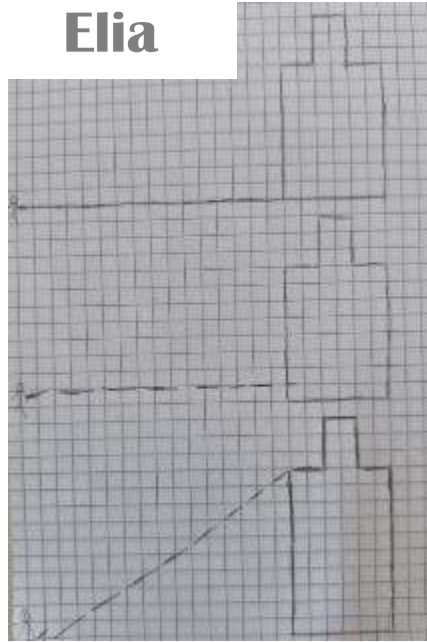


... dalle relazioni dei ragazzi!

Jacopo



Elia



Emanuele

RELAZIONE

LA PROPOSIZIONE DI UNA MISURAZIONE DI ALTEZZA
 DELLA SCUOLA DOPPO UN MESSO CON UN QUADRATO
 LA BASE (POTENSA) HA LA
 $CA = 2,8 \text{ m}$ E LA
 IPOTENUSA
 $H = 3,2 \text{ m}$

PER TROVARE L'ALTEZZA DI QUESTO CANTINO
 ANDREMO DAVANTI L'OPINIONE DI "POTENSA" MISURARE
 PRIMA LA DISTANZA DA NOI E IL CENTRO
 POSIZIONE DI MURTO E PER LA DISTANZA DA
 UNA CIRCONFERENZA AL CENTRO DEL PIANO HA
 DISTANZA PERCHÉ IL PIANO DI MURTO CHE
 DISTANZA LA MISURA DELLA DISTANZA MISURARE
 QUESTA DISTANZA PERCHÉ IL PIANO HA
 DISTANZA

LA SOLUZIONE
 $h^2 - 4,7^2 = 22,09 \text{ m}^2 \text{ Q1}$
 $3,35^2 - 3,35^2 = 11,225 \text{ m}^2 \text{ Q2}$
 $QA = 22,09 - 11,225 = 10,865$
 $RA = \sqrt{10,865} = 3,2 \text{ m}$

CALCOLO L'ALTEZZA DEL CANTINO

Svolgimento

Prima di tutto abbiamo osservato la situazione e
 ci siamo accorti che era la linea perpendicolare del
 cantino e la base era un piccolo pezzo di muro oltre
 il quale abbiamo preso la misura del piano la parte di
 muro con un metro di spessore e la abbiamo appiattita
 sulla base della base con il metro a puntatore per
 appiattire la base con il metro a puntatore sempre con il metro
 e ora possiamo passare a risolvere il problema...

La soluzione
 $h^2 - 4,7^2 = 22,09 \text{ m}^2 \text{ Q1}$
 $3,35^2 - 3,35^2 = 11,225 \text{ m}^2 \text{ Q2}$
 $QA = 22,09 - 11,225 = 10,865$
 $RA = \sqrt{10,865} = 3,2 \text{ m}$

Dati
 - ipotenusa $h = 3,2 \text{ m}$
 - base con cantino $2,8 \text{ m}$ + base con metro
 di legno

Calcolare l'altezza del cantino...

Svolgimento

Prima di tutto abbiamo osservato la situazione
 e ci siamo accorti che era la linea perpendicolare del
 cantino e la base era un piccolo pezzo di muro oltre
 il quale abbiamo preso la misura del piano la parte di
 muro con un metro di spessore e la abbiamo appiattita
 sulla base della base con il metro a puntatore per
 appiattire la base con il metro a puntatore sempre con il metro
 e ora possiamo passare a risolvere il problema...

La soluzione
 $h^2 - 4,7^2 = 22,09 \text{ m}^2 \text{ Q1}$
 $3,35^2 - 3,35^2 = 11,225 \text{ m}^2 \text{ Q2}$
 $QA = 22,09 - 11,225 = 10,865$
 $RA = \sqrt{10,865} = 3,2 \text{ m}$

Nicolò

SCHOOL



Ester, Piro, Anthony hanno un compito meno arduo, quello di determinare la diagonale del cancello di ingresso alla scuola ... per questo non serve il metro ottico ma basta un normalissimo metro da muratori!

Loro al termine hanno potuto fare la riprova misurando col metro la diagonale e verificare che la misura è proprio quella trovata col Teorema di Pitagora!



④ LE GASTAGNE MARCE



Ester



Piro

TEOREMA DI PITAGORA PER TROVARE LA DIAGONALE


$$1,86^2 + 4,36^2 = 3,46 + 19,01$$
$$\sqrt{22,46} \text{ m} = 4,74 \text{ m} = 22,46$$

ABBIAMO LUNGHEZZA DIAGONALE

VERIFICO CON IL METRO CHE LA LUNGHEZZA È PROPRIO QUELLA CORRETTA.


Anthony





L'esperienza in esterna si è rivelata davvero molto interessante in quanto i problemi legati all'applicazione del teorema di Pitagora si sono mescolati a problemi di carattere pratico che comunque fanno parte delle difficoltà che si trovano nei diversi compiti di realtà!

Tutti gli alunni hanno applicato, talvolta con qualche aiuto, il Teorema nella maniera corretta determinando in tutti i casi la misura che era stata loro commissionata!



DI NUOVO IN CLASSE! ... C'è un'ultima cosa da vedere di facile comprensione ma che racchiude in una semplice definizione la conclusione di Pitagora:

Le TERNE PITAGORICHE

DOMANDA STIMOLO:

Che cosa è una “Terna”? ... o un “Terno” se volete ...

Tommaso: “A tombola si fa terno ...”

Sì ... e che cosa è quindi?

Elia: “Tre numeri ... anche al lotto ...”

Esatto! ... E cosa immaginate che possa essere una “TERNA PITAGORICA”? ... SILENZIO ... Reformuliamo! ...

Quale relazione ci dovrebbe essere tra i tre numeri affinché possano definirsi una terna pitagorica?

Jacopo: “La somma dei primi due fa il terzo!”

È questa la relazione tra i due cateti e l'ipotenusa?

Jacopo: “No ... si devono fare i quadrati!” ... e quindi?

Piro: “Il primo numero al quadrato più il secondo numero al quadrato fa il terzo numero al quadrato!”

... ESATTO!!



Facciamo dei tentativi ... prendiamo tre numeri, i più facili ... 1, 2 e 3 ... Sono essi una TERNA PITAGORICA?

Ibra: “Bisogna farli al quadrato?” ... *Esattamente ...*

Sempre Ibra: “ 1^2 è 1, 2^2 fa 4, 3^2 fa 9” ... *quindi ... la somma dei due quadrati più piccoli fa il terzo?*

Elia: “No ... $1+4=5$ e il terzo è 9!” e ... *quindi?*

Sempre Elia: “... Non sono una terna pitagorica”

Giusto! ... *Proviamone altri tre ... 2, 3 e 4 ...*

Jacopo: “Neppure ... perché 2^2 fa 4, 3^2 fa 9 e $4+9=13$... invece 4^2 fa 16!” ... *Proviamo ancora con 3, 4 e 5 ...*

Piro: “Sono una terna pitagorica, lo abbiamo visto negli esempi dei triangoli rettangoli!” ... *Spiega meglio ...*

Sempre Piro: “... 3^2 fa 9, 4^2 fa 16 e $9+16=25$... esattamente come 5^2 che fa lo stesso 25!”



Esatto! ... Tutti realizzano e la scoperta è collettiva!
Tre numeri sono una terna (o un terno), come a tombola o al lotto ... e solo quando la somma dei primi due al quadrato fa il terzo sempre al quadrato si può parlare di “TERNA PITAGORICA” ... Ci sono terne normali per le quali non è verificata la relazione di Pitagora e terne per le quali invece è verificata e queste sono le TERNE PITAGORICHE!

Quando la terna pitagorica sono le misure dei tre lati di un triangolo, che cosa significa?

Jacopo, senza esitazione: “Che si tratta di un triangolo rettangolo!”

Esatto! ... E invece se le tre misure dei lati non è una terna Pitagorica?

Piro: “... Che è un triangolo scaleno!”

... Non esattamente ... Pensiamo a un triangolo equilatero, mica è scaleno ... e come sono i tre lati?

Lorenzo: “... Tutti uguali!”

... e tre numeri uguali possono costituire una terna Pitagorica? ... Sempre Lorenzo: “... Mi sa di no!”

Piro: “... No di sicuro!”



... Concludendo?

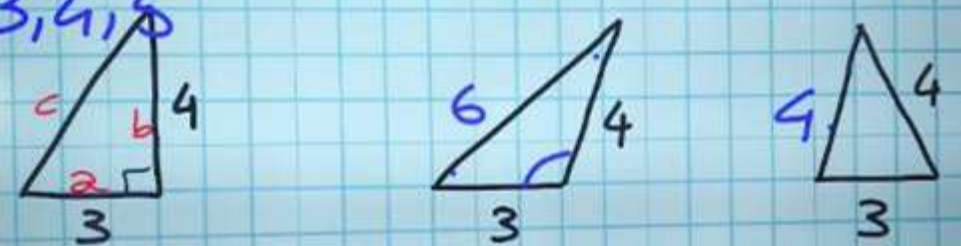
Martina: "Se abbiamo un triangolo rettangolo i tre lati fanno una terna pitagorica, per qualsiasi altro triangolo che non sia rettangolo invece no!"

Esatto! Le terne pitagoriche sono tre numeri per cui vale la relazione di Pitagora e quindi corrispondono sempre ai cateti e all'ipotenusa di un triangolo rettangolo. Viceversa i tre lati di un triangolo rettangolo costituiscono sempre una terna pitagorica!

TERNE PITAGORICHE

$a^2 + b^2 = c^2$

3, 4, 5



$3^2 + 4^2 =$
 $9 + 16 = 25$
 $\sqrt{25} = 5$

$5^2 = 25$ $12^2 = 144$ $13^2 = 169$

L'ultimissima cosa ...

DOMANDA STIMOLO:

*Sapete che cosa vuol dire la parola **“Teorema”**? ...*

... Da cosa viene il termine?

Tommaso: “Da teoria ...”

Esatto, proprio da TEORIA!

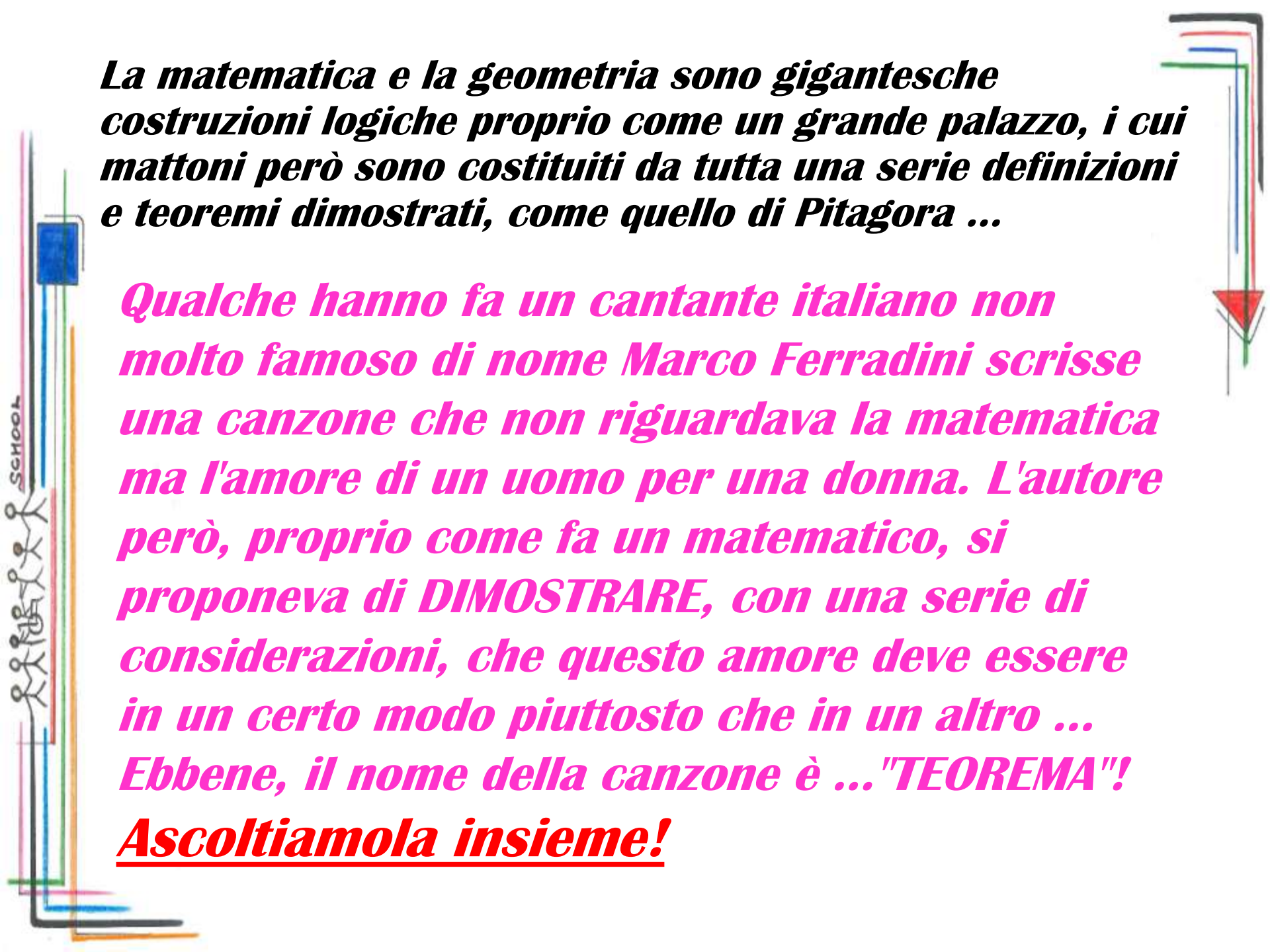
... E cosa è esattamente una ... TEORIA?

Jacopo: “Quando si dice in teoria ...”

*... Una **TEORIA** è una formulazione logica di un insieme di definizioni, principi e leggi che consente di descrivere e spiegare una certa cosa (qualcosa di scientifico ad esempio oppure anche di matematica)*

*... E un **TEOREMA** (come appunto il nostro Teorema di Pitagora) è una proposizione che, a partire da condizioni iniziali trae delle conclusioni, dandone una **DIMOSTRAZIONE**. Proprio come abbiamo fatto noi!*



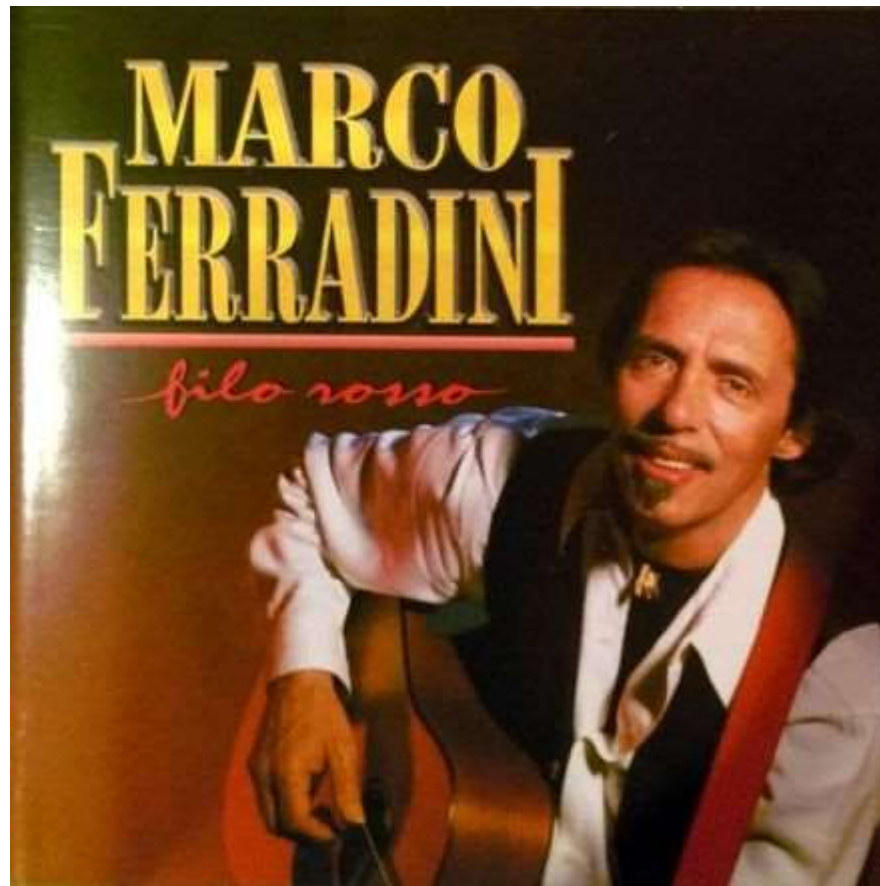


La matematica e la geometria sono gigantesche costruzioni logiche proprio come un grande palazzo, i cui mattoni però sono costituiti da tutta una serie definizioni e teoremi dimostrati, come quello di Pitagora ...

Qualche hanno fa un cantante italiano non molto famoso di nome Marco Ferradini scrisse una canzone che non riguardava la matematica ma l'amore di un uomo per una donna. L'autore però, proprio come fa un matematico, si proponeva di DIMOSTRARE, con una serie di considerazioni, che questo amore deve essere in un certo modo piuttosto che in un altro ... Ebbene, il nome della canzone è ..."TEOREMA"!
Ascoltiamola insieme!

TEOREMA

***Prendi una donna dille che l'ami,
scrivile canzoni d'amore.
Mandale rose e poesie
dalle anche spremute di cuore.
Falla sempre sentire importante,
dalle il meglio del meglio che hai.
Cerca di essere un tenero amante
sii sempre presente, risolvile i guai.
E sta sicuro che ti lascerà
chi è troppo amato amore non dà.
E sta sicuro che ti lascerà
chi meno ama è più forte si sa.
Prendi una donna,
trattala male.
Lascia che ti aspetti per ore,
non farti vivo e quando la chiami
fallo come fosse un favore.
Fa sentire che è poco importante
dosa bene amore e crudeltà.
Cerca di essere un tenero amante,
ma fuori dal letto nessuna pietà.
E allora si vedrai che t'amerà.
Chi è meno amato più amore ti dà.
E allora si vedrai che t'amerà.
Chi meno ama è più forte si sa.
No caro amico non sono d'accordo!
Parli da uomo ferito.
Pezzo di pane!
Lei se n'è andata e tu non hai resistito.
Non esistono leggi d'amore:
basta essere quello che sei.
Lascia aperta la porta del cuore
e vedrai che una donna è già in cerca di te.
Senza l'amore un uomo che cos'è?
Su questo sarai d'accordo con me.
Senza l'amore un uomo che cos'è?
E' questa l'unica legge che c'è.***



Verifica e valutazione

Sommario attività:

- **Viene richiesto:**
 - *Elaborati descrittivi delle attività fatte in classe e all'esterno, nel cortile della scuola, al fine di verificare il corretto utilizzo delle competenze acquisite in diverse situazioni reali (compiti di realtà) (at home)*
- **Vengono effettuate:**
 - *Valutazione degli elaborati*
 - *Verifiche orali in itinere sull'attività didattica complessiva*
 - *Verifica scritta sui concetti principali legati al Teorema di Pitagora con vari esempi di applicazione dello stesso in esercizi standard di crescente difficoltà e in situazioni reali*



Verifica scritta degli apprendimenti

Martedì 27 Maggio 2025 – CLASSE SECONDA scuola secondaria di primo grado
Verifica di matematica Teorema di Pitagora

Nome _____ Cognome _____

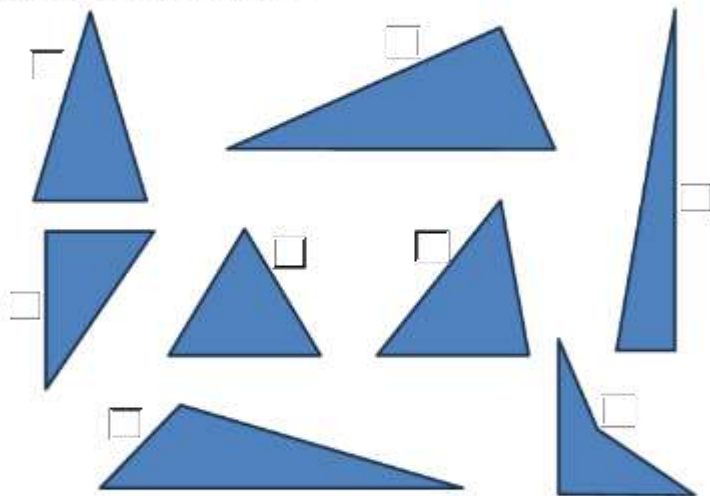
Esercizio N° 1 - Il triangolo del Teorema di Pitagora:

Che caratteristica fondamentale deve avere un triangolo perché possa valere il teorema di Pitagora? _____

Come si chiama questo tipo di triangolo? _____

Come si chiamano i suoi tre lati? _____

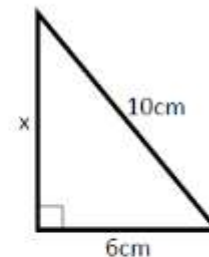
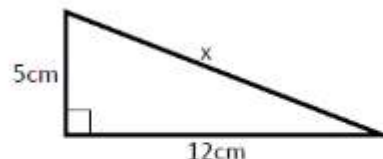
Fai una crocetta nel quadratino delle figure geometriche che sono dei triangoli del Teorema di Pitagora:



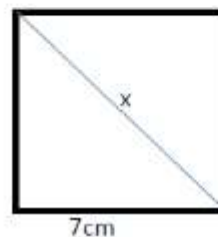
Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

Esercizio N° 2 - Applicazione del Teorema di Pitagora:

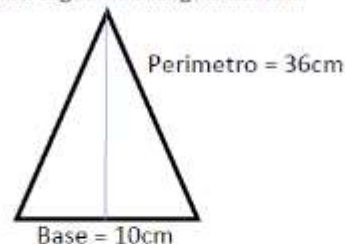
a) Trovare il valore di x .



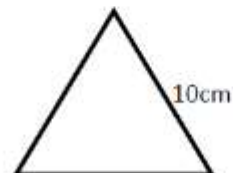
b) Trovare la diagonale x del seguente quadrato



c) Trovare l'area del seguente triangolo isoscele



d) Trovare l'area del seguente triangolo equilatero (*Facoltativo*)



Verifica scritta degli apprendimenti



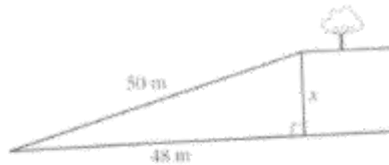
Esercizio N° 3 - Il teorema di Pitagora nella realtà:

Quanto almeno deve essere lunga la scala per riuscire a salvare il cane in difficoltà sul muretto alto 1,5m con il fossato di protezione largo 80cm? Svolgere l'esercizio sul foglio protocollo.



Esercizio N° 4 - Il teorema di Pitagora nella realtà:

L'altezza della collina: Calcola l'altezza x della seguente collina. Svolgere l'esercizio sul foglio protocollo!



Esercizio N° 5 - Il teorema di Pitagora nella realtà:

C'entra o non c'entra? ... È possibile far entrare la tavola di legno che è lunga 150cm nel bagagliaio di questa automobile? Fai i conti e spiega sul foglio protocollo! **(Facoltativo)**



Esercizio N° 6 - Le terne Pitagoriche:

Cerchiare tra le seguenti cinque terne di numeri le terne pitagoriche giustificando sul foglio protocollo la risposta:

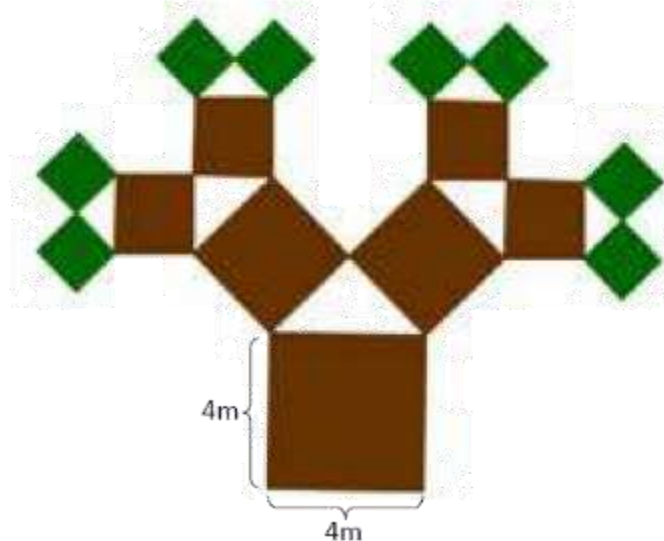
2, 3, 4 - 3, 4, 5 - 6, 8, 9 - 6, 8, 10 - 12, 16, 20

Esercizio N° 7 - Frazioni e Teorema di Pitagora:

La base di un triangolo isoscele misura 6m, mentre l'altezza è $\frac{2}{3}$ di questa base ($h = \frac{2}{3}b$). Trovare Area e Perimetro del triangolo

Esercizio N° 8 - L'albero di Pitagora:

Nel seguente albero di castagno le figure geometriche che rappresentano tronco, rami e foglie sono tutti dei quadrati: quanto è la superficie di ogni foglia sapendo che la base e l'altezza del tronco è 4m? ... Fai i conti e spiega sul foglio protocollo! **(Facoltativo)**



Verifica degli apprendimenti

Valutazione della attività laboratoriale, del lavoro di gruppo, dell'attività all'esterno nella risoluzione dei vari compiti di realtà ... *sulla base dei seguenti punti:*

- 1. Capacità di relazionare l'esperienza laboratoriale in maniera organizzata e schematica*
- 2. Capacità di interpretazione del teorema*
- 3. Correttezza delle descrizioni, dei commenti e delle conclusioni*
- 4. Misura di dettaglio*
- 5. Estetica delle relazioni*

Verifiche scritte e orali (in itinere), *al fine di verificare soprattutto:*

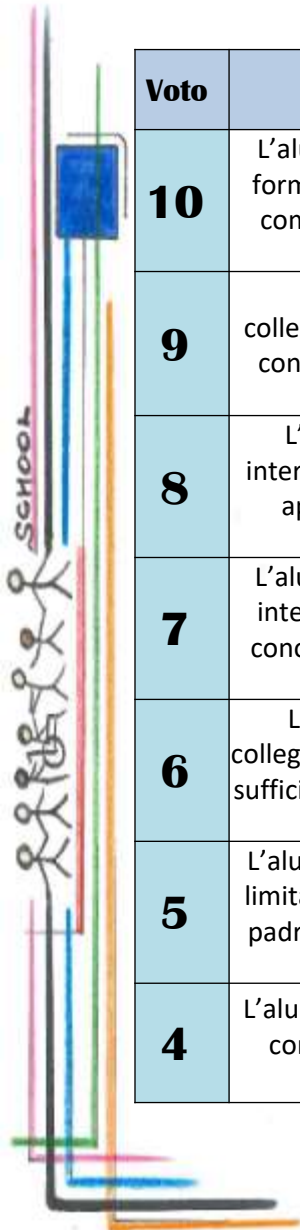
- 1. Acquisizione dei concetti principali che sono alla base del Teorema*
- 2. Capacità di applicare il teorema a problemi semplici ed esempi reali*
- 3. Dettaglio delle conoscenze acquisite*



Valutazione Apprendimenti:

Valutazione elaborato individuale sulle attività laboratoriali e verifiche orali e scritte

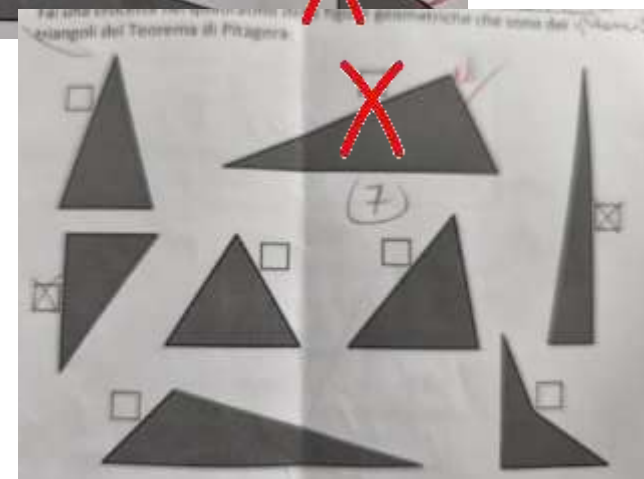
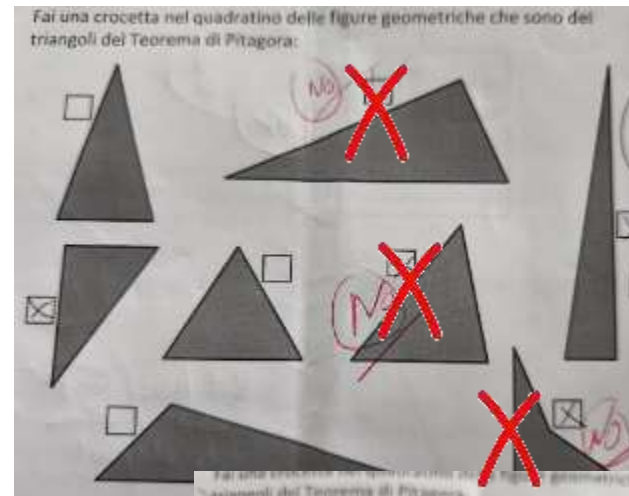
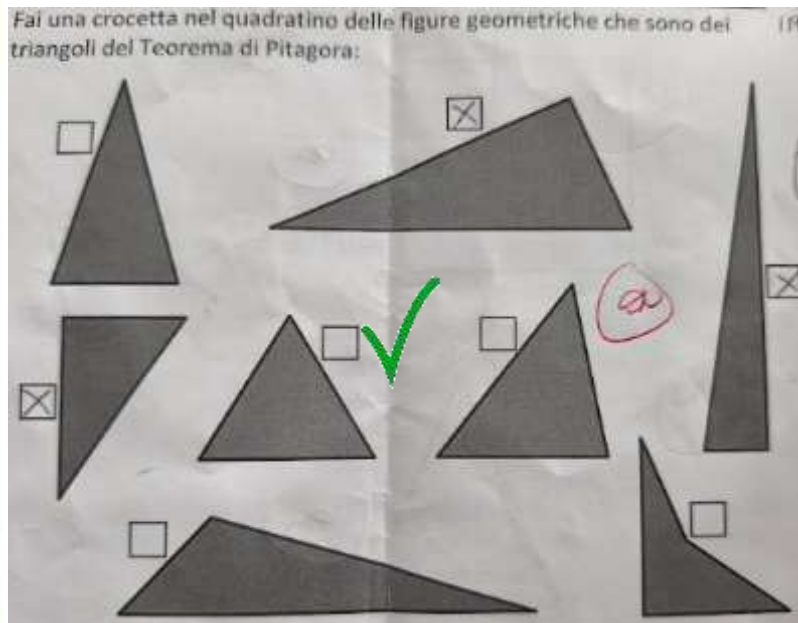
Voto	Griglia valutazione apprendimenti (Conoscenze e abilità)
10	L'alunno ha raggiunto in modo completo, sicuro e personale gli obiettivi d'apprendimento disciplinari. Ha acquisito i contenuti in forma completa, ben strutturata e approfondita con capacità di operare collegamenti interdisciplinari. Dimostra piena capacità di comprensione, analisi e sintesi, analisi e risoluzione di problemi. Dimostra piena padronanza delle abilità strumentali. Utilizza in modo sicuro e preciso i concetti, le procedure, gli strumenti e i linguaggi disciplinari.
9	L'alunno ha raggiunto in modo completo e approfondito gli obiettivi d'apprendimento disciplinari con capacità di operare collegamenti interdisciplinari. Dimostra piena capacità di comprensione, analisi e sintesi, analisi e risoluzione di problemi. Possiede conoscenze strutturate ed approfondite. Dimostra soddisfacente padronanza delle abilità strumentali. Utilizza in modo sicuro le procedure, gli strumenti e i linguaggi disciplinari.
8	L'alunno ha raggiunto un buon livello di acquisizione dei contenuti disciplinari con capacità di operare semplici collegamenti interdisciplinari. Dimostra buone capacità di comprensione, analisi e sintesi, analisi e risoluzione di problemi. Possiede conoscenze approfondite. Dimostra una buona padronanza delle abilità strumentali. Utilizza in modo autonomo e corretto le procedure, gli strumenti e i linguaggi disciplinari.
7	L'alunno ha raggiunto una discreta acquisizione dei contenuti disciplinari con adeguata capacità di operare semplici collegamenti interdisciplinari. Dimostra discrete capacità di comprensione, analisi e sintesi, analisi e risoluzione di problemi. Possiede corrette conoscenze dei principali contenuti disciplinari. Dimostra di avere una sostanziale padronanza delle abilità strumentali. Utilizza in modo discreto le procedure, gli strumenti e i linguaggi disciplinari.
6	L'alunno ha raggiunto una acquisizione essenziale/parziale dei contenuti disciplinari con scarsa capacità di operare semplici collegamenti interdisciplinari. Dimostra limitate capacità di comprensione, analisi e sintesi, analisi e risoluzione di problemi. Possiede sufficienti conoscenze dei principali contenuti disciplinari. Dimostra di avere un'incerta padronanza delle abilità strumentali. Utilizza in modo meccanico le procedure, gli strumenti e i linguaggi disciplinari.
5	L'alunno ha raggiunto una acquisizione frammentaria, generica e incompleta dei contenuti disciplinari con molte lacune. Dimostra limitate capacità di comprensione, analisi e sintesi, analisi e risoluzione di problemi. Dimostra di avere una parziale/non sufficiente padronanza delle abilità strumentali. Dimostra di avere scarsa autonomia nell'uso delle procedure, degli strumenti e dei linguaggi disciplinari.
4	L'alunno ha raggiunto una acquisizione incompleta dei contenuti disciplinari con molte e gravi lacune. Dimostra limitate capacità di comprensione, analisi e sintesi, analisi e risoluzione di problemi. Dimostra di insufficiente padronanza delle abilità strumentali. Dimostra di non avere autonomia nell'uso delle procedure, degli strumenti e dei linguaggi disciplinari.



Risultati ottenuti: ... dalla verifica scritta: il primo esercizio:

- Il riconoscimento di un triangolo rettangolo -

Le risposte degli alunni sono generalmente corrette ... Tuttavia quello che sembra ovvio e banale in realtà non è sempre tale, a testimonianza del fatto che, talvolta, le difficoltà che si incontrano strada facendo hanno radici lontane, in carenze di base che, sbagliando, molto spesso sottovalutiamo!



Qualcuno cade nei tranelli e non vede un triangolo rettangolo girato ma la maggior parte individua correttamente tutti i triangoli rettangoli



... dalla verifica scritta: il primo esercizio:

- *Descrivere con parole proprie il Teorema di Pitagora -*

Le risposte degli alunni che solitamente non dimostrano particolare attitudine e interesse per la materia: al di là della forma e delle capacità di espressione quasi tutti dimostrano che i concetti sostanziali sono stati acquisiti

Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

Pitagora dice che $a^2 + b^2 = c^2$, cioè la somma dei due cateti è uguale a l'ipotenusa

Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

STABILISCI LA MISURA DI UNO DEI DUE CATETI E L'IPOTENUSA DEVE ESSERE UN TRIANGOLO RETTANGOLO DI POI $a^2 + b^2 = c^2$ E IL RISULTATO TROVATO LO DOBBIAMO FARE ALLA RADICE QUADRATA

Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

IL TEOREMA DI PITAGORA DICE CHE CATETO QUO ALA SECONDA PIU' CATETO DUE ALA SECONDA FA IPOTENUSA ALA SECONDA SOLO NEI TRIANGOLI RETTANGOLI

Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

IL TEOREMA DI PITAGORA NUNCA DIMOSTRA CHE CATETO UNO DALLA SECONDA PIU' CATETO DUE DALLA SECONDA FA IPOTENUSA DALLA SECONDA $a^2 + b^2 = c^2$

Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

IN UN QUALSIASI TRIANGOLO RETTANGOLO IL QUADRATO COSTRUITO SULL'IPOTENUSA E' EQUIVALENTE A QUELLO CHE HA LA STESSA AREA DELLA SOMMA DEI QUADRATI COSTRUITI SU DUE CATETI

Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

HO DUE CATETI DEVO FARE $c^2 + b^2 = a^2$
HO UN CATETO E L'IPOTENUSA DEVO FARE $c^2 = a^2 - b^2$
TEOREMA DI PITAGORA SERVE A MISURARE IPOTENUSA O UN CATETO

C'è ancora qualcuno che fa ancora un po' di confusione fra le operazioni

Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

le conclusioni del teorema sono $a^2 + b^2 = c^2$

Le risposte degli alunni con più attitudine dimostrano che i concetti chiave sono stati appresi in modo chiaro e preciso

Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

LA CARATTERISTICA CHE HA IL TEOREMA DI PITAGORA È UN TRIANGOLO RETTANGOLO CHE HA UN ANGOLO DI 90°, LA BASE E L'ALTEZZA SI CHIAMANO CATETI, INVECE LA LINEA PIÙ LUNGA SI CHIAMA IPOTENUSA. SE NEL TRIANGOLO RETTANGOLO CI MANCA LA MISURA DELL'IPOTENUSA DOBBIAMO FARE: $a^2 + b^2 = c^2$ E DOPO TROVARE UNO DEI CATETI DOBBIAMO FARE: $a^2 = c^2 - b^2$

Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

IL TEOREMA DI PITAGORA DIMOSTRA CHE I DUE QUADRATI CORRISPONDENTI AI CATETI ALLA SOMMA DEI QUADRATI UGUALI ALL'IPOTENUSA. A QUESTO SI UTILIZZA PER TROVARE DEI LATI DEL TRIANGOLO RETTANGOLO AVENDO 2 MISURE

Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

IL TEOREMA DI PITAGORA SI PUÒ FARE SOLO QUANDO C'È IL TRIANGOLO RETTANGOLO
IL TEOREMA DI PITAGORA CONSISTE A TROVARE UN CATETO O L'IPOTENUSA DI UN TRIANGOLO RETTANGOLO. PER FARE IL TEOREMA DI PITAGORA CONSISTE A GIUSTIFICARE CHE $c^2 = a^2 + b^2$ (IPOTENUSA)

Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

IL TEOREMA DI PITAGORA CONCLUDE CHE $c^2 = a^2 + b^2$ CIOÈ CATETO 1 ALLA SECONDA PIÙ CATETO 2 ALLA SECONDA È UGUALE A IPOTENUSA ALLA SECONDA. E PUÒ SERVIRE A DETERMINARE UN LATO O LA DIAGONALE DI UN QUADRATO.

Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

IL TEOREMA DI PITAGORA DICE CHE $a^2 + b^2 = c^2$ CHE SERVE A TROVARE L'IPOTENUSA O SE INVECE DOBBIAMO TROVARE I CATETI DEL CASO DEVO DISTRIBUIRE L'IPOTENUSA E L'ALTRO CATETO ALLA SECONDA E DOPO DI CHE FARE LA RADICE QUADRATA DEL RISULTATO.

Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

IL TEOREMA DI PITAGORA È UN'UGUAGLIANZA	IL TEOREMA DI PITAGORA È UN'UGUAGLIANZA
CHÉ SERVE A TROVARE UN LATO O LA DIAGONALE DI UN QUADRATO	CHÉ SERVE A TROVARE UN LATO O LA DIAGONALE DI UN QUADRATO
LA BASE E L'ALTEZZA SI CHIAMANO CATETI, INVECE LA LINEA PIÙ LUNGA SI CHIAMA IPOTENUSA	LA BASE E L'ALTEZZA SI CHIAMANO CATETI, INVECE LA LINEA PIÙ LUNGA SI CHIAMA IPOTENUSA
SE NEL TRIANGOLO RETTANGOLO CI MANCA LA MISURA DELL'IPOTENUSA DOBBIAMO FARE: $a^2 + b^2 = c^2$	SE NEL TRIANGOLO RETTANGOLO CI MANCA LA MISURA DELL'IPOTENUSA DOBBIAMO FARE: $a^2 + b^2 = c^2$
SE NEL TRIANGOLO RETTANGOLO CI MANCA UNO DEI CATETI DOBBIAMO FARE: $a^2 = c^2 - b^2$	SE NEL TRIANGOLO RETTANGOLO CI MANCA UNO DEI CATETI DOBBIAMO FARE: $a^2 = c^2 - b^2$

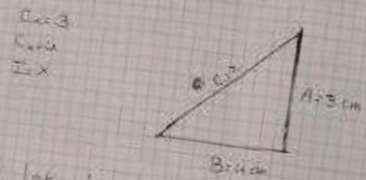
Descrivi con parole tue le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

IL TEOREMA DI PITAGORA SERVE A TROVARE UNA PARTE MANCANTE DI UN TRIANGOLO RETTANGOLO. PER FARE PER ESEMPLO PER TROVARE L'ALTEZZA DI UN TRIANGOLO RETTANGOLO MA I CATETI E L'IPOTENUSA SONO CONOSCIUTI. PER FARE LA RADICE QUADRATA DELLA SOMMA DEI QUADRATI DEI CATETI ALLA SECONDA, COSÌ DOPO CHE IL QUADRATO DEI CATETI È PARI A QUELLO DELL'IPOTENUSA.

... E c'è pure chi esagera!

Le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

IL TEOREMA DI PITAGORA FUNZIONA SOLO NEI TRIANGOLI RETTANGOLI (O QUELLI CHE HANNO UN ANGOLO DI 90°)



Le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

IL TEOREMA DI PITAGORA DICE CHE $a^2 + b^2 = c^2$ CHE SERVE A TROVARE L'IPOTENUSA O SE INVECE DOBBIAMO TROVARE I CATETI DEL CASO DEVO DISTRIBUIRE L'IPOTENUSA E L'ALTRO CATETO ALLA SECONDA E DOPO DI CHE FARE LA RADICE QUADRATA DEL RISULTATO.

Le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

IL TEOREMA DI PITAGORA FUNZIONA SOLO NEI TRIANGOLI RETTANGOLI (O QUELLI CHE HANNO UN ANGOLO DI 90°)



Le conclusioni del Teorema di Pitagora, come una uguaglianza precisa, spiegando poi come si utilizza e a che cosa serve:

IL TEOREMA DI PITAGORA FUNZIONA SOLO NEI TRIANGOLI RETTANGOLI (O QUELLI CHE HANNO UN ANGOLO DI 90°)



... dalla verifica scritta: il secondo esercizio:

- Le applicazioni classiche del Teorema di Pitagora-

Le risposte degli alunni, anche di quelli che solitamente non dimostrano particolare attitudine e interesse per la materia sono generalmente corrette, specie per gli esercizi più semplici ...

ESERCIZIO N.2

A) $5^2 = 25$ $10^2 = 100$
 $12^2 = 144$ $6^2 = 36$
 $144 + 25 = 169$ $100 - 36 = 64$
 $\sqrt{169} = 13$ $\sqrt{64} = 8$

ESERCIZIO 2

A) $5^2 = 25$
 $12^2 = 144$
 $25 + 144 = 169$
 $\sqrt{169} = 13 \text{ cm}$

$10^2 = 100$
 $6^2 = 36$
 $100 - 36 = 64$
 $\sqrt{64} = 8 \text{ cm}$

ES 2 a

COTELO 5^2 5^2
COTELO 12^2 12^2
 $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = \text{IPOTENUSA}^2$
 $\sqrt{169} = 13$ LUNGHEZZA IPOTENUSA

IPOTENUSA = 10 cm 10^2
COTELO = 6 cm 6^2
 $100 - 36 = 64 = \text{COTELO}^2$
 $\sqrt{64} = 8$

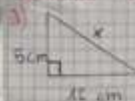
Es 2

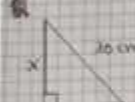
A) $5^2 = 25 \text{ cm}$ $144 + 25 = 169 \text{ cm}$
 $12^2 = 144 \text{ cm}$ $\sqrt{169} = 13 \text{ cm}$ IPOTENUSA


$10^2 = 100 \text{ cm}$ $100 - 36 = 64 \text{ cm}$
 $6^2 = 36 \text{ cm}$ $\sqrt{64} = 8 \text{ cm}$ COTELO

B) $7^2 = 49 \text{ cm}$ $49 + 49 = 98 \text{ cm}$
 $7^2 = 49 \text{ cm}$ $\sqrt{98} = 9,8 \text{ cm}$ IPOTENUSA

ESERCIZIO C.

a)  5 cm 12 cm x
 $= 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$
l'ipotenusa misura 13 cm

b)  x 6 cm 10 cm
 $= 6^2 - 10^2 = 36 - 100 = 64 = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$
il coteo misura 8 cm

b)  7 cm x
 $= 7^2 + 7^2 = 98 = \sqrt{98} = 9,8 \text{ cm}$
la diagonale misura 9,8 cm



... dalla verifica scritta: il secondo esercizio:

- Le applicazioni classiche del Teorema di Pitagora-

Le risposte degli alunni migliori sono per lo più "senza macchia" ...



ES. 2

1) $5^2 = 25$ cm
 $12^2 = 144$ cm²
 $125 = 144 + 101$ cm²
 $\sqrt{101} = 10$

2) $16 \cdot 6 = 30$
 $100 - 40 = 100$
 $100 - 30 = 66 = c$
 $c^2 = 169 = 13^2$

3) $7 = 49$
 $3 = 9$
 $100 + 9 = 109$
 $\sqrt{109} = 10,44$

4) $36 - 12 = 24$
 $\frac{24}{2} = 12$ cm = l

5) $143 - 13 = 109$
 $65 - 5 = 25$
 $169 - 25 = 144$
 $c = \sqrt{144} = 12$

6) $A = \frac{10 \cdot 12}{2} = 60$ cm²

7) $10 \cdot 10 = 100$
 $5 \cdot 5 = 25$
 $100 - 25 = 75$
 $\sqrt{75} = 8,66$

8) $A = \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 43,3$ cm²

ES. 2

1) $5^2 = 25$ cm²
 $12^2 = 144$ cm²
 $125 = 144 + 101$ cm²
 $\sqrt{101} = 10$

2) $16 \cdot 6 = 30$
 $100 - 40 = 100$
 $100 - 30 = 66 = c$
 $c^2 = 169 = 13^2$

3) $7 = 49$
 $3 = 9$
 $100 + 9 = 109$
 $\sqrt{109} = 10,44$

4) $36 - 12 = 24$
 $\frac{24}{2} = 12$ cm = l

5) $143 - 13 = 109$
 $65 - 5 = 25$
 $169 - 25 = 144$
 $c = \sqrt{144} = 12$

6) $A = \frac{10 \cdot 12}{2} = 60$ cm²

7) $10 \cdot 10 = 100$
 $5 \cdot 5 = 25$
 $100 - 25 = 75$
 $\sqrt{75} = 8,66$

8) $A = \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 43,3$ cm²

ES. 2

1) $5^2 = 25$ cm² $12^2 = 144$ cm² $125 = 144 + 101$ cm² $\sqrt{101} = 10$ cm
 $x = 10$ cm

2) $16 \cdot 6 = 30$ cm² $100 - 40 = 100$ cm² $100 - 30 = 64$ cm² $\sqrt{64} = 8$ cm
 $x = 8$ cm

3) $7^2 = 49$ $49 + 9 = 98$ cm² $\sqrt{98} = 9,9$ cm
 $x = 9,9$ cm

4) $36 - 12 = 26$ cm $26 \cdot 2 = 13$ cm (ALTEZZA) $10 \cdot 2 = 5$ (1/2 BASE)

$5^2 = 25$ $13^2 = 169$ $169 - 25 = 144$ cm² $\sqrt{144} = 12$ cm (ALTEZZA)

$A = \frac{10 \cdot 12}{2} = 60$ cm² $120 \cdot 2 = 60$ cm²

5) \hat{E} EQUILATERO COE OGNI LATO E UGUALE.

$10 \cdot 2 = 5$ (1/2 BASE) $5^2 = 25$ cm² $100 - 25 = 75$ cm²
 $\sqrt{75} = 8,7$ cm (ALTEZZA) $A = \frac{10 \cdot 8,7}{2} = 43,5$ cm²



... dalla verifica scritta: il secondo esercizio:

- Le applicazioni classiche del Teorema di Pitagora-

C'è naturalmente anche chi ha commesso qualche piccolo errore: in genere si tratta di errori banali non necessariamente connessi con il Teorema di Pitagora. Per quanto concerne la corretta applicazione del Teorema qualche prevedibile caso di "scambio di segno" e qualche errata individuazione del triangolo rettangolo.

Es 1

$50^2 = 2500 \text{ m}$

$48^2 = 2304 \text{ m}$

$2500 - 2304 = 196 \text{ m}$

$\sqrt{196} = 14 \text{ m}$

Lo vedo più facile

$c_1 = 6 \text{ cm}$

$l = 10 \text{ cm}$

$c_2 = ?$

$c_1^2 = 36$

$l^2 = 100$

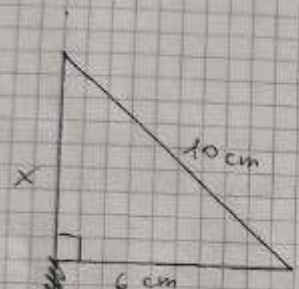
$c_2^2 = 100 + 36 = 136$

$c_2 = \sqrt{136} = 11,7 \text{ cm}$

$l^2 = c^2$!!

B) $7 \cdot 7 = 49$

$49 : 2 = 24,5$



ES 2 b

VISTO CHE SAPPIAMO CHE È UN QUADRATO I 2 CATETI SONO UGUALI QUINDI DEVO FARE:

CATETO = 7^2

CATETO = 7^2

$49 + 49 = 98 = \text{IPOTENUSA}^2$

$\sqrt{98} = 9,89$

MAI FATTO + !!

$10^2 - 6^2 = 136$

$10 = 100$

$6^2 = 36$

$\sqrt{136} = 11,6 \text{ cm}$

C VISTO CHE SO CHE È UN TRIANGOLO ISOSCELE QUINDI HA 2 LATI UGUALI E SO CHE LA BASE È 10 CM FACILIO:

$36 - 10 = 26 \Rightarrow 26 : 2 = 13$ CHE È L'IPOTENUSA

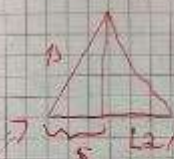
CATETO = $10^2 - 13^2$

IPOTENUSA = $13^2 - 10^2$

$169 - 100 = 69 = \text{CATETO}^2$

$\sqrt{69} = 8,30$

$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 8,30}{2} = 41,5$



L'ipotenusa

... dalla verifica: terzo, quarto, quinto esercizio:

- I compiti di realtà con il Teorema di Pitagora -

Anche per questi esercizi le risposte degli alunni sono generalmente corrette, con al solito pochi piccoli errori legati alle solite problematiche ...

Esercizio N° 3 - Il teorema di Pitagora nella realtà:
 Quanto almeno deve essere lunga la scala per riuscire a salvare il cane in difficoltà sul muretto alto 1,5m con il fossato di protezione largo 80cm? Svolgere l'esercizio sul foglio protocollo.

10

$x = \sqrt{150^2 + 80^2} = 170 \text{ cm}$

Esercizio N° 4 - Il teorema di Pitagora nella realtà:
 L'altezza della collina: Calcola l'altezza x della seguente collina. Svolgere l'esercizio sul foglio protocollo)

10

$x = \sqrt{50^2 - 48^2} = 14 \text{ m}$

Esercizio N° 5 - Il teorema di Pitagora nella realtà:
 C'entra o non c'entra? ... È possibile far entrare la tavola di legno che è lunga 150cm nel bagagliaio di questa automobile? Fai i conti e spiega sul foglio protocollo! (Facoltativo)

8

$d = \sqrt{114^2 + 85^2} = 142,2 \text{ cm}$

Da notare la tavola non c'entra

$$1,5^2 + 0,8^2 = 2,29 \quad \sqrt{2,29} = 1,4 \text{ m}$$

$$50^2 - 48^2 = 196 \quad \sqrt{196} = 14 \text{ m}$$

ES 4

$$48 \cdot 48 = 2304$$

$$50 \cdot 50 = 2500$$

$$2500 - 2304 = 196$$

$$\sqrt{196} = 14 \text{ mt}$$

ES 5

$$50^2 = 2500$$

$$48^2 = 2304$$

$$2500 - 2304 = 196$$

$$\sqrt{196} = 14 \text{ m}$$

ES 5

$$85^2 = 7225$$

$$114^2 = 12996$$

$$7225 + 12996 = 20221$$

$$\sqrt{20221} = 142,2 \text{ cm}$$

L'ASSE DI LEGNO NON PUÒ STARE NELLA BAGAGLIAIO

... dalla verifica: terzo, quarto, quinto esercizio:

- I compiti di realtà con il Teorema di Pitagora -

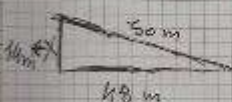
Quasi la totalità degli esercizi risultano ben fatti e condotti ...

Es. 3 - Il terreno di poggio della collina

$4,6 \text{ m} \rightarrow 460 \text{ cm}$ $150^2 = 22.500$
 80 cm $80^2 = 6.400$

$150^2 + 80^2 = 28.900$
 $\sqrt{28.900} = 170 \text{ cm}$

Es. 4 - Il terreno di poggio della collina



50 m $50^2 = 2500$
 48 m $48^2 = 2304$

$50^2 - 48^2 = 196$
 $\sqrt{196} = 14 \text{ m}$

ES 3

CATETO = 150 CM 50^2
 CATETO = 80 CM 80^2
 $22.500 + 6.400 = 28.900 = \text{IPOTEUSA}^2$
 $\sqrt{22.500} = 170$ LUNGHEZZA SCALD

ES 4

IPOTEUSA = 50 m 50^2
 CATETO = 48 m 48^2
 $2500 - 2304 = 196 = \text{CATETO}^2$
 $\sqrt{196} = 14$ ALTEZZA COLLINA

ES 3

$c_1 = 48 \text{ mm}$
 $I_1 = 50 \text{ mm}$

ES 4

$c_2 = 2304 \text{ mm}$
 $I_2 = 2500 \text{ mm}$
 $c_2^2 = 2304 - 2500 = -196$
 $c_2 = \sqrt{196} = 14 \text{ mm}$

ES 5

$c = 144 \text{ mm}$
 $c^2 = 85 \text{ mm}$
 $I = 7$
 $c_1^2 = 12946$
 $c_2^2 = 7225$
 $I_2 = 12.946 + 7.225 = 20.221$
 $I = \sqrt{20.221} = 142,2 \text{ mm}$


ES 3

$c_1 = 48 \text{ mm}$
 $c_2 = 80 \text{ mm}$

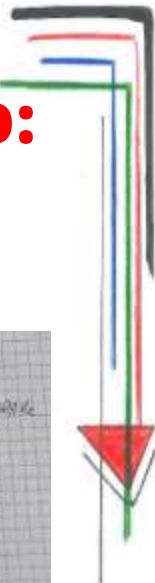
$I_1 = 150 \text{ mm}$
 $I_2 = 80 \text{ mm}$
 $I^2 = c_1^2 + c_2^2$
 $I^2 = 22.500$
 $I = \sqrt{22.500} = 150 \text{ mm}$

ES 4

$I = 50 \text{ mm}$
 $c_1 = 48 \text{ mm}$
 $c_2 = 14 \text{ mm}$
 $I^2 = 2500$
 $c_1^2 = 2304$
 $c_2^2 = 2500 - 2304 = 196$
 $c_2 = \sqrt{196} = 14$



$c_1 = 48$
 $c_2 = 14$
 $I = 50$
 $I^2 = 2500$
 $c_1^2 = 2304$
 $c_2^2 = 2500 - 2304 = 196$
 $c_2 = \sqrt{196} = 14$



... dalla verifica: terzo, quarto, quinto esercizio: - I compiti di realtà con il Teorema di Pitagora -


ES 3. $c_1 = 80$ $c_2 = 1,5$
 $80 \rightarrow 80m$ $80^2 + 1,5^2 = 2.89$
 $\sqrt{2.89} = 1,7m$

ES 4
 $I = 50cm$ $50^2 = 48^2 + 19^2$
 $c_1 = 49cm$ $\sqrt{19^2} = 19cm$

$c_1 = 25cm$ $25^2 + 14^2 = 2022,1$
 $c_2 = 14cm$ $\sqrt{2022,1} = 142,2cm$

quindi non entra

ESERCIZIO 3

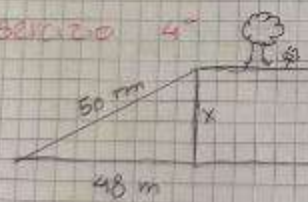


$1,5m = 80^2 + 1,5^2 = 6400 + 2,25 = 6402,25 = \sqrt{6402,25} = 2,53$

la scala deve essere alta 2,53 metri

80 cm

ESERCIZIO 4



$50^2 - 48^2 = 2500 - 2304 = 196 = \sqrt{196} = 14m$

altezza della collina e di 14m

ESERCIZIO 6

ES 5

$c_1 = 15,1m$
 $c_2 = 80cm$

$15,1^2 = 15,1^2 + 0,8^2$
 $228,01 = 228,01 + 0,64$
 $0 = 0,64$
 $0 \neq 0,64$

$15,1^2 = 228,01$
 $15,1^2 + 0,8^2 = 228,01 + 0,64 = 228,65$
 $15,1^2 < 15,1^2 + 0,8^2$
 $15,1 < \sqrt{228,65} = 15,28m$

ES 6


$c_1 = 100m$
 $c_2 = 80,2m$
 $100^2 = 80,2^2 + 100^2$
 $0 = 80,2^2 - 100^2$
 $0 = 6432,04 - 10000$
 $0 \neq -3567,96$

$100^2 = 10000$
 $100^2 + 80,2^2 = 10000 + 6432,04 = 16432,04$
 $100 < \sqrt{16432,04} = 128,2m$

ES 7

$c_1 = 25$
 $c_2 = 14$
 $25^2 = 14^2 + 25^2$
 $0 = 196 - 625$
 $0 \neq -429$

$25^2 = 625$
 $25^2 + 14^2 = 625 + 196 = 821$
 $25 < \sqrt{821} = 28,65m$




... dalla verifica: terzo, quarto, quinto esercizio:

- I compiti di realtà con il Teorema di Pitagora -

... Al solito pochi piccoli errori legati alle consuete problematiche ...

ES. 4

$$50^2 - 48^2 = 2500 - 2304 = 196$$

~~196~~ $\sqrt{196} = 14$ m

$\lambda = 28,6$ m

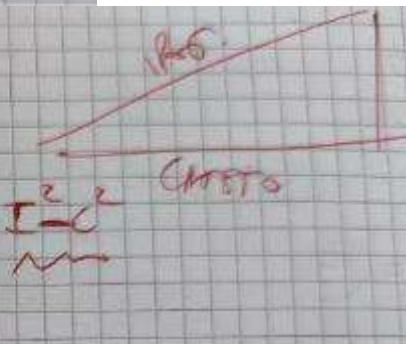
*Suolo
PILA 15
15 Cent!*

ES 4

$$48^2 = 2304$$
$$50^2 = 2500$$
$$2304 + 2500 = 4804$$
$$\sqrt{4804} = 69,3$$

Et NO!

$a^2 + b^2 = c^2$



8cm
1cm → PIRETELLA

ES 4

$$50^2 = 2500 \text{ m}$$
$$48^2 = 2304 \text{ m}$$
$$2500 + 2304 = 4804 \text{ m}$$
$$\sqrt{4804} = 69,3 \text{ m}$$

*Lo vada più
PIU FATTO LA
SOMMA RINTE!*

*Et
letto
orologio!*



... dalla verifica scritta: il sesto esercizio:

- Le terne Pitagoriche -

Un esercizio semplice che però nasconde la semplicità dell'equazione di Pitagora: tutti gli alunni senza eccezioni hanno risposto in maniera assolutamente corretta

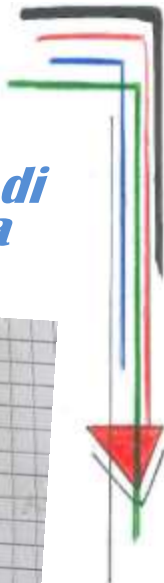
ES 6
2,3,4 NO 3,4,5 SI 6,8,9 NO 6,8,10 SI 12,16,20 SI
 $2^2=4$ $3^2=9$ $6^2=36$ $6^2=36$ $12^2=144$
 $3^2=9$ $4^2=16$ $8^2=64$ $8^2=64$ $16^2=256$
 $4^2=16$ $5^2=25$ $9^2=81$ $10^2=100$ $20^2=400$

ESERCIZIO 6
 $2,3,4 = 2^2=4 \quad 3^2=9 \quad 4^2=16$
 $3,4,5 = 3^2=9 \quad 4^2=16 \quad 5^2=25$
 $6,8,9 = 6^2=36 \quad 8^2=64 \quad 9^2=81$
 $6,8,10 = 6^2=36 \quad 8^2=64 \quad 10^2=100$
 $12,16,20 = 12^2=144 \quad 16^2=256 \quad 20^2=400$

ESERCIZIO 6
① $2^2=4 \quad 3^2=9 \quad 4^2=16$
 $4+9=13$, NON È UNA TERNA PITAGORICA
② $3^2=9 \quad 4^2=16 \quad 5^2=25$
 $9+16=25$, È UNA TERNA PITAGORICA
③ $6^2=36 \quad 8^2=64 \quad 9^2=81$
 $36+64=100$, NON È UNA TERNA PITAGORICA
④ $6^2=36 \quad 8^2=64 \quad 10^2=100$
 $36+64=100$, È UNA TERNA PITAGORICA

ES. n. 6
 $2,3,4 = 2^2+3^2=4+9=13 \neq 16=4^2$ X
 $3,4,5 = 3^2+4^2=9+16=25=5^2$ ✓
 $6,8,9 = 6^2+8^2=36+64=100 \neq 81=9^2$ X
 $6,8,10 = 6^2+8^2=36+64=100=10^2$ ✓
 $12,16,20 = 12^2+16^2=144+256=400=20^2$ ✓

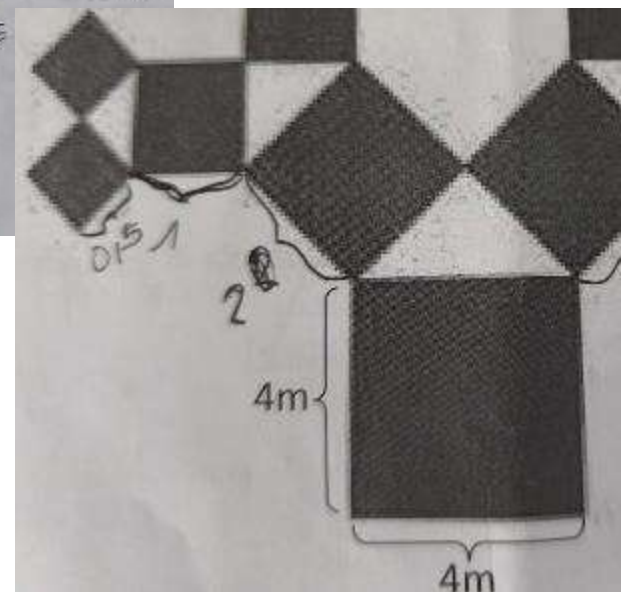
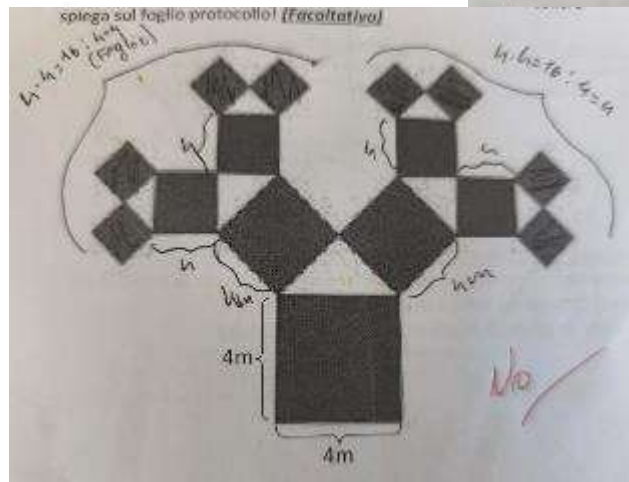
ES. n. 6
 $2,3,4 = 4+9=13 \neq 16$? NO! non è una terna pitagorica
 $3,4,5 = 9+16=25$? SI! è una terna pitagorica
 $6,8,9 = 36+64=100 \neq 81$? NO! non è una terna pitagorica
 $6,8,10 = 36+64=100$? SI! è una terna pitagorica
 $12,16,20 = 144+256=400$? SI! è una terna pitagorica



... dalla verifica scritta: l'ultimo esercizio:

- L'albero di Pitagora -

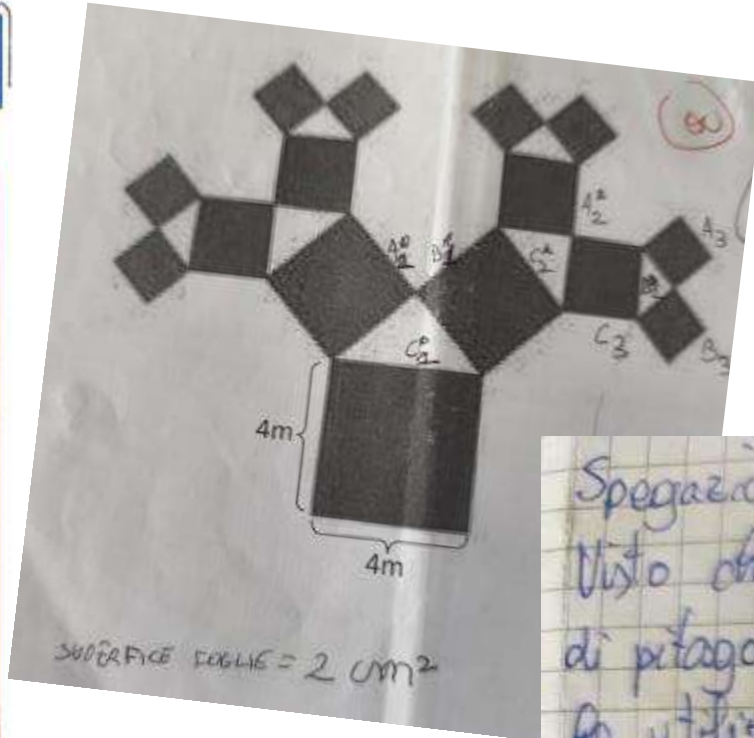
Un esercizio facoltativo, solo in apparenza difficile, ma per il quale stavolta gli alunni hanno trovato non poche difficoltà: la maggior parte cade nell'equivoco classico tale per cui la relazione di uguaglianza sia tra i lati di un triangolo rettangolo e non come è in realtà tra i quadrati dei lati stessi ...



... dalla verifica scritta: l'ultimo esercizio:

- L'albero di Pitagora -

Tuttavia alcuni, correttamente instradati, riescono a trovare la giusta via smascherando l'equivoco e scoprendo alla fine con meraviglia la semplicità dell'esercizio e della relazione del Teorema stesso!



ES 8

$$4 \cdot 4 = 16 \text{ m}^2$$
$$16 : 2 = 8 \text{ m}^2$$
$$8 : 2 = 4 \text{ m}^2$$
$$4 : 2 = 2 \text{ m}^2 \text{ foglie}$$

Spegazione
Visto che abbiamo fatto il teorema di pitagora che dice $c^2 = a^2 + b^2$
ho utilizzato questo sui quadratini prima ho trovato l'area del quadrato più grande e poi lo diviso in 2 e poi lo fatto in continuazione e poi ho fatto tutto l'albero.

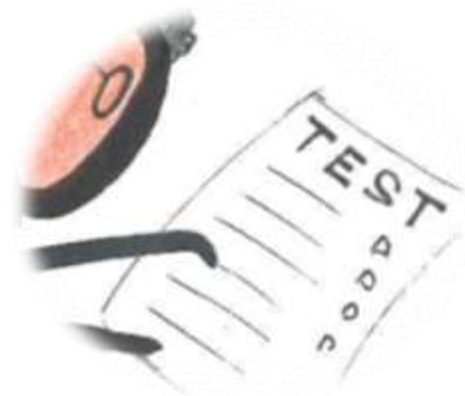


Dalle verifiche scritte e dai riscontri in itinere anche in relazione alle esperienze reali fatte è emerso che:

Quasi la totalità degli alunni ha acquisito in modo più che sufficiente i concetti principali del Teorema di Pitagora; ha capito la sostanza del Teorema nella semplicità del suo enunciato; sa in generale utilizzare la competenza acquisita per determinare il lato incognito in un qualsiasi triangolo rettangolo e sa utilizzare gli stessi risultati in situazioni reali risolvendo compiti di realtà anche non banali; ha compreso infine l'importanza della dimostrazione del Teorema generalizzando questo concetto a qualsiasi risultato scientifico e matematico, come parte indispensabile della struttura della matematica e delle scienze.

In sintesi ...

- 1. Il 100% della classe ha ottenuto una valutazione sufficiente, più della metà eccellente***
- 2. Oltre il 70% degli alunni ha dimostrato ottima padronanza delle competenze acquisite anche in contesti reali***
- 3. Gli errori messi in conto si sono rivelati parte integrante del percorso di formazione e acquisizione delle competenze***



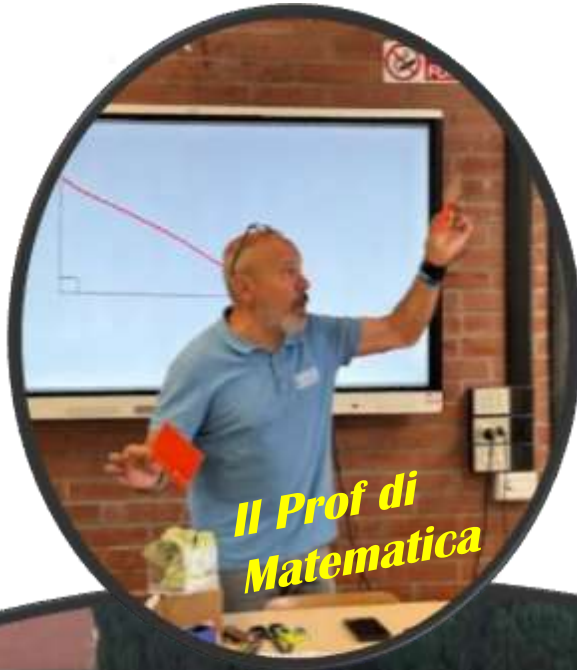
Note finali

Il percorso didattico è stato costruito in un'ottica inclusionale e volta a un apprendimento significativo. Posso a tal proposito affermare che:

- *Tutti gli alunni hanno avuto un ruolo centrale nella costruzione delle conoscenze*
- *Tutti gli alunni, anche quelli che in contesti più tradizionali dimostrano disinteresse, hanno lavorato alle attività laboratoriali e contribuito alla risoluzione delle problematiche proposte*
- *La didattica laboratoriale è risultata coinvolgente stimolando gli apprendimenti di tutti, dai ragazzi con già buone capacità agli alunni con difficoltà di vario tipo.*



... I protagonisti dell'avventura



SCHOOL

**... E da oggi l'uguaglianza di Pitagora,
assieme a un monito del matematico,
campeggiano solenni su un grande
pannello nell'aula di «Mate2»!**



Bibliografia e sitografia

Libro di testo “Contaci!2 (Misure, spazio e figure)” - Zanichelli

https://it.wikipedia.org/wiki/Teorema_di_Pitagora

<https://www.youmath.it/formulari/formulari-di-geometria-piana/688-teorema-di-pitagora.html>

<https://www.youtube.com/>

<https://www.bing.com>

