



A tutta forza

Introduzione al concetto di forza e al calcolo vettoriale

Grado scolastico: secondaria di secondo grado

Aree disciplinari: fisica

ISIS Gramsci-Keynes, Prato

Docenti coinvolti: Antonio Mercogliano

Realizzato con il contributo della Regione Toscana nell'ambito del progetto

Rete Scuole LSS a.s. 2024/2025

Motivazione del percorso

- La proposta dei libri di testo di fisica per i bienni dei licei, praticamente tutti quelli attualmente in adozione, è quella di procedere partendo dalla creazione di una cassetta degli attrezzi (equivalenze, proporzionalità, sistemi di misura, teoria degli errori, calcolo vettoriale) prima di parlare delle forze.
- Di fatto si rischia di cominciare a fare fisica dopo le vacanze di Natale. Che, per esperienza, è il modo migliore di perdere alunni per strada facendogli passare motivazioni e curiosità. Puntiamo a far sì che, per trattare i concetti fisici, gli studenti arrivino a vedere come un'esigenza naturale quella di usare determinati strumenti matematici.
- Nel caso specifico delle forze vogliamo portare gli studenti alla creazione della grandezza vettore come soluzione naturale di un problema, ovvero che le forze non possono essere descritte semplicemente con un numero né la loro somma ottenuta con il calcolo aritmetico.
- Viste le difficoltà nel calcolo vettoriale, che molti studenti si trascinano spesso fino in quinta, ci siamo proposti di progettare un percorso, graduale ma robusto, di costruzione del concetto di forza, commisurato allo sviluppo cognitivo degli studenti.

Breve riflessione sul monte orario

- Nelle classi prime dei licei scientifici abbiamo un monte orario di 66 ore. Se togliamo un 15% di ore utilizzate per assemblee, uscite didattiche, assenze del docente, ponti et cetera, resta una disponibilità di 56 ore di lezione. Considerando le ore da dedicare alle verifiche (1 per il test di ingresso, 6 per gli scritti, 13 per le verifiche orali supponendo 3 verifiche annue di 10 minuti per 26 alunni di media) si scende a 36 ore di lezione effettive.
- Se ipotizziamo di distribuire il programma su queste 36 ore in cui spiegare o fare attività di laboratorio è inevitabile comprimere (o sopprimere) alcune parti del programma.
- Ciononostante non ci ha preoccupato il grande numero di ore dedicato al percorso, convinti che, con un orario settimanale di sole due ore, bisogna affrontare una quantità minore di argomenti in maniera più approfondita e significativa. In particolare un concetto fondante della disciplina come quello della forza non può essere esperito frettolosamente e con il rischio, quasi certo, di una eccessiva semplificazione o, peggio, di ridurla alla banalizzazione di due o tre formulette da mandare a memoria.
- A nostro parere, nell'economia di un corso di due ore settimanali, questa è una scelta che non paga e risulterebbe lontana da una didattica LSS.
- Tutto ciò che riguarda metrologia e calcolo vettoriale andrebbe introdotto solo quando serve, risparmiando tempo ed energie per concentrarsi sugli elementi fondanti della disciplina. Si dovrebbero inoltre delegare la parte relativa al trattamento dei dati ai colleghi di matematica e, nel caso dei licei di scienze applicate, di informatica. Questa, come vedremo, è la strada che abbiamo intrapreso.

Un'occhiata alle Indicazioni Nazionali

- Abbiamo citato, nella precedente slide, della necessità di lavorare in sinergia con altre discipline. Le Indicazioni Nazionali per la matematica per il primo biennio dei licei corroborano la nostra tesi. Riportiamo testualmente:

Primo biennio matematica, Dati e previsioni. Lo studente sarà in grado di rappresentare e analizzare in diversi modi (anche utilizzando strumenti informatici) un insieme di dati, scegliendo le rappresentazioni più idonee. Saprà distinguere tra caratteri qualitativi, quantitativi discreti e quantitativi continui, operare con distribuzioni di frequenze e rappresentarle. Saranno studiate le definizioni e le proprietà dei valori medi e delle misure di variabilità, nonché l'uso strumenti di calcolo (calcolatrice, foglio di calcolo) per analizzare raccolte di dati e serie statistiche. Lo studio sarà svolto il più possibile in collegamento con le altre discipline anche in ambiti entro cui i dati siano raccolti direttamente dagli studenti. Lo studente sarà in grado di ricavare semplici inferenze dai diagrammi statistici.

- Quanto riportato è in pieno accordo con le Indicazioni Nazionali per la fisica. Riportiamo anche queste:

I temi suggeriti saranno sviluppati dall'insegnante secondo modalità e con un ordine coerenti con gli strumenti concettuali e con le conoscenze matematiche già in possesso degli studenti o contestualmente acquisite nel corso parallelo di Matematica (secondo quanto specificato nelle relative Indicazioni). Lo studente potrà così fare esperienza, in forma elementare ma rigorosa, del metodo di indagine specifico della fisica, nei suoi aspetti sperimentali, teorici e linguistici.

Collocazione nel curriculum verticale

- Il percorso è stato pensato per essere svolto nel secondo pentamestre del primo anno di una classe di Liceo Scientifico.
- Il percorso è stato inserito dopo aver trattato la metrologia e la trigonometria in fisica e le proporzioni, funzione lineare e equazione della retta in matematica. In particolare si sono usati esempi fisici per trattare la proporzionalità diretta misurando massa e altezza di cilindri di uguale densità e diametro e la proporzionalità quadratica attraverso la misura di lunghezza e periodo di oscillazione di un pendolo semplice.
- Riteniamo di fondamentale importanza che parte del lavoro venga sviluppato nelle ore di matematica e, qualora lo si volesse proporre in una prima di scienze applicate, di informatica. La statistica per esperienza viene spesso tralasciata da chi insegna matematica al biennio mentre invece sarebbe una risorsa importantissima anche in chiave pluridisciplinare.
- Sapere analizzare dei dati in maniera consapevole e robusta rientra inoltre a pieno titolo in quella 'matematica per il cittadino': di fatto trattare la statistica equivale al 100% a fare educazione civica.
- Ad esempio, abbiamo cercato la relazione tra periodo di oscillazione e lunghezza del pendolo, elaborando centinaia di dati raccolti con lo smartphone dagli studenti, inseriti su un foglio di calcolo e processati utilizzando varianza e deviazione standard.

Obiettivi essenziali di apprendimento

- Riconoscere il ruolo delle forze nel cambiamento di velocità o nella deformazione dei corpi.
- Distinguere le grandezze scalari da quelle vettoriali.
- Riconoscere le forze applicate a un corpo e disegnare il diagramma a corpo libero.
- Calcolare il valore della forza-peso, la forza di richiamo di una molla, determinare la forza di attrito statico, la reazione vincolare.
- Eseguire la somma di vettori paralleli.
- Saper scomporre un vettore nelle sue componenti cartesiane.
- Valutare l'effetto di più forze su un corpo e determinare le condizioni di equilibrio di un punto materiale.
- Determinare le condizioni di equilibrio di un corpo su un piano inclinato.

Elementi salienti dell'approccio metodologico

- ◉ Gli argomenti sono stati introdotti facendoli precedere sempre o da una serie di domande per stimolare la discussione in classe, o da una serie di fatti sperimentali proposti agli studenti.
- ◉ Didattica per problemi: vengono assegnate delle schede di lavoro. Dall'esecuzione dei compiti assegnati emergono i concetti teorici da veicolare.
- ◉ Gli esercizi assegnati per casa o svolti in classe sono sempre stati scelti per consolidare o approfondire tecniche e procedure o ricavare elementi utili alla comprensione dei problemi.
- ◉ Approccio multidisciplinare grazie ai collegamenti con la matematica per quel che riguarda il concetto di proporzionalità ed educazione civica per quanto riguarda gli elementi di statistica che possono essere inclusi nella matematica per il cittadino.

Materiali, strumenti e apparecchi utilizzati

- Apparecchi presenti nel laboratorio di fisica della scuola:
 - Piano inclinato.
 - Molle, pesetti e supporti per la scoperta della dipendenza lineare tra massa applicata e lunghezza della molla.
 - Blocchi con superfici di materiale diverso per misura della forza al distacco.
 - Carrucole.
 - Macchina di Varignon e tavolino di Varignon.
- Lavagna multimediale.
- Dispense realizzate durante le lezioni e condivise con Classroom, moduli di Google, fogli di calcolo.
- Breve nota, ma importante: la classe 3 giorni su 4 in cui aveva lezione con il docente non era in sede, quindi non sempre era possibile sfruttare il laboratorio e le relative apparecchiature.

Tempo impiegato

- Periodo: gennaio/aprile.
- Tempo-scuola di sviluppo del percorso: 25 ore
(2 ore settimanali come da ordinamento dei licei scientifici)
- La prima ora è stata usata per l'attività di discussione e brainstorming.
- 8 ore sono state utilizzate per le attività sperimentali, dando grande spazio alle osservazioni qualitative in laboratorio (generalmente, delle due ore settimanali, la prima è stata svolta in laboratorio, la seconda in aula).
- Le restanti 16 ore per la trattazione del percorso specifico, qui documentato, comprensive di verifiche formative e sommative.

Sviluppo del percorso

- ◉ Analisi linguistica della parola “forza” allo scopo di definire qual è il significato fenomenologico di questa parola in fisica.
- ◉ Partendo dall’effetto di una forza come capacità di deformare un corpo, abbiamo cercato una legge fisica per le molle e, sfruttando tale legge, costruito uno strumento per misurarne l’intensità.
- ◉ Riconoscimento delle forze in vari contesti e loro rappresentazione (costruzione della grandezza vettore).
- ◉ Definizione e misura di varie forze: forza peso, d’attrito statico, tensione, reazione normale.
- ◉ Dall’esame di forze non parallele alla scomposizione della forza peso per un corpo posto su un piano inclinato.
- ◉ Regola del parallelogramma.
- ◉ Semplici esempi di forze repulsive mediante esperienze qualitative con magneti e di elettrostatica (non documentate nella presente documentazione).

La parola forza (e la sua debolezza)

- Siamo partiti da un'analisi linguistica della parola “forza”, attraverso la somministrazione di un breve questionario, condiviso su Google Moduli, pochi giorni prima dell’inizio del percorso. Due sole le richieste:
 - 1. A cosa ti fa pensare la parola “forza”?
 - 2. Probabilmente alla domanda precedente hai risposto facendo esempi di forza in senso figurato, ad esempio la forza di volontà. Prova a fare degli esempi di forza in senso fisico.
- Le risposte, aggregate dal docente, sono state poi discusse in classe, nella lezione successiva, per una riflessione condivisa.
- Come già emerso negli anni passati pe questo punto dello studio della disciplina c’è chi risponde con parole ‘vuote di significato’ come l’energia o la potenza, oppure la ricerca di dare la risposta ‘giusta’ per far contento il docente.
- In questa prima fase vogliamo che gli studenti comincino a riflettere sull’importanza delle parole in fisica. Parole che usiamo correntemente come sinonimi e che invece nel linguaggio scientifico non lo sono per niente. E che rappresentano infatti un “forte elemento di debolezza”! È fondamentale allora soffermarvisi e tornarvi ogni volta.

L'analisi delle risposte

- La prima reazione degli studenti, alla presentazione dei risultati in forma anonima, è stata chiedere chi avesse scritto cosa. Il docente ha dovuto far capire invece come tutte le risposte siano importanti alla comprensione e allo sviluppo del percorso.
- Dalle risposte e dalle discussioni la maggioranza della classe, per quel che riguarda gli aspetti fenomenologici delle forze, si era concentrata sulla variazione di moto, o meglio ancora di posizione, in particolare il sollevamento di un corpo rispetto alla deformazione (solo in pochi hanno fatto esempi del tipo schiacciare/stritolare).
- Per fortuna uno studente, Pietro, giocava attorcigliando degli elastici alle dita della mano. Quando il docente lo ha chiamato in causa ha tentato di scusarsi per essersi distratto non intuendo subito che era stato invece di grande aiuto.
- Mentre tanti hanno citato il sollevare nessuno ha scritto appoggiare a terra. Chiedo agli studenti se occorre una forza anche in quel caso. Ne vedo molti perplessi, poi qualcuno timidamente dice di sì, altri si accodano.

L'importanza della verbalizzazione

- Anticipiamo qui un aspetto importante di questo percorso, come praticamente tutti i percorsi LSS: il processo di verbalizzazione è servito a migliorare, sia l'apprendimento della fisica, sia, in generale, le capacità espositive e la proprietà di linguaggio degli studenti, sia italiani che stranieri (in questa classe ben quattro su ventiquattro).
- Durante il percorso si è dovuto instaurare un vero braccio di ferro con gli studenti per costringerli a non ridurre lo studio alla memorizzazione di una serie di formule. Anche se nessuno conosceva Feynman ho citato spesso la sua frase: “Understand. Don't memorize. Learn principles not formulas”.
- Nelle griglie di valutazione delle verifiche è stato dato gran peso alla parte argomentativa. Molte sono state le lamentele degli studenti che speravano in valutazioni più generose a fronte di elaborati in cui, nel migliore dei casi, veniva riportata la formula utilizzata mentre in altri, solo lo svolgimento del calcolo neppure corredato dalle unità di misura.

Forza e deformazione

- Abbiamo individuato due classi di forze, quelle che fanno cambiare lo stato di quiete o moto di un corpo e quelle che provocano deformazioni. Ho sottolineato che, anche nel caso in cui la deformazione non sia evidente, questa c'è sempre, anche ad esempio nel mio caso in piedi davanti alla cattedra dal momento che applico una certa forza sul pavimento.
- A tale proposito sarebbe stato importante far vedere agli studenti l'esperienza della leva ottica ma la classe era quattro giorni su cinque dislocata in un edificio dove non disponiamo di un laboratorio.
- Spiego alla classe che, per semplicità, approfondiremo quest'anno, solo questa seconda classe di forze ovvero quelle capaci di deformazione.
- Qualcuno di voi, ha presente qualche strumento di misura che si basa su una deformazione?
- Ho portato con me un pesavaligie. Non tutti l'hanno mai visto. Come funziona? Si discute il funzionamento. C'è una molla.
- Chiedo: "È dissimile da una bilancia? Come funziona una bilancia? Si discute dei vari tipi di bilancia. È presente la deformazione di qualcosa?"



La deformazione della molla

- In laboratorio si raccolgono i dati relativi alla deformazione di una molla. Agli studenti, divisi in otto gruppi composti da due o tre ragazzi ciascuno, vengono consegnati una molla, un portamasse, un set di masse campione da 5, 10, 20, 50 grammi.
- Dopo aver discusso su come misurare la lunghezza della molla, molti ragazzi sono giustamente indecisi sui punti da prendere come inizio e fine.
- Raccolti i dati, chiedo di mettere su un grafico cartesiano, una volta a casa, le coppie massa-lunghezza misurate ed ipotizzare una qualche relazione matematica nota tra le due grandezze. Gli studenti inferiranno correttamente una dipendenza lineare.
- Assegno, come ulteriore compito, di inserire i dati in un foglio di calcolo condiviso.



La dipendenza lineare

- Agli studenti è ben nota la dipendenza lineare alla quale è stato dedicato, nelle ore di matematica, ampio spazio. A partire da semplici problemi di scelta, gli studenti hanno imparato a costruire grafici per punti e a ricavare, a partire dal grafico, l'equazione della retta. Sono stati portati a riflettere sul significato di pendenza.
- Qui di seguito il testo della verifica di dicembre. I risultati sono stati molto positivi.

01. Disegna sul piano cartesiano la retta di equazione: $y = 2x - 3$.

- Determina le coordinate del punto P in cui la retta interseca l'asse delle ascisse.

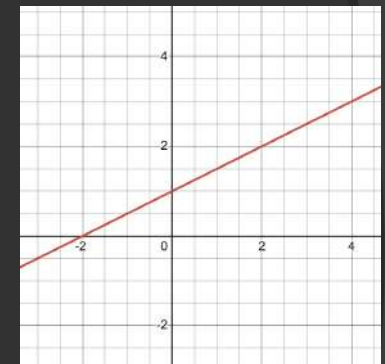
02. Ricava, dal grafico rappresentato a lato, l'equazione della retta.

03. Determina l'equazione della retta passante per i punti A(-5;4) e B(5;-2). Poi disegna il grafico. Determina per quale valore di x si ha ordinata pari a 3.

04. Dopo aver messo su un grafico cartesiano le seguenti coppie di punti, individua se tra le grandezze x e y c'è una dipendenza lineare e, in caso affermativo, scrivi l'equazione della retta corrispondente.

05. La palestra Athletic propone un abbonamento dove si paga una quota annuale di iscrizione di 200 € e 5 € ad ogni ingresso. La palestra Body invece una quota iniziale di 50 € e 10 € ad ogni ingresso.

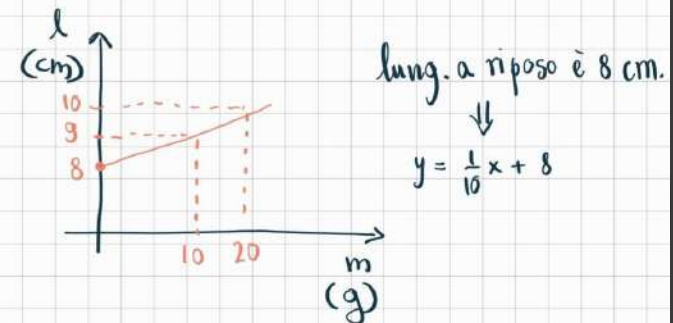
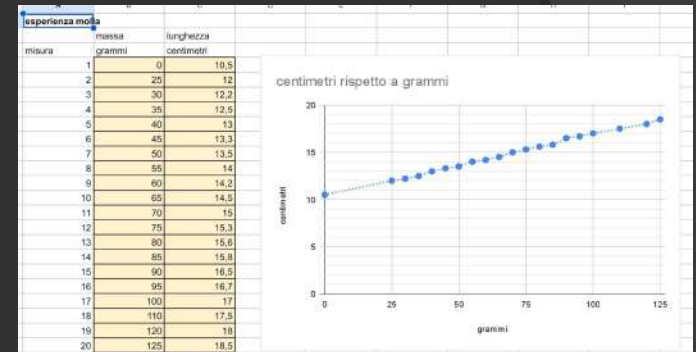
- Scrivi le formule che forniscono il costo complessivo in funzione del numero X di ingressi per le due palestre.
- Rappresenta i grafici relativi su uno stesso piano cartesiano.
- Spiega qual è la più conveniente in funzione del numero X di ingressi.



x	y
10	2
8	3
6	4
4	5

La discussione dei risultati

- Gli studenti hanno ipotizzato correttamente la dipendenza lineare. Cercano l'equazione della retta prima a mano individuando con il righello quella più vicina ai punti campione, poi con il foglio di calcolo.
- Gli studenti, già in laboratorio, avevano fatto caso che non tutti i gruppi avevano molle che rispondevano allo stesso modo, alcune si allungavano più facilmente di altre.
- Come distinguere, dal confronto del grafico di due molle, quale si allunga più facilmente? Bianca dice correttamente che se a parità di massa una molla si allunga di più, allora la pendenza è maggiore.
- Allora la molla più rigida sarà quella a pendenza minore. Come vedremo più avanti in molti hanno fatto fatica a comprendere questo concetto che ha richiesto del tempo per essere assimilato.



Se voglio far allungare la molla di un cm quanti grammi devo applicare?

$$9 = \frac{1}{10}x + 8 \Rightarrow x = 10 \text{ g}$$

$$l = 9 \text{ cm} \quad (8 \text{ iniziali} + 1)$$

la molla del gruppo 1 si allunga di 1 cm ogni 10 g applicati.

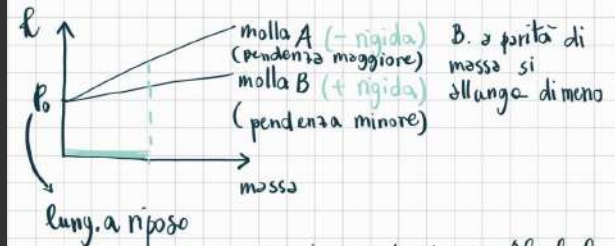
$$\text{E se } l = 20 \text{ cm} \Rightarrow m = ?$$

$$20 = \frac{1}{10}x + 8 \Rightarrow \frac{1}{10}x = 20 - 8 \Rightarrow x = 120 \text{ g}$$

Elasticità o rigidità della molla?

- Molle più rigide e molle meno rigide: come individuarle dal grafico? Questo si è rivelato un punto critico anche nelle successive verifiche scritte e orali, quando tutti avevano in testa la formula corretta ma a tanti sfuggiva il significato di rigidità né riuscivano dal grafico a determinare quale tra due molle fosse quella più rigida.
- Ulteriore elemento di confusione è stato il passaggio dal grafico massa-allungamento a quello allungamento-massa: ovviamente invertendo ascisse ed ordinate questa volta la pendenza assumeva non il significato di rigidità ma di elasticità della molla.

La rigidità è legata alla pendenza della retta.



$$l = l_0 + \Delta l$$

↑ lung. a riposo
↑ lung. molla

$$\frac{\Delta l}{m} = \text{costante} = \text{rigidità della molla.}$$

↑ massa applicata

Nel gruppo 5 abbiamo invece $y = 0.18x + 15.5$

Se approssimiamo per comodità 0,18 con 0,2 = $\frac{1}{5}$ otteniamo che per avere una

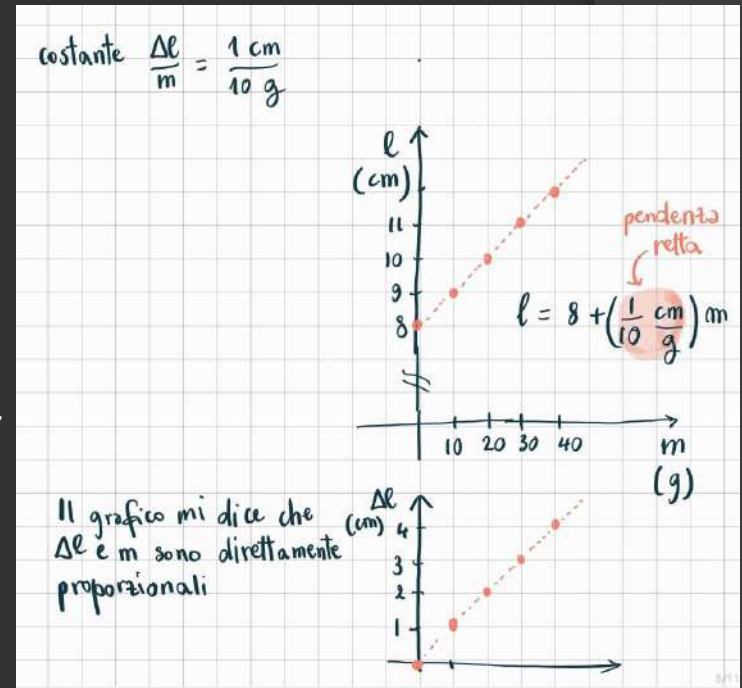
Variazione di lunghezza di 1 cm

$$1 = \frac{1}{5}x \Rightarrow 5 \text{ g per } 1 \text{ cm di variazione}$$

Ogni molla possiede una propria rigidità caratteristica di quella molla.

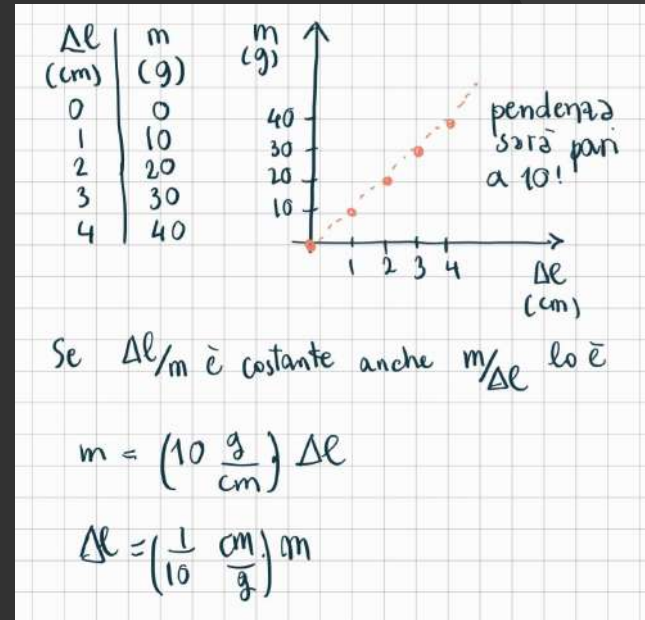
Dalla lunghezza all'allungamento

- Siamo passati dal grafico massa-lunghezza al grafico massa-allungamento. Mentre è stato subito chiaro agli studenti la praticità di avere un grafico più semplice da costruire non si può dire altrettanto quando si doveva applicare questi concetti.
- Infatti molti studenti dichiaravano di non capire quale formula dovessero usare per risolvere gli esercizi.
- Ed è comprensibile: a fronte di un'unica relazione riportata sul libro, qui dovevano invece confrontarsi con una tavolozza ben più ampia, dove era richiesto di lavorare sui grafici e di tradurre in termini concreti il significato di formule e unità di misura.



La costruzione del dinamometro

- Costruito il grafico massa-deformazione chiedo di disegnare il grafico deformazione-massa. Scambiare quindi ascisse e ordinate. Cosa vi aspettate? Inizialmente, e incredibilmente, non tutti sono convinti che si mantenga la stessa proporzionalità diretta. Fanno il disegno, se ne convincono.



- Molti fanno fatica a capire il senso di scambiare ascissa e ordinata visto che non cambia niente. Spiego loro che, per convenzione, in ascissa si pone la variabile indipendente.

- Se nel primo caso abbiamo ricavato le caratteristiche della molla, ovvero di quanto si allunga se aggancio una certa massa, ora posso ricavarmi, noto l'allungamento quanto vale la massa applicata. E non solo.

- Prendo una molla e tiro con un dito. L'allungo di tot centimetri. Come posso misurare la mia forza? Gli studenti ci pensano un po'. Li vedo perplessi. Poi qualcuno ci arriva: posso confrontarla con lo stesso allungamento dovuto ad una certa massa. Ci siamo, possiamo allora usare questo risultato per realizzare un misuratore di forza. Ovvero quello che si chiama un dinamometro.

Un dinamometro, due scale

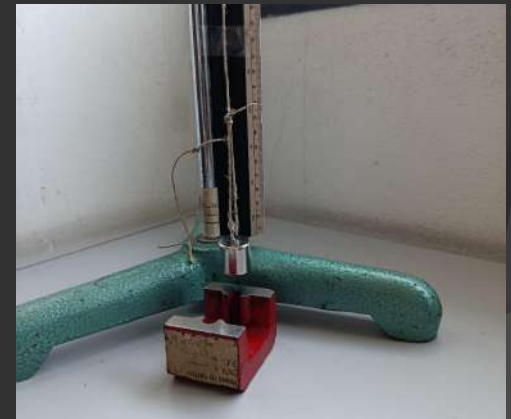
- Mostro a questo punto agli studenti dei dinamometri. Notano che ci sono due scale, una in grammi, l'altra, gli spiego, in newton.
- Prendo il dinamometro e tiro con un dito. Porto il cursore su 1 N. Chiedo di nuovo: “Che significato devo dare alla lettura di 1 N?” “Che sto esercitando una forza pari a quella che eserciterebbe una massa appesa in verticale al dinamometro.” Anche se qualcuno risponde ancora poco convinto.
- “E a quanti grammi corrisponde?” Gli studenti, dinamometri alla mano, dicono cento, qualcuno nota un pochino di più. Possiamo allora stabilire un rapporto di equivalenza tra forza e massa: “Ad una massa di 102 grammi, poi capirete perché, assegno il valore di una unità di forza, ovvero 1 newton”.
- Si passa a fare un po' di semplici esercizi che coinvolgono equivalenze e proporzioni, diversi ragazzi ancora sbagliano a passare da grammi a chilogrammi. Si vede come alla massa di un chilogrammo corrisponde una forza di 9.8 newton.
- La costante di proporzionalità tra la forza, esercitata dalla massa sul dinamometro, e la massa stessa è di 9.8 N/kg. “Questa costante, che incontreremo spesso, la indicheremo con g e chiameremo forza peso la forza esercitata dalla massa”.

Una costante solo locale

- L'affermazione del docente secondo il quale c'è un rapporto fisso tra forza e massa pari a $g = 9.8 \text{ N/kg}$ fa venire al pettine diversi nodi.
- Matteo C. dice: “Ricordo che erano m/s^2 non N/kg ”. Intervengono un paio di compagni di classe, hanno ricordi legati alle scuole medie, uno dice “Mi pare non fosse 9.8 ma 9.81”.
- Un altro paio di studenti dicono che sul libro di testo c'è scritto che g è l'accelerazione di gravità. I libri di testo sembra non possano fare a meno di dire tutto subito! Faccio vedere che dividendo una forza per una massa si ha N/kg . I m/s^2 non sono sbagliati ma non conoscendone l'origine non li useremo. In realtà Christian ci fa notare che m/s^2 erano le unità di misura della costante, trovata sperimentalmente un po' di settimane prima, che legava lunghezza e quadrato del periodo del pendolo.
- Il valore di 9.8 o 9.81 rende ineludibile il problema di massa e peso. Mentre la massa è una grandezza che non dipende dal luogo in cui ci si trova, la forza ha un carattere locale e quindi la costante cambia da luogo a luogo.
- Questa cosa attira la curiosità dei ragazzi: chiedono dove vale di più, dove meno, da cosa dipende. Calcoliamo valore medio e semidispersione tra i valori al polo e all'equatore. Valutiamo l'errore percentuale e vediamo che è tutto sommato piccolo.

Massa e peso

- ◉ Filippo chiede perché allora nel linguaggio comune parliamo di peso in chilogrammi. Cerco di fargli capire che dal momento che localmente g è costante, peso e massa sono direttamente proporzionali e posso usare, come avviene con il dinamometro, indifferentemente kg o N.
- ◉ Approfitto dell'aver lavorato in classe con i pendoli per raccontare della scoperta di Jean Richer, nella seconda metà del Seicento, durante una missione scientifica in Sudamerica, che i pendoli oscillavano con periodi maggiori rispetto a Parigi. Questo fenomeno fu correttamente interpretato da Newton come dovuto ad una variazione della forza peso (in particolare minore nelle zone equatoriali).
- ◉ Non potendo andare un attimo in Guyana Francese, abbiamo utilizzato un magnete posto sotto il pendolo, come suggerito dal libro di Zanetti in bibliografia. Il magnete simula un aumento della forza di gravità (cosa che accade spostandosi verso i poli). Abbiamo visto che, per il caso misurato in laboratorio, il periodo di oscillazione del pendolo diminuiva all'incirca del 10%.



Riconoscimento e rappresentazione

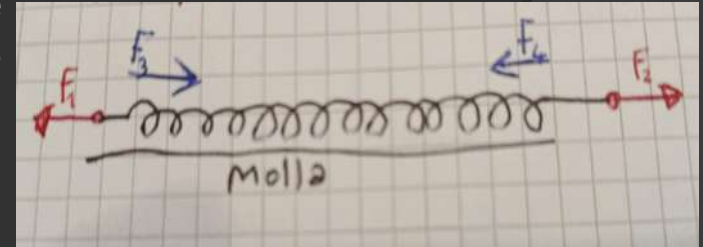
- La terza fase del percorso è consistita nella rappresentazione delle forze e la costruzione della grandezza vettore.
- Negli anni precedenti mettevo davanti ai ragazzi un righello appoggiato alle estremità su due gomme. Premevo sul righello con un dito e chiedevo di disegnarne la situazione.



- “Cosa notate? Cambia qualcosa se appoggiamo un temperamatite al centro del righello invece di premere con le dita? Come descrivereste graficamente la situazione?”
- In modo piuttosto naturale si conviene con gli studenti che il modo più efficace di schematizzare simili situazioni è quello di usare delle frecce e non quello di disegnare l’oggetto deformato.
- Quante frecce? Una freccia, due frecce, tante frecce? Applicate dove? Alcuni preferiscono una serie di frecce più piccole ai lati e più grandi al centro: sono già pronti per l’esame di scienza delle costruzioni!
- Spiego loro che hanno ragione ma conviene utilizzare una sola freccia invece che tante per pura semplicità grafica e di calcolo.

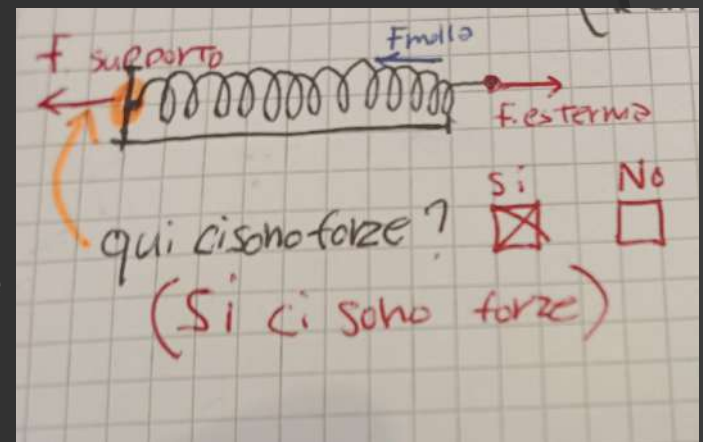
Cambio di programma

- Casualmente quest'anno sono entrato in classe con una molla slinky (mi serviva per introdurre le onde agli studenti di quarta). Così ho sfruttato la curiosità dei ragazzi che l'avevano notata.

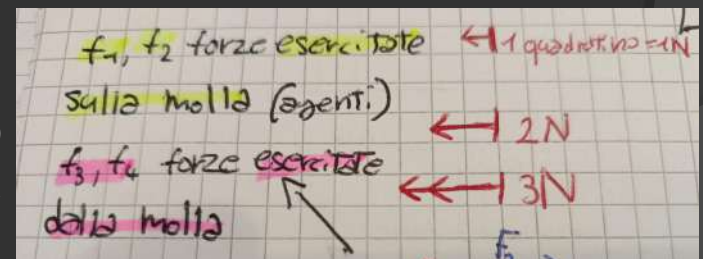


- Tiro la molla, distesa sul banco, per gli estremi e l'allungo. Chiedo agli studenti di fare un disegno da cui si capisca che la molla non è a riposo.

- Bianca e Giorgia propongono di disegnare gli anelli più distanziati: ma chi mi dice che erano vicini?
- Filippo propone di mettere due frecce. Sistemate dove? Chiedo io.



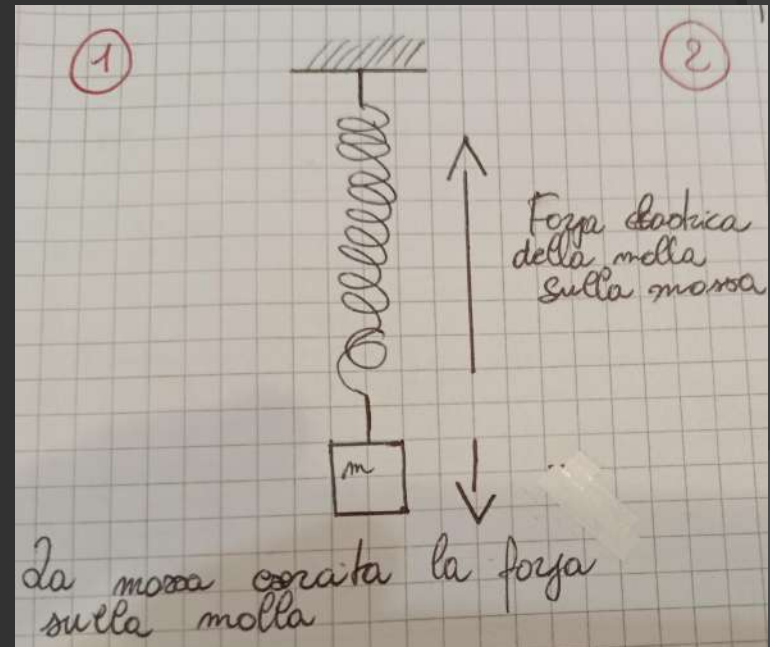
- In quale modo posso distinguere una forza più grande da una più piccola? Freccia più larga, freccia più lunga
- Quale opzione secondo voi è più comoda se ho una forza di 1 N e una di 3 N? Faccio una freccia lunga tre volte l'altra, interviene Matteo.



- Conveniamo allora di rappresentare le forze con un segmento orientato. Il docente spiega come tale segmento orientato in matematica ha un nome: vettore.

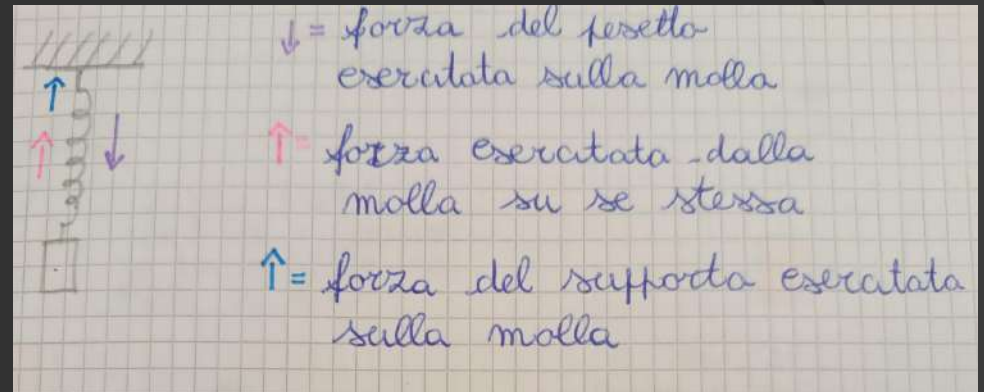
Il riconoscimento delle forze

- Chiedo agli studenti di copiare su un foglio quattro situazioni disegnate alla lavagna e, per ciascuna, di individuare e disegnare tutte le forze in gioco: per ciascuna forza devono specificare chi la esercita su cosa.
- Dico che ritirerò i fogli ma sottolineo che non saranno valutati. Contrariamente alle previsioni gli studenti impiegano più di un quarto d'ora per svolgere il compito assegnato. Si scambiano pareri, confrontano i loro disegni. Raccolgo i fogli e passo ad esaminarli.
- Nel primo caso, un corpo agganciato ad una molla, compare subito un errore tornato a più riprese, ovvero l'idea che per pareggiare una certa forza ne occorra una più grande. Un quarto della classe ne è convinto.
- Cerco un un ulteriore esempio: quando aggancio una certa massa alla molla, questa prima si allunga, poi, raggiunto l'equilibrio, si ferma. Se ne diminuisce il valore, allora la massa risale. Cosa dovrebbe accadere quindi nella situazione disegnata? La massa dovrebbe salire. Nessuno obietta ma questo errore, seppure con minore frequenza, tornerà a più riprese.



Il gioco delle coppie

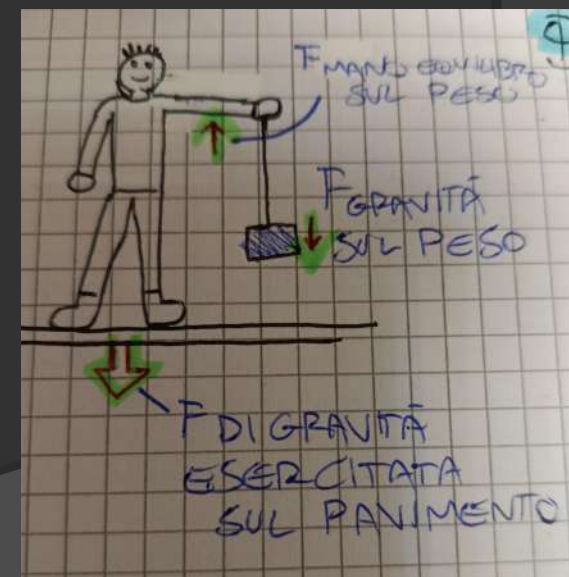
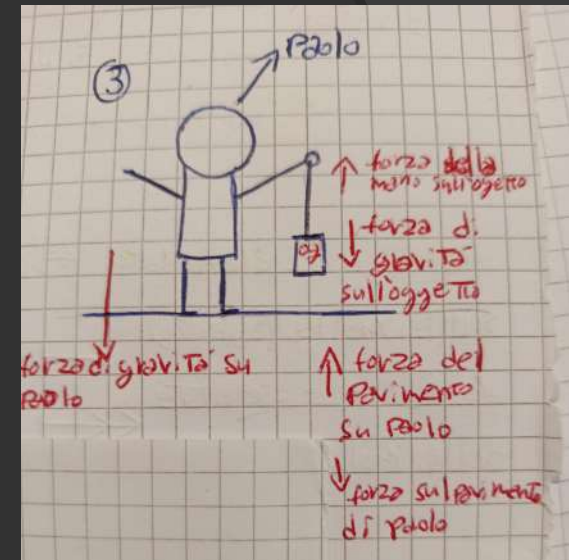
- In quattro includono una forza esercitata dalla molla su se stessa. Riflettiamo insieme: è vero, è presente effettivamente una forza di richiamo sulla molla, ma è proprio diretta verso l'alto?



- Tengo distesa la molla slinky in orizzontale sulla cattedra e la lascio andare, c'è chi afferra al volo. Le forze sono due. E tendono a far avvicinare i due capi della molla.
- Dico alla classe di considerare un solo elemento alla volta e chiedersi ogni volta quali forze sono presenti:
 - per il supporto, saranno presenti due forze.
 - se considero solo la molla, due forze.
 - se considero la massa, due forze.
- Filippo dice: “Allora le forze devono essere sempre a coppie”. Chiedo agli studenti se sono d'accordo. Non tutti lo sono e l'obiezione riguarda la forza di gravità. Vediamo meglio.

La forza di gravità

- Alcuni studenti hanno distinto, come Giulio, nel caso dell'uomo in piedi, una forza esercitata dall'uomo sul pavimento, una forza esercitata dal pavimento sull'uomo e la forza di gravità sull'uomo. Christian invece pone una forza di gravità esercitata sul pavimento (da chi gli chiedo? lui risponde "l'uomo") non bilanciata da altre forze.
- Intanto chiedo agli studenti cosa intendano quando parlano di "gravità" o "forza di gravità". Mi sembrano tutti concordi che sia una forza esercitata dalla Terra sui corpi. Ma alcuni fanno differenza tra il corpo appeso alla molla o a una corda con quello in cui il corpo è appoggiato su un piano. Se nel primo caso non hanno dubbi che sul corpo agisce la forza peso, nel secondo in diversi sono perplessi che sia l'unica forza presente.
- Per quanto riguarda il problema delle forze accoppiate, interviene Marco chiedendo se allora dovremmo anche ipotizzare una forza esercitata dai corpi sulla Terra. Rispondo affermativamente e dico che torneremo su questo punto nella lezione successiva.
- Porterò infatti in classe dei magneti come documentato nelle slide seguenti.



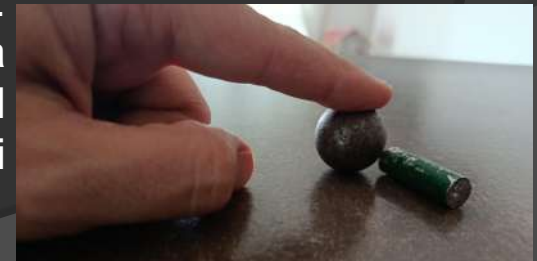
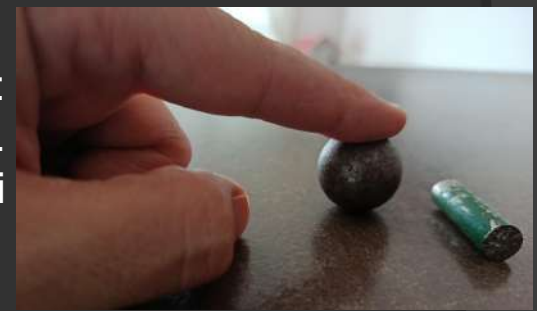
La reazione vincolare

- Continuiamo a riconoscere le forze in semplici contesti. Introduciamo, senza per ora dare definizioni formali, i concetti di tensione, vincolo, reazione vincolare.
- Chiedo ai ragazzi: se si parla in generale di reazione cosa si deve presupporre? Quasi in coro rispondono un'azione. Bene, qual è l'azione? La forza che si fa sul pavimento.
- Cerco con un esempio di far capire che la reazione del vincolo è una forza che varia, faccio l'esempio in cui tengo sulle braccia uno, due, tre libri. La mia reazione sarà via via maggiore ma pari al peso dei libri. Qui di nuovo qualcuno reputa la forza muscolare maggiore della forza peso dei libri.
- Chiedo agli studenti secondo loro, visto che si oppone alla forza peso, quale sarà la direzione della reazione? Dicono la stessa.
- Sapreste giustificarlo? Interviene brillantemente Matteo P.: se non fosse perpendicolare alla superficie allora il corpo si sposterebbe in qualche direzione.



Analogie magnetiche

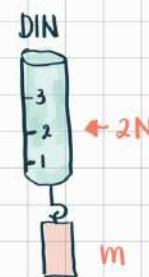
- Forza peso a parte, abbiamo finora parlato solo di forze che agiscono per contatto. Per far rendere conto ai ragazzi che anche la forza di gravità è “a coppie”, utilizziamo semplici esperienze di magnetismo.
- Porto in classe alcuni magneti. Osserviamo le interazioni tra una graffetta e un magnete. Se è scontato il primo caso, il magnete esercita una forza attrattiva sulla graffetta, quale forza tiene sollevato il magnete nella seconda immagine? Deduciamo che se il magnete esercita una forza sulla graffetta, anche la graffetta la esercita sul magnete.
- Riflettiamo ora sull'azione a distanza. Prendo due magneti: avvicinando il primo al secondo si può far muovere l'altro. Questo si avvicinerà o allontanerà a seconda dei poli dei magneti.
- Ripeto l'esperienza con un magnete e una biglia di ferro. Fintanto che il magnete mette in moto la biglia attirandola a sé, nessuno fa commenti. Ma quando avvicino la biglia al magnete e quest'ultimo comincia a rotolare, avvicinandosi alla biglia, sulle facce degli studenti appare la sorpresa!



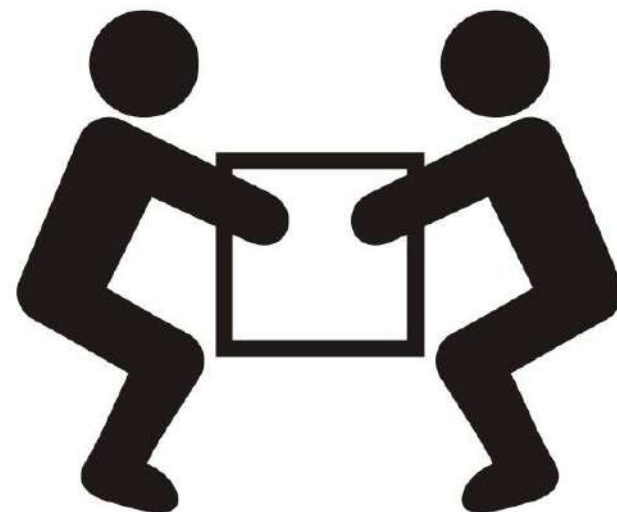
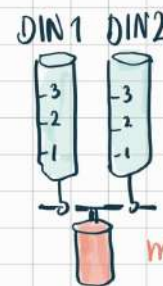
Somma di forze parallele

- Quarta fase del percorso: comprendere come si sommano le forze. Attraverso una serie di semplici esperienze ne cercheremo le regole. Cominciamo ad esplorare il caso in cui le forze sono parallele.
- **Esperienza 1:** scegliamo un astuccio non troppo pesante, quello di Matteo pesa proprio un newton. Agganciando due dinamometri, che misura leggeremo su ciascuno? La maggioranza sostiene 1 N ma sono in buon numero quelli che ipotizzano propongono 2 N. Non è come infilarsi due termometri. Ne approfitto per parlare di grandezze estensive ed intensive.
- Mostro l'immagine a fianco: che forza dovrebbe fare il singolo omino per sollevare da solo la cassa? Ora sono tutti convinti.

Un pesetto viene collegato ad un dinamometro che misura una forza di 2 N.

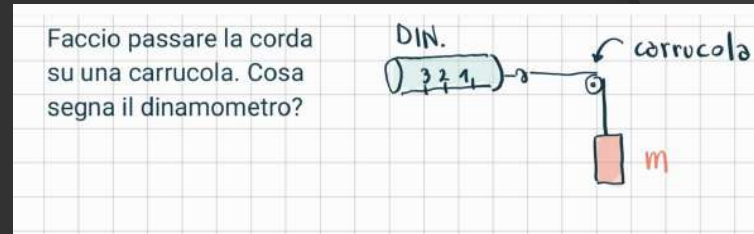


Se collego due dinamometri alla stessa massa, cosa leggo sui due dinamometri?

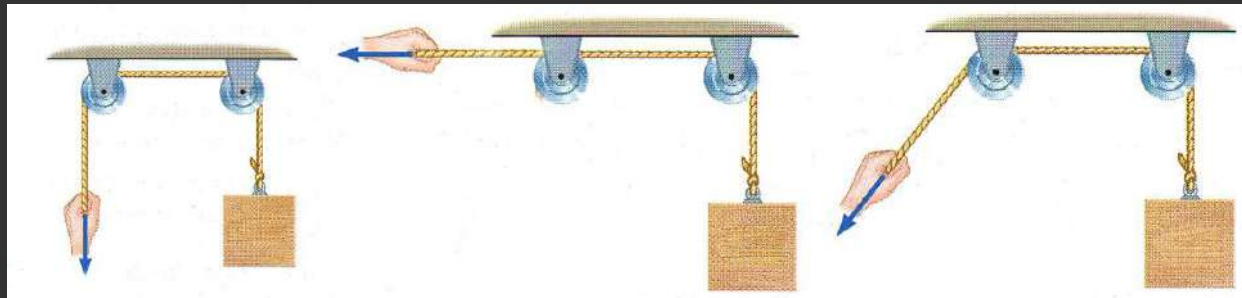


La carrucola

- **Esperienza 2:** Entro in classe con pesetti e carrucole. “La forza con cui tengo in equilibrio la massa sospesa è maggiore, minore o uguale al peso dell’oggetto?”



- Cerco di eliminare preliminarmente il classico errore in cui più di uno studente ancora incappa. Qualcuno risponde ancora dicendo che ci vuole una forza maggiore.
- Quanto ci vuole per bilanciare una massa di 50 g? Una massa di 50 g. E se tiro io al posto della massa? Una forza pari al peso corrispondente, ovvero circa 0.5 N.
- Chiedo agli studenti se pensano che la forza equilibrante vari con l’inclinazione. Faccio constatare loro che il valore della tensione sulla cordicella, misurato con il dinamometro, rimane inalterato.



Forze antiparallele

- Abbiamo visto nelle lezioni precedenti come le forze possano avere la stessa direzione ma verso opposto come nell'esempio in figura. In quel momento ho parlato di grandezze scalari e vettoriali. Cerchiamo le regole per sommare forze antiparallele.
- **Esperienza 3:** abbiamo introdotto l'uso della carrucola. A cosa serve? Abbiamo visto a deviare la forza. Quanto ci vuole per bilanciare una massettina di 50 g? Una massa di 50 g. E se tirò io al posto della massa? Tutti rispondono 0,5 N. Verifichiamo con il dinamometro. E se invece di tirare in verticale, tendo la cordicella in obliquo o orizzontalmente? Tutti concordano, e lo leggono sullo strumento di misura, che non cambia nulla rispetto a prima: la forza misura ancora 0,5 N.
- E se ora metto 200 grammi da una parte e 100 dall'altra? Tutti d'accordo che si debba fare la sottrazione: occorre tirare con una forza di 1 N.

Esempio di grandezze scalari: masse, lunghezze, temperature, intervalli di tempo. Per valutare l'effetto di una forza non mi basta conoscerne la sola intensità.



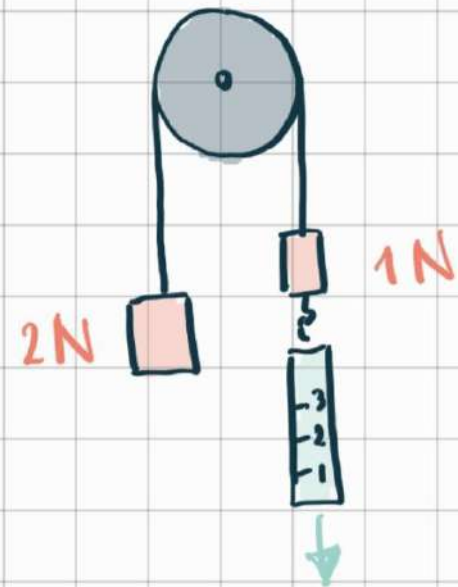
Premo sulla molla



Allungo la molla

Posso applicare due forze della stessa intensità ma con effetti diversi.

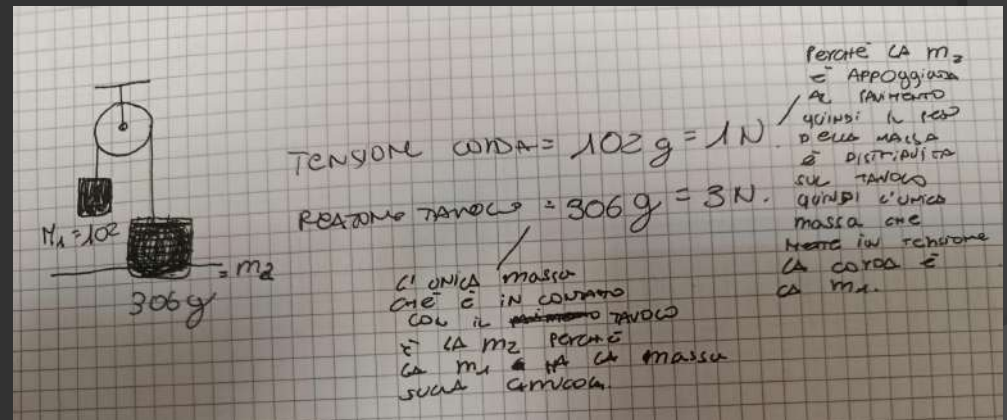
carrucola



Un bel problema

- Ho lasciato come compito per casa la situazione in figura. Si chiedeva di determinare la reazione vincolare del tavolo e la tensione sulla corda supponendo: $M = 306 \text{ g}$ e $m = 102 \text{ g}$.
- Nessun studente è riuscito a dare la soluzione corretta: solo un terzo ha correttamente valutato pari a 1 N la tensione perché pari al peso di m ; per un altro buon terzo della classe la tensione è stata valutata pari a 2 N ovvero alla differenza dei due pesi (come nella foto); un paio di studenti hanno invece risposto che la tensione era di 4 N ovvero pari alla somma dei due pesi.

- Per quanto riguarda il valore della reazione vincolare, quasi la metà della classe ha giudicato, e qui poteva essere prevedibile, essere pari al peso di M ovvero 3 N . Solo tre studenti hanno correttamente scritto 2 N , gli altri 1 N oppure 4 N .



- Ci è voluta la ricostruzione in laboratorio di tale situazione per fugare ogni perplessità tra gli studenti in modo efficace.

Cosa misura una bilancia?

- Sul tavolo abbiamo messo una bilancia elettronica e al variare del valore delle due masse, quella che abbiamo chiamato M , appoggiata sul tavolo, e quella sospesa, indicata con m , abbiamo letto sul display il valore misurato.
- Ovviamente è stata l'occasione per riflettere su cosa misura effettivamente una bilancia e in questo caso la forza premente (pari alla reazione vincolare) è diversa dalla forza peso.
- Abbiamo appurato che la bilancia segna 0 quando M è uguale a m . Nella foto si legge -0.6 g . Il fatto che il risultato non fosse mai perfettamente zero è stata l'occasione per riparlare di errori accidentali e sistematici.
- Stavamo inoltre trascurando la massa della cordicella: a destra il pesetto era più in basso quindi "c'è più corda che a sinistra" così come notato da alcuni studenti.



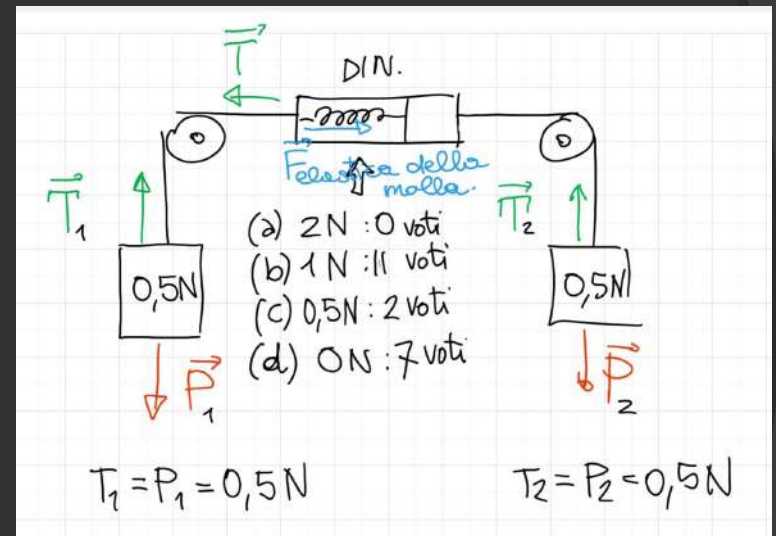
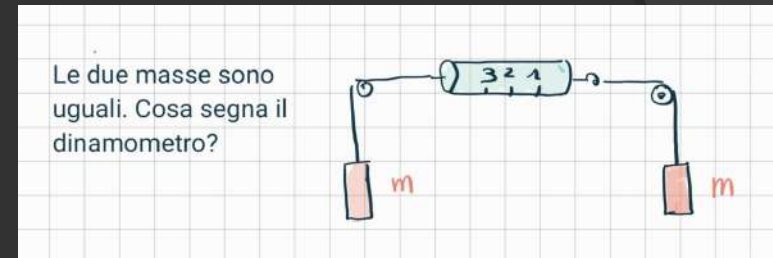
Pesiamo la tensione

- Abbiamo poi eseguito la stessa procedura per misurare la tensione quando $M > m$.
- Abbiamo pesato la massa di M e m . Le misure ci hanno fornito rispettivamente 105 g e 65 g.
- Abbiamo appoggiato M sul piatto della bilancia con m sospeso. Questa volta la bilancia segnava 42 g, quindi in prima approssimazione la differenza tra M e m .
- Pertanto la reazione vincolare è risultata essere $(M-m)g$.
- La tensione dovrà essere su tutta la cordicella pari a mg .
- Un problema di questo tipo, che può essere proposto tranquillamente durante il primo anno, assume, a parere di chi scrive, un valore altamente formativo. Con troppa regolarità ho visto studenti degli anni successivi per i quali la reazione vincolare era sempre e comunque uguale alla forza peso.



Un caso più complicato

- **Esperienza 4** - Due massettine uguali da 50 g, due carrucole: il dinamometro nel mezzo quale valore misura?
- Christian propone 2 N ovvero i 2 pesi più le 2 tensioni; Sara 1 N ovvero la somma dei due pesi, Filippo 0,5, Bianca 0 N. Si mette ai voti, ben 7 astenuti, un solo voto per Filippo, il suo.
- Chiedo ai sostenitori del partito dei 2 N di cercare di convincere i dubbiosi, poi tocca agli altri partiti. Costruiamo in classe con carrucole, cordicelle e pesetti la situazione e vediamo chi ha ragione.
- Molti sono perplessi, ridisegniamo alla lavagna la situazione. Quello che misura il dinamometro è solo la tensione della corda a sinistra!
- Il dibattito è stato utile non tanto per risolvere questo piccolo trabocchetto fine a sé stesso ma perché ha stimolato lo scambio di idee e aiutato a consolidare i concetti appresi fino a questo punto del percorso.



La forza d'attrito

- ◉ Domande preliminari da svolgere a casa e consegnare su Classroom:

1. Se voglio spostare un oggetto su un piano orizzontale devo applicare una certa forza. Da cosa dipende l'intensità della forza?
2. Serve una forza maggiore, uguale o minore quando il corpo inizialmente fermo si è messo in moto?

Prima di rispondere prova a spingere oggetti diversi e fatti un'idea in proposito.

- ◉ Cosa emerge dalle risposte: la totalità degli studenti hanno risposto la massa o il peso dell'oggetto; in 6 la superficie (3 specificano le caratteristiche della superficie del piano e del corpo; gli altri con "superficie" intendono area di appoggio o materiale?). In classe, interpellati, dicono che intendevano il tipo di materiale.
- ◉ Danny scrive che l'attrito cambia a seconda che la forza tiri o spinga il corpo. Dico che se la forza non è parallela alla superficie è così, come vedremo più avanti.
- ◉ Elisa ed Eleonora scrivono che dipende dalla posizione. Interpellate, spiegano che cambiando la posizione del corpo varia la superficie d'appoggio. Le prove che faremo in laboratorio con parallelepipedi di legno ci porteranno a escludere questa ipotesi.
- ◉ Le risposte alla seconda richiesta sono forza uguale (un terzo della classe) o minore (due terzi): in generale hanno trovato difficoltoso stabilire la variazione di intensità della forza nel passaggio dalla quiete al moto.

La forza d'attrito: le misure

- In laboratorio eseguiamo un po' di misure: distribuisco i dinamometri e chiedo agli studenti di usare il proprio astuccio per misurare la forza minima per metterli in moto. Svuotando o riempiendo l'astuccio dovranno fare almeno 3 misure con masse diverse.
- Chiedo inoltre di misurare la forza d'attrito con l'astuccio in moto. Devono essere accorti nel tirare il dinamometro in direzione parallela al banco e spostarlo in modo regolare (ovvero a velocità costante, ma in che modo dirlo?)
- La seconda ora torniamo in classe e discutiamo i risultati. I risultati confortano l'idea di una proporzionalità diretta tra forza di primo distacco e forza peso. Il valore numerico oscilla tra 0.3 e 0.5: da cosa dipende? Dal fatto che non abbiamo usato tutti lo stesso astuccio.
- Propongo una prima definizione provvisoria del coefficiente di attrito statico come rapporto tra forza di primo distacco e forza peso.
- Significativo, a tal proposito, quello che scrive Arons:

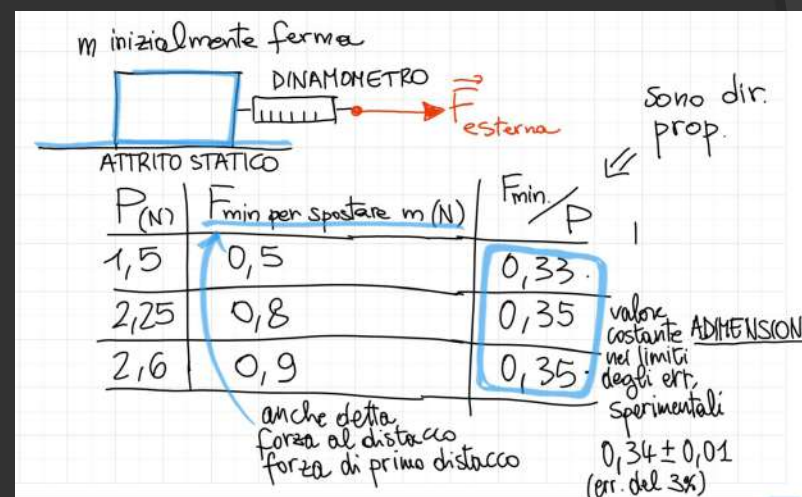
“rendere consapevoli gli studenti che le definizioni di nuovi concetti sono di rado, se mai lo sono, generate per intero e con pieno rigore nella prima trattazione. Di solito si introduce una definizione provvisoria o anche rozza e in seguito la si migliora man mano che la comprensione dell'argomento cresce con l'uso e le applicazioni. In ognuna di queste ridefinizioni il concetto viene modificato in maniera significativa; si può dire che diventa un nuovo concetto, anche se il nome originale non cambia. Le nostre modalità didattiche tendono a far concentrare gli studenti sul nome perdendo il contatto con le idee che vi stanno dietro. Per lo studente è un'esperienza intellettuale significativa il fatto di voltarsi indietro e rendersi esplicitamente conto dei processi di definizione e ridefinizione nei punti di passaggio.”

L'attrito dinamico

- Più interlocutoria la questione tra attrito statico e dinamico, non tutti sono stati capaci di apprezzare la variazione di forza misurata dai vari gruppi, con alcuni interviene il docente, ci si passa un dinamometro più sensibile, si prova a fare un video e si rivede al rallentatore. In ogni caso ci si convince che la forza di trascinamento (che non corrisponde necessariamente alla forza d'attrito dinamico) è al più uguale alla forza di primo distacco.
- Filippo chiede se l'attrito dinamico dipenda dalla velocità di trascinamento, il docente spiega perché non si possano dedurre informazioni dalla semplice lettura del dinamometro che misura la forza che noi esercitiamo sul corpo e non la forza d'attrito. È l'occasione per fare un piccolo spoiler dell'attrito viscoso che cambia con la velocità ed è questione primaria in ogni problema di aerodinamica o fluidodinamica.
- Si definisce, provvisoriamente, il coefficiente di attrito dinamico come minima forza di trascinamento diviso la forza peso.

L'attrito: questione superficiale

- Nella lezione successiva ripetiamo le misure usando stavolta blocchetti di materiali diversi: acciaio su legno, acciaio su melamminico, acciaio su legno, e così via.
- Variamo poi la massa, sovrapponendo due blocchi, e ripetiamo le misure.
- È subito chiaro che il coefficiente d'attrito dipende dal tipo di superficie a contatto ma non dalla massa.
- Ribadisco, come già fatto nella lezione precedente che quanto diciamo vale solo per forze orizzontali su piani orizzontali.
- Invito gli studenti a verificare come, con forze applicate in direzioni non parallela alla superficie, il valore della forza di primo distacco varia.



Forza d'attrito e forza al distacco

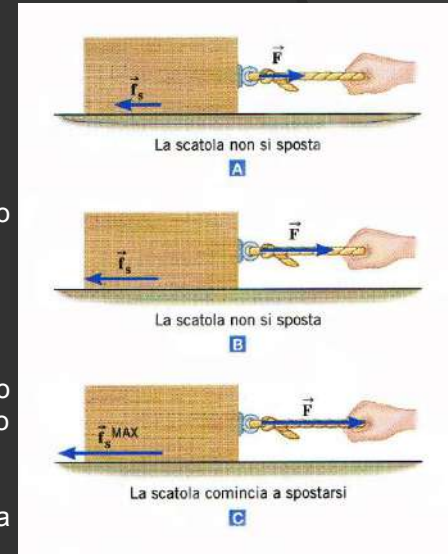
- Molto si è insistito per far capire quando usare o meno, negli esercizi, la formula della forza al distacco. Mentre tutti hanno svolto correttamente problemi del tipo:

- Un corpo di massa $m = 204 \text{ g}$ è in equilibrio su un piano inclinato di un angolo $\theta = 30^\circ$. Il piano presenta un coefficiente di attrito statico $\mu = 0.60$. Calcola la forza di primo distacco.

in tanti invece sono andati in crisi con problemi come:

- Un corpo di massa $m = 204 \text{ g}$ è posto su un piano inclinato di un angolo $\theta = 30^\circ$. Il piano presenta un coefficiente di attrito statico $\mu = 0.50$. Il corpo è in equilibrio? In caso affermativo calcola la forza di attrito statico.

- Un corpo di massa $m = 204 \text{ g}$ è in equilibrio su un piano inclinato di un angolo $\theta = 30^\circ$. Calcola la forza di attrito statico.



- Addirittura, in quest'ultimo caso, molti studenti sostenevano mancassero dati!
- Riportiamo questo significativo passo, sempre tratto da Arons:

“Nell'interfaccia tra due solidi, prima che inizino a scivolare, la forza di attrito parte con il valore zero e, quando la forza che tende a provocare lo scivolamento cresce, anche la forza di attrito cresce fino a quando l'interfaccia non "si rompe", e non inizia lo scivolamento. Io uso il termine "si rompe" non in senso letterale, ma per sottolineare l'analogia tra questa situazione e quella in cui i corpi si rompono letteralmente se vengono caricati, quando la forza normale cresce fino a un valore critico; come nel caso in cui si sovrappongono dei pesi su un tavolo fino a che questo non si rompe. Questa analogia non viene percepita dagli studenti se non la si fa notare loro in maniera esplicita; però, una volta stabilita, essa permette loro di acquisire una migliore comprensione della natura dell'effetto. Che all'inizio questa comprensione manchi da parte di molti studenti è evidente se si osserva come si comportano nell'affrontare i problemi di fine capitolo. Essi tendono a usare la formula $F = \mu N$ in tutti i casi e per qualunque forza di attrito, senza considerare se i corpi siano o no sul punto di scivolare. In altre parole, essi non capiscono in modo chiaro che la forza di attrito potrebbe avere qualunque valore tra lo zero e il massimo a cui si riferisce la formula. Il punto è che lo studente non è stato guidato ad affrontare casi in cui il valore della forza d'attrito è intermedio tra lo zero e il valore massimo, e così egli fissa la propria attenzione solo sulla formula. Come in molti altri casi, lo studente deve imparare a riconoscere quando un'equazione si può e quando non si può applicare, e ciò si ottiene lavorando esplicitamente in casi in cui l'equazione è inapplicabile.”

Dalla forza peso alla forza premente

- Appoggio la mano sul blocco. “Cosa succede alla forza d’attrito se cerco di spostarlo?” Misuriamo la forza di primo distacco con un dinamometro. È passata da 1 N (senza la pressione della mano) a 4 N. “È aumentato il peso”, dice Matteo.



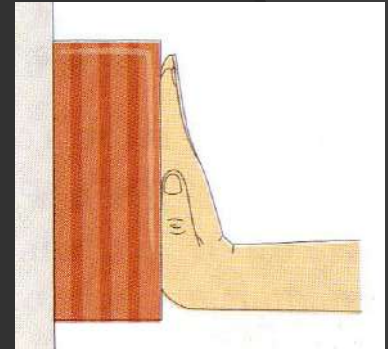
- “Come se fosse aumentato - dico - ma in realtà cosa è cambiato?” C'è chi correttamente indica la reazione vincolare. Proviamo allora a scrivere in maniera generale la formula? Al peso dobbiamo sostituire la forza premente.
- Insisto molto sul fatto che la reazione non è necessariamente pari al peso. Anche qui riporto le riflessioni sempre attuali di Arons:

“La forza normale N si incontra di solito la prima volta studiando il caso in cui un oggetto di massa m è in quiete su una superficie orizzontale: il libro sul tavolo, o il corpo stesso dello studente sul terreno. In questo caso particolare le forze normali esercitate dal libro sulla tavola e da quest'ultima sul libro sono uguali in modulo a mg , cioè al peso stesso del libro. Molti studenti, che non hanno ancora una chiara comprensione del concetto di forza e della terza legge, memorizzano semplicemente l'espressione $N = mg$, più o meno come una forma di autodifesa, e continuano a riferirsi a questa equazione anche in contesti in cui essa non è applicabile. Per prevenire questa difficoltà, gli studenti dovrebbero imparare a visualizzare come la forza normale cambia quando essi spingono verso l'alto il libro e quando invece premono verticalmente su di esso. Ciò deve essere fatto prima possibile, dopo che essi hanno iniziato ad accettare l'idea che la tavola, pur essendo inanimata, è in effetti capace di esercitare la forza in questione. Bisogna portarli a esprimere l'idea che, in effetti, N caso non è quasi mai uguale a mg , e che l'uguaglianza si ottiene solo nel caso molto particolare in cui non agiscono sui corpi altre forze verticali diverse dall'attrazione della Terra.”

Arrampicarsi sugli specchi

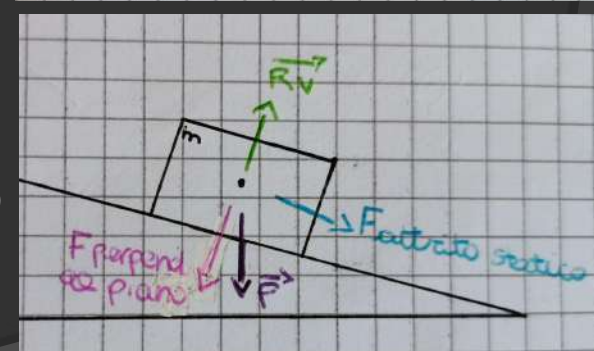
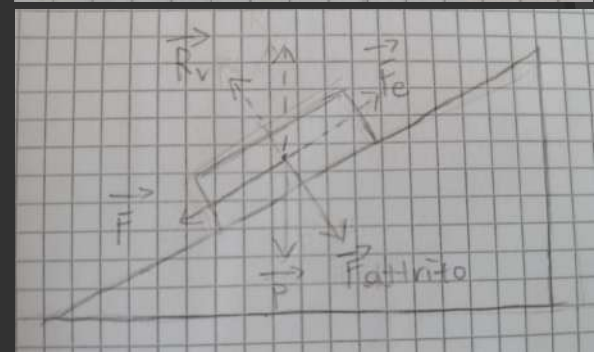
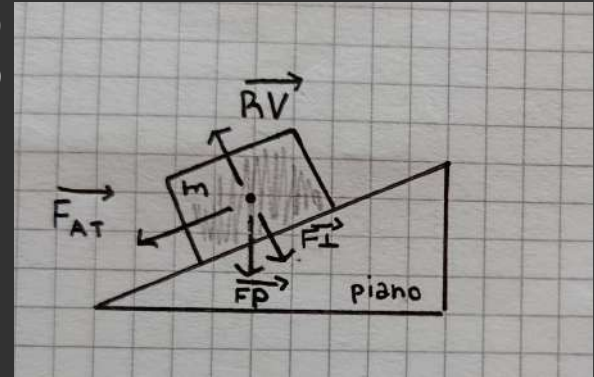
- “Cosa vuol dire arrampicarsi sugli specchi?” intervengono alcuni studenti, arrampicarsi è difficile, cosa serve?
- Pongo un blocco sulla parete verticale. Cosa devo fare per tenerlo fermo? Chi fornisce la forza verso l'alto?
- Disegniamo alla lavagna la situazione, Matteo P. indica di scrivere la forza peso diretta verso la parete, colgo l'assist involontario per ribadire qual è la direzione della forza peso.
- Disegno la Terra: perché l'omino dall'altra parte del mondo non cade a testa in giù? Disegniamo omini in vari punti della superficie terrestre e i relativi vettori.
- Ancora Arons:

Un altro esercizio a questo punto molto utile, in quanto ribadisce alcune idee ma contemporaneamente ne cambia e arricchisce il contesto, consiste nel premere il libro contro il muro. Ora bisogna riconoscere che il muro, che è un altro oggetto inanimato, deve a sua volta essere in grado di esercitare una forza normale, e questa non ha nulla a che fare con mg . La sua intensità è determinata esclusivamente dalla forza orizzontale che noi esercitiamo con la nostra mano. Questa situazione sperimentale è anche utile per mostrare agli studenti che le forze di attrito non dipendono necessariamente da mg ; anche questa idea errata viene di solito ripresa dal primo incontro con l'attrito su superfici orizzontali. A questo punto, un'indagine sul comportamento della forza normale quando noi premiamo il libro contro il soffitto si rivela un esercizio molto utile da assegnare per casa.



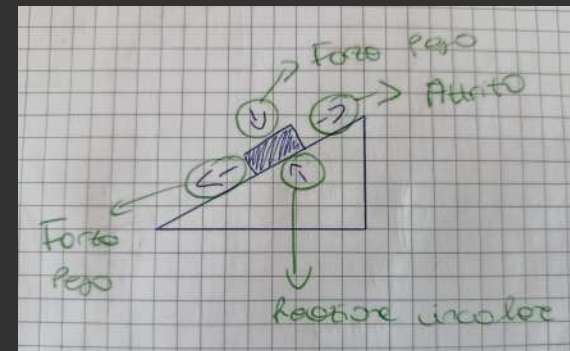
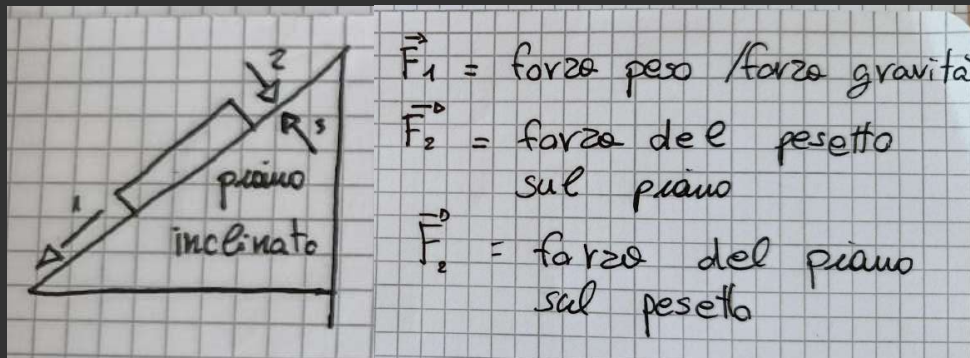
Il piano inclinato

- Alla fine della lezione precedente è stato mostrato agli studenti un piano inclinato realizzato usando l'agenda e un paio di blocchetti. Agli studenti ho chiesto di disegnare le forze agenti sul blocchetto e di caricare i disegni su Classroom.
- In classe commentiamo i disegni inviati. Prendiamo in considerazione:
 - quelli in cui la forza peso non è verticale
 - quelli in cui la reazione normale è verticale
 - quelli in cui le forze non sono bilanciate (ad esempio è assente la forza d'attrito)
 - quelli in cui sono presente forze non meglio identificate (come ad esempio la forza perpendicolare del primo disegno in figura)
- Diversi studenti mostrano un po' di insofferenza, vorrebbero sapere solo se i disegni sono corretti o meno ma devono pazientare.



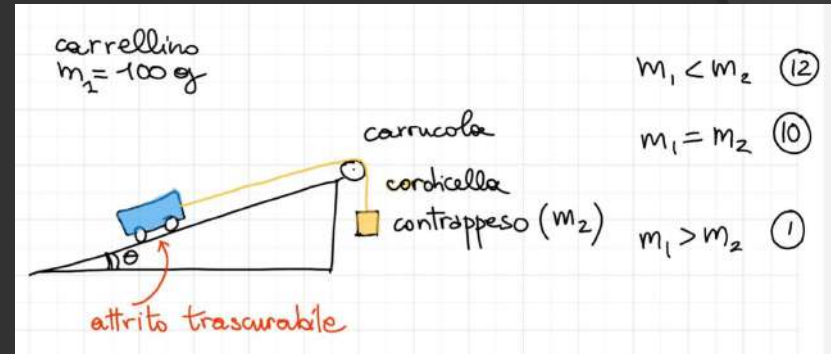
Un peso che agisce in più direzioni

- Eccoci ai casi più interessanti del lotto, di cui riportiamo in basso i disegni. A sinistra il disegno di Bianca: la forza peso è parallela al piano ma è presente anche una forza che il pesetto esercita in direzione perpendicolare. Chiedo se ritiene la forza perpendicolare un'ulteriore forza in aggiunta alla forza peso. Dice di sì, ma non è convinta. Anche i compagni sono perplessi, vorrebbero avere conferma dal docente della correttezza o meno del suo disegno.
- Noemi disegna le stesse due forze che chiama però entrambe forza peso. Le chiedo se ritiene entrambe le forze uguali. Dice di no, pensa che il peso si debba in qualche modo dividere nelle due direzioni ma non saprebbe dire in che modo.
- Dico ai ragazzi che in effetti è quello che succede: la forza peso "si divide" nelle due direzioni: dobbiamo scoprire come.



Il piano inclinato

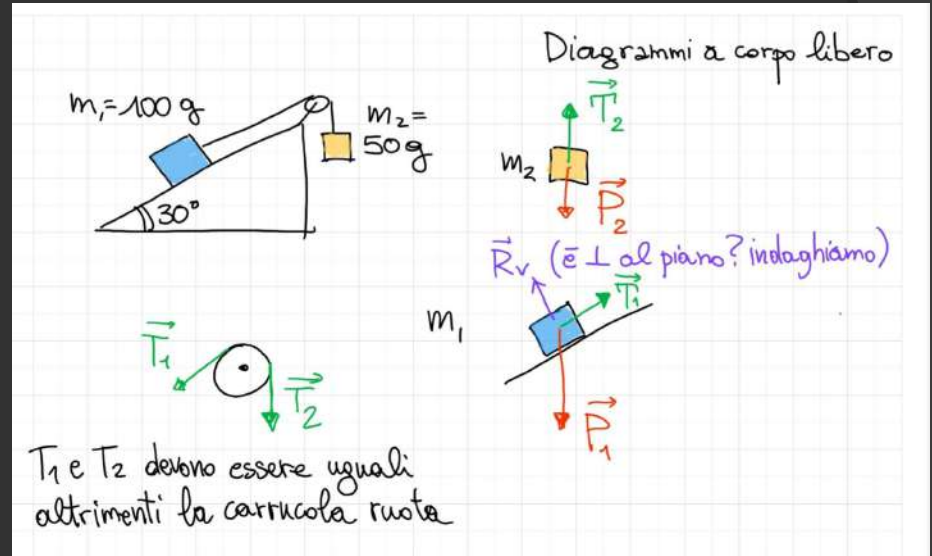
- Lezione in laboratorio. Riprendiamo il discorso sul piano inclinato. Usiamo un carrellino, spiego agli studenti che così, rendendo trascurabile l'attrito, possiamo concentrarci sulle altre forze in gioco. Per mantenere in equilibrio il carrellino uso un contrappeso sospeso.



- Chiedo agli studenti quale relazione ritengono ci sia tra le due masse. Mettiamo ai voti i tre casi in figura: Incredibilmente solo Pietro inferisce la corretta relazione.
- Rimango stupito non tanto dal fatto che in 10 sostengano uguali le due masse ma che in 12 giudichino addirittura il contrappeso maggiore della massa del carrellino. Le motivazioni: serve una forza maggiore per non fare scivolare il carrellino, il contrappeso deve vincere l'attrito del piano inclinato.
- Risulta evidente che il radicamento di nuovi concetti richiede ancora un certo tempo di riflessione.

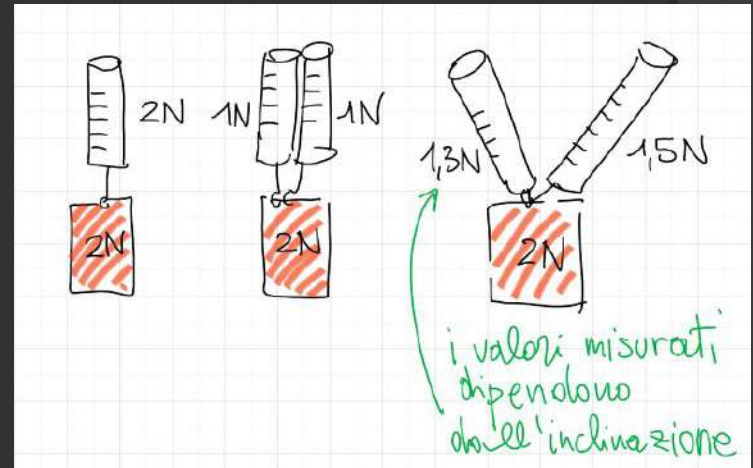
Il piano inclinato

- Propongo agli studenti di disegnare insieme i diagrammi delle forze agenti sui due corpi e sulla carrucola. Disegniamo separatamente ciascun diagramma. Dico che chiameremo questi disegni diagrammi a corpo libero (FBD, free body diagram).
- Per quanto riguarda il corpo sospeso e la carrucola tutti concordano sul fatto che $T_2 = P_2$ e $T_1 = T_2$.
- Non tutti sul fatto che alle due estremità di una corda ci debba essere la stessa tensione.
- Lasciamo alla reazione vincolare una ipotetica direzione normale al piano d'appoggio.
- Per studiare meglio la questione dobbiamo capire come comportarci quando abbiamo a che fare con forze non parallele



La somma non vale

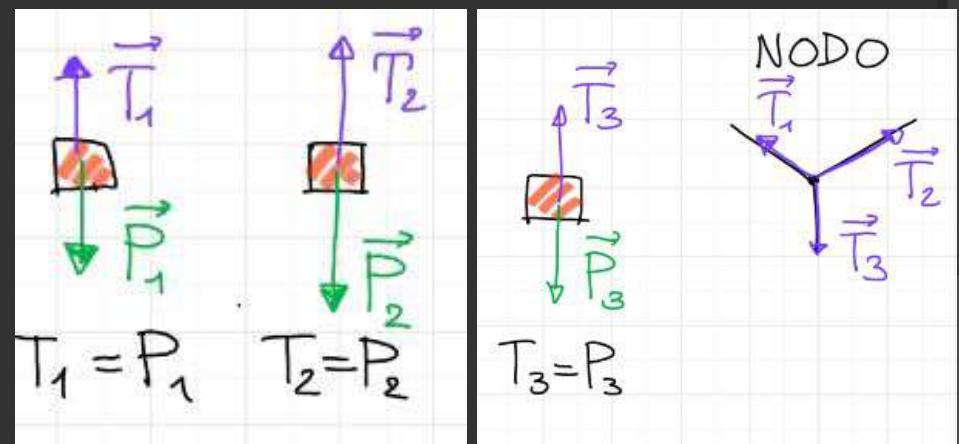
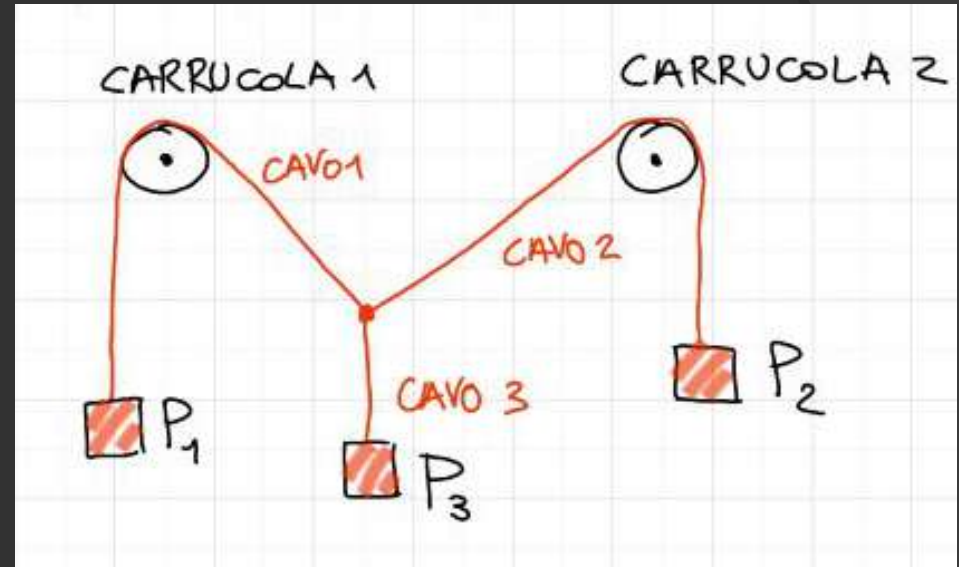
- Ripropongo alla classe l'esempio del corpo tenuto sospeso da due dinamometri. Il corpo ha un peso di 2 N.
- Chiedo alla classe cosa pensino succeda se divarico i due dinamometri che inizialmente misurano 1 N ciascuno. La maggioranza sembra convinta che non debba cambiare nulla.



- Leggo le misure sui dinamometri e dico che il primo segna 1.3 N. Che valore misura il secondo? Immediatamente più di uno studente dice 0.7 N, ovvero la differenza. Ma con loro grande sorpresa la somma dei valori misurati è maggiore di 2 N.
- Riflettiamo sul perché di questa differenza. Si fa avanti l'idea che ora i due dinamometri "tirino" anche in direzione laterale. Ma in che modo? Andiamo in laboratorio per approfondire questa scoperta.

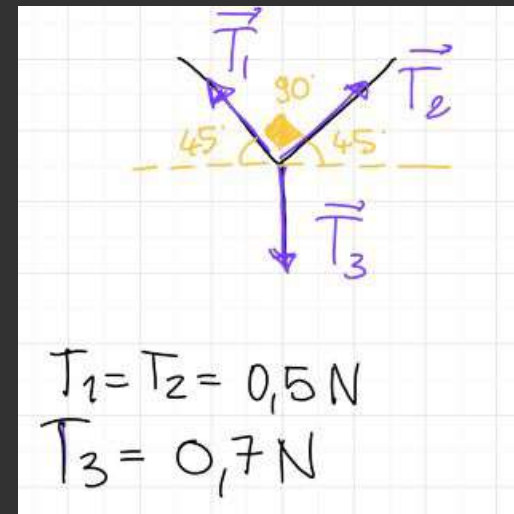
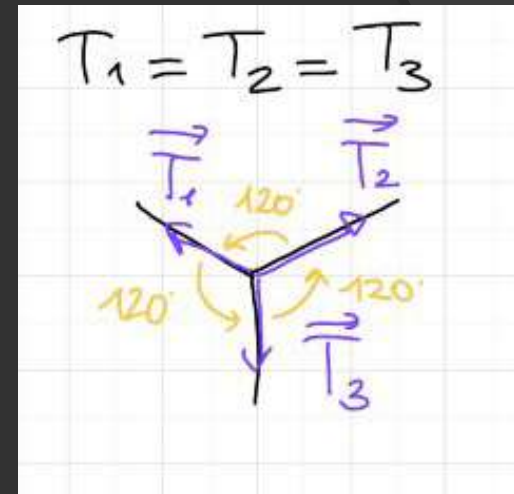
La macchina di Varignon

- In laboratorio facciamo alcune esperienze con la macchina di Varignon, dispositivo costituito da due carrucole a cui sono collegati attraverso un nodo tre masse sospese come in figura.
- Non abbiamo utilizzato il classico tavolino di Varignon. Disponendo di soli due di questi apparecchi in laboratorio, avrebbe costretto gli studenti ad avvicinarsi a turno alla cattedra.
- Inizialmente aggancio tre masse diverse alle tre cordicelle.
- Disegniamo i diagrammi a corpo libero delle 3 masse e del nodo.
- Il nodo è fermo quindi le tre tensioni si equilibrano. Ma in che modo?
- Abbiamo cercato una regola generale partendo da alcune situazioni particolari.



Da casi particolari...

- Cerchiamo di dedurre delle regole generali partendo da configurazioni semplici da trattare.
- **Caso 1:** Le tre masse sono uguali, uguali le tensioni. Situazione di simmetria, tutti gli angoli sono di 120° .
- **Caso 2:** aumentiamo la massa centrale fino a trovare la situazione di perpendicolarità. Le due masse laterali sono da 50 grammi ciascuna, al centro abbiamo 70 grammi.
- **Caso 3:** aumentiamo fino a 90 grammi la massa centrale. L'angolo è di circa 50° . Gli studenti inferiscono facilmente che non c'è proporzionalità diretta né inversa tra angolo e massa.



...all'immane Pitagora...

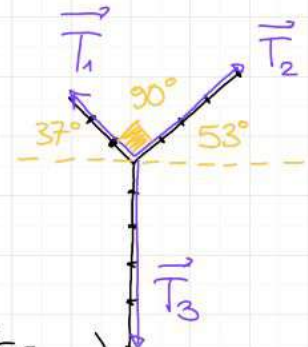
- **Caso 4:** “Proviamo a mettere tre masse in rapporto 3,4,5. Vi ricorda qualcosa questa terna di numeri?” In diversi colgono il riferimento a Pitagora.

- Gli studenti notano che le due cordicelle sembrano perpendicolari. Controlliamo con una squadretta che l'angolo formato dalle due cordicelle sia effettivamente retto.

CASO 4
Tensioni in rapporto 3,4,5
ad esempio:
 $m_1 = 75 \text{ g} = 25 \text{ g} \times 3$
 $m_2 = 100 \text{ g} = 25 \text{ g} \times 4$
 $m_3 = 125 \text{ g} = 25 \text{ g} \times 5$

$T_1 = 0,75 \text{ N}$
 $T_2 = 1 \text{ N}$
 $T_3 = 1,25 \text{ N}$

(per semplicità
approssimo a 1N
il peso di 100g)



The diagram shows a central node where three strings meet. String 1 is pulled up and to the left at an angle of 37 degrees from a horizontal dashed line. String 2 is pulled up and to the right at an angle of 53 degrees from the same horizontal line. String 3 is pulled straight down. A small square at the junction of strings 1 and 2 indicates a 90-degree angle between them.

- Misuriamo anche gli altri due angoli formati con l'orizzontale, rispettivamente di circa 37° e 53°. Come mai questi valori?
- Qui è il docente, e probabilmente non potrebbe essere altrimenti, a suggerire l'idea: T_1 tira un po' su e un po' a sinistra, T_2 tira un po' su e un po' a destra. Ma se il nodo è fermo, allora le due spinte laterali devono essere uguali. Ci avviamo, per piccoli passi, ad arrivare alla regola del parallelogramma.

Un po' di trigonometria

- Nel corso dei primi mesi di scuola abbiamo introdotto le relazioni fondamentali della trigonometria e utilizzato le funzioni trigonometriche per la risoluzione dei triangoli rettangoli. Dopo avere richiamato questi concetti passiamo alla verifica di quanto ipotizzato: le spinte laterali si compensano e quelle verso l'alto equilibrano il peso centrale.

$(0.75 \cdot \sin 37) N = 0.45 N$

$1 N \cdot \sin 53 = 0.8 N$

T_1 tira verso sinistra con una intensità pari a $0.75 N \cdot \cos 37 = 0.6 N$

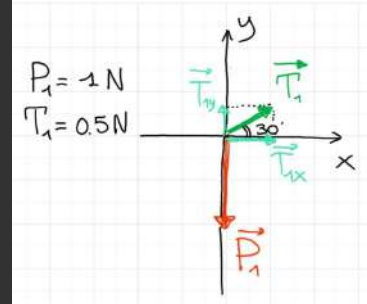
T_2 tira verso destra con una intensità pari a $1 N \cdot \cos 53 = 0.6 N$

$0.45 N + 0.8 N = 1.25 N$ che è proprio il valore di T_3 !

- Torniamo a questo punto al problema iniziale ovvero al piano inclinato.

...e di nuovo al piano inclinato

- Lasciamo alla reazione vincolare una presenza ipotetica. Suggesto agli studenti di disegnare le uniche due forze certe e di chiederci di cosa avremmo bisogno per equilibrare queste due.



$P_1 = 1\text{ N}$
 $T_1 = 0.5\text{ N}$

Voglio una terza forza che equilibri queste due

- ① Disegno 2 assi cartesiani
- ② Traccio le proiezioni ovvero disegno i vettori componenti di T_1
- ③ Per avere equilibrio occorrerebbe una forza diretta verso sinistra e verso l'alto

- Dico agli studenti di ripensare agli esercizi fatti la settimana precedente. Se c'è una terza forza, potrei allora cercarla seguendo lo stesso procedimento risolutivo. Scriviamo alla lavagna il protocollo di quello che ci proponiamo di fare.

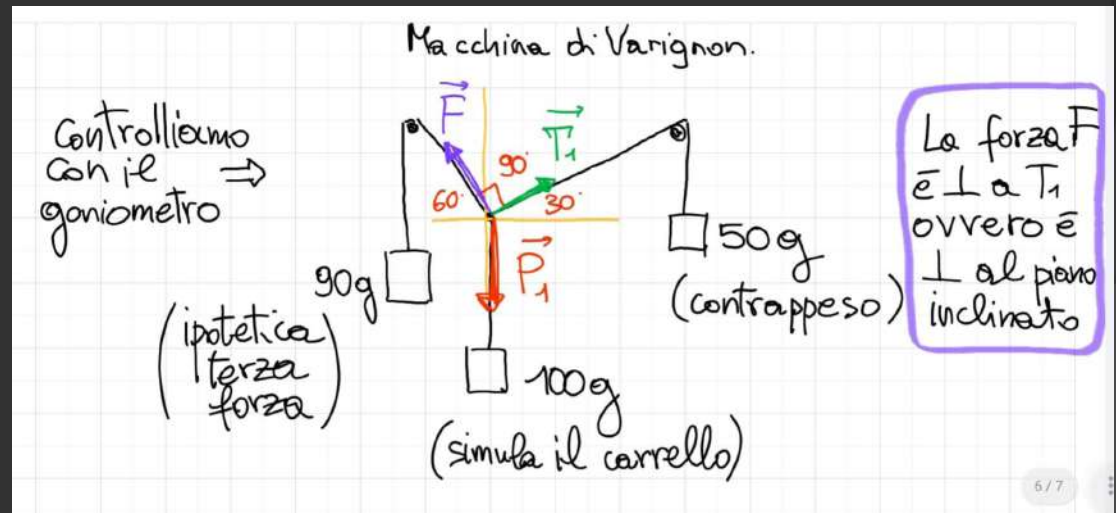
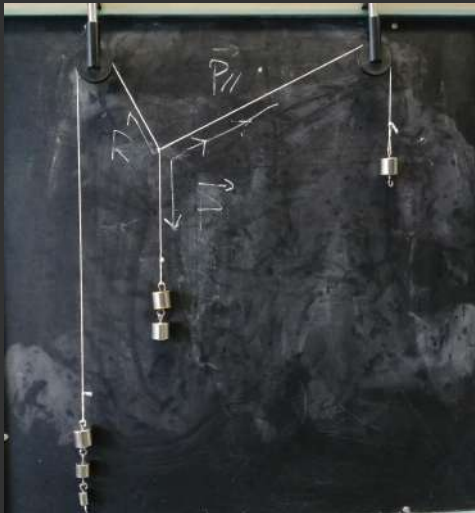
Questa ipotetica forza F deve avere

$$F_x = T_{1x} = T_1 \cdot \cos 30^\circ = 0.5\text{ N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.43\text{ N}$$
$$F_y = P_1 - T_{1y} = 1\text{ N} - 0.5\text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 0.75\text{ N}$$
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 0.86\text{ N}$$

0.86 N corrisponde al peso di una massa di circa 88 g

Ricomponiamo le forze

- Ricostruiamo la situazione con la macchina di Varignon. Poniamo al centro 100 grammi, a destra 50 grammi, a sinistra mettiamo 90 grammi (avendo massettine solo multiple di 10 grammi).
- Con la macchina di Varignon scopriamo un'altra importante informazione. Le due forze equilibranti sono tra loro perpendicolari!
- Ritorniamo al piano inclinato e colleghiamo al carrellino una seconda cordicella a cui applichiamo, attraverso una carrucola, 90 grammi. È l'esperimento proposto da Arons. Anche spostando il carrellino questo viene riportato in una configurazione in cui le due forze equilibranti sono tra loro perpendicolari.



La reazione è ancora... normale

- Ad ulteriore conferma di quanto fatto, come suggerito da Arons*, si procede alla verifica che effettivamente R è perpendicolare al piano inclinato: si lega il carrellino a un capo di una cordicella e, all'altro capo, mediante una carrucola, si legano pesetti pari a 90 g. Se ora si sposta il carrellino verso il basso o verso l'alto lungo il piano inclinato, questo comincia a oscillare fino a fermarsi nel punto in cui la cordicella è perpendicolare al piano inclinato.



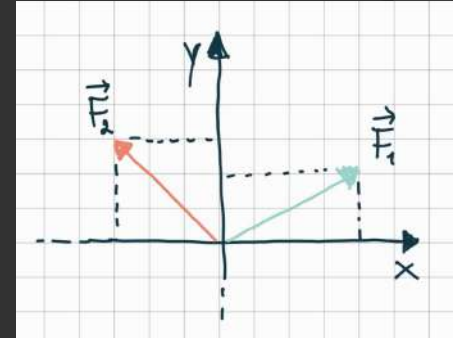
- Il carrellino in foto è stato posizionato a testa in giù dal momento che sotto ha un gancio a cui si può facilmente attaccare la cordicella.

* Questo apparato viene spesso utilizzato per mostrare la composizione e scomposizione di forze (misurando i dati numerici reali), si trova nella maggior parte dei laboratori didattici. Raramente, però, l'ho visto usare per introdurre con chiarezza il concetto di «forza normale» mostrando proprio come il piano inclinato eserciti, in assenza di attrito, una forza perpendicolare a se stesso. Dopo che si sia posto il carrello in equilibrio nella direzione parallela al piano, si procede a «togliere», attraverso pesetti collegati a un secondo filo, la forza esercitata dal carrello sul piano. Molti studenti non notano la direzione di questo filo fino a che questa non viene richiamata esplicitamente alla loro attenzione. Essi devono essere anche guidati a stabilire la relazione tra la forza che ora è esercitata dal filo e quella che veniva esercitata in precedenza dal piano. A questo punto si ottiene un effetto molto suggestivo spostando il carrello sul piano verso l'alto (e poi verso il basso) in modo che il filo venga visibilmente inclinato rispetto alla perpendicolare, e osservando poi come il carrello oscilli mentre si riporta alla posizione in cui il filo è ancora normale al piano inclinato.

La regola del parallelogramma

- Con grande sorpresa del docente, esercizi come il seguente hanno messo in grossa crisi molti studenti.

- Considera le due forze F_1 e F_2 rappresentate in figura. Utilizza come unità del sistema cartesiano 10 N. Disegna e determina, in modulo, direzione e verso, la forza F_3 da applicare in O, affinché la risultante sia nulla.



- Nel caso in esame le componenti orizzontali sono rispettivamente di 40 N e 20 N, quelle verticali di 20 N e 30 N. Molti studenti hanno risposto che la forza equilibrante era di 50 N verso il basso senza considerare la componente orizzontale.

- Dalla discussione con gli studenti è emerso che metà di loro, avendo in testa il lavoro fatto con la macchina di Varignon, erano convinti che la terza forza dovesse essere comunque diretta lungo la verticale.
- Ho così dedicato un paio di ore esclusivamente alla risoluzione di esercizi spesso partendo da situazioni create con il tavolino di Varignon.



Verifica degli apprendimenti

- Durante il percorso c'è stato un continuo monitoraggio degli apprendimenti attraverso prove formative orali e scritte.
- Ad ogni lezione ho chiesto agli studenti di riepilogare quanto fatto nella lezione precedente in modo da avere un continuo feedback.
- Sono stati oggetto di osservazione i compiti e le attività sperimentali eseguite a casa, gli interventi alle discussioni in classe.
- Durante il percorso sono state somministrate due prove sommative scritte di cui riportiamo degli estratti significativi nella slide seguente.
- Nelle verifiche sono stati proposti problemi in cui si è privilegiato il ragionamento prima che le capacità di calcolo algebrico o vettoriale.
- Agli studenti è sempre stato richiesto di motivare e giustificare le procedure e le strategie adottate. Le griglie di valutazione hanno tenuto in gran conto di questo aspetto.

Esempi di verifica

- Durante il percorso sono state somministrate due verifiche sommative. Riportiamo qui alcuni esercizi che ci sembrano più interessanti:

01. Un gruppo di studenti ha raccolto i dati, in tabella, relativi ad una molla, di lunghezza a riposo di 7.0 cm, a cui sono stati agganciati dei pesetti.

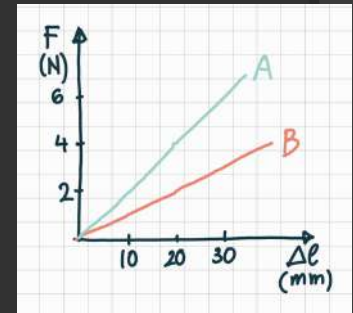
m (g)	15	25	30	40	55
l (mm)	85	95	100	110	125

- Costruisci un grafico cartesiano mettendo in ascissa la massa, in ordinata la lunghezza della molla.
- Verifica che si tratta di una dipendenza lineare e scrivi l'equazione della retta con le opportune unità di misura.
- Determina la lunghezza della molla quando viene agganciata una massa di 80 g.
- Determina la massa da agganciare alla molla che provoca un allungamento della molla di 7.0 cm.

02. Hai due molle, una di costante elastica pari a 20 g/cm, l'altra 20 N/m. Quale delle due presenta una maggiore rigidità? Motiva la tua risposta.

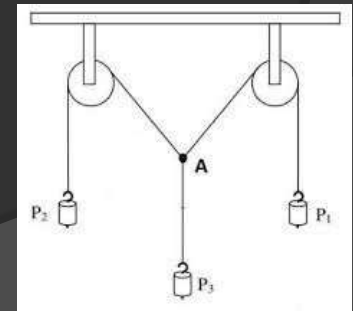
03. A una molla di costante elastica $k = 100 \text{ N/m}$ e lunghezza a riposo di 15 cm viene agganciata una massa di 520 g. Calcola la lunghezza finale della molla.

04. Ricava dal grafico le costanti elastiche delle molle A e B. Quale delle due ha una rigidità minore? Motiva la risposta.



05. Abbiamo lavorato in laboratorio con la macchina di Varignon, sotto in figura. Considera le seguenti situazioni:

- Le cordicelle a cui sono agganciati P_1 e P_2 sono perpendicolari. $P_1 = 0.9 \text{ N}$, $P_3 = 1.5 \text{ N}$. Calcola P_2 .
- Le cordicelle a cui sono agganciati due pesi uguali P_1 e P_2 formano un angolo di 100° . Sappiamo che $P_3 = 6.0 \text{ N}$. Calcola le tre tensioni sulle cordicelle.



Valutazione dell'efficacia del percorso didattico

- ◉ Al netto del disorientamento iniziale - la maggioranza degli studenti non era abituata ad un approccio alla disciplina di questo tipo - la classe ha risposto molto bene alle sollecitazioni del docente e gli studenti si sono dimostrati aperti e curiosi.
- ◉ Come sempre accade con questi percorsi, non potendo contare sull'apporto del libro di testo, si è cercato di supplire con dispense e appunti condivisi su Classroom.
- ◉ Anche gli elementi più fragili e generalmente meno propositivi hanno apportato il loro contributo alle discussioni in classe che sono servite anche a renderli più sicuri nell'esposizione orale.
- ◉ Possiamo quindi affermare che gli studenti hanno acquisito la capacità di legare in maniera logica e strutturata una serie di scoperte, esperimenti e teorie.
- ◉ Sono riusciti a rafforzare la capacità di porsi domande sul significato di un esperimento, sugli obiettivi che ci si prefigge e, aspetto fondamentale della fisica, di metterne costantemente sotto prova la validità.

Bibliografia

- Arnold B. Arons - *Guida all'insegnamento della fisica* (Zanichelli)
- Ernst Mach: *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico* (Bollati Boringhieri)
- Vittorio Zanetti - *Gli esperimenti facili: fisica di base* (Muzzio Editore)
- AA.VV. - *PPC - Progetto Fisica*, volume A (Zanichelli)

